

O ensino de matemática através da resolução de problemas: uma proposta metodológica para aprendizagem de geometria analítica em cursos técnicos integrados ao ensino médio

Teaching mathematics through problem solving: a methodological proposal for learning analytical geometry in technical courses integrated to high school

Manoel dos Santos Costa

Instituto Estadual de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão – IEMA Universidade Federal do Maranhão – UFMA São Luís – MA <https://orcid.org/0000-0002-8774-9633> <http://lattes.cnpq.br/0292894699114273>

Ana Célia de Jesus Martins

Instituto Estadual de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão – IEMA São Luís – MA <https://orcid.org/0000-0002-9109-9960> <http://lattes.cnpq.br/5599486109074458>

Érica Marlúcia Leite Pagani

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET Belo Horizonte – MG <https://orcid.org/0000-0001-9025-3420> <http://lattes.cnpq.br/4179858425802603>

Norma Suely Gomes Allevato

Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL São Paulo – SP <https://orcid.org/0000-0001-6892-606X> <http://lattes.cnpq.br/9614794595123496>

DOI: 10.47573/aya.5379.2.79.6

RESUMO

O presente trabalho analisa registros de resolução de problemas de geometria analítica envolvendo estudo do ponto e da reta, proposto a alunos da 3ª série de um curso técnico profissionalizante integrado ao Ensino Médio de um Instituto de Educação do Maranhão. O objetivo foi utilizar a Resolução de Problemas no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Optou-se por uma pesquisa com abordagem qualitativa de cunho descritivo, realizada por observação participante e análise documental. Constatou-se que os alunos apresentaram dificuldades em compreender a atividade partindo de interpretação; conseqüentemente em representar a localização dos pontos por meio de pares ordenados e em realizar articulações entre os registros algébrico e gráfico, na língua materna, que envolvem o conteúdo em estudo, mostrando a necessidade de se explorar a escrita dos alunos na resolução de problemas e aprofundamento do conteúdo (objeto de conhecimento). Contudo, foi possível perceber, pela confiança manifestada, o avanço dos alunos a partir dos novos problemas que foram propostos.

Palavras-chave: educação matemática. geometria analítica. resolução de problemas.

ABSTRACT

The present work analyzes problem solving records of analytical geometry involving the study of the point and the line, proposed to students of the 3rd grade of a professional technical course integrated to the High School of an Institute of Education in Maranhão. The objective was to use Problem Solving in the process of teaching and learning mathematics. We chose a qualitative descriptive research, carried out by participant observation and document analysis. It was found that students had difficulties in understanding the activity starting from interpretation; consequently in representing the location of the points by means of ordered pairs and in making connections between the algebraic and graphic records, in the mother tongue, that involve the content under study, showing the need to explore the students' writing in problem solving and deepening of the content (object of knowledge). However, it was possible to notice, by the confidence expressed, the students' progress from the new problems that were proposed.

Keywords: mathematics education. analytic geometry. problem solving.

INTRODUÇÃO

A geometria analítica, também denominada de geometria de coordenadas, baseia-se na representação de formas por equações e faz uma ponte entre a geometria e a álgebra. Os estudos iniciais estão ligados ao matemático francês René Descartes (1596 -1650), que, apesar de não ter sido o criador do sistema de coordenadas cartesianas, tal como conhecemos hoje, elaborou a maior parte das ideias da geometria analítica (ROONEY, 2012).

Através da representação de pontos da reta, pontos do plano por pares ordenados e pontos do espaço por termos ordenados de números reais, curvas no plano e superfícies no espaço podem ser representadas por equações, tornando possível tratar algebricamente muitos problemas geométricos e, reciprocamente, interpretar, de forma geométrica, questões algébricas.

