01

O desenvolvimento de um sistema de otimização para roteamento

Déborah Aparecida Souza dos Reis

UEMG – Universidade do Estado de Minas Gerais

Jorge von Atzingen dos Reis

UFU – Universidade Federal de Uberlândia

Marcus Antonio Viana Duarte

UFU – Universidade Federal de Uberlândia

DOI: 10.47573/aya.5379.2.84.1

RESUMO

Este estudo trata do desenvolvimento de um sistema de otimização para minimizar a exposição ao ruído por inspetores e lubrificadores. Sabe-se da literatura que a exposição contínua a altos níveis de ruido pode ocasionar sobrecarga no coração, estresse, fadiga e aumento na quantidade de acidentes numa linha de produção. Faz-se necessário o desenvolvimento de soluções acústicas a nível industrial para minimizar a ocorrência de falhas e acidentes que podem custar vidas. As normas que regulamentam a exposição permitem uma avaliação do grau de exposição e correção posterior. Assim, pode-se modelar um sistema de roteamento para fábricas menores com o uso do PCV – Problema do Caixeiro Viajante, ou seja, considera-se um inspetor para o roteamento de manutenção. Para o caso de grandes instalações fabris pode-se implementar o PRV – Problema de Roteamento de Veículos, isto é, utiliza-se dois ou mais inspetores para o roteamento da fábrica devido às suas dimensões. Ambas as modelagens foram apresentadas neste trabalho. Como continuidade se pretende aplicar o PCV e o PRV em unidades fabris para a validação dos modelos apresentados.

Palavras-chave: sistema. otimização. roteamento.

ABSTRACT

This study deals with the development of an optimization system to minimize noise exposure by inspectors and lubricators. It is known in the literature that continuous exposure to high levels of noise can cause heart overload, stress, fatigue and an increase in the number of accidents on a production line. It is necessary to develop acoustic solutions at an industrial level to minimize the occurrence of failures and accidents that can cost lives. The standards that regulate exposure allow an assessment of the degree of exposure and subsequent correction. Thus, a routing system for smaller factories can be modeled using the PCV – Traveling Salesman Problem, that is, it is considered an inspector for the maintenance routing. In the case of large manufacturing facilities, the VRP – Vehicle Routing Problem can be implemented, that is, two or more inspectors are used to route the factory due to its dimensions. Both models were presented in this work. As a continuation, it is intended to apply the PCV and the PRV in manufacturing units for the validation of the models presented.

Keywords: system. optimization. routing.

INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se as bases para o desenvolvimento do sistema de otimização para roteamento de funcionários de forma a minimizar o Nível de Exposição Sonora (NES). O roteamento pode ser definido como um sequenciamento para solucionar um problema de distribuição. Segundo Gerges (2000), o NES pode ser definido como o Leq normalizado para um segundo tempo de integração. O Leq é o nível sonoro médio integrado durante uma faixa de tempo especificada conforme Equação 1.1.

$$Leq = 10\log\frac{1}{T}\int_0^T \frac{P^2(t)}{P_0^2}\,dt \qquad (1.1)$$

Na Equação 1.1 T representa o tempo de integração, P(t) a pressão acústica instantânea, Po pressão acústica de referência ($2*10^{-5}$ N/m) e o Leq constitui o nível contínuo (estacionário) equivalente em dB(A), que possui o mesmo potencial de lesão auditiva que o nível variado considerado.

Pesquisa Operacional e Programação Linear

Para Arenales *et al.* (2007), a pesquisa operacional pode ser definida como a aplicação de métodos científicos a problemas complexos com o objetivo de auxiliar o processo de tomada de decisão, seja para projetar, planejar ou operar sistemas em situações, nas quais requer-se o uso eficiente de recursos do processo. Para tal, utiliza-se modelos matemáticos determinísticos ou probabilísticos de métodos de solução e algoritmos para melhor compreensão, análise e solução de problemas de decisão. Dessa forma, pode-se citar técnicas como a otimização linear (programação linear), otimização discreta (programação linear inteira), otimização em redes (fluxos), programação dinâmica (determinística e estocástica) e teoria das filas.

