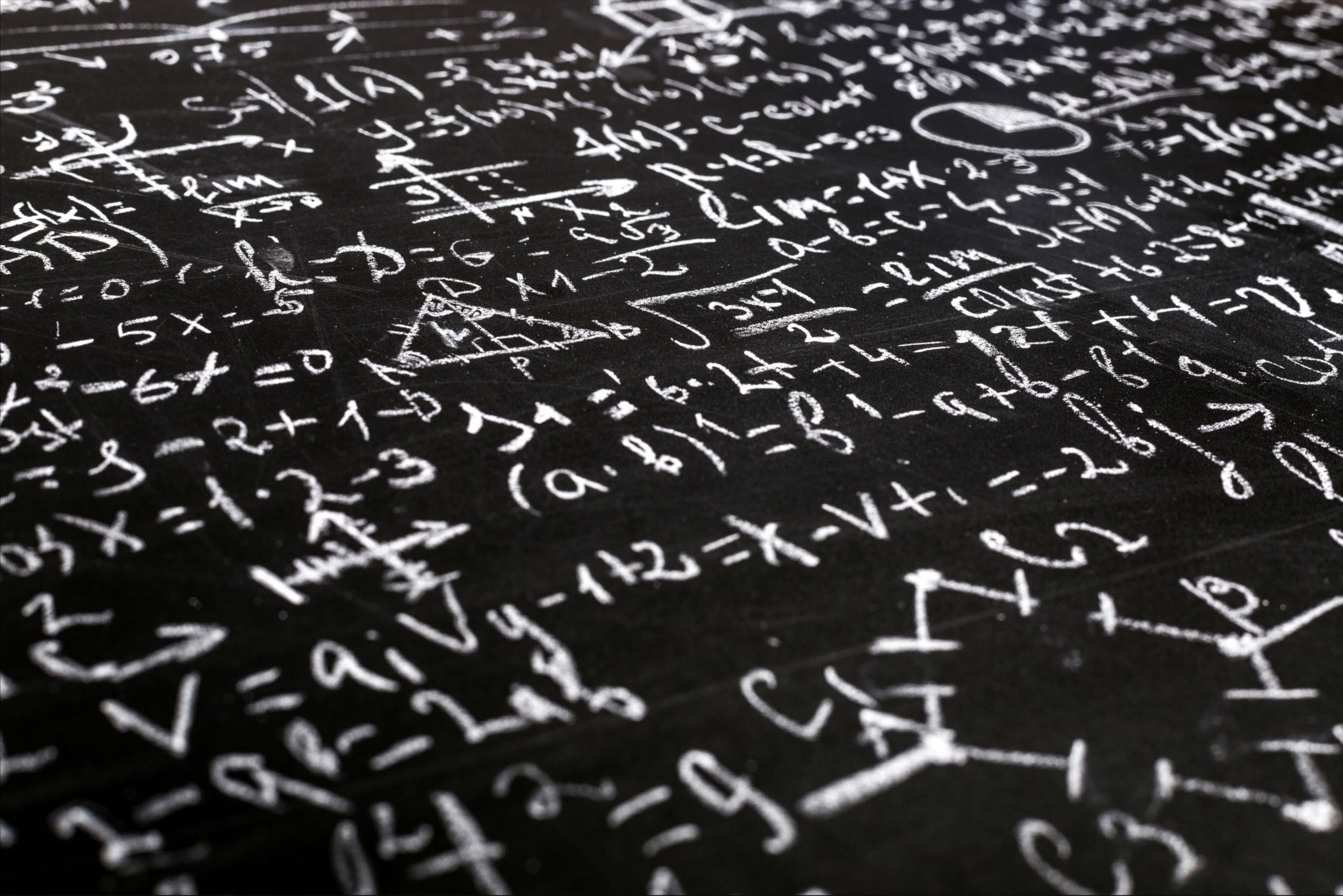


Educação matemática:
novas tendências, novos desafios

Marcos Pereira dos Santos
(Organizador)

AYA EDITORA
2021

Direção Editorial
Prof.° Dr. Adriano Mesquita Soares

Organizador
Prof.° Dr. Marcos Pereira dos Santos

Capa
AYA Editora

Revisão
Os Autores

Executiva de Negócios
Ana Lucia Ribeiro Soares

Produção Editorial
AYA Editora

Imagens de Capa
br.freepik.com

Área do Conhecimento
Ciências Exatas e da Terra

Conselho Editorial

E2446 Educação matemática: novas tendências, novos desafios [recurso eletrônico]. / Marcos Pereira dos Santos (organizador) -- Ponta Grossa: Aya, 2021. 123 p. – ISBN 978-65-88580-53-0

Inclui biografia
Inclui índice
Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader.
Modo de acesso: World Wide Web.
DOI 10.47573/aya.88580.2.36

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Trigonometria. I. Santos, Marcos Pereira dos. II. Título

CDD: 510

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Bruna Cristina Bonini - CRB 9/1347

International Scientific Journals Publicações de Periódicos e Editora EIRELI
AYA Editora©
CNPJ: 36.140.631/0001-53
Fone: +55 42 3086-3131
E-mail: contato@ayaeditora.com.br
Site: https://ayaeditora.com.br
Endereço: Rua João Rabello Coutinho, 557
Ponta Grossa - Paraná - Brasil
84.071-150

Apresentação

Leitores, leitoras:

Singelas e cordiais saudações: educacionais, matemáticas e educacionais matemáticas!

Ao abrir, folhear e ler atentamente as páginas de um livro científico não há como ficar indiferente, pois um universo sem igual de informações, conhecimentos, saberes, experiências, práticas, estudos, pesquisas, perquirições, sentimentos e emoções se desvela; levando-nos, à luz da racionalidade e rigorosidade científicas, a pensar, refletir, analisar, interpretar, conjecturar, comparar, imaginar, idealizar, projetar, retroalimentar, re-dimensionar e ressignificar concepções e valores.

Numa só expressão: ocorre uma mutação alquímica de capital relevância. Há uma transposição do mundo meramente sensível para o plano inteligível, apreendendo-se e parafraseando-se, aqui, as sábias palavras do filósofo grego Platão de Atenas (427-347 a.C.), contidas no célebre texto “A alegoria da caverna”, de A República: livro VII, cujos créditos autorais lhe pertencem.

Posto isto de forma preliminar, me sinto muitíssimo honrado, grato e alegre em redigir a (breve) Apresentação desta primorosa obra científica intitulada Educação matemática: novas tendências, novos desafios, da qual sou organizador e também autor de um dos nove capítulos textuais-autorais que a compõem.

A Educação Matemática, como campo científico e disciplina curricular, por excelência, traz em seu bojo múltiplas facetas, matizes e nuances, as quais agregam diversos temas e assuntos alusivos ao processo ensino-aprendizagem de Matemática, em termos teóricos, práticos e teórico-práticos. Nesse contexto, o perene e o novo em Educação Matemática ora se mesclam, ora se separam; englobando assim potencialidades, possibilidades, limitações, tendências, desafios e perspectivas.

Os nove excelsos capítulos textuais, elaborados em formato de artigos científicos, são oriundos de leituras, estudos, pesquisas científicas e práticas pedagógicas desenvolvidas pelos(as) seus(suas) respectivos(as) autores(as) e coautores(as) na subárea de Educação Matemática, a qual é resultante de um enlace sinergético entre as áreas de Educação e Matemática.

Destituídos de possíveis hierarquizações (co)autorais e/ou temáticas, os nove capítulos textuais que engendram e eternizam a presente obra científica digital, ora de domínio público e acesso livre e gratuito por tempo indeterminado, estão sequencialmente assim organizados:

Abrindo com chave de ouro a coletânea científica, no Capítulo 01, os pesquisadores Wilbertt José de Oliveira Moura, Brenda Ferreira Borges Guimarães e Eunice Carvalho de Sousa refletem criticamente sobre a “Aplicação do método da exaustão para irracionalidade de π via Geogebra e Excel 9”.

O Capítulo 02, por sua vez, aborda a “Lei de resfriamento de Newton e a modelagem matemática”, tendo como autores: Karen Gabriela de Oliveira, Wilbertt José de Oliveira Moura e

Dárcio José Ferreira Castelo Branco.

O Capítulo 03, de crédito autoral alusivo a Remo Mannarino, traz à mesa de debates o seguinte tema: “Matemática, uma visão alternativa”.

Compondo o Capítulo 04 nominado de “Trigonometria: explorando a interatividade e o dinamismo do GeoGebra”, tem-se a valiosa contribuição autoral de Jairo Renato Araujo Chaves, Karine Faverzani Magnago e Márcio Marques Martins.

A seguir, Lucinéia de Souza Gomes, Luiz Rodrigo de Oliveira, Célia Aparecida Dias Ferreira Louzada e Edmar Reis Thienzo discutem cientificamente, no Capítulo 05, acerca das “Práticas pedagógicas inclusivas no ensino de matemática”.

O Capítulo 06 intitulado “O ensino de matemática na escola do campo: uma reflexão sobre as possíveis articulações” encontra-se ao encargo dos docentes-pesquisadores Paulo Marcos Ferreira Andrade, Célia Aparecida Dias Ferreira Louzada, Edinei Ferreira da Silva Andrade e Euvania Dias Ferreira da Costa.