De acordo com Richit (2005), a geometria analítica tem a álgebra como sua mais importante aliada em seu processo de ensino e de aprendizagem. Segundo a autora, é por meio desse método de estudo que a geometria e a álgebra se relacionam, pois alguns problemas de geometria são resolvidos por processos algébricos, e suas relações são interpretadas geometricamente.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), atual documento de referência curricular, orienta que, no estudo da geometria analítica, os alunos devem representar, geometricamente, funções polinomiais de 1º grau, intersecção e posição de figuras, utilizando o plano cartesiano. Ainda de acordo com o documento, isso deve ocorrer a partir da Resolução de Problemas, com o intuito de reconhecer que a mesma situação pode ser resolvida de formas diferentes, além de associar as situações com a sua representação algébrica e gráfica (ou vice-versa).

Em outras palavras, a BNCC sinaliza que o desenvolvimento das aprendizagens matemáticas seja realizado por meio de metodologias ativas como a Resolução de Problemas para o desenvolvimento de competências e habilidades, de modo que se construam novos conceitos matemáticos, favorecendo, dessa forma, a reflexão e os questionamentos. Sendo assim, o presente trabalho foi desenvolvido com vinte e nove estudantes da terceira série de um curso técnico integrado ao Ensino Médio de um instituto estadual de tempo integral no estado do Maranhão, cujo objetivo foi utilizar a Resolução de Problemas como sendo uma tendência metodológica no processo de ensino e de aprendizagem de geometria analítica.

Para melhor compreensão do leitor, o texto foi organizado em três seções principais, além desta Introdução. Iniciamos apresentando a fundamentação teórica sobre a geometria analítica e a Resolução de Problemas, em seguida, traçamos o contexto e a metodologia da pesquisa. Na terceira seção, intitulada “Apresentação e Discussão dos Dados”, apresentamos e discutimos os problemas resolvidos pelos alunos e finalizamos com as Considerações Finais.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A geometria analítica costuma ser estudada na 3ª série do Ensino Médio, depois de os alunos terem tido contato com a geometria plana no Ensino Fundamental. Com a inserção das novas metodologias de ensino no cenário educacional, houve mudanças significativas na Educação Matemática. Essas mudanças, em relação ao ensino de geometria, têm causado muitos desafios a serem enfrentados pelos professores de Matemática, pois parte-se do mundo físico das formas que nos rodeiam e estrutura-se em um mundo abstrato de pontos e retas.

De acordo com Scortegagna (2014), geralmente os alunos chegam à 3ª série do Ensino Médio com problemas para identificar elementos básicos da geometria plana (ponto, reta, plano, nomeação de figuras planas, dentre outros). Sendo assim, quando esses elementos são solicitados aos alunos na aprendizagem de conteúdos específicos de geometria analítica, eles enfrentam dificuldades que comprometem sua aprendizagem.

Ainda, segundo essa autora, aprender Matemática é compreender suas diferentes representações: linguagem escrita, linguagem algébrica e representação geométrica. Na geometria analítica, o que se representa geometricamente pode ser comparado à sua representação algébrica.

brica, permitindo, assim, que o aluno possa transitar entre essas representações, permitindo-lhe estabelecer comparações, a fim de compreender melhor sua aprendizagem.

De acordo com Brasil (2006), a geometria analítica possibilita a realização de conexão com a álgebra, devendo o professor trabalhar o entendimento de figuras geométricas por meio de equações e o entendimento de equações por meio das figuras geométricas, abandonando a simples apresentação de equações sem explicações fundadas no raciocínio lógico, evitando memorizações de fórmulas.

Dessa forma, pode-se dizer que a geometria analítica favorece a realização de conexões com a álgebra e, assim, permite, por exemplo, compreender as soluções de um sistema linear de duas incógnitas por meio da interpretação das posições relativas de retas em um plano. Permite, também, representar uma figura bi ou tridimensional por meio de uma equação. Além disso, no estudo desse conteúdo (objeto de conhecimento), é importante a construção de alguns conceitos, como: sistema ortogonal, distância entre dois pontos, inclinação de uma reta, equação da reta, posições relativas de duas retas no plano, dentre outros (DANTE, 2013).

