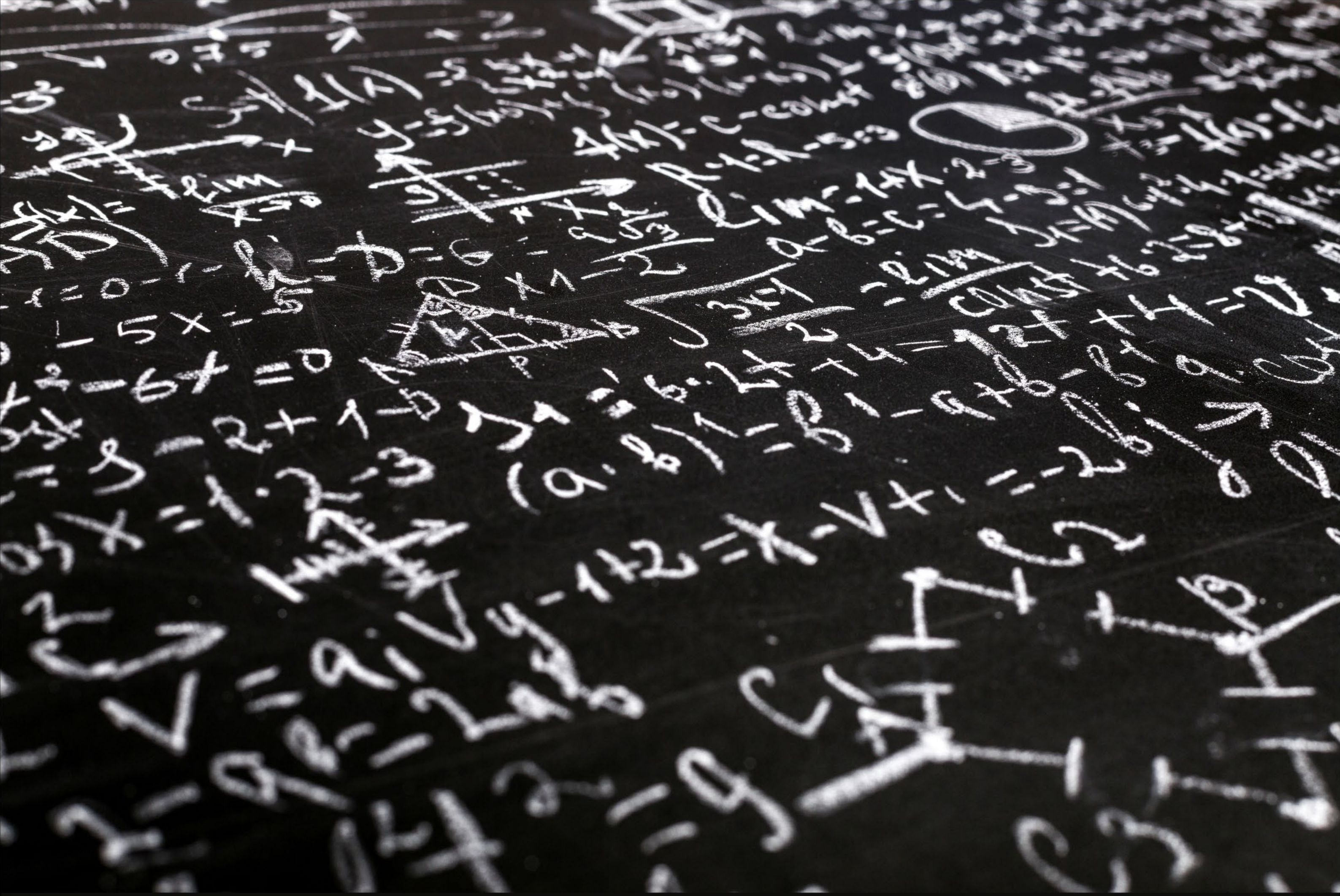


Educação matemática:
novas tendências, novos desafios

Marcos Pereira dos Santos
(Organizador)

AYA EDITORA
2021

Direção Editorial
Prof.° Dr. Adriano Mesquita Soares

Organizador
Prof.° Dr. Marcos Pereira dos Santos

Capa
AYA Editora

Revisão
Os Autores

Executiva de Negócios
Ana Lucia Ribeiro Soares

Produção Editorial
AYA Editora

Imagens de Capa
br.freepik.com

Área do Conhecimento
Ciências Exatas e da Terra

Conselho Editorial

E2446 Educação matemática: novas tendências, novos desafios [recurso eletrônico]. / Marcos Pereira dos Santos (organizador) -- Ponta Grossa: Aya, 2021. 123 p. – ISBN 978-65-88580-53-0

Inclui biografia
Inclui índice
Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader.
Modo de acesso: World Wide Web.
DOI 10.47573/aya.88580.2.36

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Trigonometria. I. Santos, Marcos Pereira dos. II. Título

CDD: 510

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Bruna Cristina Bonini - CRB 9/1347

International Scientific Journals Publicações de Periódicos e Editora EIRELI
AYA Editora©
CNPJ: 36.140.631/0001-53
Fone: +55 42 3086-3131
E-mail: contato@ayaeditora.com.br
Site: https://ayaeditora.com.br
Endereço: Rua João Rabello Coutinho, 557
Ponta Grossa - Paraná - Brasil
84.071-150

Apresentação

Leitores, leitoras:

Singelas e cordiais saudações: educacionais, matemáticas e educacionais matemáticas!

Ao abrir, folhear e ler atentamente as páginas de um livro científico não há como ficar indiferente, pois um universo sem igual de informações, conhecimentos, saberes, experiências, práticas, estudos, pesquisas, perquirições, sentimentos e emoções se desvela; levando-nos, à luz da racionalidade e rigorosidade científicas, a pensar, refletir, analisar, interpretar, conjecturar, comparar, imaginar, idealizar, projetar, retroalimentar, re-dimensionar e ressignificar concepções e valores.

Numa só expressão: ocorre uma mutação alquímica de capital relevância. Há uma transposição do mundo meramente sensível para o plano inteligível, apreendendo-se e parafraseando-se, aqui, as sábias palavras do filósofo grego Platão de Atenas (427-347 a.C.), contidas no célebre texto “A alegoria da caverna”, de A República: livro VII, cujos créditos autorais lhe pertencem.

Posto isto de forma preliminar, me sinto muitíssimo honrado, grato e alegre em redigir a (breve) Apresentação desta primorosa obra científica intitulada Educação matemática: novas tendências, novos desafios, da qual sou organizador e também autor de um dos nove capítulos textuais-autorais que a compõem.

A Educação Matemática, como campo científico e disciplina curricular, por excelência, traz em seu bojo múltiplas facetas, matizes e nuances, as quais agregam diversos temas e assuntos alusivos ao processo ensino-aprendizagem de Matemática, em termos teóricos, práticos e teórico-práticos. Nesse contexto, o perene e o novo em Educação Matemática ora se mesclam, ora se separam; englobando assim potencialidades, possibilidades, limitações, tendências, desafios e perspectivas.

Os nove excelsos capítulos textuais, elaborados em formato de artigos científicos, são oriundos de leituras, estudos, pesquisas científicas e práticas pedagógicas desenvolvidas pelos(as) seus(suas) respectivos(as) autores(as) e coautores(as) na subárea de Educação Matemática, a qual é resultante de um enlace sinergético entre as áreas de Educação e Matemática.

Destituídos de possíveis hierarquizações (co)autorais e/ou temáticas, os nove capítulos textuais que engendram e eternizam a presente obra científica digital, ora de domínio público e acesso livre e gratuito por tempo indeterminado, estão sequencialmente assim organizados:

Abrindo com chave de ouro a coletânea científica, no Capítulo 01, os pesquisadores Wilbertt José de Oliveira Moura, Brenda Ferreira Borges Guimarães e Eunice Carvalho de Sousa refletem criticamente sobre a “Aplicação do método da exaustão para irracionalidade de π via Geogebra e Excel 9”.

O Capítulo 02, por sua vez, aborda a “Lei de resfriamento de Newton e a modelagem matemática”, tendo como autores: Karen Gabriela de Oliveira, Wilbertt José de Oliveira Moura e

Dárcio José Ferreira Castelo Branco.