No caso deste trabalho, optou-se pela otimização linear, ou seja, a programação linear, devido às condições do problema mecânico acústico para se resolver, que são a necessidade de se obter uma solução ótima, a necessidade de obtenção de uma solução de forma rápida e uma solução matemática exata. Para Hillier e Lieberman (2006), o objetivo da programação linear é obter uma alocação eficiente dos recursos às atividades conforme a Equação 1.2.

$$Maximixar\ Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + ... + c_n x_n \quad (1.2)$$

Para um problema generalizado tem-se m recursos a serem alocados a n atividades, onde o nível da atividade j para x_j , sendo j = 1,…,n e a medida do desempenho global Z conforme a Equação 1.1. Dessa forma, o modelo objetiva obter os valores ser alocados para $x_1,x_2,...,x_n$ de forma a maximizar o desempenho global Z. A função a ser maximizada ou minimizada é denominada função objetivo ou função de avaliação. As limitações para o problema são denominadas restrições e podem ser observadas nas Equações 1.3 à 1.8. As restrições 1.3, 1.4 e 1.5 são conhecidas como restrições funcionais ou estruturais, pois apresentam uma função com todas as variáveis do lado esquerdo da equação. Já as 1.6, 1.7 e 1.8 são conhecidas como restrições de não-negatividade ou condições não-negativas da forma $x_j \geq 0$,para j = 1,2,…,n.

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{1n} x_n \leqslant b_1 \quad (1.3)$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{2n} x_n \leqslant b_2 \quad (1.4)$$

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + a_{mn} x_n \leqslant b_m \quad (1.5)$$

$$x_1 \geq 0 \quad (1.6)$$

$$x_2 \geq 0 \quad (1.7)$$

$$x_n \geq 0 \tag{1.8}$$

Outras formas legítimas para modelos de programação linear são por exemplo, minimizar em vez de maximizar, algumas restrições funcionais com uma desigualdade do tipo maior do que ou igual a e algumas restrições funcionais na forma de equação. Além destas variedades, pode ocorrer a eliminação das restrições não-negativas para algumas das variáveis de decisão.

Para Hillier e Lieberman (2006), uma solução é qualquer especificação de valores para as variáveis de decisão (x_1,x_2,...x_n) independente de a solução encontrada ser desejável ou factível ao problema a ser solucionado. Dessa forma, existem diferentes tipos de soluções. Uma solução factível ou uma solução viável é encontrada quando todas as restrições são atendidas. Ao passo que uma solução inviável ou uma solução não factível constitui em uma solução encontrada para a qual ocorre a violação de uma ou mais restrições. O conjunto de todas as soluções viáveis é denominado espaço de soluções viáveis ou espaço de soluções factíveis.

O espaço de soluções viáveis é um hiperplano com n dimensões (onde n é o número de variáveis de decisões) compreendido entre as retas formadas pelas equações das restrições do problema delimitando a região na qual as soluções viáveis estão compreendidas. A solução ótima, quando existir, sempre estará contida em um dos vértices do espaço de soluções viáveis. O vértice que contém a solução ótima é o vértice que é tangenciado pela equação formada pela reta da função de avaliação na direção do crescimento de seu gradiente.

Segundo Miyazawa (2019), de forma geral, problemas de otimização possuem o objetivo de maximizar ou minimizar uma função definida em um certo domínio. A teoria clássica de otimização aborda os problemas nos quais o domínio é infinito. Por outro lado, existem os problemas de otimização combinatória, para os quais o domínio é tipicamente finito e pode-se enumerar os seus elementos e também testar se um dado elemento pertence a esse domínio. O problema abordado neste trabalho é combinatorial não polinomial.

Para Lenstra e Rinnooy (1981), o problema estudado é caracterizado como um problema do tipo *NP-hard* ou *NP-difícil* (Não Polinomial difícil) devido à sua complexidade computacional que cresce de forma não polinomial em relação aos dados de entrada. Dessa forma, a utilização de métodos exatos para resolver problemas *NP-hard* é computacionalmente inviável devido ao elevado número de combinações e consequentemente o elevado tempo de processamento computacional necessário para se obter uma solução matemática exata. Para tal, faz-se o uso de meta-heurísticas conforme Sosa *et al.* (2007).