Wagner (1999) considera que a geometria analítica é uma boa ferramenta que pode ser aplicada na resolução de diversos problemas. É, nesse sentido, que a Resolução de Problemas se encaixa como uma possibilidade metodológica importante para o processo de ensino e de aprendizagem na construção de novos conceitos e/ou procedimentos matemáticos. Em se tratando do ensino de Matemática da Educação Básica, é importante instigar nos alunos o processo investigativo na Resolução de Problemas, de modo que isso favoreça o exercício de abordagens em torno das testagens e hipóteses em busca da solução.

O ensino e a aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, tal como é apresentada por Allevato e Onuchic (2021), é uma metodologia diferente daquelas em que regras de “como fazer” são privilegiadas, ou seja, trata-se de uma metodologia em que a construção de conhecimento se faz a partir de problemas (geradores) propostos como ponto de partida e orientação para o ensino e a aprendizagem de novos conteúdos¹.

Segundo Van de Walle (2009), professores de Matemática devem envolver, em sua prática de sala de aula, quatro componentes: a valorização da disciplina Matemática em si mesma, ou seja, “o fazer matemática”; a compreensão de como os alunos aprendem e constroem ideias; a habilidade em planejar e selecionar atividades de modo que os estudantes aprendam Matemática num ambiente de resolução de problemas; e a habilidade em integrar a avaliação ao processo de ensino e de aprendizagem.

Ensinar Matemática partindo da resolução de problemas não é uma tarefa fácil, pois não basta o professor apresentar um problema e “ficar sentado”, esperando que alguma mágica aconteça. No entanto, também não significa dizer que existe uma forma rígida para usufruir dessa metodologia em sala de aula. Allevato e Onuchic (2021) indicam a resolução de problemas como ponto de partida para a aprendizagem de novos conceitos e/ou procedimentos matemáticos.

Dessa forma, os alunos são desafiados a resolver um problema antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático e, nesse sentido, a aprendizagem se realiza “a partir” e “através”, ou seja, o problema é visto como ponto de partida e orientação para o ensino *1 A partir de agora, quando nos referirmos a conteúdos, estaremos abordando, de maneira equivalente, objetos de conhecimentos, conforme indicação da BNCC (BRASIL, 2018).*

e a aprendizagem de novos conteúdos (objetos de conhecimentos), que se dá no decorrer do processo de resolução (ALLEVATO, ONUCHIC, 2021).

Alguns autores (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021) têm se empenhado na tentativa de sugerir maneiras de colocar em prática a Resolução de Problemas, enquanto metodologia de ensino e aprendizagem. As autoras sugerem para que o professor possa usufruir melhor dessa metodologia nas aulas de Matemáticas que as atividades sejam organizadas em 10 (dez) etapas:

(1) proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) proposição e resolução de novos problemas (p. 48).

Observa-se com essa sugestão que o trabalho se inicia com o professor selecionando ou elaborando problemas de acordo com o conteúdo que pretende para a construção de novo conceito ou procedimentos de acordo com a série dos alunos. Tais problemas são denominados de geradores, em que, seguindo as etapas os alunos resolvem os problemas em grupos.

Contudo, alguns autores (COSTA, 2012; GONÇALVES, 2015) também sugerem que os alunos comecem a resolver os problemas primeiro individualmente, a partir de seus conhecimentos prévios; depois, em pequenos grupos, discutem e avançam na resolução; em seguida, expõem suas resoluções em plenária, e, com toda a classe, chegam a um consenso sobre a resolução do problema. Finalmente, o professor assume o “comando” e formaliza o conteúdo matemático envolvido no problema e que foi planejado para ser ensinado naquela aula, e no final, propõe novos problemas relacionados ao objeto de conhecimento estudado em sala de aula, com o intuito de reforçar ou avaliar a aprendizagem pelos alunos após a formalização do conteúdo, ou mesmo de ampliar a aprendizagem.

