

Educação matemática:

novas tendências, novos desafios

Marcos Pereira dos Santos
(Organizador)

Direção Editorial

Prof.º Dr. Adriano Mesquita Soares

Organizador

Prof.º Dr. Marcos Pereira dos Santos

Capa

AYA Editora

Revisão

Os Autores

Executiva de Negócios

Ana Lucia Ribeiro Soares

Produção Editorial

AYA Editora

Imagens de Capa

br.freepik.com

Área do Conhecimento

Ciências Exatas e da Terra

Conselho Editorial

Prof.º Dr. Aknaton Toczec Souza
Centro Universitário Santa Amélia
Prof.ª Dr.ª Andreia Antunes da Luz
Faculdade Sagrada Família
Prof.º Dr. Carlos López Noriega
Universidade São Judas Tadeu e Lab. Biomecatrônica -
Poli - USP
Prof.º Me. Clécio Danilo Dias da Silva
Centro Universitário FACEX
Prof.ª Dr.ª Daiane Maria De Genaro Chiroli
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof.ª Dr.ª Déborah Aparecida Souza dos Reis
Universidade do Estado de Minas Gerais
Prof.ª Dr.ª Eliana Leal Ferreira Hellvig
Universidade Federal do Paraná
Prof.º Dr. Gilberto Zammar
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof.ª Dr.ª Ingridi Vargas Bortolaso
Universidade de Santa Cruz do Sul
Prof.ª Ma. Jaqueline Fonseca Rodrigues
Faculdade Sagrada Família
Prof.º Dr. João Luiz Kovaleski
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof.º Me. Jorge Soistak
Faculdade Sagrada Família
Prof.º Me. José Henrique de Goes
Centro Universitário Santa Amélia
Prof.ª Dr.ª Leozenir Mendes Betim
Faculdade Sagrada Família e Centro de Ensino
Superior dos Campos Gerais
Prof.ª Ma. Lucimara Glap
Faculdade Santana

Prof.º Dr. Luiz Flávio Arreguy Maia-Filho
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Prof.º Me. Luiz Henrique Domingues
Universidade Norte do Paraná
Prof.º Dr. Marcos Pereira dos Santos
Faculdade Rachel de Queiroz
Prof.º Me. Myller Augusto Santos Gomes
Universidade Estadual do Centro-Oeste
Prof.ª Dr.ª Pauline Balabuch
Faculdade Sagrada Família
Prof.º Me. Pedro Fauth Manhães Miranda
Centro Universitário Santa Amélia
Prof.ª Dr.ª Regina Negri Pagani
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof.º Dr. Ricardo dos Santos Pereira
Instituto Federal do Acre
Prof.ª Ma. Rosângela de França Bail
Centro de Ensino Superior dos Campos Gerais
Prof.º Dr. Rudy de Barros Ahrens
Faculdade Sagrada Família
Prof.º Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares
Universidade Federal do Piauí
Prof.ª Ma. Sílvia Apª Medeiros Rodrigues
Faculdade Sagrada Família
Prof.ª Dr.ª Sílvia Gaia
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof.ª Dr.ª Sueli de Fátima de Oliveira Miranda Santos
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof.ª Dr.ª Thaisa Rodrigues
Instituto Federal de Santa Catarina

© 2021 - **AYA Editora** - O conteúdo deste Livro foi enviado pelos autores para publicação de acesso aberto, sob os termos e condições da Licença de Atribuição Creative Commons 4.0 Internacional (**CC BY 4.0**). As ilustrações e demais informações contidas desta obra são integralmente de responsabilidade de seus autores.

E2446 Educação matemática: novas tendências, novos desafios [recurso eletrônico]. / Marcos Pereira dos Santos (organizador) -- Ponta Grossa: Aya, 2021. 123 p. – ISBN 978-65-88580-53-0

Inclui biografia

Inclui índice

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader.

Modo de acesso: World Wide Web.

DOI 10.47573/aya.88580.2.36

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Trigonometria. I. Santos, Marcos Pereira dos. II. Título

CDD: 510

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Bruna Cristina Bonini - CRB 9/1347

International Scientific Journals Publicações de
Periódicos e Editora EIRELI

AYA Editora©

CNPJ: 36.140.631/0001-53

Fone: +55 42 3086-3131

E-mail: contato@ayaeditora.com.br

Site: <https://ayaeditora.com.br>

Endereço: Rua João Rabello Coutinho, 557
Ponta Grossa - Paraná - Brasil
84.071-150

Apresentação

Leitores, leitoras:

Singelas e cordiais saudações: educacionais, matemáticas e educacionais matemáticas!

Ao abrir, folhear e ler atentamente as páginas de um livro científico não há como ficar indiferente, pois um universo sem igual de informações, conhecimentos, saberes, experiências, práticas, estudos, pesquisas, perquirições, sentimentos e emoções se desvela; levando-nos, à luz da racionalidade e rigorosidade científicas, a pensar, refletir, analisar, interpretar, conjecturar, comparar, imaginar, idealizar, projetar, retroalimentar, re-dimensionar e ressignificar concepções e valores.

Numa só expressão: ocorre uma mutação alquímica de capital relevância. Há uma transposição do mundo meramente sensível para o plano inteligível, apreendendo-se e parafraseando-se, aqui, as sábias palavras do filósofo grego Platão de Atenas (427-347 a.C.), contidas no célebre texto “A alegoria da caverna”, de A República: livro VII, cujos créditos autorais lhe pertencem.

Posto isto de forma preliminar, me sinto muitíssimo honrado, grato e alegre em redigir a (breve) Apresentação desta primorosa obra científica intitulada Educação matemática: novas tendências, novos desafios, da qual sou organizador e também autor de um dos nove capítulos textuais-autorais que a compõem.

A Educação Matemática, como campo científico e disciplina curricular, por excelência, traz em seu bojo múltiplas facetas, matizes e nuances, as quais agregam diversos temas e assuntos alusivos ao processo ensino-aprendizagem de Matemática, em termos teóricos, práticos e teórico-práticos. Nesse contexto, o perene e o novo em Educação Matemática ora se mesclam, ora se separam; englobando assim potencialidades, possibilidades, limitações, tendências, desafios e perspectivas.

Os nove excelsos capítulos textuais, elaborados em formato de artigos científicos, são oriundos de leituras, estudos, pesquisas científicas e práticas pedagógicas desenvolvidas pelos(as) seus(suas) respectivos(as) autores(as) e coautores(as) na subárea de Educação Matemática, a qual é resultante de um enlace sinérgico entre as áreas de Educação e Matemática.

Destituídos de possíveis hierarquizações (co)autorais e/ou temáticas, os nove capítulos textuais que engendram e eternizam a presente obra científica digital, ora de domínio público e acesso livre e gratuito por tempo indeterminado, estão sequencialmente assim organizados:

Abrindo com chave de ouro a coletânea científica, no Capítulo 01, os pesquisadores Wilbertt José de Oliveira Moura, Brenda Ferreira Borges Guimarães e Eunice Carvalho de Sousa refletem criticamente sobre a “Aplicação do método da exaustão para irracionalidade de π via Geogebra e Excel 9”.

O Capítulo 02, por sua vez, aborda a “Lei de resfriamento de Newton e a modelagem matemática”, tendo como autores: Karen Gabriela de Oliveira, Wilbertt José de Oliveira Moura e

Dárcio José Ferreira Castelo Branco.

O Capítulo 03, de crédito autoral alusivo a Remo Mannarino, traz à mesa de debates o seguinte tema: “Matemática, uma visão alternativa”.

Compondo o Capítulo 04 nominado de “Trigonometria: explorando a interatividade e o dinamismo do GeoGebra”, tem-se a valiosa contribuição autoral de Jairo Renato Araujo Chaves, Karine Faverzani Magnago e Márcio Marques Martins.

A seguir, Lucinéia de Souza Gomes, Luiz Rodrigo de Oliveira, Célia Aparecida Dias Ferreira Louzada e Edmar Reis Thienzo discutem cientificamente, no Capítulo 05, acerca das “Práticas pedagógicas inclusivas no ensino de matemática”.

O Capítulo 06 intitulado “O ensino de matemática na escola do campo: uma reflexão sobre as possíveis articulações” encontra-se ao encargo dos docentes-pesquisadores Paulo Marcos Ferreira Andrade, Célia Aparecida Dias Ferreira Louzada, Edinei Ferreira da Silva Andrade e Euvania Dias Ferreira da Costa.

Ana Paula de Souza Bonizário, professora-mestra e supervisora pedagógica, no Capítulo 07, analisa com maestria e de modo crítico-reflexivo a “Identidade profissional de docentes que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental”.

O Capítulo 08, cuja autoria pertence a Alaíde Pereira Japecanga Aredes, aborda a temática “Soroban: contribuição para o ensino de matemática”.