META-HEURÍSTICAS

Para Silva (2019), o objetivo de uma meta-heurística é encontrar soluções boas ou até mesmo soluções ótimas. Dessa forma, uma meta-heurística consiste na aplicação iterativa de uma heurística subordinada, busca local e utiliza-se de mecanismos para evitar-se ótimos locais (vales). Existem dois tipos de meta-heurísticas, meta-heurísticas com uma única solução e meta-heurísticas com várias soluções.

As meta-heurísticas com uma única solução desenvolvem a exploração do espaço das soluções por meio de movimentos a cada iteração sobre uma solução corrente. Exemplos deste tipo de meta-heurística são: *Multi-Start*, GRASP, VNS, ILS, Busca Tabu e *Simulated Annealing*.

O outro grupo de meta-heurísticas são aquelas com várias soluções que exploram o espaço de soluções viáveis através de uma busca populacional. Neste caso, mantém-se um conjunto de boas soluções e realiza a combinação dessas soluções com o objetivo de produzir soluções ainda melhores. Entre as meta-heurísticas deste grupo, pode-se citar algoritmos genéticos, colônia de formigas, colônia de abelhas e enxame de partículas.

De forma geral, as meta-heurísticas com uma única solução se diferenciam pelo critério adotado para a escolha da solução inicial, a definição da vizinhança, o critério adotado para seleção de uma solução vizinha e a estratégia utilizada com o objetivo de escapar de ótimos locais.

Ao passo que as meta-heurísticas populacionais iniciam com uma população inicial, que é um conjunto de soluções diferentes. Cada indivíduo da população representa uma solução. De forma iterativa, gera-se uma nova população e troca-se a população corrente por uma nova população de soluções. O processo tem continuidade até que seja atingido o critério de parada ou a população se estabilize, ou seja, todas as soluções sejam aproximadamente iguais.

Devido às dimensões e ao grau de complexidade das instâncias do problema estudado não foi necessária a aplicação de uma meta-heurística.

MODELAGEM MATEMÁTICA – PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE

O PCV (Problema do Caixeiro Viajante) pode ser definido como um veículo que deve visitar todas as cidades e retornar à origem, passando uma única vez em cada cidade e minimizando a distância percorrida (Costa, 2011).

$$min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} r_{ij} x_{ij} \qquad (1.9)$$

A Equação 1.9 representa a função objetivo a ser minimizada, na qual r_{ij} são os valores de dose, na planta industrial que o funcionário ficará exposto ao se deslocar entre o equipamento i e o equipamento j, e x_{ij} é uma variável de decisão binária que recebe o valor 1 caso o funcionário se desloque entre o equipamento i e o equipamento j ou 0 caso contrário. O ato do funcionário se deslocar entre os diversos equipamentos será considerado a rota a ser percorrida.

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad \forall\ j \qquad (1.10)$$

A restrição imposta pela Equação 1.10 garante que o funcionário vá ao equipamento j somente uma vez em cada rota percorrida.

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad \forall\ i \qquad (1.11)$$

A restrição presente na Equação 1.11 impõe que o funcionário deixe somente uma vez o equipamento i em cada rota.

$$\sum_{i=1}^{n} f_{ij} - \sum_{i=1}^{n} f_{ji} = 1 \quad \forall\ j \ com\ j \neq 1 \tag{1.12}$$

$$f_{ij} \leqslant (|nós| - 1)\, x_{ij} \quad \forall\, i, j \tag{1.13}$$

As restrições das Equações 1.12 e 1.13 funcionam em conjunto para evitar a formação de subrotas. Uma subrota seria uma rota na qual o funcionário não inspeciona todos os equipamentos da fábrica antes de retornar ao ponto inicial. A variável de decisão f_{ij} representa o fluxo entre os equipamentos i e j, o fluxo entra em um nó j (equipamento j) deve ser uma unidade maior do que o fluxo que sai do mesmo nó j. Desta forma, o funcionário deve deixar uma unidade de fluxo em cada equipamento visitado permitindo que o modelo matemático diferencie os equipamentos inspecionados dos não inspecionados. O fluxo máximo é limitado ao número máximo de nós para evitar que o funcionário possa percorrer alguma subrota utilizando o fluxo excedente.

$$\begin{aligned} & x_{ij} \in 0,1 \quad \forall\, i, j \\ & f_{ij} \in \mathbb{Z} \quad \forall\, i, j \\ & f_{ij} \geqslant 0 \quad \forall\, i, j \end{aligned} \tag{1.14}$$

A Equação 1.14 é uma restrição que garante que o x seja binário e o fluxo seja inteiro e não negativo.

