

## **Matemática aplicada ao ensino de cálculo de dosimetria**

## **Mathematics applied to teaching dosimetry calculus**

---

***Déborah Aparecida Souza dos Reis***

*Universidade do Estado de Minas Gerais - UEMG*

***Jorge von Atzingen dos Reis***

*Universidade Federal de Uberlândia - UFU*

***Marcus Antonio Viana Duarte***

*Universidade Federal de Uberlândia - UFU*

DOI: 10.47573/aya.5379.2.72.4

## RESUMO

Este estudo trata da aplicação da Matemática ao ensino de cálculo de dosimetria. A dosimetria é um ramo da ciência acústica que objetiva identificar e qualificar a magnitude do risco físico ruído como potencial causa de doença ocupacional. Sabe-se da literatura que a exposição contínua a altos níveis de ruído pode ocasionar sobrecarga no coração, estresse, fadiga e aumento na quantidade de acidentes numa linha de produção. Faz-se necessário o desenvolvimento de soluções acústicas a nível industrial para minimizar a ocorrência de falhas e acidentes que podem custar vidas. As normas que regulamentam a exposição permitem uma avaliação do grau de exposição e correção posterior. Assim, realizou-se a simulação de condições da exposição ocupacional ao ruído por meio de modelos matemáticos implementados para atuar de forma prévia. Entre os resultados obtidos com a implementação das modelagens, destaca-se os valores de dose de 0,17 e distância percorrida de 76 m, o que demonstra a robustez do método matemático utilizado para resolver o problema.

**Palavras-chave:** matemática aplicada. ensino. cálculo de dosimetria.

## ABSTRACT

This study deals with the application of Mathematics to the teaching of dosimetry calculation. Dosimetry is a branch of acoustic science that aims to identify and qualify the magnitude of the physical risk of noise as a potential cause of occupational disease. It is known in the literature that continuous exposure to high levels of noise can cause heart overload, stress, fatigue and an increase in the number of accidents on a production line. It is necessary to develop acoustic solutions at an industrial level to minimize the occurrence of failures and accidents that can cost lives. The standards that regulate exposure allow an assessment of the degree of exposure and subsequent correction. Thus, the simulation of conditions of occupational exposure to noise was carried out through mathematical models implemented to act in advance. Among the results obtained with the implementation of the models, the dose values of 0.17 and the distance covered of 76 m stand out, which demonstrates the robustness of the mathematical method used to solve the problem.

**Keywords:** aplicated math. teaching. dosimetry calculation.

## INTRODUÇÃO

A dosimetria é um ramo da ciência acústica que objetiva identificar e qualificar a magnitude do risco físico ruído como potencial causa de doença ocupacional. Dessa forma, utiliza-se os valores de cada ponto que faz parte da rota de trabalho do funcionário para o cálculo da dose. A dose é uma ponderação entre o tempo de exposição e o tempo permitido de exposição para aquele nível de ruído sem ocasionar danos à saúde ocupacional conforme Multee (2019). A fórmula para o cálculo da dose encontra-se disponível na Equação 1.4.

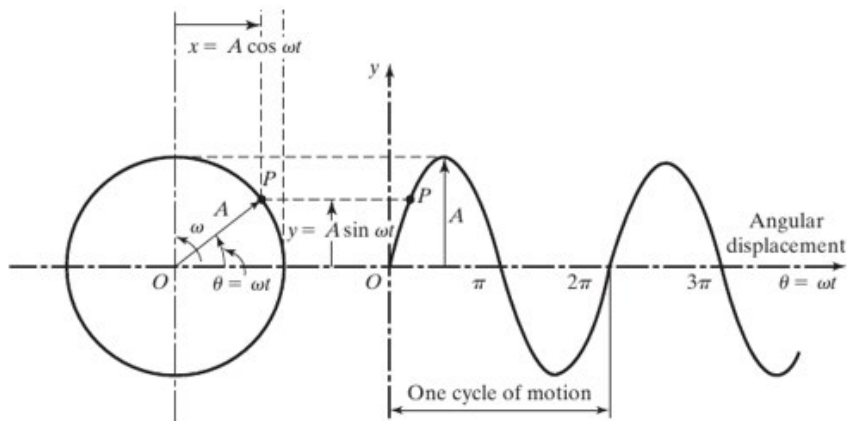
Conforme Gerges (2000), o som pode ser definido como flutuações de pressão em um meio compressível. Porém, não são todas as flutuações de pressão que são audíveis ao ouvido humano. Dessa forma, somente ocorrerá a sensação de som quando a amplitude destas flutu-