Em última instância, no Capítulo 09, porém não menos importante, o professor-pesquisador Marcos Pereira dos Santos apresenta riquíssimas reflexões epistemológicas, metodológicas e didático-pedagógicas concernentes ao “Ensino-aprendizagem de expressões matemáticas numéricas na educação matemática básica escolar: para quê?”.

Diante do exposto, cabe-nos enfatizar que a miscelânea de seletos artigos científicos compilados é de (re)leitura recomendável e utilização ímpar por todos(as) os(as) profissionais da Educação (pesquisadores/as, educadores/as, docentes, professorandos/as, pedagogos/as, gestores/as escolares e coordenadores/as pedagógicos/as) e, principalmente, por aqueles(as) oriundos(as) do campo da Matemática e da subárea de Educação Matemática; bem como pelos(as) discentes e por todas as demais pessoas que ensinam, aprendem ou ensinam-e-aprendem Matemática, seja dentro ou fora do espaço educativo escolar ou universitário.

Por ora, é só.

Grande abraço e até uma próxima oportunidade!

Prof. Dr. Marcos Pereira dos Santos
Organizador

SUMÁRIO

01

Aplicação do método da exaustão para irracionalidade de π via geogebra e Excel.....9

Wilbertt José De Oliveira Moura

Brenda Ferreira Borges Guimarães

Eunice Carvalho de Sousa

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.1

02

Lei de resfriamento de Newton e a modelagem matemática.....18

Karen Gabriela de Oliveira

Wilbertt José De Oliveira Moura

Dárcio José Ferreira Castelo Branco

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.2

03

Matemática, uma visão alternativa.....25

Remo Mannarino

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.3

04

Trigonometria: explorando a interatividade e o dinamismo do GeoGebra.....45

Jairo Renato Araujo Chaves

Karine Faverzani Magnago

Márcio Marques Martins

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.4

05

Práticas pedagógicas inclusivas no ensino de matemática.....63

Lucinéia de Souza Gomes

Luiz Rodrigo de Oliveira

Célia Aparecida Dias Ferreira Louzada

Edmar Reis Thiengo

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.5

06

O ensino de matemática na escola do campo: uma reflexão sobre as possíveis articulações.....71

Paulo Marcos Ferreira Andrade

Célia Aparecida Dias Ferreira Louzada

Edinei Ferreira da Silva Andrade

Euvania Dias Ferreira da Costa

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.6

07

Identidade profissional de docentes que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.....82

Ana Paula de Souza Bonizário

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.7

08

Soroban: contribuição para o ensino de matemática.....97

Aláide Pereira Japecanga Aredes

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.8

09

**Ensino-aprendizagem de expressões matemáticas numéricas na educação matemática básica escolar: para quê?.....
.....108**

Marcos Pereira dos Santos

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.9

Organizador.....119

Índice remissivo.....120

Trigonometria: explorando a interatividade e o dinamismo do GeoGebra

Trigonometry: exploring the interactivity and dynamism of GeoGebra

Jairo Renato Araujo Chaves

Colégio Militar de Santa Maria

<http://lattes.cnpq.br/4336714558553511>

Karine Faverzani Magnago

Departamento de Matemática (UFSM)

<http://lattes.cnpq.br/6287633891820939>

Márcio Marques Martins

Mestrado Profissional em Ensino de Ciências (UNIPAMPA/Bagé)

<http://lattes.cnpq.br/3000763401885447>

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.4

Resumo

O alvo principal desse trabalho é verificar como a utilização do software GeoGebra pode contribuir para a compreensão por parte dos alunos, dos conceitos básicos da Trigonometria, explorando a interatividade e o dinamismo proporcionados por essa ferramenta computacional. Para isso, os alunos foram convidados a utilizar aplicativos construídos no GeoGebra para resolver uma sequência de doze atividades elaboradas pelos autores. A aplicação das atividades aconteceu com um grupo de 19 alunos voluntários do 2º ano do Ensino Médio do Colégio Militar de Santa Maria, que tinham como expectativa reforçar os conhecimentos acerca do assunto, pois os mesmos já tinham estudado Trigonometria em séries anteriores. A pesquisa realizada foi do tipo intervenção pedagógica, de caráter qualitativo e quantitativo e procurou investigar o ganho percentual na aprendizagem relacionado à aplicação das atividades por meio do Método de Richard Hake. Para esse fim, foram utilizados pré e pós-testes sobre o conteúdo abordado com as atividades estudadas. Como resultado, foi observado um ganho acima de 66%.

Palavras-chave: trigonometria, funções trigonométricas, aprendizagem, GeoGebra.

Abstract

The main aim of this work is checking how the use of GeoGebra software can contribute to the students' understanding of the basic concepts of trigonometry, exploring the interactivity and dynamism provided by this computational tool. For this, students were invited to use applications built in GeoGebra to solve a sequence of twelve activities developed by the authors. The application of the activities took place with a group of 19 volunteer students from the 2nd year of high school at Colégio Militar de Santa Maria, who had the expectation of strengthening their knowledge on the subject, as they had ever studied Trigonometry in previous grades. The research carried out was a pedagogical intervention, qualitative and quantitative, and it sought to investigate the percentage gain in learning related to the application of activities through the Richard Hake Method. For this purpose, pre and post tests were used on the content covered with the activities studied. As a result, a gain of over 66% was observed.

Keywords: trigonometry, trigonometric functions, learning, GeoGebra.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho foi desenvolvido durante a formação de um dos autores no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), realizado na instituição associada UFSM. Esse curso busca aprimorar a formação matemática dos egressos, que prioritariamente são docentes de matemática atuantes na rede pública de ensino da Educação Básica, e as dissertações produzidas devem versar sobre tópicos relevantes para a prática docente desses estudantes-professores (PROFMAT, 2021).

Esta pesquisa desencadeou-se da necessidade de tornar o estudo dos conceitos básicos da Trigonometria mais efetivo e interessante para os discentes. Originou-se da percepção de que, muitas vezes, eles simplesmente decoram tabelas e valores numéricos para o seno, o cosseno e a tangente, sem ao menos compreenderem seus reais significados. Gráficos, domínios, imagens e períodos das principais Funções Trigonométricas tornam-se “enigmas” assimilados mecanicamente.

Por outro lado, os estudantes, no seu dia a dia, são bombardeados por uma infinidade de recursos digitais, sejam eles aplicativos de celulares, redes sociais, plataformas de ensino, vídeo aula e por toda a sorte de informações. Sendo assim, vivem num mundo globalizado e dinâmico que está em constante transformação.

Buscando-se aliar o estudo da Trigonometria a um recurso computacional de geometria dinâmica, nesse caso o GeoGebra, deu-se esta investigação, realizada com alunos do segundo ano do Ensino Médio, no Colégio Militar de Santa Maria, no terceiro trimestre de 2018.

A razão da escolha do segundo ano para o desenvolvimento da pesquisa foi o fato desses alunos terem estudado Trigonometria no primeiro ano. Daí, o foco da pesquisa aponta para quão eficaz é a introdução desse elemento didático adicional – o GeoGebra – na compreensão desses conceitos básicos, originando a seguinte questão norteadora: O uso do GeoGebra contribui para a compreensão pelos alunos sobre conceitos básicos das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente, bem como das Funções Seno, Cosseno e Tangente?

Para responder a esse questionamento, foi aplicado um pré-teste em que os alunos responderam a um conjunto de questões relacionadas aos conceitos básicos da Trigonometria e Funções Trigonométricas. Na sequência do trabalho, foram propostas 12 atividades de Trigonometria no laboratório de informática, onde foi utilizado o software GeoGebra como ferramenta para a visualização das interações e simulações gráficas. Na sequência, aplicou-se novamente o mesmo questionário inicial, sendo chamado agora de pós-teste, a fim de serem comparados os conhecimentos prévios com os conhecimentos adquiridos após a execução das atividades.

A RELEVÂNCIA DO ESTUDO DA TRIGONOMETRIA

O estudo da Trigonometria no Ensino Fundamental é apresentado como necessário, por exemplo, na resolução de problemas envolvendo cálculo de medidas de distâncias inacessíveis, necessitando que o aluno já tenha conhecimento sobre semelhança de triângulos e do Teorema de Tales para sua solução, dentre outros.

Aos alunos do Ensino Médio, deve-se salientar, como exemplo, a existência de fenômenos repetitivos e que obedecem a determinado período de repetição, justificando assim, a

aplicação da Trigonometria no ciclo trigonométrico e o estudo das Funções Circulares.

De acordo com os PCNEM (BRASIL, 2000), a Trigonometria, apesar de importante, é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações, em detrimento dos aspectos importantes das Funções Trigonométricas e da análise de seus gráficos.

Busca-se por meio desse estudo fundamentar um caminho para que estudantes assimilem e façam uso de alguns aspectos negligenciados no ensino tradicional de Trigonometria.