O Capítulo 03, de crédito autoral alusivo a Remo Mannarino, traz à mesa de debates o seguinte tema: “Matemática, uma visão alternativa”.

Compondo o Capítulo 04 nominado de “Trigonometria: explorando a interatividade e o dinamismo do GeoGebra”, tem-se a valiosa contribuição autoral de Jairo Renato Araujo Chaves, Karine Faverzani Magnago e Márcio Marques Martins.

A seguir, Lucinéia de Souza Gomes, Luiz Rodrigo de Oliveira, Célia Aparecida Dias Ferreira Louzada e Edmar Reis Thienzo discutem cientificamente, no Capítulo 05, acerca das “Práticas pedagógicas inclusivas no ensino de matemática”.

O Capítulo 06 intitulado “O ensino de matemática na escola do campo: uma reflexão sobre as possíveis articulações” encontra-se ao encargo dos docentes-pesquisadores Paulo Marcos Ferreira Andrade, Célia Aparecida Dias Ferreira Louzada, Edinei Ferreira da Silva Andrade e Euvania Dias Ferreira da Costa.

Ana Paula de Souza Bonizário, professora-mestra e supervisora pedagógica, no Capítulo 07, analisa com maestria e de modo crítico-reflexivo a “Identidade profissional de docentes que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental”.

O Capítulo 08, cuja autoria pertence a Alaíde Pereira Japecanga Aredes, aborda a temática “Soroban: contribuição para o ensino de matemática”.

Em última instância, no Capítulo 09, porém não menos importante, o professor-pesquisador Marcos Pereira dos Santos apresenta riquíssimas reflexões epistemológicas, metodológicas e didático-pedagógicas concernentes ao “Ensino-aprendizagem de expressões matemáticas numéricas na educação matemática básica escolar: para quê?”.

Diante do exposto, cabe-nos enfatizar que a miscelânea de seletos artigos científicos compilados é de (re)leitura recomendável e utilização ímpar por todos(as) os(as) profissionais da Educação (pesquisadores/as, educadores/as, docentes, professorandos/as, pedagogos/as, gestores/as escolares e coordenadores/as pedagógicos/as) e, principalmente, por aqueles(as) oriundos(as) do campo da Matemática e da subárea de Educação Matemática; bem como pelos(as) discentes e por todas as demais pessoas que ensinam, aprendem ou ensinam-e-aprendem Matemática, seja dentro ou fora do espaço educativo escolar ou universitário.

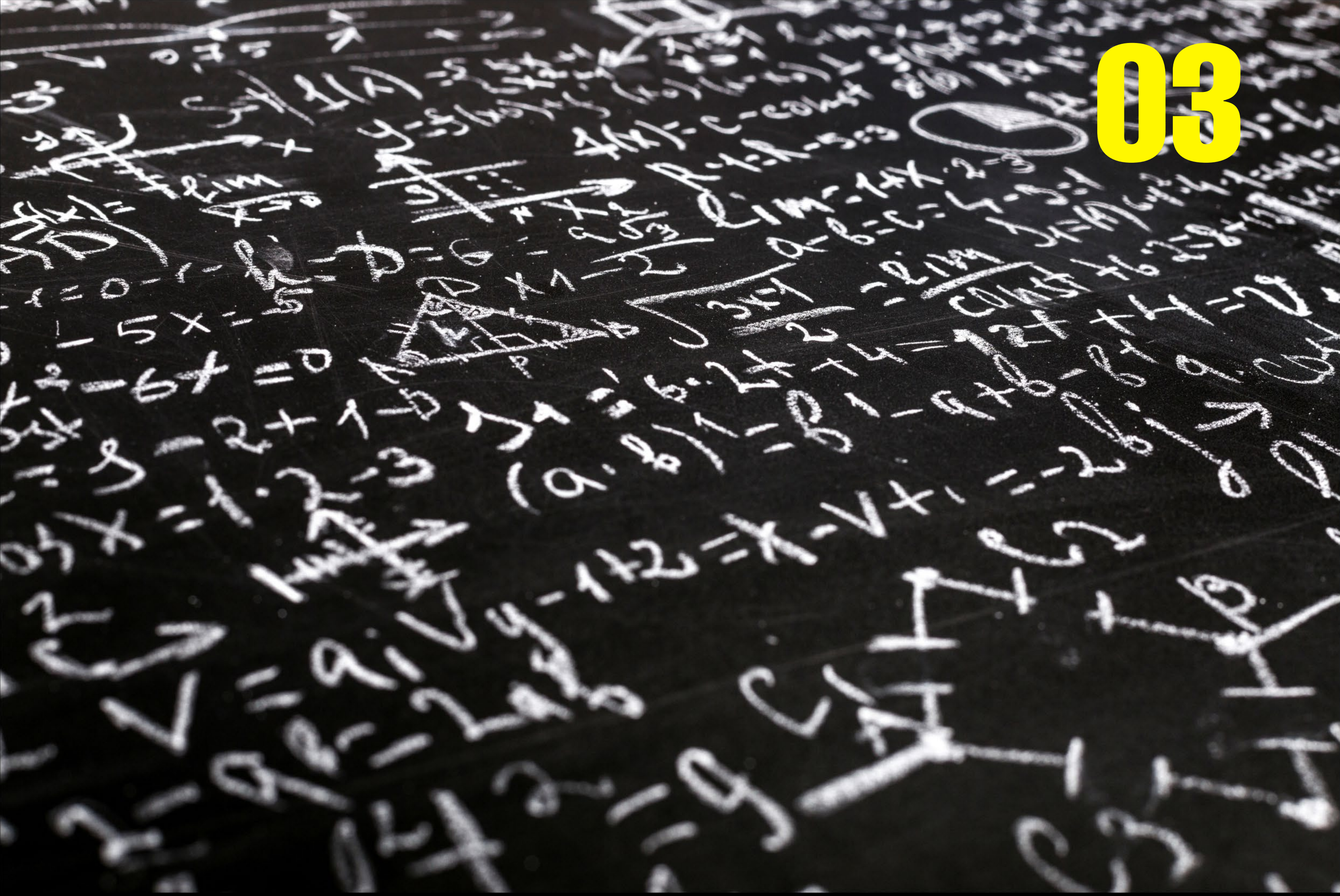
Por ora, é só.

Grande abraço e até uma próxima oportunidade!

Prof. Dr. Marcos Pereira dos Santos
Organizador

SUMÁRIO

03



Matemática, uma visão alternativa

Mathematics, an alternative view

Remo Mannarino

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.3

Resumo

Este capítulo questiona os fundamentos da matemática e postula que as operações matemáticas devem ser feitas com expressões numéricas de contagens, não com números isolados. Toma como ponto de partida que os números, que resultam das aferições e quantificam as contagens, são neutros, não têm sinais, inexistindo, pois, números “positivos”, “negativos” ou “imaginários”. As contagens, as que se formam mediante somas algébricas, estas sim, podem ser positivas ou negativas. Além disso, é fundamental entender o significado da multiplicação, que não há multiplicadores negativos e que a ordem dos fatores altera o produto. Menos por menos “dá” mais porque o resultado da multiplicação é a imagem de uma imagem, o que pode ser demonstrado geometricamente. Equações que importam (isto é, não lúdicas) resolvem problemas da aritmética, são formuladas com contagens de módulos e só podem ser do primeiro grau. Polinômios que importam resolvem problemas da geometria, são formulados com contagens de passos e podem ser do primeiro, do segundo ou do terceiro grau. Um polinômio igualado a zero não dá origem a uma equação. A ciência (a física) tem regras especiais de multiplicação e de potenciação. O estudo da parábola (da geometria) e o da lúdica equação do segundo grau (da aritmética) ensejam um prodígio da simetria na matemática.

Palavras-chave: revisão dos fundamentos matemáticos. números e expressões numéricas. multiplicação de contagens. equações que importam. polinômios que importam. parábola e equação do segundo grau.

Abstract

This chapter questions the foundations of mathematics and postulates that mathematical operations should be done with numerical expressions of counts, not with isolated numbers. There are no “positive”, “negative” or “imaginary” numbers; the counts can be positive or negative, not the numbers Furthermore, it is essential to understand the meaning of multiplication and to realize that there are no negative multipliers. The order of factors changes the product. Less for less “gives” more because the result of the multiplication is the image of an image, as can be demonstrated geometrically. Equations that matter (i.e., not ludic) solve arithmetic problems, are formulated with module counts, and can only be of the first degree. Polynomials that matter solve geometry problems, are formulated with counts of steps and can be of the first, second or third degree. A polynomial equalized to zero does not give rise to an equation. Science (physics) has special rules of multiplication and potentiation. The study of the parable (object of geometry) in connection with of the equation of the second degree (object of arithmetic) gives rise to a prodigy of symmetry in mathematics.