Ana Paula de Souza Bonizário, professora-mestra e supervisora pedagógica, no Capítulo 07, analisa com maestria e de modo crítico-reflexivo a “Identidade profissional de docentes que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental”.

O Capítulo 08, cuja autoria pertence a Alaíde Pereira Japecanga Aredes, aborda a temática “Soroban: contribuição para o ensino de matemática”.

Em última instância, no Capítulo 09, porém não menos importante, o professor-pesquisador Marcos Pereira dos Santos apresenta riquíssimas reflexões epistemológicas, metodológicas e didático-pedagógicas concernentes ao “Ensino-aprendizagem de expressões matemáticas numéricas na educação matemática básica escolar: para quê?”.

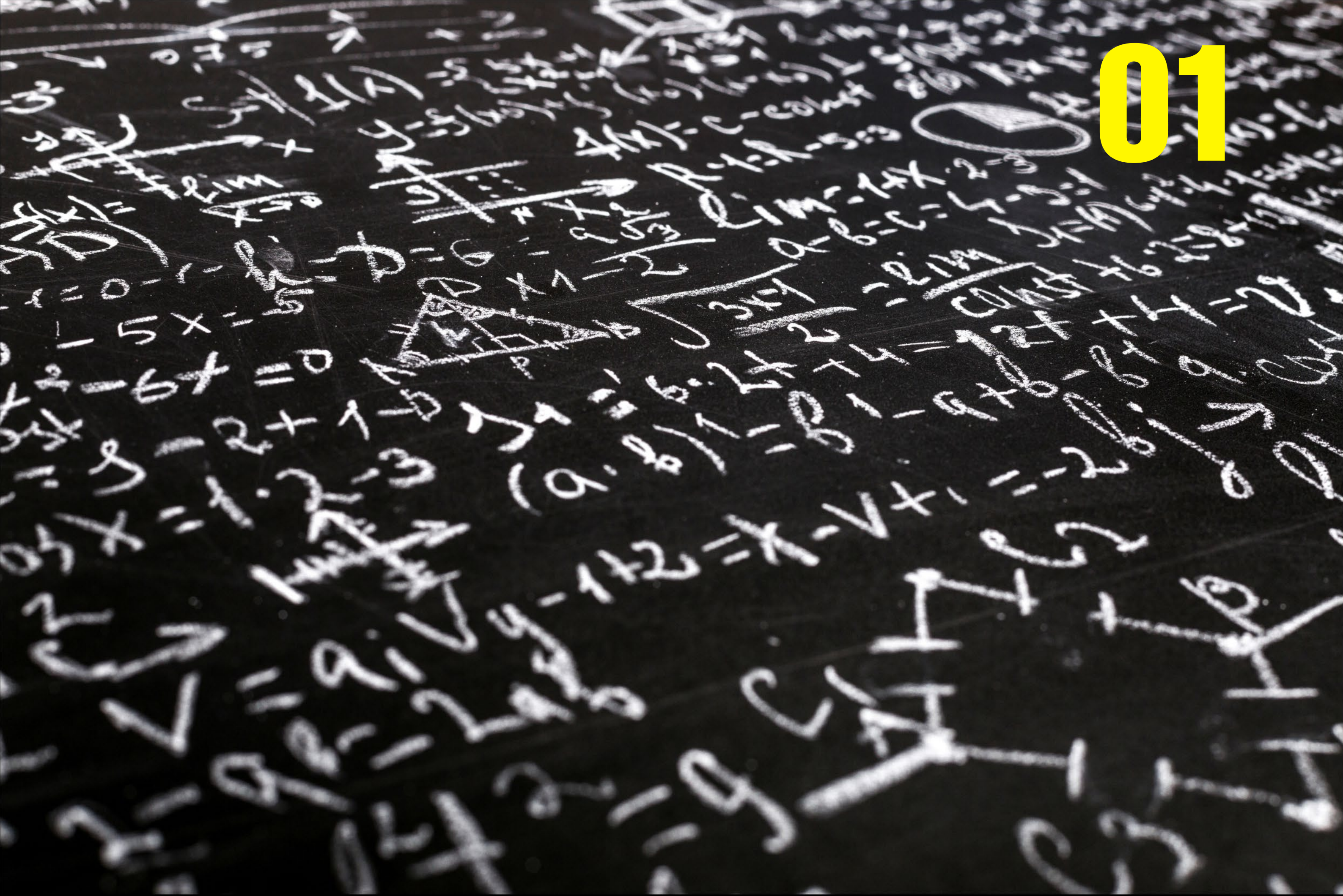
Diante do exposto, cabe-nos enfatizar que a miscelânea de seletos artigos científicos compilados é de (re)leitura recomendável e utilização ímpar por todos(as) os(as) profissionais da Educação (pesquisadores/as, educadores/as, docentes, professorandos/as, pedagogos/as, gestores/as escolares e coordenadores/as pedagógicos/as) e, principalmente, por aqueles(as) oriundos(as) do campo da Matemática e da subárea de Educação Matemática; bem como pelos(as) discentes e por todas as demais pessoas que ensinam, aprendem ou ensinam-e-aprendem Matemática, seja dentro ou fora do espaço educativo escolar ou universitário.

Por ora, é só.

Grande abraço e até uma próxima oportunidade!

Prof. Dr. Marcos Pereira dos Santos
Organizador

SUMÁRIO



01

Aplicação do método da exaustão para irracionalidade de π via geogebra e Excel

Wilbertt José De Oliveira Moura
IFPI, Floriano
Brenda Ferreira Borges Guimarães
IFPI, Floriano
Eunice Carvalho de Sousa
IFPI, Floriano

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.1

Resumo

Neste trabalho apresentaremos atividades que foram desenvolvidas no Laboratório Interdisciplinar de Formação de Professores do Instituto Federal do Piauí - Campus Floriano, no decorrer do desenvolvimento do Projeto de Iniciação Científica – PIBIC (IFPI) “O Método da Exaustão e suas aplicações para o Ensino de Matemática”. Inicialmente realizamos uma abordagem histórica sobre O Método de Arquimedes, grande precursor do Cálculo Integral. O uso de software Geogebra, unido com o Microsoft Excel e as atividades experimentais com o valor de π, realizadas com os alunos da Unidade Escolar Bucar Neto configuraram-se os principais recursos metodológicos de nossa pesquisa, que mostrou bons resultados. O estudo da irracionalidade do número π através do ambiente de geometria dinâmica e outros softwares através do método da Exaustão, em turmas do Ensino Médio, revelou-se o principal resultado da nossa pesquisa, como veremos a seguir.

Palavras-chave: método de exaustão. geogebra. irracionalidade.

INTRODUÇÃO

No ano de 287 a. C em Siracusa nascia Arquimedes, que para muitos se tornou o maior matemático da antiguidade, devido à originalidade de suas ideias em todos os seus campos de atuação. Porém aqui nos restringiremos à sua atuação na Matemática, em especial na Geometria, que tanto despertava a curiosidade dos gregos em cálculos de áreas e volumes. Apesar de muitos creditarem o Método da Exaustão a Arquimedes, o seu verdadeiro inventor foi Eudoxo (408 – 355 a.C), outro matemático grego, que dentre um dos seus principais feitos, realizou o cálculo exato do ano solar em 365 dias e ¼, que posteriormente foi adotado pelo calendário Juliano.

De acordo com Boyer

> Segundo Arquimedes, foi Eudoxo (408 – 355 a. C) que forneceu o axioma que hoje tem o nome de Arquimedes, às vezes, chamado axioma de Arquimedes e que serviu de base para o método de exaustão, o equivalente grego de cálculo integral. O axioma diz que: dadas duas grandezas que têm uma razão (isto é, nenhuma delas sendo zero), pode-se achar um múltiplo de qualquer delas que seja maior que a outra. Esse enunciado eliminava um nebuloso argumento sobre segmentos de reta indivisíveis, ou infinitésimos fixos, que às vezes aparecia (BOYER, 1995, p. 53).

Figura 1 – Eudoxo (408 a 355 a.C) e Arquimedes (287 a 212 a.C)

Uma boa sugestão para estudantes nos anos iniciais do curso de Matemática é assistir ao documentário O Livro Perdido de Arquimedes, que relata a importância de sua obra intitulada O Método, para o desenvolvimento da ciência caso não tivesse sido perdido por mais de 2000 anos. O livro que Arquimedes explica como realizava muitos de seus estudos, foi comprado em um leilão por mais de 2 milhões de dólares e entregue a uma equipe de cientistas, para que enfim fosse descoberto como esse gênio era capaz de resolver problemas matemáticos antes mesmo da criação do Cálculo, ainda em sua época. Arquimedes utilizava um método próprio para chegar aos resultados, denominado o Método do Equilíbrio e aliando-o ao Método da Exaustão realizava suas demonstrações. Em síntese o Método da Exaustão nos diz que: Se de uma grandeza qualquer se subtrair uma parte não menor que sua metade e do resto novamente se subtrair uma parte não menor que sua metade e assim por diante, se chegará por fim a uma grandeza menor que qualquer outra predeterminada da mesma espécie.