INSERÇÃO DIGITAL NO ENSINO

Segundo Passos (2007), pensar a informática como um recurso pedagógico é pensá-la como uma ferramenta que pode propiciar um aumento na eficiência e na qualidade da aprendizagem, voltada para a busca de novas estratégias para a produção do conhecimento, e auxiliar na busca de superação de problemas na aprendizagem. A autora cita ainda que a introdução da informática em nossas escolas deve ter um cunho pedagógico, eliminando-se possibilidades de criação de novas disciplinas para tal.

Na contramão dessa fala, várias escolas criaram a disciplina de informática em que um profissional, que não necessariamente é professor, orienta os alunos nesse novo mundo, passando tarefas como digitar e formatar textos, desenhar e pintar figuras, gravar arquivos, etc. Entende-se a necessidade de usar a informática como ferramenta de grande potencial no processo de ensino e aprendizagem. Passos (2007) ainda destaca que cada vez mais o ambiente de aprendizagem informatizado ganha espaço como estratégia de ensino.

É inevitável que os profissionais de educação devam cada vez mais buscar conhecer e aplicar Tecnologias da Informação em suas aulas, visto que o estudante vem imerso em um universo tecnológico dinâmico e espera por um professor atualizado que consiga aliar tecnologia e conhecimento de forma igualmente atrativa. Nos tempos atuais não há mais espaço para discussões sobre se a escola deve ou não utilizar computadores e celulares no processo de ensino e aprendizagem, pois esses já fazem parte do cotidiano de todos nós, sendo, portanto, mais proveitoso discutir como utilizá-los de maneira adequada e produtiva em nossas escolas.

Segundo Borba e Penteado (2001) a utilização das Tecnologias da Informação na educação faz com que o professor deixe a chamada “zona de conforto”, em que quase tudo é conhecido, previsível e controlável, caminhando em direção a uma “zona de risco”, que aparece principalmente em decorrência de problemas técnicos e da diversidade de caminhos e dúvidas que surgem quando os alunos trabalham com um computador. O professor, na medida do possível, deve estar preparado para enfrentar muitos imprevistos, questões e indagações às quais poderá não saber responder, muito mais do que em aulas sem o uso das tecnologias.

Sobre as novas tecnologias Perrenoud (2000, p. 139), comenta:

As novas tecnologias podem reforçar a contribuição dos trabalhos pedagógicos e didáticos contemporâneos, pois permitem que sejam criadas situações de aprendizagem ricas, complexas, diversificadas, por meio de uma divisão de trabalho que não faz mais com que todo o investimento repouse sobre o professor, uma vez que tanto a informação quanto a dimensão interativa são assumidas pelos produtores dos instrumentos.

A sociedade, em geral, está mergulhada no uso crescente das Tecnologias de Informação e Comunicação. A redução significativa do custo, aliada à diminuição constante do tamanho dos equipamentos, bem como a diversidade de opções de uso dos mesmos, foram fatores importantes para a disseminação social da informática e para a política governamental de inclusão digital.

Essa política educacional de inserção digital equipou muitas escolas com laboratórios de informática, porém, provocava pouco reflexo no processo ensino e aprendizagem, pois em muitas escolas os laboratórios de informática, quando usados, como já foi citado, eram apenas para edição de textos, planilhas e busca de informações na internet, conforme comenta Valente (1999, p.12):

Uma outra abordagem muito comum nas escolas, hoje, é a utilização do computador em atividades extraclasse, com o intuito de ter a Informática na escola, porém sem modificar o esquema tradicional de ensino. Certamente, essa abordagem não se encaixa no que entendemos como Informática na Educação. Em geral, essa atividade extraclasse é desenvolvida por um especialista em Informática, cuja função é desenvolver alguma atividade de uso do computador na escola.

A informática, com toda a diversidade de aplicativos e softwares, no sistema educacional, pode ser encarada como uma grande aliada no processo de aprendizagem, desde que seus recursos sirvam para auxiliar a compreensão e a construção do conhecimento.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000), dizem que a formação do aluno deve ter como alvo principal a aquisição de conhecimentos básicos, a preparação científica e a capacidade de utilizar diferentes tecnologias relativas às áreas de atuação.

Pais (2002, p.144) comenta que fazer uso do computador, como uma tecnologia favorável a expansão da inteligência, depende da forma como ocorre a relação entre o usuário e as informações contidas no programa utilizado. Sobre essa relação o autor ainda acrescenta:

Quanto mais interativa for essa relação, maiores serão as possibilidades de enriquecer as condições de elaboração do saber. Este é um dos principais argumentos para justificar a importância do estudo da interatividade no contexto da inserção dos computadores da educação escolar.

Podemos ter diferentes graus de interatividade dentro do contexto didático escolar. Conforme Pais (2002), as situações interativas podem ser diferenciadas em grau de envolvimento entre os interlocutores. O autor afirma ainda que o uso de recursos digitais pode contribuir na expansão de situações interativas, ou seja, as mídias digitais podem expandir o grau de interação.

No estudo de matemática, um aspecto relevante para a aprendizagem é a simulação propiciada pelo uso dos recursos computacionais. Com esses recursos, o aluno tem a possibilidade de manipular parâmetros, observar, fazer conjecturas e comprová-las de forma rápida, e essas ações intervêm diretamente na elaboração dos conceitos e dos conhecimentos em questão.

Sobre ambientes informatizados Gravina e Santarosa (1998), comentam que os mesmos podem ser um grande aliado em minimizar os obstáculos inerentes ao processo de aprendizagem. Na verdade, eles se apresentam como ferramentas com grande potencial, pois favorecem a exploração, a elaboração de conjecturas e gradativa construção de uma teoria matemática formalizada. As autoras ressaltam ainda que os ambientes informatizados oferecem outra importante vantagem, como a possibilidade de realizar grande variedade de experimentos em pouco

tempo, o qual não é possível na utilização estática de quadro e giz.

Para as atividades relatadas nesse texto foram utilizados um software de Geometria Dinâmica que permitem interações e simulações gráficas – o GeoGebra – e uma plataforma de ensino, o MOODLE (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment – em Português Ambiente de Aprendizagem Dinâmico Modular Orientado a Objeto) como um espaço de compartilhamento e troca de conhecimentos entre docentes e alunos, possibilitando ao aluno adequar seu ritmo de estudo e aprendizagem às suas necessidades educacionais.

Peres (2013) comenta que o sistema MOODLE permite a inclusão de conteúdo em etapas, bem como a inserção de material de mídias variadas (textos, vídeos, links) e com diversas possibilidades de interação, como fóruns e chats.

GEOGEBRA, UM SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA

Fora do ambiente docente tradicional, observam-se profissionais engajados na busca por novas tecnologias, pois temem ficar obsoletos e perderem clientela num mercado de trabalho altamente competitivo. Há avanços na medicina, engenharia em todas as suas especificidades, processos de industrialização, comércio, transportes, lazer, e em muitas outras atividades. Com o professor de Matemática parece ser diferente, como afirma D'Ambrósio (2001, p.16):

O fracasso escolar, particularmente em educação matemática, é irreversível no quadro conservador que predomina. A sociedade está mudando, as crianças estão mudando, o conhecimento está mudando. Não há como ser conservador com a educação matemática.

Daí a evidência da necessidade por parte dos profissionais de educação em adequar-se e adequar os conteúdos trabalhados aos novos tempos, construindo uma ponte entre informação e cultura matemática. Os avanços científicos e tecnológicos estão revolucionando esse campo, e isso traz novas necessidades de aprendizagem, novos conteúdos e modificações substantivas ao ensino.

Reforçando essas ideias, de acordo com os PCN (BRASIL, 1998), as tecnologias nas mais variadas formas e usos são um dos mais importantes agentes de transformação da nossa sociedade, tanto pelas mudanças que exercem sobre os meios de produção, quanto pelas consequências de suas aplicações no cotidiano das pessoas. Os recursos da informática influenciam cada vez mais a escrita, leitura, visão, audição, criação e aprendizagem, inserindo-se um grande e novo desafio para a escola, ou seja, o de como incorporar ao seu trabalho novas formas de comunicar e conhecer.

Existem muitos softwares utilizados para o ensino de Matemática e, em especial, os softwares de Geometria Dinâmica, que assim são denominados por serem desenvolvidos em ambientes computacionais, permitindo a construção de objetos geométricos.

Braviano e Rodrigues (2002) comentam, em artigo da Revista do Professor de Matemática, que a Geometria Dinâmica permite a elaboração de construções geométricas no computador, nas quais os elementos básicos podem ser movimentados (interação) sem alterar as posições relativas entre esses elementos e os objetos construídos a partir deles.

Outro aspecto importante são as simulações de situações que podem ser implementadas com a Geometria Dinâmica, mais especificamente no estudo do comportamento dos diver-

dos tipos de funções. Em consonância, Merlo e Assis (2010, p.10) defendem:

Os softwares de simulação envolvem a criação de modelos dinâmicos e simplificados do mundo real permitindo a exploração de progressos reais ou fictícios e os conduzindo a uma situação real de aprendizagem. A grande vantagem das simulações é a possibilidade de mudar e acrescentar dados e variáveis, manipulando assim os elementos que irão intervir na experiência. A simulação motiva respostas, a análise dos resultados e refina conceitos.