Keywords: review of mathematical foundations. numbers and numeric expressions. multiplication of counts. equations that matter. polynomials that matter. parabola and equation of the second degree.

INTRODUÇÃO

Pode-se fazer matemática com números considerados neutros, sem nenhum sinal, descartando, pois, a existência de números “positivos”, “negativos” e “imaginários”?

Para responder à questão, que sempre me intrigou, decidi revisitar os conceitos de número, de multiplicação, de equação e de polinômio. Um exercício que me rendeu cinco percepções de natureza disruptiva, aquelas mencionadas a seguir, que me levaram a ampliar o escopo da pesquisa inicial e examinar outros temas da matemática.

(1) Passei a entender, depois dessa empreitada, que as operações matemáticas devem ser feitas com expressões numéricas de contagens, envolvendo suas unidades nos cálculos, não com números isolados. As contagens têm sinais, não exatamente os números, ou seja, não existem de fato números “positivos”, “negativos” ou “imaginários”.

(2) Além disso, há multiplicações que não podemos fazer, de modo que equações que importam são todas do primeiro grau e polinômios que importam, do primeiro, do segundo ou do terceiro grau.

(3) Os multiplicadores de contagens não podem ser negativos, um entendimento fundamental na matemática.

(4) As imagens presidem e orientam as decisões sobre os sinais resultantes nas operações de subtração e de multiplicação de contagens. Na multiplicação, “menos por menos dá mais” porque o produto resultante é a imagem de uma imagem!

(5) O “x” que consta de uma equação pouco tem a ver com o “x” de um polinômio. As equações pertencem à aritmética, um domínio de contagens abstratas ou de contagens de módulos, e os polinômios, à geometria, um domínio de contagens de passos. Um polinômio igualado a zero dá lugar a uma falsa equação.

TERMINOLOGIA ADOTADA

Para as explicações que irei apresentar, assumi arbitrariamente os seguintes termos e expressões:

1 - "módulo", para designar um elemento ou membro de um conjunto.

2 - "passo", para designar uma unidade de distância adotada para fazer um estudo geométrico.

3 -"quantidade física", para designar o resultado, expresso por um número e uma unidade, de uma aferição relacionada com um estado físico ou um fenômeno físico.

4 - “contagem”, para designar o resultado de uma aferição ou de uma verificação de ordem ou posicionamento. Há quatro tipos de contagens: contagens abstratas, contagens de módulos, contagens de passos e quantidades físicas.

Toda contagem, que não seja uma contagem abstrata, tem expressão numérica formada por um número e uma unidade alusiva. As contagens abstratas são, portanto, o único caso de expressões numéricas sem unidades.

DESENVOLVIMENTO

Números e contagens

O número é um indicador, múltiplo até o infinito, usado para expressar a magnitude de uma contagem abstrata, de uma contagem de passos, de uma contagem de módulos ou de uma quantidade física.

O número é neutro, um indicador sem sinal.

A contagem abstrata, a contagem de módulos e a contagem de passos resultam de uma sucessão de adições e subtrações de contagens parciais, configurando uma soma algébrica, que pode resultar positiva ou negativa. A contagem resultante é sempre referida ao ponto zero. Desse modo, uma expressão numérica negativa é a imagem de uma contagem, sendo esta, por sua vez, a imagem da sua própria imagem.

Observação: há certas contagens que não aceitam subtrações, como a idade de uma pessoa. É também o caso do "número de vezes" que se usa na multiplicação. Essas contagens nunca são negativas.

Contagens abstratas

Uma contagem abstrata é a expressão numérica de uma frequência, de uma posição, de uma ordem, ou de um "número de vezes", isto é, de um multiplicador. A expressão numérica de uma contagem abstrata não tem unidade explícita, sendo representada apenas por um número.

A contagem abstrata positiva corresponde a um "número positivo", e a negativa, a um "número negativo".

A noção de contagem abstrata se confunde com a dos números isolados, a princípio sem nenhum problema. Essa contagem está presente em grande parte dos assuntos matemáticos, por exemplo, na teoria dos números, na potenciação, no cálculo das probabilidades e na matemática financeira.

Como já mencionado, a contagem abstrata é usada como "número de vezes", isto é, na multiplicação de outras contagens.

Contagens de módulos

A contagem de módulos é uma soma algébrica de "coisas" ou "elementos" iguais ou assim considerados para fins de aferição; por exemplo, 100 laranjas, 100 móveis, 100 alunos. A contagem de módulos é usada na aritmética, em especial na resolução de problemas por meio de equações.

Contagens de passos

As contagens de passos são utilizadas na geometria, para estudar linhas, figuras e sólidos. Uma unidade básica, digamos o passo, é usada para aferir comprimentos ou posições a partir de uma origem. Uma segunda unidade, o passo2, quadrado da unidade básica, é usada para quantificar áreas. Uma terceira, o passo3, cubo da unidade básica, é usada para quantificar volumes.

O passo pode ser o lado de uma quadrícula ao acaso em uma folha de desenho (caso em que essa unidade é omitida da expressão numérica, tanto quanto as duas unidades derivadas) ou uma unidade adotada por convenção, como o metro, tendo o metro quadrado e o metro cúbico como unidades derivadas. As três unidades constituem o núcleo das expressões numéricas da geometria, respectivamente, comprimentos, áreas e volumes.

É importante observar que a expressão numérica da contagem de passos em nenhuma hipótese pode ser elevada a uma potência maior que três, nem a alguma potência fracionária, pois essas operações implicariam dimensões que não existem.

Quantidades físicas

Seus números e unidades são usados em fórmulas da maneira estabelecida em uma teoria científica. As quantidades físicas em geral não são aferidas mediante somas algébricas, mas de acordo com processos científicos especiais.

As regras do jogo

Como veremos ao longo deste artigo, as expressões numéricas e suas unidades balizam as operações matemáticas. Cabe, a propósito, fazer uma correlação entre matemática e esportes com bola. Sem bola não há jogo, e cada esporte tem uma bola diferente: bola de futebol, tênis, vôlei, basquete, harpastum. Além disso, as regras do jogo diferem em cada esporte. No jogo matemático, o correspondente da bola é a expressão numérica, sem a qual também não há matemática.

De fato, cada expressão numérica impõe suas regras. Por exemplo, contar, medir e ponderar são aferições que dão origem a diferentes expressões numéricas, como: caso (a) 8; caso (b) 8 laranjas; caso (c) 8 metros; caso (d) 8 quilogramas.

Podemos elevar essas expressões ao quadrado? Para responder à pergunta, é necessário em cada caso examinar o que está sendo quantificado:

Caso (a): A resposta é “sim”, pois 8 é uma contagem abstrata: 8 x 8 = 64. Estamos falando aqui de contagens abstratas.

Caso (b): A resposta é “não”, pois laranjas ao quadrado não existem. Estamos falando aqui de contagens de módulos.

Caso (c): Além do metro, existem também o metro quadrado e o metro cúbico, e a resposta é “sim”: 8 metros x 8 metros = 64 metros quadrados. Estamos aqui no terreno da geometria. O metro é uma medida (a unidade básica); o metro quadrado, outra unidade diferente da primeira; e o metro cúbico, uma terceira unidade, diferente das anteriores.

Caso (d): A resposta é “depende”, pois o quilograma é a unidade de uma quantidade física. Estamos falando de ciência. Mediante autorização científica uma quantidade física pode ser multiplicada por si própria ou qualquer outra quantidade física, quando a fórmula assim o determine, observando-se sempre que as unidades participam dos cálculos, dos quais podem resultar novas unidades.

As unidades envolvem-se nos cálculos

Não se faz matemática com números isolados, mas com expressões numéricas de contagens. Ou seja, as unidades devem estar presentes nos cálculos, o que pode ser ilustrado nos exemplos abaixo:

1 - Na feitura do balanço, um exercício aritmético, os números (as contas) são dados em reais e a resposta (lucro ou prejuízo) é obtida em reais.