ações e a frequência com que elas se repetem estiver dentro da faixa de 20 Hz a 20 kHz. As ondas que se encontram acima e abaixo desta faixa são denominadas, respectivamente, ondas ultrassônicas e ondas infrassônicas.

O som é parte da vida cotidiana das pessoas. No entanto, existem sons que são desagradáveis e indesejáveis. Estes sons são definidos como ruído. O efeito do ruído no indivíduo depende da amplitude, frequência, duração e também da atitude do indivíduo perante ele. Segundo Rao (2011), a amplitude de vibração é o deslocamento máximo de um corpo vibrante de sua posição de equilíbrio.

A Figura 1.1 ilustra o conceito de amplitude de vibração de uma onda, no caso denotado pela letra A. A frequência é o número de ciclos por unidade de tempo. A duração é o tempo no qual ocorre as flutuações de pressão em um meio compressível e caso, estejam na faixa de 20 Hz a 20 kHz serão audíveis pelo ouvido humano.

**Figura 1.1 - Movimento harmônico como a projeção do final de um vetor rotativo.**



**Fonte: Rao (2011).**

O potencial de danos auditivos de um dado ruído depende de seu nível e da sua duração. Por exemplo, uma exposição de um minuto a 100 dB não é tão prejudicial quanto uma exposição de 60 minutos a 90 dB. Para solucionar este tipo de problema, utiliza-se um valor único, Leq. O Leq é o nível sonoro médio integrado durante uma faixa de tempo específica conforme a Equação 1.3. Este cálculo se baseia na energia do ruído, pressão sonora quadrática. O nível de pressão sonora, NPS, é dado pela Equação 1.1.  $P_0 = 0,00002 \text{ N/m}^2$  e é o valor de referência que corresponde ao limiar da audição em 1.000 Hz. A escala dB apresenta uma correlação com a audibilidade humana muito melhor comparada a escala absoluta ( $\text{N/m}^2$ ). Assim, um dB constitui a menor variação que o ouvido humano pode perceber. Um acréscimo de 6 dB no nível de pressão sonora corresponde a dobrar a pressão sonora. P é a pressão acústica.

$$NPS = 10 \log \frac{P^2}{P_0^2} \quad (1.1)$$

A pressão acústica pode ser definida como a magnitude da flutuação de pressão total  $P_t(t)$  em comparação com a pressão atmosférica estática  $P_a \approx 1.000 \text{ milibar}$  em condições normais de temperatura e pressão ambiental. Dessa forma, obtêm-se a Equação (1.2).

$$P(t) = P_t(t) - P_a \quad (1.2)$$

Na Equação 1.3 T representa o tempo de integração, P(t) a pressão acústica instantânea, P<sub>o</sub> pressão acústica de referência ( $2 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2$ ) e o Leq constitui o nível contínuo (estacionário) equivalente em dB(A), que possui o mesmo potencial de lesão auditiva que o nível variado considerado.

$$Leq = 10 \log \frac{1}{T} \int_0^T \frac{P^2(t)}{P_o^2} dt \quad (1.3)$$

Conforme Gerges (2000), as normas ISO/1.995 e 1.999 explanam o método para se calcular o Leq. No entanto, existem medidores de doses de ruído que realizam este cálculo de forma automática. Estes medidores possuem versões fixas e portáteis. Os medidores portáteis podem ser colocados na roupa do funcionário, com o microfone próximo ao ouvido. Dessa forma, os medidores portáteis possuem o objetivo de verificar a dose máxima permitida. Segundo a Portaria Brasileira 3.214 de 08 de junho de 1.978, a dose máxima permitida é de 85 dB(A) para uma jornada de trabalho de oito horas.