Arquimedes encontrou através do Método da Exaustão o valor mais próximo possível do que hoje denominamos de “pi” inscrevendo e circunscrevendo em um círculo polígonos regulares e calculando seus perímetros. Inicialmente com um triângulo e sempre dobrando o número de lados, chegou até um polígono com 96 lados. Tal procedimento feito com tamanha precisão que permitiu a Arquimedes concluir que a razão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência qualquer seria o número 3,14.

O que faremos adiante é utilizar o Método da Exaustão para uma aproximação "por falta" do número "pi" utilizando o Geogebra e o Excel, afim de fazer estudantes de uma turma de Ensino Médio "enxergar" a irracionalidade de π.

MÉTODOS

A pesquisa foi realizada no Laboratório Interdisciplinar de Formação de Professores do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – Campus Floriano e aplicada em uma Turma de 1° ano do Ensino Médio da Unidade Escolar Bucar Neto. Utilizamos em nossa pesquisa os softwares mencionados anteriormente.

O fator motivador do nosso trabalho pode ser compreendido através das seguintes perguntas que nos fizemos: Como fazer o aluno compreender que realmente π é uma constante irracional sem impor tal resultado, já que não é possível em uma turma de Ensino Médio uma demonstração rigorosa? É possível tornar "visível" ou pelo menos aceitável tal resultado?

A fim de obter respostas para tais questionamentos, e em consequência tornar o processo de ensino-aprendizagem efetivo no que desrespeito a irracionalidade de π em turmas de Ensino Médio, empregamos em nosso trabalho o uso das tecnologias. Libâneo salienta em seu livro "Adeus professor adeus professora? Novas exigências educacionais e profissão docente":

> O novo professor precisaria, no mínimo, de uma cultura geral mais ampliada, capacitada de aprender a aprender, competência para agir em sala de aula, habilidades comunicativas, domínio para a linguagem informal, saber usar meios de comunicação e articular as aulas com as mídias e multimídias. (LIBÂNEO,2009, p. 12)

Ele ainda ressalta :

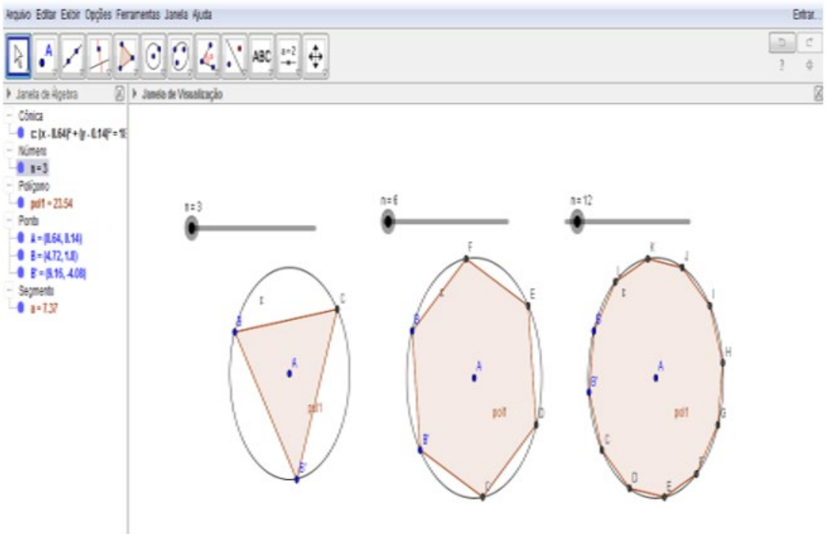
> A escola continuará durante muito tempo dependendo da sala de aula, do quadro-negro, cadernos. Mas as mudanças tecnológicas terão um impacto cada vez maior na educação escolar e na vida cotidiana. Os professores não podem mais ignorar a televisão, o vídeo, o cinema, o computador, o telefone, o fax, que são veículos de informação, de comunicação, de aprendizagem, de lazer, porque há tempos o professor e o livro didático deixaram de ser as únicas fontes do conhecimento. Ou seja, professores, alunos, pais, todos precisamos aprender a ler sons, imagens, movimentos e a lidar com eles. (LIBÂNEO,2009,p.17-18)

Baseando-nos nessa perspectiva de Libâneo, procuramos agir sobre a problemática exposta acima, e utilizar a tecnologia no processo de construção do conhecimento da irracionalidade do π. Assim motivados, resolvemos aplicar nossa proposta metodológica, seguindo os seguintes passos:

PASSO 1: Introduzimos a exposição com a definição da constante (Pi (π), o número irracional que representa a divisão entre uma circunferência e o diâmetro correspondente, com o valor aproximado de 3,1415926) e um breve apanhado histórico sobre O Método de Arquimedes (Em a medida de um círculo, obras compostas por apenas três composições, Arquimedes contribuiu novamente, com a utilização do método da exaustão para encontrar a área do círculo, obtendo uma das primeiras aproximações para o número π) e o documentário mencionado anteriormente.

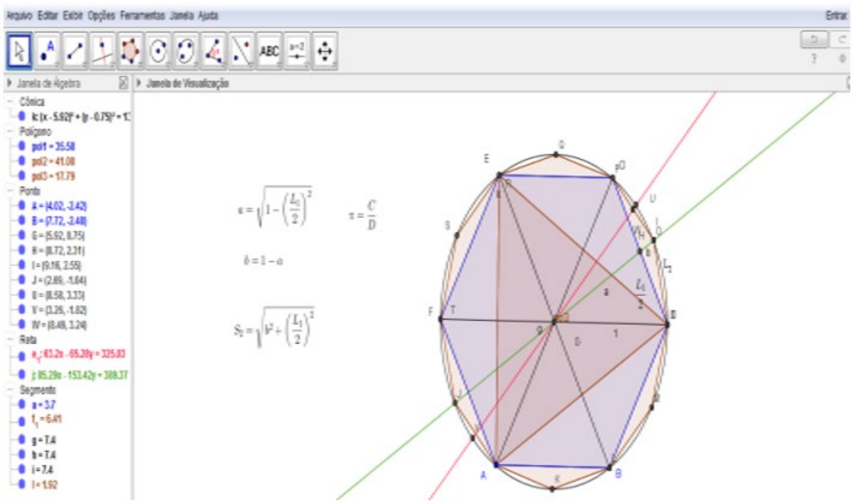
PASSO 2: Mostramos geometricamente o que faremos através do Método da Exaustão, ou seja, inscrever polígonos regulares em um círculo de raio unitário e ao aumentar a quantidade de lados, assim como fez Arquimedes. Mostramos assim que o perímetro do polígono se aproximará cada vez mais do comprimento da circunferência, conforme a figura 2.

Figura 2



PASSO 3: Mostramos o processo pelo qual Arquimedes inscreveu polígonos regulares no círculo. Tomando como aproximação para o comprimento da circunferência o perímetro dos polígonos regulares inscritos.

Figura 3



Nessa etapa construímos um triângulo equilátero inscrito a um círculo de raio 1 e centro G, e a partir da intersecção de uma das mediatrizes relativas com a circunferência identificamos um vértice do novo polígono a ser gerado, no caso o hexágono ABCDEF, que encontra-se destacado de azul. Representamos a medida do seu lado por , seu apótema de medida a e obviamente que de acordo com a figura acima b = 1 - a. É importante também observar que no triângulo retângulo GHC, temos:

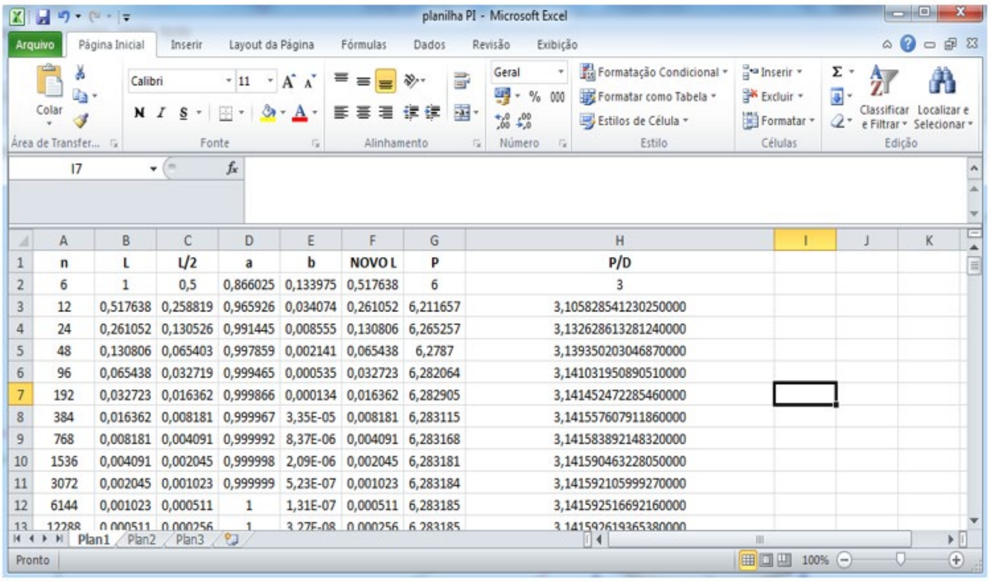
$$a=\sqrt{1-\left(\frac{L_1}{2}\right)^2} \qquad \text{(Equação 1)}$$

Ao traçar a mediatriz relativa a um dos lados do hexágono ABCDEF, a mesma irá intersectar a circunferência no vértice do próximo polígono regular a ser obtido, no caso um dodecágono de lado,como podemos perceber na figura. Considerando o triângulo retângulo IHZ, temos:

$$L_2 = \sqrt{b^2 + \left(\frac{L_1}{2}\right)^2} \qquad \text{(Equação 2)}$$

PASSO 4: Utilizamos o Excel para observamos os valores numéricos obtidos se esse processo continuasse exaustivamente!