MODELAGEM MATEMÁTICA – PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

Para Lima *et al.* (2015), a solução para o problema de roteamento de veículos (PRV) deve conter um conjunto de rotas a serem utilizadas por uma frota de veículos homogêneos, no caso deste trabalho, funcionários para atendimento de um conjunto de clientes, equipamentos. Dessa forma, busca-se minimizar o custo da operação, o ruído. O PRV é baseado em algumas premissas. Primeiro, as rotas devem iniciar e terminar no mesmo ponto da operação, ou seja, no biombo de operação no caso deste trabalho. A segunda premissa consiste em cada equipamento deve ser inspecionado uma única vez e solucionado integralmente por um único funcionário. A soma das demandas de uma rota não pode exceder a capacidade de atendimento de cada funcionário. Sabe-se da literatura que problemas desta magnitude são classificados como *NP-hard*, pois a ordem de complexidade é não polinomial.

Laporte (1992) aponta que no PRV a demanda dos clientes (equipamentos) deve ser previamente definida e que deve ser atendida de forma completa por um único veículo (funcionário). A capacidade dos veículos é homogênea e deve ser definida de forma prévia também e os veículos partem de um mesmo ponto (biombo de operação). Há a restrição de capacidade do veículo a qual determina que a soma das demandas dos equipamentos da rota não pode, de forma alguma, exceder a capacidade do funcionário.

Na modelagem realizada para a planta industrial de geração de energia, utilizou-se dois funcionários, sendo a capacidade de cada funcionário foi definida como 5 equipamentos. No total, devem ser inspecionados 10 equipamentos da planta industrial. A Equação 1.15 representa a função objetivo a ser minimizada, na qual d_{ij} são os valores da dose aos quais o funcionário ficará exposto ao se deslocar entre o equipamento i e o equipamento j, e x_{ij} é uma variável de decisão binária que recebe o valor 1 caso o funcionário se desloque entre o equipamento i e o equipamento j ou 0 caso contrário. O ato do funcionário se deslocar entre os diversos equipamentos será considerado a rota a ser percorrida. Para facilitar o entendimento das fórmulas utilizou-se a abreviatura “equip” para representar o conjunto dos equipamentos disponíveis.

$$minimizar \sum_{i \in equip} \sum_{j \in equip} d_{ij} x_{ij} \tag{1.15}$$

A restrição presente na Equação 1.16 impõe que um único funcionário deixe somente uma vez o equipamento i em cada rota.

$$\sum_{j \in equip} x_{ij} = 1 \quad \forall\, i \in equip | i \neq 1 \tag{1.16}$$

A restrição imposta pela Equação 1.17 garante que um único funcionário vá ao equipamento j somente uma vez em cada rota percorrida.

$$\sum_{i \in equip} x_{ij} = 1 \quad \forall\, j \in equip | j \neq 1 \tag{1.17}$$

As restrições das Equações 1.18 e 1.19 funcionam em conjunto para evitar a formação de subrotas. Uma subrota seria uma rota na qual um funcionário não inspeciona todos os equipamentos da fábrica designados a ele antes de retornar ao ponto inicial. A variável de decisão representa o fluxo entre os equipamentos i e j, o fluxo entra em um nó j (equipamento j) deve ser uma unidade maior do que o fluxo que sai do mesmo nó j.