2 - No cálculo do volume de um sólido, um exercício geométrico, os números são dados em metros e a resposta é obtida em metros cúbicos.

3 - No cálculo da força que atua sobre um corpo, que é um exercício da física, a massa é dada em quilogramas, a aceleração, em metros por segundo ao quadrado, sendo a resposta obtida em newtons.

Os cálculos são feitos com números, sob a égide das expressões numéricas, o que significa, em cada caso, saber, por exemplo, se é possível ou não fazer multiplicações ou como expressar o resultado da operação. Tudo feito com o cuidado de observar o que acontece com as unidades.

Em outras palavras, devemos respeitar as regras do jogo.

Entendendo a multiplicação

A multiplicação é, numa soma algébrica, um mecanismo que permite adicionar, como única parcela, a mesma contagem um “número de vezes” a que se chama de multiplicador. Trata-se de uma contagem abstrata de caráter auxiliar.

Neste artigo a expressão “número de vezes” e “multiplicador” têm igual significado.

O multiplicador ou “”número de vezes”, embora seja uma contagem abstrata, é sempre neutro. Na verdade, a contagem do “número de vezes” tem caráter especial: nunca retrocede! Não existe um “número de vezes” ou multiplicador negativo!

Por outro lado, não faz sentido que uma contagem de módulos multiplique um multiplicador! É claro, pois, que nos cálculos com contagens de módulos a ordem dos fatores altera o produto! Três salas de aula de (= três vezes) vinte alunos totalizam sessenta alunos. Mas vinte alunos em três salas não perfazem sessenta salas!

Além disso, a contagem de módulos nunca multiplica outra contagem de módulos! Não podemos multiplicar um lucro no balanço pela idade de Diofanto ou elevar uma dívida bancária ao quadrado. Até parece um truísmo, mas um truísmo fundamental na matemática!

Contagens multiplicadoras e contagens multiplicadas

Contagem de “número de vezes”: um “número de vezes” pode multiplicar todas as contagens. Uma contagem multiplicada por um “número de vezes” dá lugar a outra contagem de mesma unidade: 5 vezes 10 = 50; 5 vezes 10 laranjas = 50 laranjas; 5 vezes 10 metros = 50 metros; 5 vezes 10 quilos = 50 quilos.

Contagem abstrata: a contagem abstrata pode ser multiplicada por qualquer outra contagem abstrata ou, seja, por "um número de vezes”. Portanto, as equações lúdicas, que adiante definiremos, podem ser de qualquer grau.

Contagem de módulos: uma contagem de módulos pode ser multiplicada por "um número de vezes", mas não pode ser usada como multiplicador. A consequência é que as equações que importam, ou seja, aquelas que envolvem módulos, são sempre do primeiro grau.

Contagens de passos: as contagens de passos podem ser multiplicadas por um “número de vezes”, mas também podem se multiplicar, neste caso obtendo uma área, com unidade ao quadrado, e multiplicar uma área, obtendo um volume, com unidade ao cubo. Como consequência, os polinômios relevantes podem ser de primeiro, segundo e terceiro graus. As contagens de passos estão relacionadas à geometria, ou seja, ao estudo da forma, tamanho e posição relativa de linhas, figuras e sólidos. Uma unidade básica serve para expressar comprimentos ou posições. Uma segunda unidade, que corresponde ao quadrado da unidade básica, é usada para quantificar áreas. Uma terceira, o cubo da unidade básica, é usada para quantificar volumes.

Quantidades físicas: as quantidades físicas, de acordo com fórmulas impostas pela física, podem multiplicar-se ou multiplicar qualquer outra quantidade física, sempre com participação das unidades envolvidas.

Imagens de contagens e imagens de imagens

Podemos imaginar que uma contagem abstrata, assim como uma contagem de módulos ou uma contagem de passos, esteja linearmente representada no eixo das abscissas, partindo de um ponto zero. Como somas algébricas, essas contagens podem ser positivas ou negativas. As contagens positivas correspondem aos chamados “números positivos”, enquanto as contagens negativas correspondem aos chamados “números negativos”.

Os sinais de mais (+) e de menos (-) não são atributos de números, mas de contagens.

Uma contagem negativa (“um número negativo”) é a imagem de uma contagem positiva (“um número positivo”) de igual magnitude e vice-versa:

(- a) = imagem da contagem “+ a” = - (+ a)

(+ a) = imagem da sua própria imagem = - (- a)

Sinais na subtração de contagem positiva e na subtração de contagem negativa

Subtração de (+ b)

A subtração de uma contagem corresponde à soma da sua imagem, como a seguir:

(a) - (+ b) = (a) + (- b)

Subtração de (- b)

A subtração da imagem de uma contagem corresponde, por seu turno, à soma da própria contagem (pois uma contagem é a imagem da sua imagem):

- (- b) = (a) + (+ b)

Produtos com fatores negativos

Uma multiplicação com dois fatores negativos não implica admitir multiplicador negativo, conforme se pode ver nos dois casos a seguir.

Primeiro caso: multiplicação de (x - a) por (x - b)

A multiplicação com dois fatores negativos origina-se de um episódio matemático que ocorre dentro das operações algébricas, mas nunca em eventos da vida real. Por exemplo, a multiplicação algébrica de (x - a) por (x - b) dá lugar à seguinte soma algébrica:

$x^2 - ax - bx + (- a) \times (- b)$

A última parcela da soma algébrica acima é o produto "(- a) x (- b)", com dois fatores negativos. Trata-se de uma ocorrência no interior de uma operação matemática - convém lembrar que estamos multiplicando (x - a) por (x - b), não (- a) por (- b).

O que significa e qual o resultado P dessa multiplicação incidental com dois fatores negativos?

Resposta: partindo do pressuposto de que o multiplicador é sempre positivo, um dos sinais negativos indica que o produto é negativo e o outro, que tal produto negativo é uma imagem. O resultado é, portanto, a imagem da imagem de uma contagem, ou seja, a própria contagem, positivamente considerada. Do seguinte modo:

$P = (- a) \times (- b) =- (a) \times (- b) =- (- a) \times (b) = - (-ab) = + ab$

O raciocínio acima, válido tanto para contagens abstratas quanto para contagens de passos, pode ser geometricamente visualizado, conforme mostro no Apêndice I. Ver que a multiplicação com dois fatores negativos não ocorre no nosso quotidiano. Por quê? Porque não há "número de vezes" negativo; ninguém pode cobrar de outrem uma dívida de "menos cinco vezes" o aluguel devido ou receber "menos três vezes" uma dúzia de maçãs.

Segundo caso: multiplicação dentro de uma equação

Seja o caso de efetuar a multiplicação

P = - 5 (7 - x),

que ocorra num desenvolvimento algébrico (no interior de uma equação, por exemplo). É evidente que x é uma contagem abstrata, de passos ou de módulos, ou mesmo uma quantidade física, tanto quanto 7. Portanto, 5 é o multiplicador, que, como sabemos, não pode ser negativo. Logo, o que se quer calcular é a imagem de 5 (7 - x).

P = - (5 (7 - x)) = imagem (5 (7 - x)) =

Imagem (35 – 5x) = 5x - 35

Resumo

Dois fatores positivos indicam multiplicação de uma contagem positiva por um "número de vezes". O resultado é positivo.

Um fator positivo e outro negativo indicam multiplicação de contagem negativa por um "número de vezes", de modo a obter um resultado negativo.

Dois fatores negativos indicam a imagem da multiplicação de contagem negativa por um "número de vezes". O resultado é positivo, porque imagem de uma imagem.

Um "número negativo" elevado à potência "n"

A imagem de uma contagem (isto é, um "número negativo") não pode ser a base de nenhuma potência, dado que não pode atuar como multiplicador. Ou seja, não é possível elevar um "número negativo" ao quadrado, ao cubo etc.

Como então interpretar e proceder, se numa operação algébrica aparecer uma expressão como $(-a)^n$? Resposta : $(-a)^n$ equivale a (-a) por $(a)^{(n-1)}$, com resultado positivo, se "n" for par, e com resultado negativo, se "n" for ímpar. Uma multiplicação de caráter acidental, somente possível com contagens abstratas e de passos, relevante na geometria, no trato com polinômios do segundo e do terceiro grau.