Figura 4



n	L	L/2	a	b	NOVO L	P	P/D
6	1	0,5	0,866025	0,133975	0,517638	6	3
12	0,517638	0,258819	0,965926	0,034074	0,261052	6,211657	3,105828541230250000
24	0,261052	0,130526	0,991445	0,008555	0,130806	6,265257	3,132628613281240000
48	0,130806	0,065403	0,997859	0,002141	0,065438	6,2787	3,139350203046870000
96	0,065438	0,032719	0,999465	0,000535	0,032723	6,282064	3,141031950890510000
192	0,032723	0,016362	0,999866	0,000134	0,016362	6,282905	3,141452472285460000
384	0,016362	0,008181	0,999967	3,35E-05	0,008181	6,283115	3,141557607911860000
768	0,008181	0,004091	0,999992	8,37E-06	0,004091	6,283168	3,141583892148320000
1536	0,004091	0,002045	0,999998	2,09E-06	0,002045	6,283181	3,141590463228050000
3072	0,002045	0,001023	0,999999	5,23E-07	0,001023	6,283184	3,141592105999270000
6144	0,001023	0,000511	1	1,31E-07	0,000511	6,283185	3,141592516692160000
12288	0,000511	0,000256	1	3,27E-08	0,000256	6,283185	3,141592619365380000

Em um segundo momento, mencionamos algumas aplicações de π, por meio de vídeo aula. Dentre os vários efeitos do número π, citamos: o comprimento da circunferência, área do círculo e volume do cilindro. Mostrando aos alunos a importância do número π, para a Matemática.

Em seguida, fizemos uma atividade experimental com os alunos. Eles escolheram diferentes objetos de forma circular (Ex.: Moeda de um real, CD's, e fitas adesivas), na qual levamos a escola, e mediram o comprimento C das circunferências e diâmetro D de cada objeto e relacionaram-lhes, calculando o quociente da medida do comprimento da circunferência pelo diâmetro (valor de π).Como mostra a figura 5.

Figura 5 – Alunos desempenhando a atividade experimental.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os alunos e a professora da Unidade Escolar contribuíram de forma significativa nesta pesquisa. Mostraram-se acessíveis diante das etapas do trabalho, bem como das investigações realizadas. A análise foi procedida por meio do uso de questionário com perguntas semiestruturais e a observação da turma em diferentes fases do projeto.

No primeiro momento, realizamos um teste diagnóstico aos alunos da turma, observando a maneira como ocorreu o processo de ensino-aprendizagem dos alunos com o conteúdo matemático “o valor de pi”, bem como a percepção dos mesmos no que tange importância deste número irracional para a Matemática. Oportunizando a eles também, a apresentação de sugestão/proposta de como poderia ser trabalhado o conteúdo. Dessa forma, foram apontadas as seguintes perguntas:

Represente na forma decimal o valor de π.

Você sabe como se encontrou pela primeira vez um valor aproximado para o π? É fácil aceitar que ele é um número irracional?

Já justificaram a você, de modo fácil a irracionalidade de π? Como foi?

Você considera as definições encontradas nos livros didáticos sobre o número π convincentes?

Os livros didáticos estudados por você até então considera/considerou os termos e dimensões históricas da constante π?

Seria bom utilizar recursos computacionais para analisarmos sua representação decimal e concluirmos a respeito de sua irracionalidade?

Na turma composta por 12 alunos, metade não respondeu a primeira pergunta, e 33,33% responderam-na errado, representando π na forma decimal exata, assim apenas 16,66% acertou a representação decimal, deixando evidente através da notação a sua irracionalidade. Em relação à segunda pergunta apenas 8,33% dos alunos responderam que lembravam a primeira vez que encontrou o valor da constante e que 33,33% afirmaram que é fácil aceitar que π é um número irracional. Apesar de acolher bem a irracionalidade de π, 58,33% dos alunos disseram que nunca foi dada a eles uma justificativa sobre a irracionalidade de π, mostrando assim que a maioria dos alunos da turma sequer sabe que π é a razão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência. Em média, 24,995% dos alunos apontaram que acham convincentes as definições encaminhadas do número π nos livros da educação básica de matemática conhecidos por eles, onde eles também consideram os termos e dimensões históricas da constate estudada. Já ao que propormos em utilizar, os recursos computacionais, a fim de estudarmos esse fato, apenas 2 dos 12 alunos, mostraram-se resistentes à proposta, não respondendo a pergunta.

A leitura detalhada dos dados permitiu-nos ressaltar que dos 12 alunos da turma, em média, 3 não responderam a nenhum dos questionamentos. E que todas as interrogações indicadas, aconselhavam os alunos a conceder uma resposta subjetiva, explicando o porquê de cada conclusão. Mas, no entanto, não foi o que aconteceu, os alunos em sua totalidade responderam a maioria dos questionamentos de maneira objetiva (responderam sim ou não).

Podemos também perceber que apesar de que todos os alunos conhecerem π, poucos sabiam de fato o seu valor e que ele é um número irracional. Para constatar se o objetivo da apresentação foi alcançado, após a exibição das definições e do contexto histórico de π, aplicamos novamente outro questionário, onde foi solicitado apenas que representasse na forma decimal o valor de π. O resultado foi positivo, 9 dos 12 alunos da turma responderam corretamente, ou seja, 75% da turma conseguiu compreender que π é constante e irracional.

Além disso, foi bastante notório o interesse e estímulo dos alunos no último momento do trabalho (atividade experimental). Onde viram na prática, que número π é irracional e que representa de fato a divisão entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro correspondente, com o valor aproximado de 3,1415926.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – Campus Floriano que disponibilizou o Laboratório Interdisciplinar de Formação de Professores (LIFE), onde utilizamos em nossa pesquisa os softwares mencionados anteriormente. Como também queremos agradecer a Unidade Escolar Bucar Neto, instituição de ensino em que foi aplicada a pesquisa. E por fim, ao Professor Msc. Wilbertt José de Oliveira Moura que orientou todo o processo de pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Concluímos que todas as etapas da pesquisa, desde a preparação da apresentação até a aplicação do projeto foi de extremo significado. Através das pesquisas bibliográficas compreendemos a história do Método de Exaustão, bem como, em consequência o surgimento e o desenvolvimento do Cálculo. Notamos também a importância da História da Matemática para o processo da aprendizagem na educação básica.

Foi possível por meio de software Geogebra, aplicar de modo consistente o Método da Exaustão em turma de Ensino Médio, motivando o interesse e o estudo dos alunos para esse ramo da Matemática, vendo sua importância para o desenvolvimento de diversas aplicações nos dias atuais.

A realização deste estudo oportunizou a reflexão de novas formas de trabalho, para atender e envolver os alunos em sala de aula. Apesar de verificarmos algumas dificuldades encontradas pelos mesmos, foi perceptível o despertar e o encantamento que tiveram ao longo da execução do projeto, inferindo desse modo, os resultados positivos da pesquisa.

REFERÊNCIAS

ALVARENGA, Mauro Lopes. Método de Exaustão e sua contribuição para o desenvolvimento do conhecimento matemático. Disponível em: http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12006/MauroLopesAlvarenga.pdf

BORTOLETTO, Anésia Regina Schiavolin. Reflexões relativas ás definições do número π (PI) e à presença da sua história em livros didáticos de matemática do ensino fundamental, dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Educação da UNIMEP como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Educação, Piracicaba, SP, Maio, 2008.

BOYER, Carl B. Cálculo - tópicos de história da matemática para uso em sala de aula. São Paulo: Atual Editora Ltda, 1995. v. 6

EVES, Howard. Introdução à história da matemática. Tradução Hygino H. Domingues 5º es. – Campinas, SP. Editora da Unicamp, 2011.