Outra forma de medição é o Nível de Exposição Sonora – NES. Este valor é utilizado para ruído transiente, como por exemplo o ruído gerado pela passagem de um avião. O NES é definido como o Leq normalizado para um segundo tempo de integração.

Segundo Gerges (2000), a exposição a níveis diferentes de ruído é considerada adequada conforme os limites previstos pela portaria Brasileira 3.214 de 08 de junho de 1.978 caso o valor da Dose Diária de Ruído – D não exceda a unidade. A Equação 1.4 apresenta a fórmula para o cálculo da Dose Diária de Ruído – D.

$$D = \frac{C_1}{T_1} + \frac{C_2}{T_2} + \frac{C_3}{T_3} + \dots + \frac{C_m}{T_m} \quad (1.4)$$

Na Equação 1.4, C<sub>i</sub> representa o tempo real de exposição a um específico NPS, Nível de Pressão Sonora, T<sub>i</sub>, por sua vez, é o tempo total permitido para aquele NPS.

Conforme Oliveira Filho (2011), o tempo total permitido para aquele NPS, T<sub>i</sub> é obtido pela fórmula da Equação 1.5.

$$T_i = \frac{16}{10^{(dB-80) \cdot \log(2)/5}} \quad (1.5)$$

Na Equação 1.5, T<sub>i</sub> representa o tempo total permitido para aquele NPS e dB representa o valor do NPS. Utilizou-se para o cálculo da dosimetria deste trabalho as equações 2.4 e 2.5. Utilizou-se os limites de exposição permissíveis da NR 15 do Ministério do Trabalho, com fator de troca igual a 5 conforme a Equação 1.5. Durante o desenvolvimento dos cálculos, considerou-se o tempo de exposição quando o funcionário está dentro do posto de trabalho realizando alguma atividade, além da exposição no trajeto entre os postos de trabalho ao longo da rota.

## MODELAGEM MATEMÁTICA

O PCV (Problema do Caixeiro Viajante) pode ser definido como um veículo que deve visitar todas as cidades e retornar à origem, passando uma única vez em cada cidade e minimizando a distância percorrida (Costa, 2011).

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n r_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

A Equação 2.1 representa a função objetivo a ser minimizada, na qual  $r_{ij}$  são os valores de dose, na planta industrial que o funcionário ficará exposto ao se deslocar entre o equipamento  $i$  e o equipamento  $j$ , e  $x_{ij}$  é uma variável de decisão binária que recebe o valor 1 caso o funcionário se desloque entre o equipamento  $i$  e o equipamento  $j$  ou 0 caso contrário. O ato do funcionário se deslocar entre os diversos equipamentos será considerado a rota a ser percorrida.

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j \quad (2.2)$$

A restrição imposta pela Equação 2.2 garante que o funcionário vá ao equipamento  $j$  somente uma vez em cada rota percorrida.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i \quad (2.3)$$

A restrição presente na Equação 2.3 impõe que o funcionário deixe somente uma vez o equipamento  $i$  em cada rota.