Os conteúdos matemáticos quando desenvolvidos dessa forma fazem sentido para o aluno, que passa a ser protagonista na construção de seu próprio conhecimento; desenvolvendo e aplicando suas próprias estratégias para resolver uma variedade de problemas, ao contrário de outras práticas em sala de aula em que os problemas são propostos no final de cada tema estudado.

Esse caminho para ensinar Matemática torna o ato de resolver problemas uma parte integrante do processo da aprendizagem; isso significa que os alunos aprendem Matemática enquanto estão resolvendo problemas e adquirem maior confiança para usar os conhecimentos matemáticos de forma condizente com sua realidade.

Contudo, vale ressaltar que o conteúdo deve estar de acordo com o ano de escolaridade em que se encontram os alunos e com os objetivos pretendidos para aquela aula. Dessa forma, o ensino e a aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas ao problema proposto (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021).

CONTEXTO E METODOLOGIA DA PESQUISA

O presente trabalho analisa registros de resolução de problemas de geometria analítica envolvendo estudo do ponto e da reta, proposto a vinte e nove alunos da 3ª série de um curso

técnico profissionalizante integrado ao Ensino Médio de um Instituto de Educação do Estado do Maranhão. Os dados foram coletados por uma das autoras durante suas aulas de Matemática, realizada de forma remota, devido ao afastamento dos alunos das salas de aulas, em razão do momento pandêmico da COVID-19.

Inicialmente, os problemas foram enviados, com antecedência pela Plataforma Google Classroom, aos alunos que foram desafiados a resolvê-los individualmente a partir de seus conhecimentos prévios, antes de lhes ter sido apresentado o conteúdo. Após terem resolvido os problemas, apresentaram as resoluções para a professora. No dia da aula síncrona (via Google Meet), foi solicitado que compartilhassem suas resoluções; em seguida, foi realizada uma discussão em plenária com todos os estudantes sobre as resoluções apresentadas a fim de se chegar a um consenso.

Optou-se por uma pesquisa com abordagem qualitativa de cunho descritivo, realizada por meio da análise documental, ou seja, em documentos originais escritos (resolução dos problemas) que ainda não receberam tratamento analítico (HELDER, 2006) e pela observação participante realizada junto ao comportamento natural dos estudantes quando eles estavam discutindo em plenária sobre as resoluções apresentadas (FIORENTINI; LORENZATO, 2012). Em nosso trabalho, os alunos foram identificados como A1, A2, ..., A29, para resguardar suas identidades.

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

Para o desenvolvimento do conteúdo matemático em estudo, com os alunos a professora titular da turma (segunda autora) propôs cinco situações (problemas) a fim de promover a construção de novos conceitos, antes de ser apresentada sua teoria e a linguagem matemática formal. Essas situações apresentam questionamentos que objetivam levá-los a fazer uma reflexão, seja pela busca de informações para encontrar os resultados, seja pelas explicações do modo como obtiveram esses resultados.

Sabemos que a geometria apresenta um vocabulário próprio; por isso e com o objetivo de identificar o que os alunos já sabiam sobre esse objeto matemático, propusemos algumas situações (SCORTEGAGNA 2014) envolvendo o estudo do ponto e da reta. Devido ao formato das aulas (on-line), as atividades foram realizadas apenas individualmente. A seguir, apresentaremos alguns protocolos (com recortes) das respostas de dois dos problemas que foram desenvolvidos com os estudantes e que serviram de dados para este trabalho.