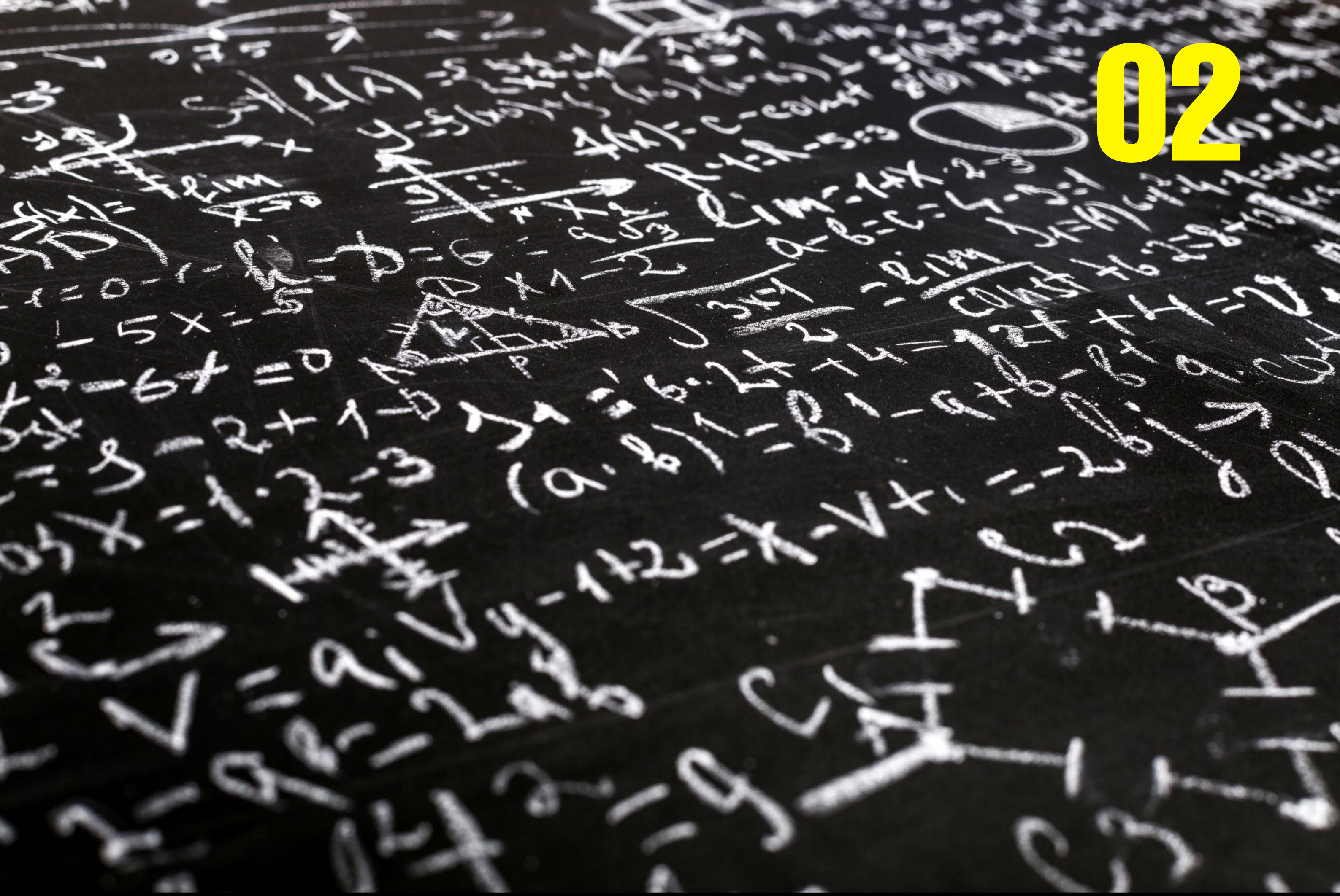
LIBÂNEO, José Carlos. Adeus professor, adeus professora? : novas exigências educacionais e profissâo docente. 11 ed. São Paulo, Cortez, 2009, 67 v

WENDPAP, Bruna Gabriela; BASTIANI, Fernanda De; GUZZO, Sandro Marcos. Uma abordagem histórico-matemática do número pi (π), XXII Semana Acadêmica da Matemática.

A Histório do Palimpisesto. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=a9iiZ02H_f8

Livro perdido de Arquimedes. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=dEVrGQL9wG4.

O Número PI. Disponível em: http://www.coladaweb.com/matematica/numero-pi



02

Lei de resfriamento de Newton e a modelagem matemática

Karen Gabriela de Oliveira
IFPI, Floriano

Wilbertt José De Oliveira Moura
IFPI, Floriano

Dárcio José Ferreira Castelo Branco
IFPI, Floriano

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.2

Resumo

Este trabalho tem como objetivo descrever os resultados obtidos durante a realização de um experimento envolvendo a disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias, utilizando-se a Lei do Resfriamento de Newton em conjunto com a Modelagem Matemática, analisando as contribuições que as mesmas podem oferecer ao ensino e à aprendizagem dessa disciplina. Neste experimento utilizamos uma galinha na qual aplicamos a Lei de Resfriamento de Newton com proposito de mostrar as aplicações das Equações Diferenciais Ordinárias no nosso cotidiano. A partir da exploração de dados e informações coletadas, foi construído um modelo matemático que permite elucidar o tema proposto, explorar os conceitos envolvidos, desenvolvendo a capacidade de criar, interpretar, analisar e resolver. A atividade culminou com a apresentação de um seminário sobre o assunto e a discussão dos resultados.

Palavras-chave: aplicação experimental. modelagem matemática. aprendizagem.

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo descrever os resultados obtidos durante a realização de um experimento envolvendo a disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias, utilizando-se a Lei do Resfriamento de Newton em conjunto com a Modelagem Matemática, analisando as contribuições que as mesmas podem oferecer ao ensino e à aprendizagem dessa disciplina.

A Modelagem Matemática é a área do conhecimento que consiste em descrever matematicamente um fenômeno. Entretanto, existem vários tipos de formas e métodos. Dentre eles destacamos as Equações Diferenciais Ordinárias que é feita da seguinte forma: através de observações que podemos conseguir com informações sobre as taxas de variações de fenômenos (experimentos) que são as derivadas, em seguida escreve-se e a equação que relaciona as taxas de variações e a função, isto é, a equação diferencial associada. A partir daí, encontra-se a solução desta equação tendo assim uma possível descrição do fenômeno.

Os modelos matemáticos apresentam uma série de aspectos positivos, pois os mesmos apresentam uma linguagem menos complicada que facilitam sua manipulação, na qual temos a oportunidade de um único conteúdo ser abordado diversas vezes no contexto de um tema e em situações distintas, favorecendo a compreensão das ideias fundamentais, podendo assim contribuir de forma significativa para a percepção da importância da Matemática no cotidiano da vida de cada cidadão, seja ele ou não um matemático.

Segundo Biembengut (2003) afirma que:

> A modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para elaborar um modelo, além de conhecimentos de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas. (BIEMBENGUT , 2003, p.12)

Ao se desenvolver um modelo matemático almeja-se um ponto ótimo entre a representação da realidade e a complexidade do modelo, para que os resultados coerentes sejam possíveis, bem como sua interpretação. Segundo Howard Emmons: “o desafio em modelagem matemática não é produzir os modelos descritivos mais compreensíveis, mas sim produzir modelos suficientemente simples que incorporam as principais características do fenômeno em questão”. Portanto, a modelagem matemática ajuda a evitar ou reduzir a necessidade de gastos excessivos em experimentos, ou até mesmo simular experimentos impossíveis de serem realizados na prática. Seguindo o mesmo raciocínio, Barbosa (2003, p. 5) afirma que a modelagem matemática “é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”.

MÉTODO

Lei do resfriamento de Newton

É o equilíbrio térmico entre dois ou mais corpos. Ou seja, corpos com diferentes temperaturas que entram em contato entre si, fazendo com que se inicie um processo de resfriamento - do corpo mais quente para o mais frio – até que atinjam o equilíbrio térmico. De acordo com a

Lei de Resfriamento de Newton afirma que "a taxa de variação temporal da temperatura de um corpo é proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e o meio circundante" (BRONSON, 2008, p.64). E segundo Bassanezzi e Ferreira (1988), um corpo sem fonte interna de calor deixado em um ambiente com temperatura T, sua temperatura tende a entrar em equilíbrio com a temperatura do ambiente "". Se T<Ta este corpo aumentará, mas no caso contrario, onde T>Ta ele diminuirá. Tendo a temperatura de um corpo, ela será em função do tempo, ou seja, T = T(t), quanto maior for |T –Ta|, mais rápida será a variação T(t).Dadas as variáveis podemos representar a lei de resfriamento de Newton da seguinte forma:

$$\frac{dT}{dt} = -b(T - T_A) \text{ ou } \frac{dT}{(T - T_A)} = -kdt \qquad \text{(Equação 1)}$$

Onde, T é a temperatura instantânea do corpo; TA a temperatura constante do ambiente; e b é a chamada constante de radiação, que depende do tamanho, material e condições da superfície externa do corpo.