Dentre os softwares de Geometria Dinâmica, destaca-se o GeoGebra por ser um software livre reunindo Geometria, Álgebra e Cálculo. O projeto de seu desenvolvimento teve início em 2001 e acabou sendo objeto de tese de doutorado de Markus Hohenwarter, da Universidade Austríaca de Salzburgo, com o objetivo de servir como instrumento apropriado ao ensino de Matemática em sala de aula, juntando operações algébricas e geométricas.

O GeoGebra está disponível gratuitamente em múltiplas plataformas, rodando em qualquer sistema operacional, podendo suas construções serem livremente divulgadas na rede de computadores, o que possibilita que qualquer professor ou aluno tenha acesso e usufrua de toda a interatividade que o software proporciona (GEOGEBRA, 2021).

O software apresenta um menu de opções com ícones que representam os objetos que se pode construir ao serem clicados pelo usuário, apresentando uma janela de Álgebra, na qual aparecem as coordenadas de pontos e equações; uma área de trabalho em que aparecem as figuras e objetos e por fim uma linha de entrada de comandos situada na parte inferior da tela, que tem por objetivo a digitação de equações ou condições que definem os objetos a serem representados na tela (HOHENWARTER, 2018).

Para os fins dessa pesquisa, optou-se pelo GeoGebra que permite construções geométricas, utilizando-se pontos, retas, segmentos de reta, polígonos, etc. Também possibilita inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente. Assim, tem a vantagem didática de representar, ao mesmo tempo e em um único ambiente visual, as propriedades geométricas e algébricas de um mesmo objeto.

ABORDAGEM METODOLÓGICA

A pesquisa foi desenvolvida com abordagens quantitativas e qualitativas, com o objetivo de conhecer os conhecimentos prévios dos alunos, em relação à Trigonometria, como também de avaliar a aprendizagem dos alunos após o desenvolvimento do conteúdo, por meio das atividades realizadas no GeoGebra.

Na parte quantitativa desta investigação optou-se pela metodologia abordada por Hake (2002), que estabelece a porcentagem de ganho em aprendizagem por meio da aplicação de instrumentos de coleta de dados, em que pré-teste e pós-teste são aplicados, respectivamente, no início e final da pesquisa.

Hake (2002) destaca que os educandos compreendem melhor um conceito quando eles próprios participam da sua construção, do que em relação a situações nas quais recebem o conteúdo como mera informação.

Halloun e Hestenes (1985) salientam que, ao avaliar de maneira eficaz determinado assunto, é necessário um instrumento que avalie o grau do conhecimento do aluno antes e depois

da instrução, sendo que essa será ministrada, nesta pesquisa, por meio das atividades propostas pelo professor.

A eficiência da aprendizagem, e o quanto progrediu na compreensão de um determinado assunto, é determinado por meio do cálculo do ganho normalizado de Hake (2002). Esse parâmetro, denominado por <g>, é calculado utilizando a fórmula:

$$\langle g \rangle = \frac{\%(\text{ganho})}{\%(\text{ganho})_{\text{max}}} = \frac{(\%(\text{pós} - \text{teste}) - \%(\text{pré} - \text{teste}))}{100 - \%(\text{pré} - \text{teste})} \quad (1)$$

em que: % (ganho) é a percentagem de aumento de acertos entre pré-teste e o pós-teste, %(pré-teste) é a percentagem de acertos do aluno individual ou da turma toda no pré-teste, %(pós-teste) é a percentagem de acertos do aluno individual ou da turma toda no pós-teste e %(ganho)max é o máximo que pode ser atingido partindo do resultado do pré-teste.

Müller *et al.*, (2017) comentam que o numerador corresponde à melhora efetiva que o aluno obteve; e o denominador, à máxima melhora possível de ser alcançada. O valor do parâmetro <g> pode variar entre 0 e 1 (ou entre 0% e 100%), sendo que resultados mais próximos de 1 correspondem a uma melhora mais acentuada. Os resultados negativos, obtidos quando o estudante apresenta um escore superior na primeira aplicação do teste, são desconsiderados da análise. Com esse dado o pesquisador obtém um valor percentual que representa o quanto o aluno aprendeu daquilo que ainda precisava aprender sobre o conteúdo.

Essa metodologia é justificada por Hake (2002) ao fazer uso do teste diagnóstico de Halloun-Hestenes, em que calcula o fator de correlação entre <g> (ganho) e % (pré-teste) (conhecimentos prévios dos alunos). Nessa ocasião 6542 alunos participaram da pesquisa. O autor comenta que essa metodologia pode contribuir para a melhora da aprendizagem dos alunos, quando comparada a métodos tradicionais.

Nesse trabalho, para acontecer a produção de novos conhecimentos e aprofundamento dos já existentes, foi aplicada uma sequência de atividades com conteúdos relevantes para o ensino de Trigonometria básica.

Quanto à pesquisa qualitativa, Moreira (2011) enfatiza que o interesse principal deste tipo de pesquisa se dá pela interpretação dos significados conferidos pelos sujeitos às suas ações. Sendo assim, o pesquisador pode mergulhar no fenômeno de seu interesse. A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte direta dos dados e o pesquisador como o seu imprescindível instrumento. Nesta investigação, o pesquisador teve facilidade em movimentar-se entre os pesquisados, tanto em sala de aula como no laboratório de informática. Esses espaços asseguraram um ambiente natural, onde suas interferências externas e internas puderam ser observadas, bem como as vivências e conhecimentos prévios dos pesquisados. Assim sendo, a presente investigação tornou-se um processo dinâmico e cooperativo. Oliveira (2002, p. 117) faz a seguinte ponderação sobre as vantagens e facilidades da abordagem qualitativa:

O fracasso escolar, particularmente em educação matemática, é irreversível no quadro conservador que predomina. A sociedade está mudando, as crianças estão mudando, o conhecimento está mudando. Não há como ser conservador com a educação matemática.

As pesquisas que se utilizam da abordagem qualitativa possuem a facilidade de poder descrever a complexidade de uma determinada hipótese ou problema, analisar a interação de

certas variáveis, compreender e classificar processos dinâmicos experimentados por grupos sociais, apresentar contribuições no processo de mudança, criação ou formação de opiniões de determinado grupo e permitir, em maior grau de profundidade a interpretação das particularidades dos comportamentos ou atitudes dos indivíduos.

Segundo D'Ambrósio (2004) a pesquisa qualitativa é o caminho para fugir da mesmice. Para o autor, esse tipo de pesquisa atenta para as pessoas e as suas ideias, trazendo à tona falas e narrativas que estariam silenciosas. Assim sendo, essa pesquisa observou acontecimentos como esses, e que serão aqui descritos.

PROBLEMA DE PESQUISA

Diante da dificuldade dos alunos em compreender conceitos e resultados básicos de Trigonometria, fez-se a seguinte pergunta: O uso do GeoGebra facilita a compreensão pelos alunos sobre conceitos básicos das Razões Trigonométricas seno, cosseno e tangente, bem como das Funções Seno, Cosseno e Tangente? Pode-se dizer que esta pergunta orientou a presente pesquisa.

A fim de responder à pergunta direcionadora desta pesquisa, delineou-se o intuito de empreender uma experiência com alunos do segundo ano do Ensino Médio, desenvolvendo-se atividades propostas com o uso do GeoGebra no estudo da Trigonometria.

PARTICIPANTES DA PESQUISA

Os participantes desta pesquisa foram 19 alunos voluntários do segundo ano do Ensino Médio do Colégio Militar de Santa Maria. Esses estudantes já tiveram aulas de Trigonometria e Funções Trigonométricas, no nono ano do Ensino Fundamental e no primeiro ano do Ensino Médio. O interesse dos alunos voluntários está na revisão de conteúdos importantes de Matemática para as provas dos diversos concursos que estarão prestando, sejam eles voltados às carreiras militares das Forças Armadas ou ainda às instituições civis de Ensino Superior.

INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Conforme está fundamentada a pesquisa, utiliza-se a metodologia abordada por Hake (2002), que estabelece a porcentagem de ganho em aprendizagem por meio da aplicação de instrumentos de coleta de dados. Para isso, foram utilizados:

- Pré-teste aplicado no início da experiência;
- Pós-teste, instrumento igual ao pré-teste, aplicado no final da experiência, a fim de que pudesse ser feita a comparação entre os dois.

Ao final das atividades de Trigonometria propostas pelo professor, os alunos responderam a duas perguntas abertas. A transcrição e a análise dessas respostas tornaram-se de extrema relevância para a pesquisa, sendo as duas perguntas consideradas, também, como instrumentos na coleta de dados.

ATIVIDADES PROPOSTAS

Para o pré-teste (e o pós-teste) foram elaboradas 6 atividades diagnósticas totalizando 44 questões, com objetivos descritos no Quadro 1.