$$\sum_{i=1}^n f_{ij} - \sum_{j=1}^n f_{ji} = 1 \quad \forall j \text{ com } j \neq 1 \quad (2.4)$$

$$f_{ij} \leq (n_{\text{ós}} - 1) x_{ij} \quad \forall i, j \quad (2.5)$$

As restrições das Equações 2.4 e 2.5 funcionam em conjunto para evitar a formação de subrotas. Uma subrota seria uma rota na qual o funcionário não inspeciona todos os equipamentos da fábrica antes de retornar ao ponto inicial. A variável de decisão  $f_{ij}$  representa o fluxo entre os equipamentos  $i$  e  $j$ , o fluxo entra em um nó  $j$  (equipamento  $j$ ) deve ser uma unidade maior do que o fluxo que sai do mesmo nó  $j$ . Desta forma, o funcionário deve deixar uma unidade de fluxo em cada equipamento visitado permitindo que o modelo matemático diferencie os equipamentos inspecionados dos não inspecionados. O fluxo máximo é limitado ao número máximo de nós para evitar que o funcionário possa percorrer alguma subrota utilizando o fluxo excedente.

$$\begin{aligned} x_{ij} &\in \{0,1\} & \forall i,j \\ f_{ij} &\in \mathbb{Z} & \forall i,j \\ f_{ij} &\geq 0 & \forall i,j \end{aligned} \quad (2.6)$$

A Equação 2.6 é uma restrição que garante que o  $x$  seja binário e o fluxo seja inteiro e não negativo.

## MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

Para Lima *et al.* (2015), a solução para o problema de roteamento de veículos (PRV) deve conter um conjunto de rotas a serem utilizadas por uma frota de veículos homogêneos, no caso deste trabalho, funcionários para atendimento de um conjunto de clientes, equipamentos. Dessa forma, busca-se minimizar o custo da operação, o ruído. O PRV é baseado em algumas premissas. Primeiro, as rotas devem iniciar e terminar no mesmo ponto da operação, ou seja, no biombo de operação no caso deste trabalho. A segunda premissa consiste em cada equipamento deve ser inspecionado uma única vez e solucionado integralmente por um único funcionário. A soma das demandas de uma rota não pode exceder a capacidade de atendimento de cada funcionário. Sabe-se da literatura que problemas desta magnitude são classificados como NP-hard, pois a ordem de complexidade é não polinomial.

Laporte (1992) aponta que no PRV a demanda dos clientes (equipamentos) deve ser previamente definida e que deve ser atendida de forma completa por um único veículo (funcionário). A capacidade dos veículos é homogênea e deve ser definida de forma prévia também e os veículos partem de um mesmo ponto (biombo de operação). Há a restrição de capacidade do veículo a qual determina que a soma das demandas dos equipamentos da rota não pode, de forma alguma, exceder a capacidade do funcionário.

Na modelagem realizada para a planta industrial de geração de energia, utilizou-se dois funcionários, sendo a capacidade de cada funcionário foi definida como 5 equipamentos. No total, devem ser inspecionados 10 equipamentos da planta industrial. A Equação 3.1 representa a função objetivo a ser minimizada, na qual  $d_{ij}$  são os valores da dose aos quais o funcionário ficará exposto ao se deslocar entre o equipamento  $i$  e o equipamento  $j$ , e  $x_{ij}$  é uma variável de decisão binária que recebe o valor 1 caso o funcionário se desloque entre o equipamento  $i$  e o equipamento  $j$  ou 0 caso contrário. O ato do funcionário se deslocar entre os diversos equipamentos será considerado a rota a ser percorrida. Para facilitar o entendimento das fórmulas utilizou-se a abreviatura “equip” para representar o conjunto dos equipamentos disponíveis.

$$\text{minimizar } \sum_{i \in \text{equip}} \sum_{j \in \text{equip}} d_{ij} x_{ij} \quad (3.1)$$

A restrição presente na Equação 3.2 impõe que um único funcionário deixe somente uma vez o equipamento  $i$  em cada rota.

$$\sum_{j \in \text{equip}} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in \text{equip} | i \neq 1 \quad (3.2)$$

A restrição imposta pela Equação 3.3 garante que um único funcionário vá ao equipamento  $j$  somente uma vez em cada rota percorrida.

$$\sum_{i \in \text{equip}} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in \text{equip} | j \neq 1 \quad (3.3)$$

As restrições das Equações 3.4 e 3.5 funcionam em conjunto para evitar a formação de subrotas. Uma subrota seria uma rota na qual um funcionário não inspeciona todos os equipamentos da fábrica designados a ele antes de retornar ao ponto inicial. A variável de decisão  $f_{ij}$  representa o fluxo entre os equipamentos  $i$  e  $j$ , o fluxo entra em um nó  $j$  (equipamento  $j$ ) deve ser uma unidade maior do que o fluxo que sai do mesmo nó  $j$ .