Desta forma, um funcionário deve deixar uma unidade de fluxo em cada equipamento visitado permitindo que o modelo matemático diferencie os equipamentos inspecionados dos não inspecionados. O fluxo máximo é limitado ao número máximo de nós para evitar que o funcionário possa percorrer alguma subrota utilizando o fluxo excedente. A demanda representa a necessidade do equipamento de ser inspecionado em tempo, ou seja, uma demanda igual a 6 significa que uma máquina necessita de 6 minutos para ser inspecionada. Nesta simulação, utilizou-se o tempo igual a 1 unidade adimensional.

$$\sum_{i \in equip} f_{ij} - \sum_{i \in equip} f_{ji} = demanda_j \quad \forall\, j \in equip | j \neq 1 \tag{1.18}$$

$$f_{ij} \leq x_{ij}\, capacidade \quad \forall\, i, j \in equip \tag{1.19}$$

O termo capacidade que aparece na Equação 1.19 representa o tempo disponível para inspecionar todas as máquinas.

Na Equação 1.20, observa-se que a quantidade de funcionário que sai deve ser igual ao que entra no posto para inspecionar o equipamento, ou seja, saem 6 funcionários, voltam 6 funcionários, o que sai é igual ao que entra, i = 1 e j = 1.

$$\sum_{j \in equip} x_{1j} = \sum_{j \in equip} x_{j1} \tag{1.20}$$

Além disso, xij é uma variável de decisão binária que recebe o valor 1 caso o funcionário se desloque entre o equipamento i e o equipamento j ou 0 caso contrário e o fluxo é inteiro não negativo conforme Equação 1.21.

$$\begin{aligned} x_{ij} &\in 0,1 \quad \forall\, i,j \in equip \\ f_{ij} &\geq 0 \quad \forall\, i,j \in equip \end{aligned} \tag{1.21}$$

CONCLUSÕES E CONTINUIDADE DA PESQUISA

Pode-se aplicar as modelagens matemáticas desenvolvidas para unidades fabris de quaisquer segmentos. Assim, propõe como continuidade da pesquisa o uso de algoritmos adaptados a algumas empresas para validar as modelagens desenvolvidas.

Cabe ressaltar que para o caso de empresas que trabalhem somente com um inspetor para a realização das rotas de manutenção deve-se utilizar uma modelagem baseada no PCV – Problema do Caixeiro Viajante.

Por outro lado, caso a unidade fabril possua maiores dimensões, com vários andares é interessante que tenha, por exemplo, dois inspetores e dessa forma, deve-se utilizar uma implementação baseada no PRV – Problema de Roteamento de Veículos.

REFERÊNCIAS

ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. Pesquisa Operacional. Rio de Janeiro: Elsevier. 2007.

COSTA, P. P. Teoria de Grafos e Suas Aplicações. Rio Claro – SP, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, 2011, 79 p. Dissertação de Mestrado.

GERGES, S. N. Y. Ruído Fundamentos e Controle. NR: Florianópolis, 2000.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. Introdução à Pesquisa Operacional. São Paulo: Mc Graw Hill. 2006.

LAPORTE, G. The Vehicle Routing Problem: an overview of exact and approximate algorithms. European Journal of Operational Research, v. 59, n. 3., p. 345-358. 1992.

LENSTRA, J.; RINNOOY, K. A. Complexity of vehicle routing and scheduling problems. Networks. Vol. 11. p. 221-227. 1981.

LIMA, S. J. A.; SANTOS, R. A. R.; ARAUJO, S. A. Otimização do Problema de Roteamento de Veículos Capacitado Usando Algoritmos Genéticos e as Heurísticas de Gillet e Miller e Descida de Encosta. XXXV Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 2015.

MIYAZAWA, F. K. Otimização Combinatória. Universidade Estadual de Campinas. Unicamp. Disponível em: <https://www.ic.unicamp.br/~fkm/problems/combopt.html>. Acesso em 03 de Fevereiro de 2019.

SILVA, P. G. Meta-heurísticas. DECOM. Universidade Federal de Ouro Preto. Disponível em <http://www.decom.ufop.br/gustavo/bcc342/Metaheuristicas.pdf>. Acesso em 10 de Fevereiro de 2019.

SOSA, N. G. M.; GALVÃO, R. D.; GANDELMAN, D. A. Algoritmo de busca dispersa aplicado ao problema clássico de roteamento de veículos. Pesqui. Oper. vol. 27. no. 2. Rio de Janeiro. May/Aug. 2007. Print version ISSN 0101-7438 On-line.