Seja, por exemplo, calcular x^2, para x = - 11, e x^3, para x = - 5:

$x^2 = (-11)^2 = -(11) \times (-11) = -(-121) = +121$

$x^3 = (-5)^3 = --(5)^2 \times (-5) = --(25) \times (-5) = -125$

Observação

Um "número negativo" nunca resulta de uma raiz quadrada porque "números negativos" (imagens) não têm quadrado.

Equações

É importante o entendimento de que "equação" é o confronto de duas somas algébricas de contagens construídas para serem iguais, uma das quais, ou ambas, contendo uma contagem desconhecida, designada pela letra “x” e denominada “incógnita”.

É um mecanismo desenvolvido caso a caso para a resolução de problemas aritméticos.

As equações que envolvem contagens de módulos são as “equações que importam” e as que envolvem contagens abstratas são as “equações lúdicas”. No caso geral, sejam “equações que importam” ou “lúdicas”, existe um único “x”, desconhecido, que se pretende descobrir.

Uma equação que importa, a de contagens de módulos, sempre tem de envolver duas contagens: uma incógnita x e um termo independente de x. Não existe equação sem um termo independente de x.

As equações de contagens de módulos são relevantes em matemática, enquanto as de contagens abstratas são apenas lúdicas. Por que lúdicas? Porque a princípio despertam interesse restrito, meramente recreativo, sem aplicação na vida real. Qual a utilidade, que não lúdica, de encontrar contagens abstratas, ou seja, números que nada significam? Podemos, por exemplo, construir uma equação e descobrir que os três “números” consecutivos que somam 141 são 46; 47; e 48, mas não há nenhuma utilidade, que não recreacional, nessa resposta.

A equação envolvendo contagens abstratas pode ser de qualquer grau, desde que resulte de uma igualdade imposta a duas somas algébricas a partir de um problema proposto. No entanto, não é fácil construir equações de grau maior que um. Se, não obstante, puderem ser construídas, outro problema será resolvê-las.

Essas equações de grau superior, se existentes, teriam mais de uma incógnita.

A única equação de grau superior do meu conhecimento é a equação lúdica, do segundo grau, necessária para encontrar “dois números de soma S e produto P”. Um caso excepcional de equação com duas incógnitas, cuja solução é discutida no Apêndice II, no qual chego, não obstante, a especular se a equação do segundo grau não seria na verdade uma equação do primeiro grau abrigando duas versões impostas por uma questão de simetria.

Comento agora sobre a dica de multiplicar “(x - a)” por “(x - b)” por “(x - c)” etc., “n” vezes, e igualar o resultado a zero para obter uma “equação” de grau “n”, com “n” “raízes”. Trata-se de uma equação falsa, pois não foi erigida impondo igualdade a duas somas algébricas. O polinômio obtido é certamente igual a zero para x = a, para x = b, para x = c, e assim por diante, mas encontrar essas "raízes" é exercício tedioso, certamente inútil, de enxugamento de gelo.

Ressalte-se, ainda uma vez, que a equação é uma igualdade imposta a duas somas algébricas, nas quais existe um termo desconhecido, designado pela letra “x” e denominado “incógnita”. Se a incógnita for uma contagem de módulos, a equação é necessariamente do primeiro grau porque uma contagem de módulos não pode ser multiplicada por outra contagem de módulos ou elevada a qualquer potência.

Na equação que importa não existem nem x^2, nem x^3, nem qualquer outra potência de x. Tampouco existe "y". As contagens envolvidas numa equação que importa situam-se integralmente no eixo dos x.

Polinômios

Assim como a contagem de módulos serve à aritmética, a contagem de passos serve à geometria, da qual um dos instrumentos é o polinômio, uma espécie de fórmula para estudar linhas, figuras, sólidos e suas relações.

Os "polinômios que importam" operam com contagens de passos e suas duas unidades derivadas (passo, passo² e passo³) e podem ser de primeiro, segundo e terceiro graus.

Se o polinômio for do primeiro grau, y é uma contagem de passos ou abstrata; se do segundo grau, uma área; se do terceiro grau, um volume. Todos os polinômios de grau acima de três são lúdicos.

O polinômio é uma fórmula, não um confronto de somas algébricas, e nesta condição y pode corresponder a todo e qualquer valor de “x”, arbitrariamente escolhido. Diversamente, o “x” de uma equação é único e responde a um problema proposto. Igualado um polinômio a zero, a igualdade resultante corresponde aos pontos nos quais ele se anula, não dando surgimento a uma equação.

Observação: não existem equações na geometria, um ramo da matemática cujas igualdades são demonstradas por meio de teoremas, como o de Pitágoras. Uma igualdade geométrica, imposta por um teorema, não pode ser confundida com uma equação, que é um confronto de duas somas algébricas construídas para serem iguais com a finalidade de resolver um problema particular de aritmética.

Matemática na ciência

A ciência tem regras especiais para a matemática e impõe caso a caso suas fórmulas e unidades. A física indica, por alguma fórmula, se a expressão numérica de uma propriedade física pode ser multiplicada por si ou pela expressão numérica de outra propriedade física. Por exemplo, números e unidades estão envolvidos na fórmula da lei da gravidade, na qual a expressão numérica de uma força, em newtons, resulta de cálculos com expressões numéricas em metros e quilogramas:

$F = G.\ m_1.m_2 / r^2$

F = força gravitacional, em "newtons", n

m_1 e m_2 = massas, em “quilogramas”, k

r = distância, em “metros”, m

G = constante de gravitação universal, em “(n.m² / k²)”, unidade gerada pela fórmula.

Outro ponto de interesse é que a física é livre para elevar suas propriedades a qualquer potência. Por exemplo, a lei de Stefan-Boltzmann estabelece que a potência emissiva (e) do corpo negro é proporcional à quarta potência de sua temperatura absoluta (T):

$e= c.T^4$

e = potência emissiva, em “watt/m^2”

T = a temperatura absoluta, em “graus Kelvin.”

c = constante de proporcionalidade, em unidades derivadas da fórmula.

As fórmulas da física são definições científicas, não equações. Por exemplo, a equação mais famosa de Einstein, $e = m.c^2$, é uma proposição científica, e não exatamente uma equação, ou seja, não confronta duas igualdades construídas para descobrir uma quantidade desconhecida. O autor deste artigo não ousa dizer que a ciência não tem equações, mas entende que afirmações como as contidas na equação de Clapeyron, na lei da gravitação universal, na segunda lei de Newton, na lei de Coulomb, bem como nas equações de campo de Einstein e na fórmula da lei de Stefan-Boltzmann, não são equações, mas imposições científicas

Tenho para mim que a palavra “equação” é usada na ciência metaforicamente, como se fosse sinônimo de “fórmula”.

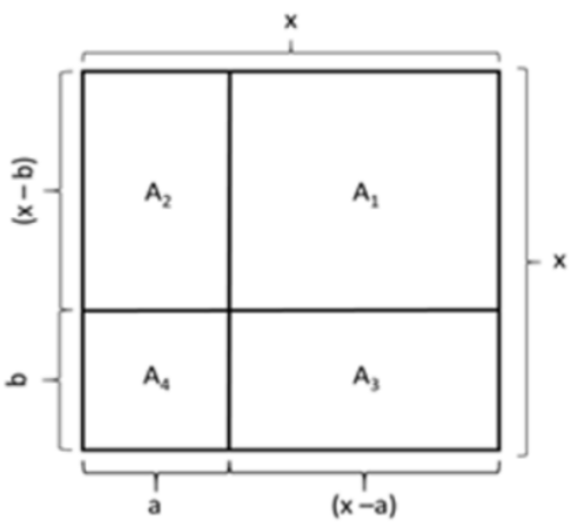
APÊNDICE I: DOIS FATORES NEGATIVOS

Vale perguntar: se não há multiplicador (“número de vezes”) negativo, como se pode explicar que haja multiplicação com dois fatores negativos? Resposta: trata-se de um acidente algébrico no interior de operações algébricas ou no trato com polinômios. É fácil explicar. Assumindo, por exemplo, que (x - a) e (x - b) sejam os lados do retângulo A_1, o cálculo de sua área, (x - a) versus (x - b), desdobra-se numa soma algébrica em que uma das parcelas é o produto (-a) x(-b), como abaixo:

$A_1 = (x - a) \times (x - b) = = x^2 - ax - bx + (- a) \times (- b)$ (I)

Seja o quadrado, de lado “x” e área A, na Figura 1. Dividamos o lado inferior desse quadrado em "a" e “(x - a)”, e o lado adjacente esquerdo, em “b” e (x – b).