Desta forma, um funcionário deve deixar uma unidade de fluxo em cada equipamento visitado permitindo que o modelo matemático diferencie os equipamentos inspecionados dos não inspecionados. O fluxo máximo é limitado ao número máximo de nós para evitar que o funcionário possa percorrer alguma subrota utilizando o fluxo excedente. A demanda representa a necessidade do equipamento de ser inspecionado em tempo, ou seja, uma demanda igual a 6 significa que uma máquina necessita de 6 minutos para ser inspecionada. Nesta simulação, utilizou-se o tempo igual a 1 unidade adimensional.

$$\sum_{i \in equip} f_{ij} - \sum_{j \in equip} f_{ji} = demanda_j \quad \forall j \in equip | j \neq 1 \quad (3.4)$$

$$f_{ij} \leq x_{ij} \cdot capacidade \quad \forall i, j \in equip \quad (3.5)$$

O termo capacidade que aparece na Equação 3.5 representa o tempo disponível para inspecionar todas as máquinas.

Na Equação 3.6, observa-se que a quantidade de funcionário que sai deve ser igual ao que entra no posto para inspecionar o equipamento, ou seja, saem 6 funcionários, voltam 6 funcionários, o que sai é igual ao que entra,  $i = 1$  e  $j = 1$ .

$$\sum_{j \in equip} x_{1j} = \sum_{j \in equip} x_{j1} \quad (3.6)$$

Além disso,  $x_{ij}$  é uma variável de decisão binária que recebe o valor 1 caso o funcionário se desloque entre o equipamento  $i$  e o equipamento  $j$  ou 0 caso contrário e o fluxo é inteiro não negativo conforme Equação 3.7.

$$\begin{aligned} x_{ij} &\in \{0,1\} & \forall i, j \in equip \\ f_{ij} &\geq 0 & \forall i, j \in equip \end{aligned} \quad (3.7)$$

## RESULTADOS OBTIDOS COM A MODELAGEM MATEMÁTICA

Esta seção apresenta os resultados preliminares obtidos modelando o problema como um Problema do Caixeiro Viajante e como um Problema de Roteamento de Veículos para os dados de Nível de Pressão Sonora, distância total percorrida e dosimetria.

### Problema do Caixeiro Viajante considerando o Nível de Pressão Sonora

O resultado do trabalho foi a partir dos níveis de pressão sonora obter a rota com menor exposição ao ruído. Essa rota foi ponto 1, ponto 3, ponto 4, ponto 10, ponto 6, ponto 7, ponto 8, ponto 5, ponto 2, ponto 9, ponto 1. Para este modelo, foi encontrada a exposição de ruído máxima de 110,14 dB(A), aproximadamente conforme Tabela 4.1.

**Tabela 4.1- Resultados experimentais para os níveis de pressão sonora**

Quantidade de iterações	216
Rota	9 → 1 → 3 → 4 → 10 → 6 → 7 → 8 → 5 → 2
Maior exposição ruído	110,14 dB(A)
Tempo de processamento	0,04 s
Tolerância	1,00e-04