Figura 1- Resposta de A1

Resposta:
a) Quais os entes geométricos mais importantes do Desenho Geométrico? Para um desenho geométrico usado é preciso usar ponto, reta e plano
b) Dê exemplos do que, em sua opinião, representam: Um ponto: pode ser simplificado com letras, números... Uma reta: retas paralelas, perpendiculares, algumas tem fim Um plano: inicia o conceito de um plano

Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 2 - Resposta de A15

Responda:

a) Quais os entes geométricos mais importantes do Desenho Geométrico?
Ponto, reta e plano

b) Dê exemplos do que, em sua opinião, representam:

Um ponto: é uma bolinha que indica a localização de
algos

Uma reta: é o resultado do conjunto de infinitos pontos

Um plano: é o conjunto de retas e pontos

Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 3 - Resposta de A2

Responda:

a) Quais os entes geométricos mais importantes do Desenho Geométrico?
o ponto, a linha e o plano.

b) Dê exemplos do que, em sua opinião, representam:

Um ponto: um "pingo"

Uma reta: uma "linha"

Um plano: uma Retângulo, quadrado e etc

Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 4 - Resposta de A7

a) Quais os entes geométricos mais importantes do Desenho Geométrico?
usualmente representam o ponto com um pingo ou
uma bolinha mas é importante saber que não é apenas uma linha
sentença

b) Dê exemplos do que, em sua opinião, representam:

Um ponto: é um objeto que não possui definição dimensões e forma

Uma reta: são conjuntos de pontos alinhados

Um plano: é o objeto formado pelo alinhamento de retas.

Fonte: Dados da Pesquisa

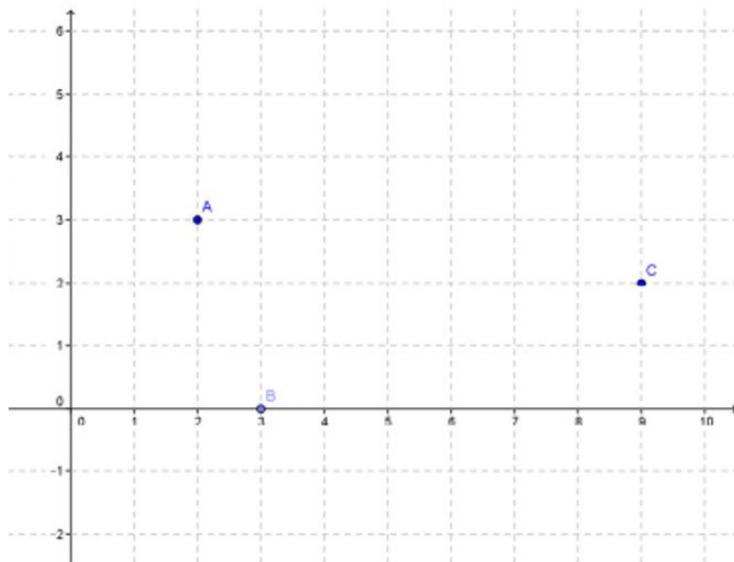
As respostas apresentadas pelos estudantes aos questionamentos mostram que a maioria deles não apresentaram dificuldades em descrever quais são os entes geométricos, pois conseguiram contemplar a ideia principal do problema. Entretanto, vale observar que há alunos, como o A1, que ainda apresentam alguma dificuldade ao confundir o que é ente geométrico com o que é importante para um desenho correto. Também observamos que eles produziram conclusões lógicas sobre o questionamento em epígrafe, muito provavelmente por seus estudos de geometria plana em séries anteriores.

Contudo, é perceptível a carência em relacionar linguagem materna com a linguagem matemática presente na situação apresentada. Por outro lado, os alunos A2, A7 e A15, respectivamente, relatam seu entendimento no sentido mais sensorial, expondo em partes a ideia principal da situação apresentada, bem como a utilização de noções intuitivas para tais definições, indicando dificuldade na compreensão do sentido matemático.

Outro problema que foi desenvolvido, e que teve como objetivo verificar se os alunos sabiam localizar determinados pontos em plano cartesiano e determinar a distância entre eles,

foi o seguinte:

Na representação abaixo, os quadrados são iguais e cada um deles representa 100 m. João sai a pé de sua casa A, passa pela padaria B e chega à escola C.