Quadro 1 – Relação de atividades diagnósticas

Atividade Diagnóstica	Número de questões	Objetivo
1	6	Verificar o conhecimento sobre as relações trigonométricas no triângulo retângulo.
2	6	Verificar o conhecimento sobre seno e cosseno no ciclo trigonométrico.
3	17	Verificar o conhecimento sobre sinais, variação, máximos e mínimos do seno, cosseno e tangente no ciclo trigonométrico.
4	6	Verificar o conhecimento sobre o comportamento gráfico da função seno.
5	6	Verificar o conhecimento sobre o comportamento gráfico da função cosseno.
6	3	Verificar o conhecimento sobre o comportamento gráfico da função tangente.

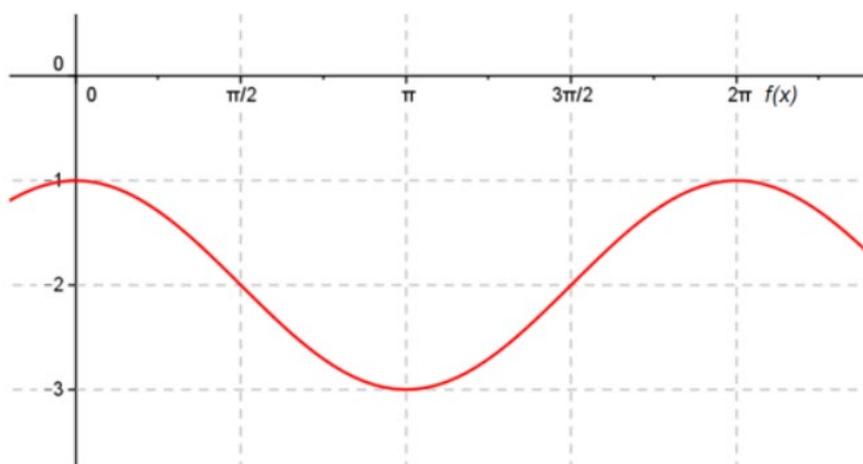
Fonte: Autoria própria (2021)

Em virtude do tamanho do pré-teste, para exemplificar, é apresentado um recorte da Atividade Diagnóstica 5 na figura 1. A partir do gráfico apresentado, é solicitado os valores dos parâmetros a , b , e d , além do domínio, a imagem e o período da função $f(x)$ apresentada.

Figura 1 – Recorte da Atividade Diagnóstica 5

Na figura abaixo está representado o gráfico de uma função do tipo

$$f(x) = a \cdot \cos(bx) + d.$$



Fonte: Autoria própria (2021)

Para as atividades a serem realizadas no computador, foram elaboradas 12 atividades, em que os alunos deveriam utilizar os aplicativos desenvolvidos com o GeoGebra para resolver as questões solicitadas em cada uma das atividades propostas. Todos os aplicativos necessários para a resolução das atividades foram elaborados pelo professor-pesquisador. No quadro 2, destaca-se a relação de atividades desenvolvidas pelos alunos no laboratório de informática.

Quadro 2 – Relação de atividades desenvolvidas no laboratório

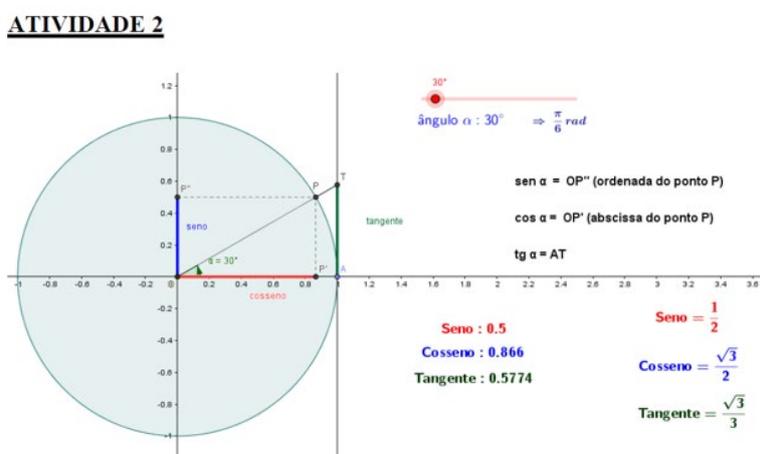
Atividade	Assunto
1	Triângulo retângulo.
2 e 3	Ciclo trigonométrico.
4	Ângulos complementares.
5	Ângulos suplementares.
6	Funções da forma $f(x) = a \cdot \text{sen}(x)$.
7	Funções da forma $f(x) = \text{sen}(b \cdot x)$.
8	Funções da forma $f(x) = \text{sen}(x + c)$.
9	Funções da forma $f(x) = \text{sen}(x) + d$.
10	Funções da forma $f(x) = a \cdot \text{sen}(b \cdot x + c) + d$.
11	Funções da forma $f(x) = a \cdot \text{cos}(b \cdot x + c) + d$.
12	Funções da forma $f(x) = a \cdot \text{tg}(b \cdot x + c) + d$.

Fonte: Autoria própria (2021)

Como no caso das atividades diagnósticas do pré-teste, também as atividades de laboratório consistem de muitas páginas. Por isso, novamente é apresentado um recorte de uma atividade como exemplo. A figura 2 traz um recorte da Atividade 2, realizada no laboratório. Usando o aplicativo destacado, os estudantes foram convidados a investigar as possibilidades de sinais nos quadrantes para as funções seno, cosseno e tangente quando o ângulo varia, os valores máximos e mínimos que essas funções atingem (quando existem) e as regiões de crescimento/decrescimento das mesmas.

Os aplicativos (applets) utilizados para a resolução das atividades foram desenvolvidos para essa investigação e colocadas à disposição de alunos, professores e interessados na página oficial do GeoGebra. A descrição dos mesmos e o link de acesso estão disponíveis no produto educacional decorrente dessa pesquisa (CHAVES; MAGNAGO, 2019).

Figura 2 – Recorte da Atividade 2, realizada no laboratório de informática



Após selecionar a atividade “trigo_ciclo.ggb”, você pode alterar a medida do ângulo α movendo o seletor de ângulos.

Fonte: Autoria própria (2021)

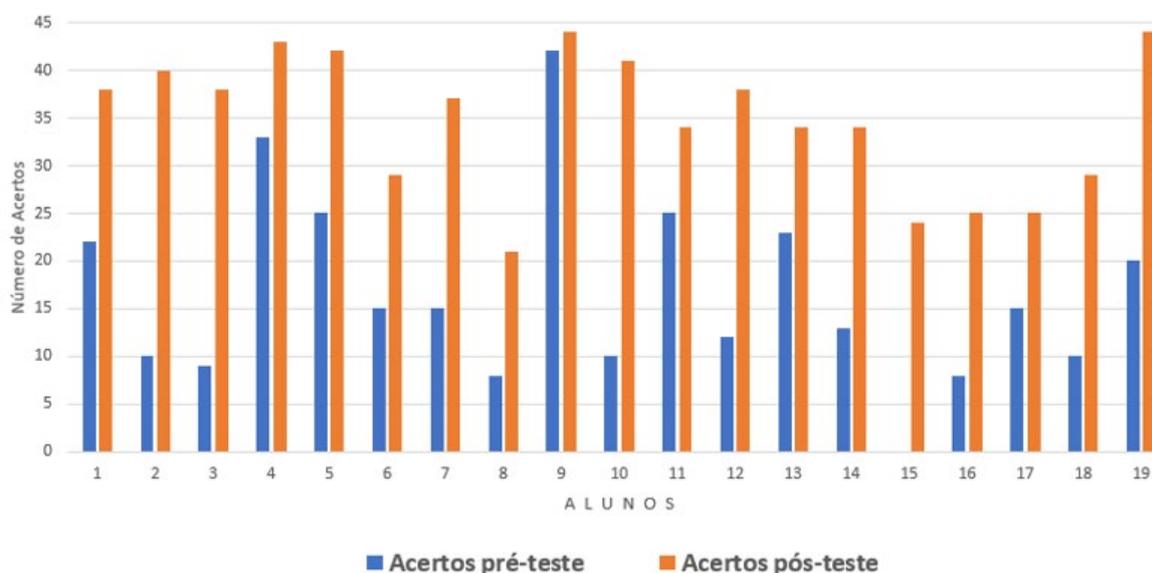
ANÁLISE QUANTITATIVA DA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Um pré-teste foi aplicado no primeiro dia da intervenção junto aos alunos, a fim de investigar seus conhecimentos prévios em relação aos valores do seno, cosseno e tangente, tanto no triângulo retângulo, como no ciclo trigonométrico, e ainda foram apurados os conhecimentos básicos das funções Seno, Cosseno e Tangente.

O pós-teste, com as mesmas questões do pré-teste, foi aplicado no final da experiência, após a realização das atividades, a fim de se avaliar, quantitativamente, a evolução dos conhecimentos adquiridos.

Na figura 3 está apresentada uma comparação entre o número de acertos do pré-teste e pós-teste de cada um dos 19 alunos participantes dessa pesquisa, que tiveram que responder as 44 questões da avaliação diagnóstica.