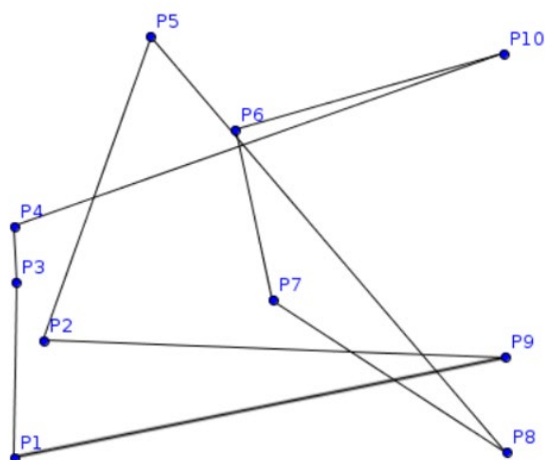
**Fonte: Autoria Própria.**

Dessa forma, foi possível obter uma rota que minimizasse a exposição ao ruído para o



funcionário da planta industrial. É possível observar na Tabela 1.1 que foram necessárias 216 iterações, num tempo de processamento de 0,04 segundos, com uma tolerância de  $1,00e-04$ . Na Figura 4.1. observa-se o grafo da rota para o funcionário.

**Figura 4.1- Grafo da rota modelado como PRV**



**Fonte: Autoria Própria.**

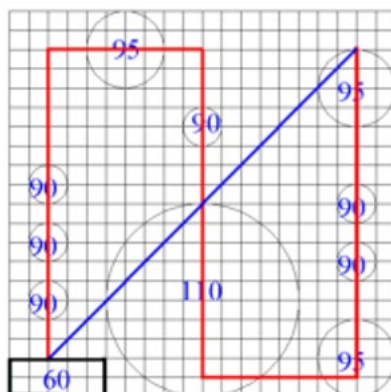
Como continuidade desta pesquisa, desenvolveu-se um novo modelo de forma a considerar o caminho mínimo ao invés do ruído para o roteamento e realizar a comparação dos resultados.

### **Problema do Caixeiro Viajante considerando a distância total percorrida**

A partir do pressuposto de que quanto menor o caminho que o funcionário fizer, ele estará menos exposto ao ruído, utilizou-se a modelagem por problema de caminho mínimo. Dessa forma, em vez de otimizar os níveis de pressão sonora, utilizou-se neste caso minimizar a distância percorrida pelo funcionário. O cálculo das distâncias foi feito com base no mapa da Figura 4.2.

Na Figura 4.2, cada quadrado da malha corresponde às dimensões de 1 metro quadrado ( $m^2$ ). Dessa forma, foram estimadas as distâncias entre as fontes. O resultado do trabalho foi a partir das distâncias percorridas pelo funcionário obter a rota com menor distância e, por conseguinte, com menos exposição ao ruído. Essa rota foi ponto 1, ponto 2, ponto 3, ponto 4, ponto 5, ponto 10, ponto 9, ponto 8, ponto 7, ponto 6, ponto 1.

**Figura 4.2 - Mapa da planta industrial**



**Fonte: Autoria Própria.**



Para este modelo, foi encontrada uma função objetivo de valor 76 metros, aproximadamente conforme Tabela 4.2. Esta rota coincide com a rota encontrada por Oliveira Filho (2011) em sua tese.

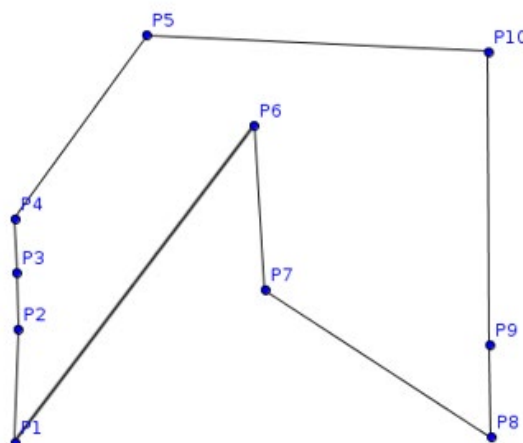
**Tabela 4.2 - Resultados para o modelo de caminho mínimo**

Quantidade de iterações	281
Rota	1 → 2 → 3 → 4 → 5 → 10 → 9 → 8 → 7 → 6 → 1
FO	76 m
Tempo de processamento	0,05 s
Tolerância	1,00e-04

**Fonte: Autoria Própria.**

Um grafo que ilustra o roteamento pode ser observado na Figura 4.3. Dessa forma, foi possível obter uma rota que minimizasse a exposição ao ruído máximo para o funcionário da planta industrial. É possível observar na Tabela 4.2 que foram necessárias 281 iterações, num tempo de processamento de 0,05 segundos, com uma tolerância de 1,00e-04.