Figura 1



O quadrado de área A fica assim repartido em quatro retângulos, com áreas A1, A2, A3 e A4, de forma que:

$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$

$A_1 = A - A_2 - A_3 - A_4$

$A = + x^2$

$A_2 = + ax - A_4$

$A_3 = + bx - A_4$

$A_4 \quad = + ab$

$A_1 = x^2 - ax - bx + A_4 + A_4 - A_4$

$A_1 = x^2 - ax - bx + A_4$

$A_1 = x^2 - ax - bx + ab$ (II)

Igualando (I) e (II):

$(-a) \times (-b) = + ab$

Assim se explica como o produto dos dois fatores negativos resultou positivo e ajuda a entender por que “menos multiplicado por menos dá mais”, em linha com o entendimento de que a multiplicação com dois fatores negativos, (- a) e (- b), gera a imagem de um produto negativo, (- (- ab)), isto é, um resultado positivo (+ ab).

Parábola centrada no ponto zero

“Números negativos”, ou seja, contagens negativas, podem ser multiplicados por um “número de vezes”, mas não podem ser elevados a nenhuma potência. Não existem quadrados de imagens, mas imagens de imagens de quadrados, o que se pode ver examinando o caso da parábola $Y = X^2$, centrada na origem, com um dos ramos no primeiro quadrante, e o outro situado simetricamente no segundo quadrante. Ver Figura 2.

Ramo direito de X^2 (quadrados de contagens, primeiro quadrante)

$Y = (+X) \times (+X) = + X^2$

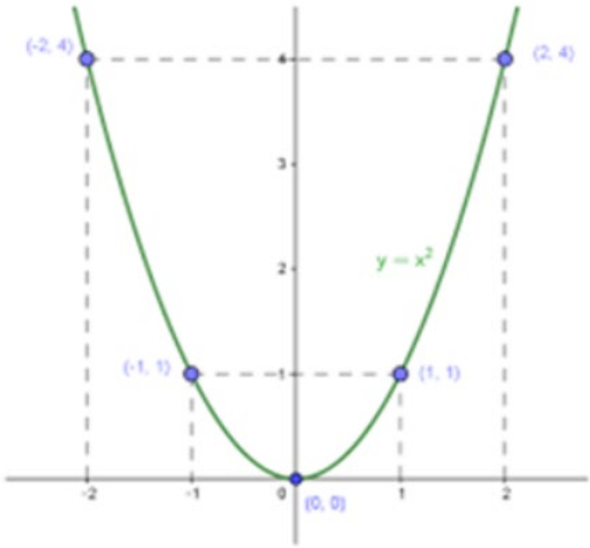
$X = 1 \quad Y = (+1) \times (+1) = + 1$

$X = 2 \quad Y = (+2) \times (+2) = + 4$

$X = 3 \quad Y = (+3) \times (+3) = + 9$

$X = 4 \quad Y = (+4) \times (+4) = + 16$

Figura 2



Ramo esquerdo de X2 (imagens das imagens de quadrados, segundo quadrante)

$Y = (-X) \times (-X) = - (X) \times (-X) = - (- X^2) = + X^2$

X = -1 $\quad$ Y = (- 1) x (- 1) = - (1) x (- 1) = - (-1) = + 1

X = -2 $\quad$ Y = (- 2) x (- 2) = - (2) x (- 2) = - (- 4) = + 4

X = - 3 $\quad$ Y = (- 3) x (- 3) = - (3) x (- 3) = - (- 9) = + 9

X = - 4 $\quad$ Y = (- 4) x (- 4) = - (4) x (- 4) = - (- 16) = + 16

APÊNDICE II: PARÁBOLA E EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU

Vamos mostrar que o trinômio de segundo grau e a equação do segundo grau não têm relação direta e que sua conexão é aparente e não passa de uma coincidência da matemática.

O trinômio do segundo grau

$y = ax^2 + bx + c$

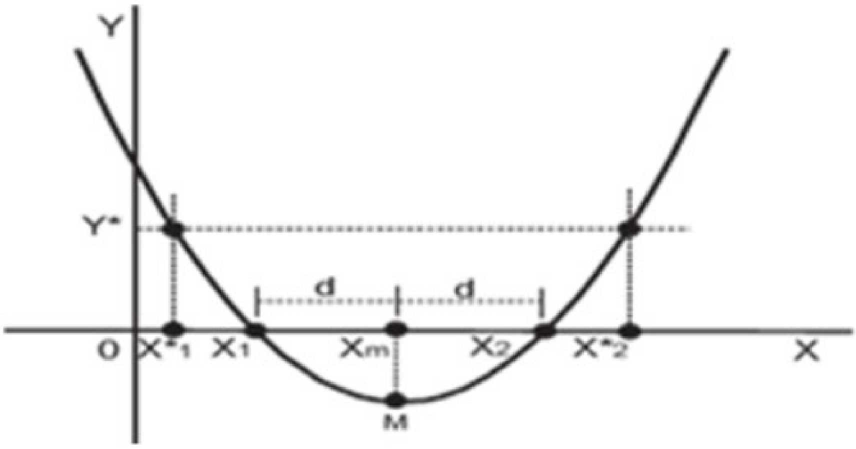
O trinômio funciona como uma fórmula geométrica para gerar a figura de uma parábola, na qual as abscissas (x) são passos e as ordenadas (y) são áreas. Um valor de x, como abscissa, e o y que lhe corresponde, como ordenada, definem um ponto da parábola.

Na fórmula do trinômio, como acima, “x” e “b” são medidas lineares, “y” e “c” são áreas enquanto “a” é um multiplicador (“número de vezes”) de áreas. As abscissas (x) referem-se ao passo escolhido e as ordenadas (y), ao seu quadrado.

Ver, na figura 3, que, dado o referido trinômio $y = ax^2 + bx + c = 0$, cada ordenada y* corresponde a dois pontos simétricos da parábola, cujas abscissas, x_1^* e x_2^*, podem ser calculadas usando a fórmula de Bhaskara:

x_1^* e $x_2^* = (- b \pm \sqrt{(b^2- 4ac^*)})/2a$, onde $c^* = c - y^*$

Figura 3



Bhaskara é uma fórmula obtida mediante uma demonstração geométrica, como a seguir.

Trinômio: $y = ax^2 + bx + c$

Raízes: x_1 e x_2 , a serem calculadas

$y' = 2x + b$ (derivada primeira)

O ponto M, de ordenada mínima (que corresponde a $y' = 0$) e abscissa x_m, é a referência para a simetria da parábola.

$x_m = - b/2a$

x_m dista "d" das raízes x_1 e x_2.

$x_1 = x_m – d = - (b + 2ad)/2a$

$x_2 = x_m + d = - (b - 2ad)/2a$

Cálculo de d e x_1

$ax_1^2 + bx_1 + c = 0$

Substituindo x_1 por $- (b + 2ad)/2a$ e desenvolvendo, temos

$4a^2d^2 - b^2 + 4ac = 0$

$d = \sqrt{(b^2 - 4ac)}/2a$

$x_1 = - (b + 2ad)/2a$

$x_1 = (- b - \sqrt{(b^2 - 4ac)})/2a$ (fórmula de Bhaskara para x_1)

Cálculo de x_2

$x_2 = - (b - 2ad)/2a$

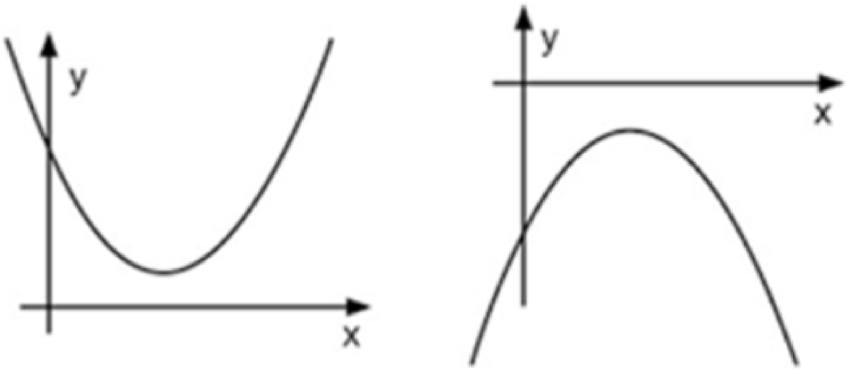
$x_2 = (- b + \sqrt{b^2 - 4ac}))/2a$ (fórmula de Bhaskara para x_2)

Fórmula de Bhaskara como geralmente apresentada

x_1 e $x_2 = (- b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a$

Observação: a ocorrência de $(b^2 - 4ac)$ menor que zero implica raiz quadrada impossível, indicando que a parábola não possui raízes, por estar totalmente acima ou totalmente abaixo do eixo dos "x", como na figura 4.