Figura 3 – Gráfico de barras comparativo



Fonte: Autoria própria (2021)

Observando o gráfico de barras da Figura 3, pode-se perceber que todos os alunos apresentaram um desempenho melhor na realização das questões após a aplicação das atividades de Trigonometria em laboratório.

Com a finalidade de melhor interpretar o crescimento nos resultados dos alunos, foi executado outro tipo de análise quantitativa, a saber, o método do ganho de aprendizagem tal como descrito por Hake (2002).

O método consiste em utilizar a equação (1) que permite avaliar o quanto um estudante envolvido em atividades de aprendizagem com envolvimento interativo, progrediu na compreensão de determinados conteúdos em particular.

No quadro 3 foram determinados os índices de aproveitamento nos pré-teste e pós-teste bem como a diferença de desempenho entre esses mesmos dois testes.

Quadro 3 – Desempenho percentual dos alunos

ALUNO	ACERTOS PRÉ-TESTE	% ACERTOS PRÉ-TESTE	ACERTOS PÓS-TESTE	% ACERTOS PÓS-TESTE	DIFERENÇA ENTRE PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE (%)
1	22	50,00	38	86,36	36,36
2	10	22,73	40	90,91	68,18
3	9	20,45	38	86,36	65,91
4	33	75,00	43	97,73	22,73
5	25	56,82	42	95,45	38,64
6	15	34,09	29	65,91	31,82
7	15	34,09	37	84,09	50,00
8	8	18,18	21	47,73	29,55
9	42	95,45	44	100,00	4,55
10	10	22,73	41	93,18	70,45
11	25	56,82	34	77,27	20,45
12	12	27,27	38	86,36	59,09
13	23	52,27	34	77,27	25,00
14	13	29,55	34	77,27	47,73
15	0	0,00	24	54,55	54,55
16	8	18,18	25	56,82	38,64
17	15	34,09	25	56,82	22,73
18	10	22,73	29	65,91	43,18
19	20	45,45	44	100,00	54,55

Fonte: A autoria própria (2021)

Constata-se que todos os alunos apresentaram melhora no desempenho, entre pré-teste a pós-teste, salientando-se que dos 19 alunos, 6 deles obtiveram melhora no desempenho acima de 50%. O aluno 15 declarou que veio transferido de uma escola na qual a Trigonometria não havia sido estudada ainda, justificando seu pré-teste nulo, e mesmo assim, obteve um rendimento satisfatório no pós-teste.

Esse comparativo mostra que a aplicação das atividades surtiu um efeito positivo sobre a aprendizagem dos estudantes, visto que todos os participantes da pesquisa tiveram algum incremento no desempenho entre o pré e o pós-teste.

A fim de aplicar o método de Hake (2002) para verificar o ganho na aprendizagem da turma, foi calculada a porcentagem de acertos pré (%<pré-teste>) e pós-teste (%<pós-teste>) e na sequência foi determinando o valor do parâmetro <g> = 66,22% que corresponde ao cálculo do ganho normalizado de Hake (2002). Os dados obtidos estão apresentados no Quadro 4.

Quadro 4 – Valor do ganho normalizado de aprendizagem

% <pré-teste>	% <pós-teste>	% <g>
37,68	78,95	66,22

Fonte: A autoria própria (2021)

O ganho normalizado <g> diz respeito ao quanto os alunos evoluíram após o pré-teste. Em outras palavras, ele só depende do que os alunos já chegaram sabendo ao curso e compara com o que eles saíram sabendo a mais. Observa-se então que eles obtiveram um ganho pré =

37,68%. O ganho máximo será $100\% - 37,68\% = 62,32\%$. O ganho pós = 78,95%.

O ganho normalizado $\langle g \rangle$ é dado na equação (2):

$$\langle g \rangle = \frac{78,95\% - 37,68\%}{100 - 37,68\%} = 66,22\%. \quad (2)$$

Esse resultado é considerado muito bom, pois mostra que as atividades promoveram um ganho normalizado superior a 66%. Isso é considerado por Hake (2002) como um curso caracterizado por atividades de ensino que promovem o envolvimento interativo. É um curso de ganho médio, pois o ganho normalizado está no intervalo entre 30% e 70%.

No Quadro 5 é apresentada a evolução do desempenho dos estudantes entre pré-teste e pós-teste na forma de médias, desvios-padrão e nível de significância t. O cálculo do valor de t é feito fazendo a razão entre o desvio padrão da média e o desvio padrão do desempenho (o quanto eles responderam a mais após a aplicação da intervenção pedagógica), servindo para comparação com o t-crítico do teste estatístico de Student.

Quadro 5 – Evolução do desempenho dos alunos entre pré-teste e pós-teste

Média geral (ganho médio)	18,16
Desvio padrão geral (do ganho médio)	8,02
Desvio padrão geral da média	1,84
Desvio padrão geral do pré-teste	16,58
Média geral do pré-teste	9,97
Desvio padrão geral do pré-teste da média	2,29
Média geral do pós-teste	34,74
Desvio padrão geral do pós-teste	7,29
Desvio padrão geral do pós-teste da média	1,67
Nível de significância estatística entre as médias do pré e pós teste	Menor que 0,01 (t=4,36)

Fonte: Autoria própria (2021)

Com o valor de t, consulta-se a tabela dos valores de t-crítico de Student, (figura 4) e procura-se pelo valor de t-crítico na linha horizontal de número indivíduos participantes da pesquisa menos 1. Na linha vertical, temos a significância estatística. Quanto menor o valor de relevância estatística, melhor. Se o nosso t calculado for menor que o t crítico para um determinado nível de significância estatística, significa que temos uma boa probabilidade de as alterações positivas no ganho na aprendizagem sejam devidas as nossas atividades pedagógicas.

Figura 4 – Localização do caso de estudo na distribuição de t-Student

Nº de graus de liberdade	Probabilidade para um teste bicaudal													
	0,95	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,0787	0,1584	0,3249	0,5095	0,7265	1,0000	1,3764	1,9626	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,657	636,619
2	0,0708	0,1421	0,2887	0,4447	0,6172	0,8165	1,0607	1,3862	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248	31,5991
3	0,0681	0,1366	0,2767	0,4242	0,5844	0,7649	0,9785	1,2498	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	12,9240
4	0,0667	0,1338	0,2707	0,4142	0,5686	0,7407	0,9410	1,1896	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041	8,6103
5	0,0659	0,1322	0,2672	0,4082	0,5594	0,7267	0,9195	1,1558	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321	6,8688
6	0,0654	0,1311	0,2648	0,4043	0,5534	0,7176	0,9057	1,1342	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074	5,9588
7	0,0650	0,1303	0,2632	0,4015	0,5491	0,7111	0,8960	1,1192	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995	5,4079
8	0,0647	0,1297	0,2619	0,3995	0,5459	0,7064	0,8889	1,1081	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554	5,0413
9	0,0645	0,1293	0,2610	0,3979	0,5435	0,7027	0,8834	1,0997	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	4,7809
10	0,0643	0,1289	0,2602	0,3966	0,5415	0,6998	0,8791	1,0931	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	4,5869
11	0,0642	0,1286	0,2596	0,3956	0,5399	0,6974	0,8755	1,0877	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058	4,4370
12	0,0640	0,1283	0,2590	0,3947	0,5386	0,6955	0,8726	1,0832	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545	4,3178
13	0,0639	0,1281	0,2586	0,3940	0,5375	0,6938	0,8702	1,0795	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123	4,2208
14	0,0638	0,1280	0,2582	0,3933	0,5366	0,6924	0,8681	1,0763	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768	4,1405
15	0,0638	0,1278	0,2579	0,3928	0,5357	0,6912	0,8662	1,0735	1,3406	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467	4,0728
16	0,0637	0,1277	0,2576	0,3923	0,5350	0,6901	0,8647	1,0711	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208	4,0150
17	0,0636	0,1276	0,2573	0,3919	0,5344	0,6892	0,8633	1,0690	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982	3,9651
18	0,0636	0,1274	0,2571	0,3915	0,5338	0,6884	0,8620	1,0672	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784	3,9216
19	0,0635	0,1274	0,2569	0,3912	0,5333	0,6876	0,8610	1,0655	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609	3,8834
20	0,0635	0,1273	0,2567	0,3909	0,5329	0,6870	0,8600	1,0640	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453	3,8495
21	0,0635	0,1272	0,2566	0,3906	0,5325	0,6864	0,8591	1,0627	1,3232	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314	3,8193

Fonte: Adaptado de Tabela T (2018)

No caso em questão, para $t = 4,36$, encontra-se na tabela o valor de t -crítico = 3,9216 para 18 indivíduos e significância estatística de 0,0001 (0,01%) e t -crítico = 2,8784 para uma significância estatística de 0,01 (1%). Como o $t > t$ -crítico, temos menos de 0,01% (ou $<1\%$) de chance de que o ganho na aprendizagem encontrado seja devido ao acaso. Pode-se atribuir os bons resultados às atividades realizadas entre os testes (pré-teste e pós-teste).