**Figura 4.3 - Grafo do Modelo de Caminho Mínimo**



**Fonte: Autoria Própria.**

## Problema do Caixeiro Viajante considerando a dosimetria

Procedeu-se o cálculo da dosimetria entre os postos de vistoria da planta industrial e também considerou-se a exposição devido à permanência em cada nó ou ponto de vistoria. Para tal utilizou-se os níveis de pressão sonora no ambiente de trabalho e o tempo despendido pelo trabalhador em cada uma das atividades realizadas durante a jornada de trabalho. Na Tabela 4.3 é possível observar os resultados obtidos para a modelagem do problema como um PCV com a condição de um funcionário para a realização da jornada de trabalho.

**Tabela 4.3 - Resultados Modelo PCV Dosimetria**

Quantidade de iterações	275
Rota funcionário	1 → 6 → 7 → 8 → 10 → 9 → 4 → 3 → 2 → 5
Dose funcionário	0,179869
Tempo de processamento	0,06 s
Tolerância	1,00e-04

**Fonte: Autoria Própria.**

## CONCLUSÕES E CONTINUIDADE DA PESQUISA

Pode-se aplicar as modelagens matemáticas desenvolvidas para unidades fabris de quaisquer segmentos. Assim, propõe como continuidade da pesquisa o uso de algoritmos adaptados a algumas empresas para validar as modelagens desenvolvidas.

Cabe ressaltar que para o caso de empresas que trabalhem somente com um inspetor para a realização das rotas de manutenção deve-se utilizar uma modelagem baseada no PCV – Problema do Caixeiro Viajante.

Por outro lado, caso a unidade fabril possua maiores dimensões, com vários andares é interessante que tenha, por exemplo, dois inspetores e dessa forma, deve-se utilizar uma implementação baseada no PRV – Problema de Roteamento de Veículos.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério do Trabalho. Portaria nº 3.214, de 8 de junho de 1978. Aprova as normas regulamentadoras – NR – do Capítulo V, Título II, da Consolidação das Leis do Trabalho, relativas a Segurança e Medicina do Trabalho. Diário Oficial da União, Poder Executivo, Brasília, DF, jun. 1978.
- COSTA, P. P. Teoria de Grafos e Suas Aplicações. Rio Claro – SP, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, 2011, 79 p. Dissertação de Mestrado.
- GERGES, S. N. Y. Ruído Fundamentos e Controle. NR: Florianópolis, 2000.
- LAPORTE, G. The Vehicle Routing Problem: an overview of exact and approximate algorithms. European Journal of Operational Research, v. 59, n. 3., p. 345-358. 1992.
- LIMA, S. J. A.; SANTOS, R. A. R.; ARAUJO, S. A. Otimização do Problema de Roteamento de Veículos Capacitado Usando Algoritmos Genéticos e as Heurísticas de Gillet e Miller e Descida de Encosta. XXXV Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 2015.
- MULTEE, P. Dosimetria de Ruído. 2019. Disponível em: <<http://www.multee.com.br/servicos-de-engenharia/seguranca-do-trabalho/agentes-fisicos/dosimetria-de-ruído/>>. Acesso em 06 de Março de 2019.
- OLIVEIRA FILHO, R. H. Uma Metodologia para a Avaliação Virtual da Dose de Exposição ao Ruído no Ambiente de Trabalho. Uberlândia – MG, Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica, 2011, 186 p. Tese de Doutorado.
- RAO, S. S. Mechanical Vibrations. Miami: Prentice Hall. 2011. 1105 p. Fifth edition.