Para resolver a equação (1) vamos integrá-la em ambos os lados:

$$ln\ (T - T_A) = -bt + constante \quad \Rightarrow$$

Resolvendo essa equação:

$$(T - T_A) = e^{-bt+k} \quad \Rightarrow$$

$$T = T_A + e^{-bt+k} \qquad \text{(Equação 2)}$$

Em que K representa uma constante. Para determinarmos essa constante vamos considerar o instante inicial, isto é, para t = 0 :

$$T_0 = T_A + e^{-b0+k} \quad \Rightarrow$$

$$T_0 - T_A = e^{k} \quad \Rightarrow$$

$$K = ln\ (T_0 - T_A) \quad \Rightarrow$$

Substituindo o valor de K na equação (2), obtemos:

$$T = T_A + e^{-bt+\ln(T_0 - T_A)} \quad \Rightarrow$$

$$T = T_A + (T_0 - T_A).\ e^{-bt} \qquad \text{(Equação 3)}$$

A última equação encontrada é conhecida como a Lei de Resfriamento de Newton.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

O relatório de pesquisa foi produzido a partir da proposta de trabalho experimental sugerido pelo professor Msc. Wilbertt Moura, ministrante da disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias. O objetivo do experimento visa determinar o horário da morte de uma galinha aplicando a Lei de Resfriamento de Newton.

Os materiais utilizados para esse experimento foram: Uma galinha abatida, um termômetro e um registro de bordo. Inicialmente foi medida a temperatura ambiente que permaneceu constante e em seguida foi medida a temperatura da galinha viva e após ela morta. A temperatura da galinha foi medida novamente por 2 (duas) vezes. Sendo que a temperatura da galinha viva foi de 41,7 °C, após seu último suspiro sua temperatura corporal era de 39°C, e depois de dez minutos a sua temperatura era de 37,7°C, e a temperatura ambiente eram de 33°C.

Após todo esse processo foi montado um problema no qual foi resolvido através da lei de resfriamento de Newton, determinando o horário da morte da galinha. O problema foi o seguinte: "Sabendo que foi encontrada uma galinha morta as 11h05min com temperatura corporal de 39°C e temperatura ambiente constante de 33°C. Após 10 minutos a temperatura corporal da galinha era de 37,7°C. Que horas a galinha morreu?"

Aplicando a fórmula da Lei de Resfriamento de Newton

$$T = T_a + \Delta T_0 \, e^{-k\,t}$$

(Equação 3)

Onde e $\Delta T = T_0 - T_A$ e

T= 37,7 °C

t = 10 min

T_A= 33°C

T_O= 39°C

Então, em posse desses dados quer-se saber qual da constante K= ?. Substituindo os valores citados no enunciado da questão e aplicando-os nas equações encontradas. Tem-se:

$\Rightarrow 37{,}7 = 33 + (39 - 33)\, e^{-10k}$

$\Rightarrow 6e^{-10k} = 4{,}7$

$\Rightarrow e^{-10k} = \frac{4{,}7}{6}$

$\Rightarrow e^{-10k} = 0{,}78$

$\Rightarrow -10k = \ln(0{,}78)$

$\Rightarrow -10k = -0{,}25$, multiplicando ambos os membros por (-1):

$\Rightarrow 10k = 0{,}25$

$\Rightarrow k = 0{,}025$

Agora que encontramos o valor de K, vamos aplicar novamente os nossos dados na questão para determinar o instante da morte:

$\Rightarrow 39 = 33 + (41{,}7 - 33)\, e^{-0{,}025t}$

$\Rightarrow 8{,}7e^{-0{,}025t} = 6$

$\Rightarrow\ e^{-0{,}025t} = \frac{6}{8{,}7}$

$\Rightarrow\ e^{-0{,}025t} = 0{,}69$

$\Rightarrow\ -0{,}025t = ln\ (0{,}69)$

$\Rightarrow\ -0{,}025t = -\ 0{,}37$, multiplicando ambos os membros por (-1):

$\Rightarrow\ 0{,}025t = 0{,}37$

$\Rightarrow\ t = 14{,}8$, que é aproximadamente 15 minutos.

Ou seja, a galinha morreu 15 minutos antes das 11h05min (que foi a hora em que foi encontrada), então ela morreu exatamente às 10h50min. Foi aplicada a Lei de Resfriamento de Newton para a resolução desse problema onde, obteve-se exatamente o horário da morte da galinha.

SE FOSSE UM HOMICÍDIO?

Ocorrendo um homicídio é muitas vezes importante estimar o instante da morte, ou o instante em que o corpo foi encontrado. A partir de observações experimentais, sabe-se que, com uma exatidão satisfatória em muitas circunstâncias, a temperatura superficial do corpo se altera com uma taxa proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e o ambiente. É o que conhecemos por Lei do Resfriamento de Newton. Portanto, concluímos que em caso de homicídio uma opção para o processo de investigação e resolução é análogo ao experimento da galinha, ou seja, é utilizado o mesmo método para obtenção do tempo aproximado da morte.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Campus Floriano por todo o incentivo a pesquisa e principalmente ao Professor Msc. Wilbertt José de Oliveira Moura que propôs a ideia de expor em forma de artigo a prática realizada durante a disciplina de Equações Diferencias Ordinária.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo mostrar novas possibilidades e alternativas de utilização da modelagem matemática promovendo a interdisciplinaridade entre Equações Diferencias Ordinárias e a Lei de Resfriamento de Newton para facilitar suas aplicações. Para isso optamos utilizar um experimento, por meio do qual observamos e descrevemos o comportamento das temperaturas existente entre intervalos de tempo e suas variações. Por meio destas observações foi possível obter a hora aproximada em que o corpo experimental foi morto. A partir dessa análise, podemos afirmar que existe a possibilidade de realização de atividades de ensino envolvendo Equações Diferenciais Ordinárias e Modelagem Matemática. Consideramos que nosso experimento traz contribuições para a área de ensino das aplicações em equações diferencias e serve com base para que futuros discentes da disciplina possam desenvolver novos experimentos contribuindo assim para a evolução do ensino aprendizagem da mesma.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J.C. Modelagem Matemática na sala de aula. Perpectiva, Erechim (RS), v. 27, n. 98, p. 65-74, junho/2003. Disponível em:

<http://www.uefs.br/nupemm/perspectiva.pdf> Acesso em 21 de dezembro de 2010.

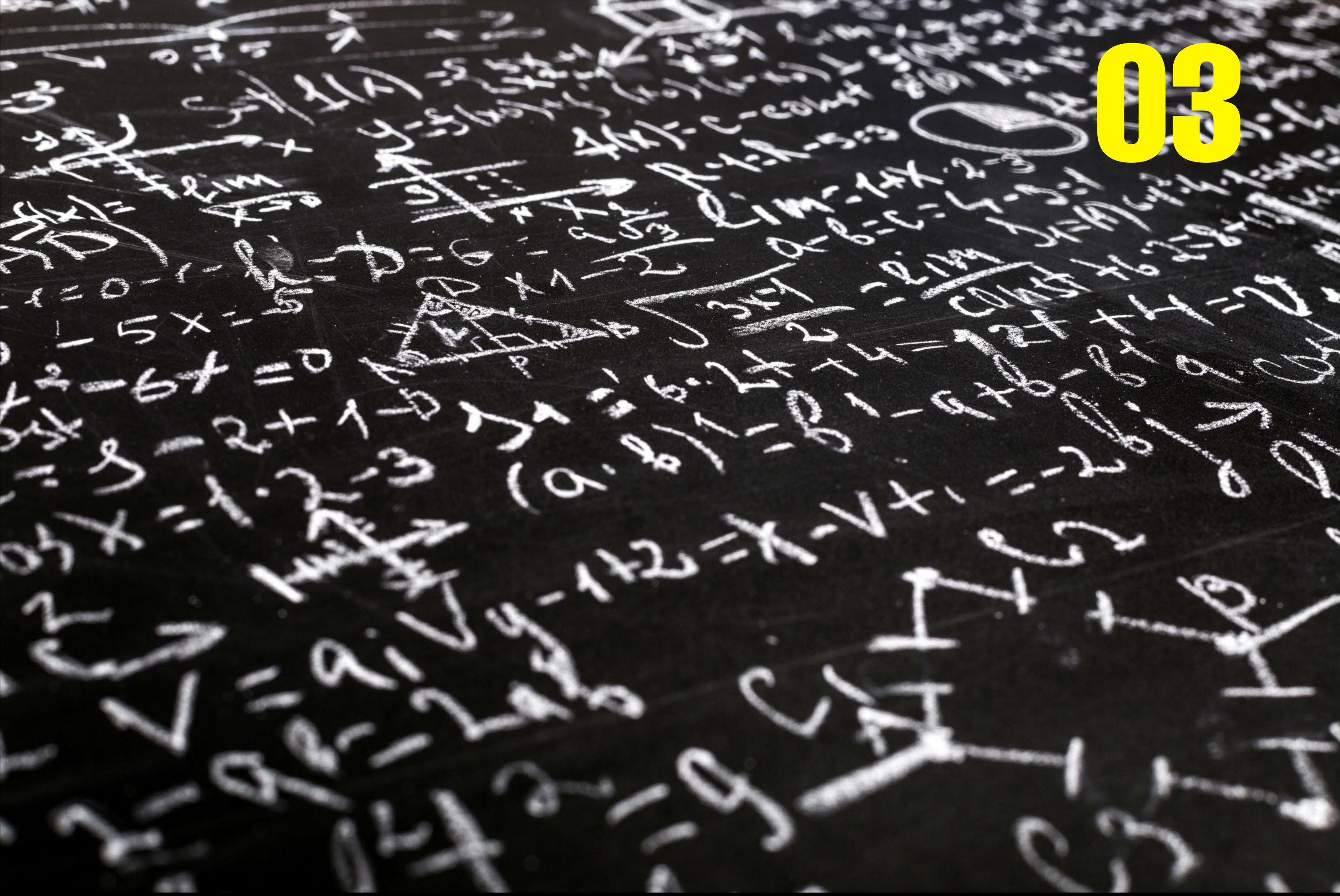
BASSANEZI,R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. Editora Contexto, São Paulo, 2002.