ANÁLISE QUALITATIVA DA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Ao final do desenvolvimento das atividades, os alunos responderam a duas perguntas que fizeram parte da Atividade 12, em que puderam manifestar-se sobre suas concepções em relação ao uso do GeoGebra. Foram formuladas segundo preceitos que remontam ao foco da pesquisa. Na sequência, as perguntas serão apresentadas. Para serem transcritas, serão selecionadas algumas das respostas que foram justificadas. Também será feita a análise das mesmas e uma análise geral.

A primeira pergunta reporta ao entendimento específico dos conceitos das três razões trigonométricas estudadas: Em sua opinião, o uso do software GeoGebra melhorou o entendimento dos conceitos de seno, cosseno e tangente no ciclo trigonométrico?

Dentre as respostas a essa pergunta os alunos, em sua maioria, admitem que o uso do GeoGebra melhorou o entendimento dos conceitos estudados. Algumas falas são citadas a seguir:

“Na minha opinião o software GeoGebra é de fundamental importância para o estudo dos conceitos de seno, cosseno e tangente, pois auxilia e melhor, facilita o aprendizado”;

“Sim, pois vimos na prática suas diferenças”;

“Sim, melhorou muito”;

“O uso do GeoGebra melhorou pois pude ver como o ciclo funciona efetivamente”;

“Sim, pois ao mesmo tempo que eu posso observar eu mesma posso ir testando no app”.

As atividades no GeoGebra foram elaboradas pelo professor, de tal maneira que tornaram-se simples de serem operadas. Ao interagirem com o software, os alunos tiveram essa mesma percepção, como exemplificado com algumas falas:

“Sim, o uso do GeoGebra melhora o entendimento do conteúdo pela facilidade de visualização nos gráficos do que é estudado teoricamente”;

“O software GeoGebra auxiliou muito na compreensão dos conceitos de seno, cosseno e tangente, pois ele é um material didático muito simples de se usar e que possibilita tirar inúmeras dúvidas”.

Mediante as respostas obtidas, infere-se que houve uma evidente melhora na compreensão dos conceitos estudados.

A segunda pergunta remete à compreensão específica de domínio, imagem e período das três Funções Trigonômicas abordadas: Em sua opinião, a visualização e a interatividade proporcionada pelo GeoGebra facilitaram a compreensão sobre o domínio, imagem e período das funções trigonométricas?

Era notável a dificuldade que os estudantes tinham em relação aos conceitos das três Funções Trigonômicas, mesmo tendo sido estudado no ano anterior. A própria análise quantitativa expressa claramente esse fato. Assim como é perceptível, e comparável, o quanto o GeoGebra ajudou na compreensão desses conceitos, segundo as próprias palavras dos alunos:

“Sim, podíamos ver na prática seus conceitos”;

“Sim, ajudou muito a compreender melhor”;

“Sim, bastante”.

As atividades realizadas no GeoGebra possibilitaram visualizar no ciclo trigonométrico as translações horizontais e verticais nos gráficos das funções; suas compressões e dilatações; os valores mínimos e máximos, bem como o novo valor assumido pelo período. Seguem algumas falas dos estudantes nesse sentido:

“Sim, é mais fácil entender as funções pela agilidade e clareza do GeoGebra”;

“Facilitou, pois, pude relacioná-las visualmente”;

“O entendimento sobre domínio, imagem e período ficou muito mais fácil e claro com o software GeoGebra”.

Houve caso de o aluno manifestar a opinião de que o uso do GeoGebra é fundamental para a aprendizagem:

“Sim, o GeoGebra facilitou os conceitos a respeito de domínio, imagem e período das funções trigonométricas, logo esse software é fundamental para a aprendizagem”.

Constata-se assim, que os alunos reconhecem as possibilidades de uma aprendizagem mais dinâmica e significativa com o uso do GeoGebra. A análise dos dados quantitativos feita anteriormente, vem corroborar e evidenciar esses significados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um diferencial nesta pesquisa foi a utilização do método proposto por Hake (2002), a fim de se interpretar os dados obtidos, dentro de um aceitável grau de confiança. Sendo assim, a leitura que se fez do pré e do pós-teste foi além da análise de dados empíricos para uma interpretação racional e devidamente fundamentada.

Destaca-se também o interesse demonstrado pelos discentes em interagir com o software, procurando por eles mesmos as respostas, e desejando obter o máximo entendimento proporcionado por cada atividade. À medida que estas promoveram um aprofundamento dos conhecimentos envolvidos, mais ainda os estudantes sentiam-se motivados e avançavam confiantes para as próximas questões.

Em resposta à pergunta norteadora desta pesquisa, concluiu-se que usar do software GeoGebra facilitou a compreensão pelos alunos sobre conceitos básicos das Razões Trigonométricas Seno, Cosseno e Tangente, bem como das Funções Seno, Cosseno e Tangente. É visivelmente detectado esse crescimento no entendimento dos pesquisados, por meio da avaliação estatística dos instrumentos utilizados, o pré e o pós teste. Em consequência disso, a aprendizagem tornou-se muito mais efetiva e consolidada, como os resultados aqui expostos demonstram.

Um fruto importante dessa pesquisa foi o conjunto de aplicativos desenvolvidos disponíveis gratuitamente para docentes, discentes e pesquisadores no produto educacional (CHAVES; MAGNAGO, 2019).

REFERÊNCIAS

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio*. Brasília, MEC/SEMT, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino de quinta a oitava séries*. Brasília, MEC/SEF, 1998.

BRAVIANO, G.; RODRIGUES, M. H. Geometria Dinâmica: uma nova Geometria. *Revista do Professor de Matemática*, São Paulo-SP, n. 49, p. 22-26, 2002.

CHAVES, J. R. A.; MAGNAGO, K. F. Applets para Estudo de Trigonometria e Funções Trigonométricas Seno, Cosseno e Tangente. Disponível em: <https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/508/2021/05/Descricao-Applets-Jairo.pdf>. Acesso em: 10 set. 2021.

D'AMBRÓSIO, U. Prefácio. In: *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. *A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados*. IV CONGRESSO RIBIE, 1998, Brasília. Anais... Brasília, DF, 1998.

GEOGEBRA. *GeoGebra – Aplicativos matemáticos*. Disponível em: <https://www.geogebra.org/>. Acesso em: 10 set. 2021.

HAKE, R. R. Relationship of Individual Student Normalized Learning Gains in Mechanics with Gender, High-School Physics, and Pretest Scores on Mathematics and Spatial Visualization. 2002. Disponível em: <https://web.physics.indiana.edu/hake/PERC2002h-Hake.pdf>. Acesso em: 03 dez. 2018.

HALLOUN, I.; HESTENES, D. The initial knowledge state of college physics students. *American Journal of Physics*, p. 1043-1048, 1985.

HOHENWARTER, M. GeoGebraQuickstart: Guia rápido de referência sobre o

MERLO, C. A.; ASSIS, R. T. O uso da informática no ensino da Matemática. *Revista UNIJALES*. 4. ed. n. 4, ano V, 2010. Disponível em: <http://www.reuni.pro.br>. Acesso em: 28 nov. 2018.

MÜLLER, M. G. ARAÚJO, I. S.; VEIT, E. A.; SCHELL, J. Uma revisão de literatura acerca da implementação da metodologia interativa de ensino peer-instruction. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, São Paulo-SP, v. 39, n. 3, p. 3403–3420, 2017.

MOREIRA, M. A. Metodologias de pesquisa em ensino. Porto Alegre: Livraria da Física, 2011.

OLIVEIRA, Luiz de. Tratado de metodologia científica. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

PAIS, L. C. Educação Escolar e as Tecnologias da Informática. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PASSOS, M. Desafios e perspectivas para a utilização da informática na educação matemática. 2007. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/408-4.pdf> Acesso em: 01 dez. 2018.

PERES, R. C. A. B. Uso da plataforma Moodle em uma disciplina de graduação em Letras: Percepções de alunos e professora sobre a modalidade semipresencial. 2013, 162 p. Dissertação (Programa Interdisciplinar de Pós-Graduação em Linguística Aplicada) - Faculdade de Letras, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

PERRENOUD, Philippe. As dez novas competências para ensinar. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

PROFMAT. Apresentação. Disponível em: <https://www.profmtat-sbm.org.br/organizacao/apresentacao/>. Acesso em: 10 set. 2021.

TABELA T. Tabela T: Distribuição de t-Student segundo os graus de liberdade e uma dada probabilidade num teste bicaudal. Disponível em: <http://www.epi.uff.br/wp-content/uploads/2015/05/Tabela-T.pdf>. Acesso em: 01 dez. 2018.

VALENTE, J. A. O computador na sociedade do conhecimento. Campinas: UNICAMP/NIED, 1999.