Responda:

- Quais são as coordenadas dos pontos A, B e C?
- Como descobrir quantos metros João percorreu?
- Se João saísse de casa e fosse direto para a escola sem passar pela padaria, quantos metros ele teria caminhado? Considere $\sqrt{2} = 1,41$

Fonte: Adaptado de SCORTEGAGNA, 2014

Ao iniciarem o trabalho de resolução desse problema, os alunos estavam esclarecidos de que os 100m representavam o lado do quadrado e que estávamos trabalhando no contexto da menor distância. Apresentaremos, a seguir, os protocolos com algumas respostas fornecidas pelos estudantes para os questionamentos relacionados a esse problema.

Figura 5 - Resposta de A10

a) Quais são as coordenadas dos pontos A, B e C? $A(3;2) - B(3;3) - C(2;9)$.
b) Como descobrir quantos metros João percorreu? O total de quadrado que ele percorreu multiplicado por 100 (cm).
c) Se João saísse de casa e fosse direto para a escola sem passar pela padaria, quantos metros ele teria caminhado? Considere $\sqrt{2} = 1,41$

Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 6 - Resposta de A4

a) Quais são as coordenadas dos pontos A, B e C?
 $A(3;2); B(3;3); C(2;9)$

b) Como descobrir quantos metros João percorreu?
1,1 km para descobrir e se contar quanto quadrados tem e multiplicar por 100m

c) Se João saísse de casa e fosse direto para a escola sem passar pela padaria, quantos metros ele teria caminhado? Considere $\sqrt{2} = 1,41$

Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 7 - Resposta de A7

a) Quais são as coordenadas dos pontos A, B e C?
 $A(3,2)$ $B(0,3)$ $P(2,9)$

b) Como descobrir quantos metros João percorreu?
 $B=0,3$ $x=3 \cdot 1000$ $x=3000/2,9$
 $C=2,9$ $x=3000 \text{ metros}$ $x=103$

c) Se João saísse de casa e fosse direto para a escola sem passar pela padaria, quantos metros ele teria caminhado? Considere $\sqrt{2} = 1,41$
 $x=3000 \cdot 2,9$ $8.700/1,41$
 $x=8.700$ $0,062$

Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 8 - Resposta de A1

a) Quais são as coordenadas dos pontos A, B e C?
 $A=3,2; B=4,3; C=2,9.$

b) Como descobrir quantos metros João percorreu?
multiplicando 100m por cada "quadrado" que ele passou

c) Se João saísse de casa e fosse direto para a escola sem passar pela padaria, quantos metros ele teria caminhado? Considere $\sqrt{2} = 1,41$
800 metros

Fonte: Dados da Pesquisa

É possível notar pelas resoluções que a maioria dos alunos se confundiu ao descrever a localização dos pontos, invertendo os eixos das abcissas e das ordenadas (x e y). Eles deveriam identificar os pontos $A(3, 2)$; $B(3, 0)$ e $C(9, 2)$ no plano cartesiano. Isso demonstra lacunas de conhecimentos anteriores, uma vez que o estudo do plano cartesiano e de pares ordenados é introduzido ainda no Ensino Fundamental e retomado na 1ª série do Ensino Médio, com o estudo de Funções.

Para que os alunos compreendam a ideia de localização dos pontos no plano cartesiano, é necessário apresentar, em sala de aula, atividades que estimulem a construção do conhecimento sobre reta numérica; dessa forma, os estudantes irão ampliar as habilidades necessárias

para a resolução de problemas desse tipo e desenvolver as competências desejadas. Assim, a metodologia de ensino e de aprendizagem utilizada no desenvolvimento da atividade possibilitou a identificação dessas lacunas, bem como a (re) construção desses conceitos.

Também é perceptível, nas resoluções apresentadas, que os alunos não conseguiram determinar corretamente as distâncias solicitadas nos itens “b” e “c”. Nesses itens, a questão em epígrafe solicita que os alunos determinem as distâncias percorridas por João. Constatou-se que os alunos não contemplaram a ideia principal de que essas distâncias se referiam ao menor caminho que João poderia percorrer no contexto do problema proposto. Ao contrário, se limitaram, em sua maioria, a contar “quadrados”.