BASSANEZI, R. C. FERREIRA JR, W. C. Equações diferenciais com aplicações. São Paulo: Editora Harbra Ltda, 1988.

BIEMBENGUT, M.S.; HEIN, N. Modelagem Matemática no Ensino. 3. Ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e tecnológica. Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias/Ministério da educação. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de educação Média e Tecnológica, 1999.

BRONSON, R. COSTA, G. Equações diferenciais, 3 ed. Porto Alegre: Editora Bookman, 2008.



03

Matemática, uma visão alternativa

Mathematics, an alternative view

Remo Mannarino

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.3

Resumo

Este capítulo questiona os fundamentos da matemática e postula que as operações matemáticas devem ser feitas com expressões numéricas de contagens, não com números isolados. Toma como ponto de partida que os números, que resultam das aferições e quantificam as contagens, são neutros, não têm sinais, inexistindo, pois, números “positivos”, “negativos” ou “imaginários”. As contagens, as que se formam mediante somas algébricas, estas sim, podem ser positivas ou negativas. Além disso, é fundamental entender o significado da multiplicação, que não há multiplicadores negativos e que a ordem dos fatores altera o produto. Menos por menos “dá” mais porque o resultado da multiplicação é a imagem de uma imagem, o que pode ser demonstrado geometricamente. Equações que importam (isto é, não lúdicas) resolvem problemas da aritmética, são formuladas com contagens de módulos e só podem ser do primeiro grau. Polinômios que importam resolvem problemas da geometria, são formulados com contagens de passos e podem ser do primeiro, do segundo ou do terceiro grau. Um polinômio igualado a zero não dá origem a uma equação. A ciência (a física) tem regras especiais de multiplicação e de potenciação. O estudo da parábola (da geometria) e o da lúdica equação do segundo grau (da aritmética) ensejam um prodígio da simetria na matemática.

Palavras-chave: revisão dos fundamentos matemáticos. números e expressões numéricas. multiplicação de contagens. equações que importam. polinômios que importam. parábola e equação do segundo grau.

Abstract

This chapter questions the foundations of mathematics and postulates that mathematical operations should be done with numerical expressions of counts, not with isolated numbers. There are no “positive”, “negative” or “imaginary” numbers; the counts can be positive or negative, not the numbers Furthermore, it is essential to understand the meaning of multiplication and to realize that there are no negative multipliers. The order of factors changes the product. Less for less “gives” more because the result of the multiplication is the image of an image, as can be demonstrated geometrically. Equations that matter (i.e., not ludic) solve arithmetic problems, are formulated with module counts, and can only be of the first degree. Polynomials that matter solve geometry problems, are formulated with counts of steps and can be of the first, second or third degree. A polynomial equalized to zero does not give rise to an equation. Science (physics) has special rules of multiplication and potentiation. The study of the parable (object of geometry) in connection with of the equation of the second degree (object of arithmetic) gives rise to a prodigy of symmetry in mathematics.

Keywords: review of mathematical foundations. numbers and numeric expressions. multiplication of counts. equations that matter. polynomials that matter. parabola and equation of the second degree.

INTRODUÇÃO

Pode-se fazer matemática com números considerados neutros, sem nenhum sinal, descartando, pois, a existência de números “positivos”, “negativos” e “imaginários”?

Para responder à questão, que sempre me intrigou, decidi revisitar os conceitos de número, de multiplicação, de equação e de polinômio. Um exercício que me rendeu cinco percepções de natureza disruptiva, aquelas mencionadas a seguir, que me levaram a ampliar o escopo da pesquisa inicial e examinar outros temas da matemática.

(1) Passei a entender, depois dessa empreitada, que as operações matemáticas devem ser feitas com expressões numéricas de contagens, envolvendo suas unidades nos cálculos, não com números isolados. As contagens têm sinais, não exatamente os números, ou seja, não existem de fato números “positivos”, “negativos” ou “imaginários”.

(2) Além disso, há multiplicações que não podemos fazer, de modo que equações que importam são todas do primeiro grau e polinômios que importam, do primeiro, do segundo ou do terceiro grau.

(3) Os multiplicadores de contagens não podem ser negativos, um entendimento fundamental na matemática.

(4) As imagens presidem e orientam as decisões sobre os sinais resultantes nas operações de subtração e de multiplicação de contagens. Na multiplicação, “menos por menos dá mais” porque o produto resultante é a imagem de uma imagem!

(5) O “x” que consta de uma equação pouco tem a ver com o “x” de um polinômio. As equações pertencem à aritmética, um domínio de contagens abstratas ou de contagens de módulos, e os polinômios, à geometria, um domínio de contagens de passos. Um polinômio igualado a zero dá lugar a uma falsa equação.

TERMINOLOGIA ADOTADA

Para as explicações que irei apresentar, assumi arbitrariamente os seguintes termos e expressões:

1 - "módulo", para designar um elemento ou membro de um conjunto.

2 - "passo", para designar uma unidade de distância adotada para fazer um estudo geométrico.

3 -"quantidade física", para designar o resultado, expresso por um número e uma unidade, de uma aferição relacionada com um estado físico ou um fenômeno físico.

4 - “contagem”, para designar o resultado de uma aferição ou de uma verificação de ordem ou posicionamento. Há quatro tipos de contagens: contagens abstratas, contagens de módulos, contagens de passos e quantidades físicas.

Toda contagem, que não seja uma contagem abstrata, tem expressão numérica formada por um número e uma unidade alusiva. As contagens abstratas são, portanto, o único caso de expressões numéricas sem unidades.

DESENVOLVIMENTO

Números e contagens

O número é um indicador, múltiplo até o infinito, usado para expressar a magnitude de uma contagem abstrata, de uma contagem de passos, de uma contagem de módulos ou de uma quantidade física.

O número é neutro, um indicador sem sinal.

A contagem abstrata, a contagem de módulos e a contagem de passos resultam de uma sucessão de adições e subtrações de contagens parciais, configurando uma soma algébrica, que pode resultar positiva ou negativa. A contagem resultante é sempre referida ao ponto zero. Desse modo, uma expressão numérica negativa é a imagem de uma contagem, sendo esta, por sua vez, a imagem da sua própria imagem.

Observação: há certas contagens que não aceitam subtrações, como a idade de uma pessoa. É também o caso do “número de vezes” que se usa na multiplicação. Essas contagens nunca são negativas.

Contagens abstratas

Uma contagem abstrata é a expressão numérica de uma frequência, de uma posição, de uma ordem, ou de um “número de vezes”, isto é, de um multiplicador. A expressão numérica de uma contagem abstrata não tem unidade explícita, sendo representada apenas por um número.

A contagem abstrata positiva corresponde a um "número positivo", e a negativa, a um "número negativo".

A noção de contagem abstrata se confunde com a dos números isolados, a princípio sem nenhum problema. Essa contagem está presente em grande parte dos assuntos matemáticos, por exemplo, na teoria dos números, na potenciação, no cálculo das probabilidades e na matemática financeira.

Como já mencionado, a contagem abstrata é usada como “número de vezes”, isto é, na multiplicação de outras contagens.

Contagens de módulos

A contagem de módulos é uma soma algébrica de “coisas” ou “elementos” iguais ou assim considerados para fins de aferição; por exemplo, 100 laranjas, 100 móveis, 100 alunos. A contagem de módulos é usada na aritmética, em especial na resolução de problemas por meio de equações.

Contagens de passos

As contagens de passos são utilizadas na geometria, para estudar linhas, figuras e sólidos. Uma unidade básica, digamos o passo, é usada para aferir comprimentos ou posições a partir de uma origem. Uma segunda unidade, o passo2, quadrado da unidade básica, é usada para quantificar áreas. Uma terceira, o passo3, cubo da unidade básica, é usada para quantificar volumes.

O passo pode ser o lado de uma quadrícula ao acaso em uma folha de desenho (caso em que essa unidade é omitida da expressão numérica, tanto quanto as duas unidades derivadas) ou uma unidade adotada por convenção, como o metro, tendo o metro quadrado e o metro cúbico como unidades derivadas. As três unidades constituem o núcleo das expressões numéricas da geometria, respectivamente, comprimentos, áreas e volumes.

É importante observar que a expressão numérica da contagem de passos em nenhuma hipótese pode ser elevada a uma potência maior que três, nem a alguma potência fracionária, pois essas operações implicariam dimensões que não existem.

Quantidades físicas

Seus números e unidades são usados em fórmulas da maneira estabelecida em uma teoria científica. As quantidades físicas em geral não são aferidas mediante somas algébricas, mas de acordo com processos científicos especiais.