Organizador

Marcos Pereira dos Santos

Pós-doutor (PhD) em Ensino Religioso. Doutor em Teologia - Ênfase em Educação Religiosa. Mestre em Educação. Especialista em várias áreas da Educação. Bacharel em Teologia. Licenciado em: Pedagogia, Matemática, Letras - Habilitação Língua Portuguesa e suas Respectivas Literaturas, Filosofia e Ciências Biológicas. Possui formação técnico-profissionalizante de Ensino Médio em Curso de Magistério (Formação de Docentes) - Habilitação Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Pesquisador em Ciências da Educação, tendo como principais subáreas de interesse: Formação Inicial e Continuada de Docentes, Gestão Escolar, Tecnologias Educacionais, Educação Matemática, Estatística Educacional, Educação a Distância e Educação Literária. Literato fundador, efetivo, titular e correspondente imortal de várias Academias de Ciências, Letras e Artes em nível (inter) nacional. Membro do Conselho Editorial e do Conselho Consultivo de várias Editoras no Brasil. Parecerista/Avaliador "ad hoc" de livros, capítulos de livros e artigos científicos na área educacional de Editoras e Revistas Científicas brasileiras. Participante de Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação. Literato profissional (escritor, poeta, cronista, contista, trovador, aldravianista, indrisonista, haicaísta, antologista, ensaísta e articulista). Na área literária é (re)conhecido nacional e internacionalmente pelo pseudônimo artístico-literário (ou nome-fantasia) de "Quinho Cal(e) idoscópio". Tem vários livros, coletâneas, antologias, capítulos de livros, ensaios e artigos acadêmico-científicos publicados em autoria/organização solo e em coautoria, nas versões impressa e digital. Possui ampla experiência profissional docente na Educação Infantil, Ensino Fundamental (I e II), Ensino Médio e Educação Superior (assessoria pedagógica institucional e docência na graduação e pós-graduação lato sensu). Leciona várias disciplinas curriculares pertencentes à área educacional. Atualmente é professor universitário junto a cursos de graduação (bacharelado, licenciatura e tecnologia) e de pós-graduação lato sensu na área educacional.

Contato: mestrepedagogo@yahoo.com.br

Índice remissivo

A

abstratas 27, 28, 29, 32, 33, 34, 41, 43
ambiente 10, 20, 21, 22, 23, 48, 50, 51, 52, 68, 70
aplicação 16, 19, 34, 40, 46, 48, 51, 52, 53, 56, 57, 58, 68
aprendizagem 3, 12, 15, 16, 19, 20, 24, 46, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 64, 65, 67, 68, 69, 70, 72, 74, 75
articulação 72, 73, 78, 79, 80, 81
articulações 71, 78
aulas 12, 48, 53, 64, 65, 67, 69, 70

B

Bhaskara 38, 39, 40, 41, 42, 43
BNCC 65, 70

C

ciência 11, 26, 30, 35, 36, 43
contagem 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 42, 43
contagens 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 37, 41, 43
crianças 50, 52, 65, 76, 80

D

desenvolvimento 10, 11, 16, 17, 33, 43, 47, 51, 59, 64, 65, 68, 69, 70, 73, 80
docente 12, 17, 47, 50, 66, 67, 68, 78, 119

E

econômicos 73
educação 12, 15, 16, 24, 48, 49, 50, 52, 61, 62, 64, 65, 66, 67, 68, 72, 73, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81
educacionais 12, 17, 50, 65, 67, 68, 73
ensino 3, 12, 15, 16, 17, 19, 20, 24, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 58, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 71, 72, 73, 74, 75, 77, 78, 79, 80, 81
equação 20, 21, 26, 27, 33, 34, 35, 36, 38, 41, 42, 43, 56, 58
equações 22, 24, 26, 27, 28, 31, 34, 35, 36, 43, 48, 51
equidade 64, 73
escola 12, 14, 48, 49, 50, 57, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 78, 79, 80
exaustão 9, 10, 11, 12
experimental 14, 16, 19, 22, 24

F

funções 46, 51, 55, 56, 60

G

geogebra 9, 10, 61

GeoGebra 45, 46, 47, 50, 51, 53, 54, 55, 59, 60, 61

H

habilidades 12, 65, 68

I

imagem 26, 27, 28, 31, 32, 33, 37, 43, 54, 60

imaginários 26, 27, 43

inclusão 49, 50, 64, 65, 66, 67, 70

irracionalidade 9, 10, 12, 15

M

matemática 3, 15, 17, 18, 19, 20, 24, 26, 27, 28, 29, 30, 32, 34, 35, 38, 43, 44, 47, 49, 50, 52, 61, 62, 63, 64, 65, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 78, 79, 81, 83, 109

Matemática 3, 10, 11, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 24, 25, 35, 45, 47, 50, 51, 53, 61, 62, 70, 72, 73, 78, 79, 80, 81, 119

matemático 11, 15, 17, 19, 20, 29, 32, 44, 70, 72, 78

matemáticos 11, 20, 26, 28, 41, 43, 61, 68, 69, 79

método 9, 10, 11, 12, 23, 56, 57, 61

modelagem 18, 19, 20, 24

N

negativa 28, 31, 33

negativos 26, 27, 31, 32, 33, 36, 37, 43, 52

Newton 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 36

newtons 30, 35

números 26, 27, 28, 29, 30, 31, 33, 34, 35, 41, 43

P

polinômios 26, 27, 31, 33, 35, 36, 43

positivos 16, 20, 26, 27, 31, 33, 43

professor 12, 17, 22, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 60, 67, 69, 74, 78, 119

professores 12, 47, 55, 64, 66, 67, 68, 69, 70, 79, 80

Q

qualidade 48, 64, 68, 73, 77

S

segundo grau 26, 34, 35, 38, 41, 42, 43

social 49, 65, 68, 70, 72, 73, 74, 76, 77, 78, 79

subtração 27, 31, 32

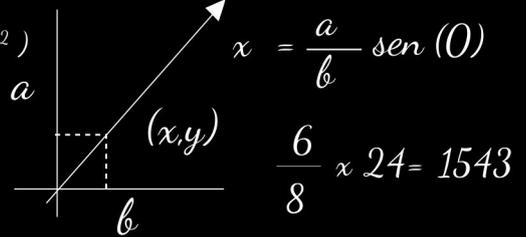
T

trigonometria 46

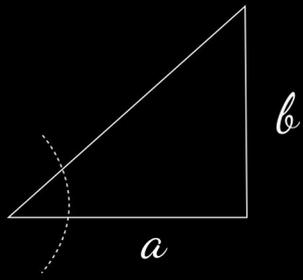
trigonométricas 46, 47, 54, 59, 60

$$B = 3x^2(2x^2 + 2y^2) + (4y^2 + 7z^2) + (3x^2 + 2y^2) + (5y^2 + z^2)$$

$$a = 2x(x + y) + 2x$$



$$\sin(\theta) = \frac{b}{c} \tan(\theta) = \frac{b}{a} \sin - \cos = \frac{x}{a} \Rightarrow x = \frac{a}{c} \cos(17 + 655)$$

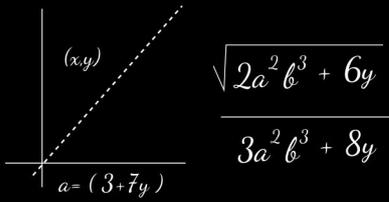


$$\left[\frac{\frac{n}{8} - x}{x} \right] - 124 = x$$

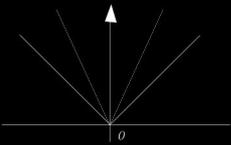
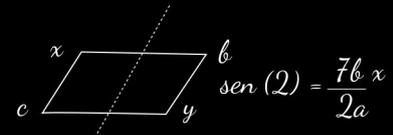
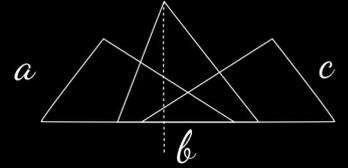
$$a = 2b(2x + 3y) + 3y + (4x + 85y) \sqrt{3} + \sqrt{6}$$

$$a = 5x^2(x^2 + 2y^2) + (5y^2 + 3z^2) + (2x^2 + 97y^2) + (4y^2 + z^2)$$

$$ABC = 23x + 34a$$



AYA EDITORA
2021

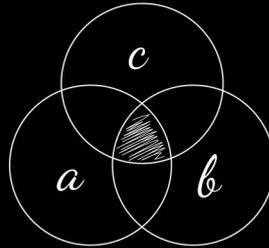


$$x = 5x^8(x + 9y) + 2x + (8x + 6y)$$

$$\left[\frac{\frac{a}{c} - 5x}{276ac} \right] + 8a^2b^3 + 4y - \sqrt{4a^2b^3 + 5y}$$

$$\frac{43}{5} x \cdot 4 = 1543$$

$$x = \frac{a}{b} \sin(\theta)$$



$$b = 6x(x + y) + 76x$$

$$a = 3x + 4x - 8x(x - 6)$$