No momento da plenária, essas discussões vieram à tona e os alunos chegaram ao consenso de que o “menor” caminho entre dois pontos é o segmento de reta que une esses pontos e que a “menor” distância entre dois pontos é o tamanho desse segmento. Observamos que, embora a principal importância da geometria analítica seja o estabelecimento da correspondência entre curvas geométricas e equações algébricas, ainda assim, foi difícil para esses alunos do Ensino Médio identificar pares ordenados e distâncias no plano cartesiano, conforme aponta Scortegagna (2014). Isso nos indica que há a necessidade de se trabalhar em sala de aula problemas geométricos mais contextualizados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente texto teve como objetivo apresentar algumas reflexões acerca das possibilidades que se pode dar à Resolução de Problemas como uma tendência metodológica no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Em nosso trabalho, o desenvolvimento de conceitos básicos de geometria analítica (ponto e reta) por meio da Resolução de Problemas mostrou-se bastante produtivo, apesar de ter sido realizado de forma remota (on-line).

Durante a resolução dos problemas, foi necessário que os alunos usassem seus conhecimentos prévios, mas apresentaram dificuldades em compreender atividade partindo de interpretação e, conseqüentemente, em representar a localização dos pontos por meio de pares ordenados, apresentando erros em algumas de suas respostas. Ainda assim, as situações permitiram que os alunos interligassem o aprendizado presente tanto na língua materna como na linguagem matemática; contudo, ainda há a necessidade de se trabalhar em sala de aula atividades que desenvolvam a habilidade de interpretar e localizar pares ordenados no plano cartesiano, por exemplo.

No momento das discussões, os alunos foram instigados a defender suas resoluções, explicitando o raciocínio utilizado para chegar às soluções. Além disso, a utilização dessa metodologia de ensino e de aprendizagem contemplou ações pedagógicas (interação entre alunos; entre alunos e professor), nos momentos das discussões e plenária, que promoveram a busca por informação, investigação, experimentação e renovação do interesse e da motivação dos alunos, crescimento intelectual e disciplinar, além de outros aspectos, como a comunicação entre os colegas no momento da plenária. Dessa forma, pode-se concluir que o uso da Resolução de Problemas trouxe resultados bastante satisfatórios para a aprendizagem dos alunos.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas? ONUCHIC, L. R. et. al. (Org). Resolução de Problemas: teoria e prática. 2. ed. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2021. p. 37-57.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Base Nacional Comum Curricular: ensino médio. Brasília: MEC, 2018.

COSTA, M. S. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Proporcionalidade Através da Resolução de Problemas: uma experiência na formação inicial de (futuros) professores de matemática. 292 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2012.

DANTE, L. R. Matemática: contexto e aplicações. 2. ed. São Paulo: Editora Ática, 2013.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

GONÇALVES, R. Resolução de Problemas: uma proposta para a aprendizagem significativa das funções definidas por várias sentenças. 124 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2015.

HELDER, R. Como fazer análise documental. Porto: Universidade de Algarve, 2006.

RICHIT, A. Projetos em geometria analítica usando software de geometria dinâmica: repensando a formação inicial docente em Matemática. 2005. 169f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2005.

ROONEY, A. A História da Matemática – Desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito. São Paulo: M. Books do Brasil Editora, 2012.

SCORTEGAGNA, G. M. Produção Diadático-Pedagógica: atividades para tornar significativa a aprendizagem em Geometria Analítica no Ensino Médio. Caderno PDE – Versão Online. Ponta Grossa-PR, 2014. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uepg_mat_pdp_glaucia_marise_scortegagna.pdf. Acesso em: 05 mar. 2021.

VAN DE WALLE, J. A. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

WAGNER, Eduardo. Sobre o ensino de Geometria Analítica. Revista do Professor de Matemática. São Paulo, n. 41, p. 17-22, 1999.