Figura 4



Fórmula de Bhaskara para qualquer y (isto é, $y = y^*$)

x_1^* e $x_2^* = (- b \pm \sqrt{b^2 - 4ac^*})/2a$, com $c^* = c – y^*$

Exemplos de aplicação

(a) Dado o trinômio $y = x^2 - 5x + 6$, calcular as raízes (x_1 e x_2),

$y^* = 0$ (correspondendo às raízes x_1 e x_2)

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$c^* = 6 - 0 = 6$

x_1^* e $x_2^* = (- b \pm \sqrt{b^2 - 4ac^*})/2a$

x_1^* e $x_2^* = (5 \pm \sqrt{(25-24)})/2 = (5 \pm \sqrt{1})/2 = (5 \pm 1)/2 = 2$ e 3

(b) Dado o trinômio $y = x^2 - 5x + 6$, calcular os valores de x para $y^* = 30$

$x^2 - 5x + 6 = 30$

$c^* = c - y^* = 6 -30 = -24$

$x^2 - 5x -24 = 0$

x_1^* e $x_2^* = (5 \pm \sqrt{(5^2 + 96)}) / 2 = (5 \pm \sqrt{(121)})/2 = (5 \pm 11/2 = - 3$ e $+ 8$

(c) Dado o trinômio $y = x^2 - 3x + 6$, calcular as raízes (x_1 e x_2).

$y^* = 0$

$x^2 - 3x + 6 = 0$

$c^* = 6 - 0 = 6$

x_1^* e $x_2^* = (3 \pm \sqrt{(3^2 -24)})/2 = (3 \pm \sqrt{(-15)})/2.$

É impossível a raiz quadrada de -15. Portanto, a parábola correspondente ao trinômio $y = x^2 - 3x + 6$ não tem raízes, isto é, não encontra o eixo dos x.

A equação de segundo grau

O trinômio $y = x^2 - 5x + 6$, se igualado a zero, dá lugar à falsa equação $x^2 - 5x + 6 = 0$, cujas raízes são 2 e 3. São, como vimos, os pontos x_1^* e x_2^*, em que a parábola encontra o eixo horizontal.

Vejamos o que acontece quando tentamos resolver a seguinte questão: calcular dois “números” de soma 5 e produto 6. A qual nos leva a multiplicar “x” por (5-x) e igualar o resultado a 6, ou seja, construir a equação: $x^2 - 5x + 6 = 0$, a mesma equação, agora real, embora lúdica, que resulta falsa quando o trinômio $y = x^2 - 5x + 6$ é igualado a zero.

A equação $x^2 - 5x + 6 = 0$ é, desse modo:

- Na geometria: uma equação do segundo grau falsa, que resulta de um polinômio igualado a zero. Os valores envolvidos são contagens de passos ou de seus quadrad0s.

- Na aritmética: uma equação do segundo grau lúdica, mas real, que resulta de um confronto de duas somas algébricas para resolver um problema. Os valores envolvidos são contagens abstratas.

Portanto, a mesma igualdade assume dois sentidos matemáticos distintos: um, para buscar, entre os pontos infinitos de x, que são passos, os dois que anulam a parábola; e outro, para calcular dois “números”, que são contagens abstratas, de soma 5 e produto 6. Em ambos os casos, os dois “números” procurados são 2 e 3, que são, num caso, as duas incógnitas da equação das contagens abstratas e, no outro, as duas contagens de passos que definem os pontos onde a parábola se anula.

A busca das raízes da parábola envolve dois eixos, contagens de passos e um trinômio: as raízes são fornecidas pela fórmula de Bhaskara, obtida, como demonstrado, com recursos geométricos.

A busca dos números desconhecidos envolve um eixo, duas contagens abstratas e uma equação lúdica. Suas soluções podem ser obtidas dispensando Bhaskara. Trata-se de um problema aritmético que deve ser resolvido por meios aritméticos, como se mostra a seguir.

Seja encontrar x1 e x2, os “números” cuja soma é 5 e o produto, 6, que deram origem à equação $x^2 - 5x + 6 = 0$. Um deles é x1 = x, e o outro, x2= 5 - x1. Tanto x1 quanto x2 satisfazem à equação.

Façamos $x_1 = j + k$, com j e $k \neq 0$

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$x_1^2 - 5x_1 + 6 = 0$

$x_1^2 = (j + k)^2 = j^2 + 2jk + k^2 -- 5x_1 = - 5j -5k$

$j^2 + 2jk + k^2 - - 5j -5k + 6 = 0$

$(2jk - 5k) + (j^2 + k^2 - 5j + 6) = 0$

$0 + 0 = 0$

$(2jk - 5k) = 0 \quad k \neq o$

$k (2j - 5) = 0 \quad j = 5/2$

$(j^2 + k^2 - - 5j - + 6) = 0$

$25/4 + k^2 – 25/4 + 6 = 0 \quad k = ½$

$x1 = j + k = 5/2 + ½ = 3$

$x^2 = 5 – x_1 = 2$

Observar que as duas parcelas que somam x1 são as mesmas da fórmula de Bhaskara.

Elucubração final sobre a equação do segundo grau

A equação do "segundo grau", assim chamada, será mesmo do segundo grau? Avento aqui a possibilidade de que a equação do segundo grau seja, na verdade, uma equação do primeiro grau que pode abrigar duas versões diferentes, cada uma com uma incógnita numericamente igual ao seu multiplicador.

Considerando a equação do segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$, suponhamos que x^2 seja o produto de um "número de vezes" x* por uma contagem abstrata x, ou seja, uma contagem multiplicada por um número de vezes de igual valor. Seria uma equação do primeiro grau que poderia ser escrita assim:

$ax^*x + bx + c = 0$,

que, como se sabe, tem duas soluções, a saber, $x=x_1$ e $x = x_2$.

Primeira versão da equação do primeiro grau presente na equação $x_2 - 5x + 6 = 0$

As raízes da equação são $x_1 = 2$ e $x_2 = 3$.

$x_1 = x_1^* = 2$

$2x_1 - 5x_1 + 6 = 0$

Segunda versão da equação do primeiro grau presente na equação $x2 - 5x + 6 = 0$

$x_2 = x_2^* = 3$

$3x_2 - 5x_2 + 6 = 0$

Cada versão tem uma incógnita, que num dos termos aparece ao quadrado por estar multiplicada por um "número de vezes" numericamente igual. Combinando as duas versões, é possível encontrar as duas incógnitas, conforme vimos na demonstração.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O número é neutro. Não existem números positivos, negativos ou imaginários.

As operações matemáticas devem ser feitas com expressões numéricas de contagens, envolvendo nos cálculos os números e as unidades das contagens.

As expressões numéricas que resultam de somas algébricas (contagens abstratas, contagens de módulos e contagens de passos) podem ser positivas ou negativas.

O entendimento da multiplicação e de suas limitações é fundamental nas decisões e no desenvolvimento dos processos matemáticos.

Subtrair uma contagem é adicionar sua imagem à soma algébrica; subtrair a imagem de uma contagem é adicioná-la à soma algébrica.

Não há multiplicação com multiplicadores negativos. Dois fatores negativos são um acidente algébrico, com resultado positivo, por tratar–se da imagem de um produto negativo.

A imagem de uma contagem não pode ser potenciada, uma vez que um multiplicador não pode ser negativo. Não existe, pois, raiz quadrada de “número negativo”. Tampouco existem "números imaginários".

As equações são uma ferramenta da aritmética; as “equações que importam”, construídas com contagens de módulos, são necessariamente do primeiro grau.

Os polinômios são uma ferramenta da geometria; os “polinômios que importam”, que são construídos com contagens de passos, podem ser de primeiro, segundo e terceiro graus.

Não é equação um polinômio igualado a zero.

Não há nenhuma restrição quanto à multiplicação de contagens e ao grau da potenciação nas fórmulas da ciência.

A "fórmula" de Bhaskara é a junção de duas fórmulas que podem ser demonstradas pela geometria e serve para extrair as raízes de um trinômio do segundo grau.

A equação do segundo grau é na verdade uma equação do primeiro grau com duas versões, cada uma com uma incógnita numericamente igual a seu multiplicador. As duas versões da equação contribuem para encontrar as duas incógnitas.

A equação do segundo grau é um prodígio da simetria na matemática, tanto na geometria, com a parábola, como na equação do "segundo grau".

REFERÊNCIAS

Mannarino, Remo, Reflexões de um matemático acidental, Rio de Janeiro, Catalivros, 2019

Mannarino, Remo, A matemática pode ser diferente? Rio de Janeiro, Catalivros, 2020

Mannarino, Remo, The mathematics of numerical expressions, GSG Journal Publication, Volume 8. Issue7, July 2020 Edition, 328 335

Organizador

Marcos Pereira dos Santos

Pós-doutor (PhD) em Ensino Religioso. Doutor em Teologia - Ênfase em Educação Religiosa. Mestre em Educação. Especialista em várias áreas da Educação. Bacharel em Teologia. Licenciado em: Pedagogia, Matemática, Letras - Habilitação Língua Portuguesa e suas Respectivas Literaturas, Filosofia e Ciências Biológicas. Possui formação técnico-profissionalizante de Ensino Médio em Curso de Magistério (Formação de Docentes) - Habilitação Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Pesquisador em Ciências da Educação, tendo como principais subáreas de interesse: Formação Inicial e Continuada de Docentes, Gestão Escolar, Tecnologias Educacionais, Educação Matemática, Estatística Educacional, Educação a Distância e Educação Literária. Literato fundador, efetivo, titular e correspondente imortal de várias Academias de Ciências, Letras e Artes em nível (inter) nacional. Membro do Conselho Editorial e do Conselho Consultivo de várias Editoras no Brasil. Parecerista/ Avaliador "ad hoc" de livros, capítulos de livros e artigos científicos na área educacional de Editoras e Revistas Científicas brasileiras. Participante de Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação. Literato profissional (escritor, poeta, cronista, contista, trovador, aldravianista, indrisonista, haicaísta, antologista, ensaísta e articulista). Na área literária é (re)conhecido nacional e internacionalmente pelo pseudônimo artístico-literário (ou nome-fantasia) de "Quinho Cal(e) idoscópio". Tem vários livros, coletâneas, antologias, capítulos de livros, ensaios e artigos acadêmico-científicos publicados em autoria/organização solo e em coautoria, nas versões impressa e digital. Possui ampla experiência profissional docente na Educação Infantil, Ensino Fundamental (I e II), Ensino Médio e Educação Superior (assessoria pedagógica institucional e docência na graduação e pós-graduação lato sensu). Leciona várias disciplinas curriculares pertencentes à área educacional. Atualmente é professor universitário junto a cursos de graduação (bacharelado, licenciatura e tecnologia) e de pós-graduação lato sensu na área educacional.

Contato: mestrepedagogo@yahoo.com.br

Índice remissivo

A

B

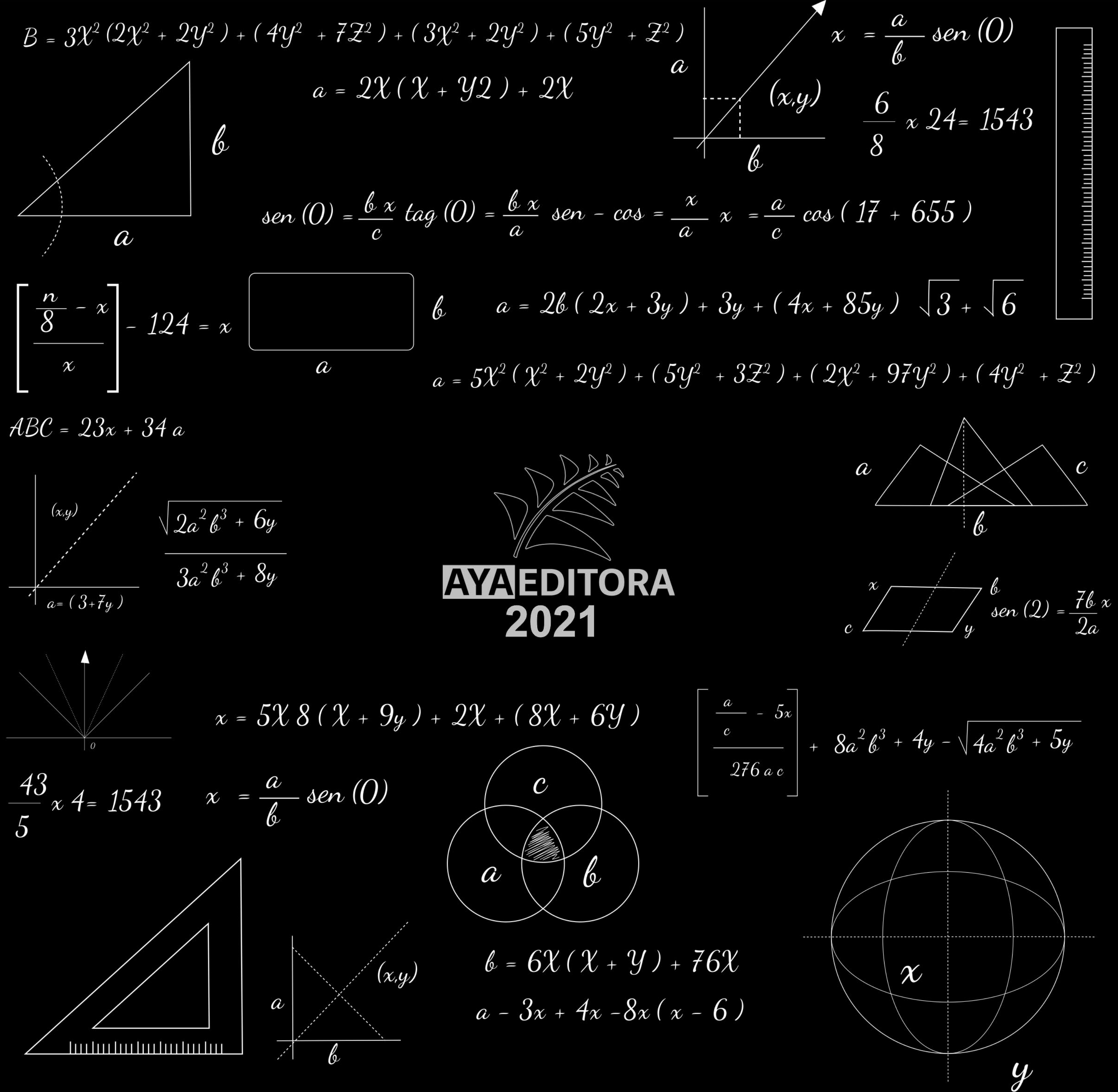
C

D

E

F

T



B = 3X² (2X² + 2Y²) + (4Y² + 7Z²) + (3X² + 2Y²) + (5Y² + Z²)
a = 2X (X + Y2) + 2X
x = a/b sen (0)
6/8 x 24 = 1543
sen (0) = b x / c tag (0) = b x / a sen - cos = x / a x = a / c cos (17 + 655)
- 124 = x
a = 2b (2x + 3y) + 3y + (4x + 85y) √3 + √6
a = 5X² (X² + 2Y²) + (5Y² + 3Z²) + (2X² + 97Y²) + (4Y² + Z²)
ABC = 23x + 34 a
AYA EDITORA
2021
a = (3+7y)
sen (2) = 7b x / 2a
x = 5X 8 (X + 9y) + 2X + (8X + 6Y)
+ 8a²b³ + 4y - √(4a²b³ + 5y)
43/5 x 4 = 1543
x = a/b sen (0)
b = 6X (X + Y) + 76X
a - 3x + 4x -8x (x - 6)