As regras do jogo

Como veremos ao longo deste artigo, as expressões numéricas e suas unidades balizam as operações matemáticas. Cabe, a propósito, fazer uma correlação entre matemática e esportes com bola. Sem bola não há jogo, e cada esporte tem uma bola diferente: bola de futebol, tênis, vôlei, basquete, harpastum. Além disso, as regras do jogo diferem em cada esporte. No jogo matemático, o correspondente da bola é a expressão numérica, sem a qual também não há matemática.

De fato, cada expressão numérica impõe suas regras. Por exemplo, contar, medir e ponderar são aferições que dão origem a diferentes expressões numéricas, como: caso (a) 8; caso (b) 8 laranjas; caso (c) 8 metros; caso (d) 8 quilogramas.

Podemos elevar essas expressões ao quadrado? Para responder à pergunta, é necessário em cada caso examinar o que está sendo quantificado:

Caso (a): A resposta é “sim”, pois 8 é uma contagem abstrata: 8 x 8 = 64. Estamos falando aqui de contagens abstratas.

Caso (b): A resposta é “não”, pois laranjas ao quadrado não existem. Estamos falando aqui de contagens de módulos.

Caso (c): Além do metro, existem também o metro quadrado e o metro cúbico, e a resposta é “sim”: 8 metros x 8 metros = 64 metros quadrados. Estamos aqui no terreno da geometria. O metro é uma medida (a unidade básica); o metro quadrado, outra unidade diferente da primeira; e o metro cúbico, uma terceira unidade, diferente das anteriores.

Caso (d): A resposta é “depende”, pois o quilograma é a unidade de uma quantidade física. Estamos falando de ciência. Mediante autorização científica uma quantidade física pode ser multiplicada por si própria ou qualquer outra quantidade física, quando a fórmula assim o determine, observando-se sempre que as unidades participam dos cálculos, dos quais podem resultar novas unidades.

As unidades envolvem-se nos cálculos

Não se faz matemática com números isolados, mas com expressões numéricas de contagens. Ou seja, as unidades devem estar presentes nos cálculos, o que pode ser ilustrado nos exemplos abaixo:

1 - Na feitura do balanço, um exercício aritmético, os números (as contas) são dados em reais e a resposta (lucro ou prejuízo) é obtida em reais.

2 - No cálculo do volume de um sólido, um exercício geométrico, os números são dados em metros e a resposta é obtida em metros cúbicos.

3 - No cálculo da força que atua sobre um corpo, que é um exercício da física, a massa é dada em quilogramas, a aceleração, em metros por segundo ao quadrado, sendo a resposta obtida em newtons.

Os cálculos são feitos com números, sob a égide das expressões numéricas, o que significa, em cada caso, saber, por exemplo, se é possível ou não fazer multiplicações ou como expressar o resultado da operação. Tudo feito com o cuidado de observar o que acontece com as unidades.

Em outras palavras, devemos respeitar as regras do jogo.

Entendendo a multiplicação

A multiplicação é, numa soma algébrica, um mecanismo que permite adicionar, como única parcela, a mesma contagem um “número de vezes” a que se chama de multiplicador. Trata-se de uma contagem abstrata de caráter auxiliar.

Neste artigo a expressão “número de vezes” e “multiplicador” têm igual significado.

O multiplicador ou “”número de vezes”, embora seja uma contagem abstrata, é sempre neutro. Na verdade, a contagem do “número de vezes” tem caráter especial: nunca retrocede! Não existe um “número de vezes” ou multiplicador negativo!

Por outro lado, não faz sentido que uma contagem de módulos multiplique um multiplicador! É claro, pois, que nos cálculos com contagens de módulos a ordem dos fatores altera o produto! Três salas de aula de (= três vezes) vinte alunos totalizam sessenta alunos. Mas vinte alunos em três salas não perfazem sessenta salas!

Além disso, a contagem de módulos nunca multiplica outra contagem de módulos! Não podemos multiplicar um lucro no balanço pela idade de Diofanto ou elevar uma dívida bancária ao quadrado. Até parece um truísmo, mas um truísmo fundamental na matemática!

Contagens multiplicadoras e contagens multiplicadas

Contagem de “número de vezes”: um “número de vezes” pode multiplicar todas as contagens. Uma contagem multiplicada por um “número de vezes” dá lugar a outra contagem de mesma unidade: 5 vezes 10 = 50; 5 vezes 10 laranjas = 50 laranjas; 5 vezes 10 metros = 50 metros; 5 vezes 10 quilos = 50 quilos.

Contagem abstrata: a contagem abstrata pode ser multiplicada por qualquer outra contagem abstrata ou, seja, por "um número de vezes”. Portanto, as equações lúdicas, que adiante definiremos, podem ser de qualquer grau.

Contagem de módulos: uma contagem de módulos pode ser multiplicada por "um número de vezes", mas não pode ser usada como multiplicador. A consequência é que as equações que importam, ou seja, aquelas que envolvem módulos, são sempre do primeiro grau.

Contagens de passos: as contagens de passos podem ser multiplicadas por um “número de vezes”, mas também podem se multiplicar, neste caso obtendo uma área, com unidade ao quadrado, e multiplicar uma área, obtendo um volume, com unidade ao cubo. Como consequência, os polinômios relevantes podem ser de primeiro, segundo e terceiro graus. As contagens de passos estão relacionadas à geometria, ou seja, ao estudo da forma, tamanho e posição relativa de linhas, figuras e sólidos. Uma unidade básica serve para expressar comprimentos ou posições. Uma segunda unidade, que corresponde ao quadrado da unidade básica, é usada para quantificar áreas. Uma terceira, o cubo da unidade básica, é usada para quantificar volumes.

Quantidades físicas: as quantidades físicas, de acordo com fórmulas impostas pela física, podem multiplicar-se ou multiplicar qualquer outra quantidade física, sempre com participação das unidades envolvidas.

Imagens de contagens e imagens de imagens

Podemos imaginar que uma contagem abstrata, assim como uma contagem de módulos ou uma contagem de passos, esteja linearmente representada no eixo das abscissas, partindo de um ponto zero. Como somas algébricas, essas contagens podem ser positivas ou negativas. As contagens positivas correspondem aos chamados “números positivos”, enquanto as contagens negativas correspondem aos chamados “números negativos”.

Os sinais de mais (+) e de menos (-) não são atributos de números, mas de contagens.

Uma contagem negativa (“um número negativo”) é a imagem de uma contagem positiva (“um número positivo”) de igual magnitude e vice-versa:

(- a) = imagem da contagem “+ a” = - (+ a)

(+ a) = imagem da sua própria imagem = - (- a)

Sinais na subtração de contagem positiva e na subtração de contagem negativa

Subtração de (+ b)

A subtração de uma contagem corresponde à soma da sua imagem, como a seguir:

(a) - (+ b) = (a) + (- b)

Subtração de (- b)

A subtração da imagem de uma contagem corresponde, por seu turno, à soma da própria contagem (pois uma contagem é a imagem da sua imagem):

- (- b) = (a) + (+ b)

Produtos com fatores negativos

Uma multiplicação com dois fatores negativos não implica admitir multiplicador negativo, conforme se pode ver nos dois casos a seguir.

Primeiro caso: multiplicação de (x - a) por (x - b)

A multiplicação com dois fatores negativos origina-se de um episódio matemático que ocorre dentro das operações algébricas, mas nunca em eventos da vida real. Por exemplo, a multiplicação algébrica de (x - a) por (x - b) dá lugar à seguinte soma algébrica:

x^2 - ax - bx + (- a) x (- b)

A última parcela da soma algébrica acima é o produto "(- a) x (- b)", com dois fatores negativos. Trata-se de uma ocorrência no interior de uma operação matemática - convém lembrar que estamos multiplicando (x - a) por (x - b), não (- a) por (- b).

O que significa e qual o resultado P dessa multiplicação incidental com dois fatores negativos?

Resposta: partindo do pressuposto de que o multiplicador é sempre positivo, um dos sinais negativos indica que o produto é negativo e o outro, que tal produto negativo é uma imagem. O resultado é, portanto, a imagem da imagem de uma contagem, ou seja, a própria contagem, positivamente considerada. Do seguinte modo:

P = (- a) x (- b) =- (a) x (- b) =- (- a) x (b) = - (-ab) = + ab

O raciocínio acima, válido tanto para contagens abstratas quanto para contagens de passos, pode ser geometricamente visualizado, conforme mostro no Apêndice I. Ver que a multiplicação com dois fatores negativos não ocorre no nosso quotidiano. Por quê? Porque não há "número de vezes" negativo; ninguém pode cobrar de outrem uma dívida de "menos cinco vezes" o aluguel devido ou receber "menos três vezes" uma dúzia de maçãs.

Segundo caso: multiplicação dentro de uma equação

Seja o caso de efetuar a multiplicação

$P = - 5 (7 - x)$,

que ocorra num desenvolvimento algébrico (no interior de uma equação, por exemplo). É evidente que x é uma contagem abstrata, de passos ou de módulos, ou mesmo uma quantidade física, tanto quanto 7. Portanto, 5 é o multiplicador, que, como sabemos, não pode ser negativo. Logo, o que se quer calcular é a imagem de 5 (7 - x).

P = - (5 (7 - x)) = imagem (5 (7 - x)) =

Imagem (35 – 5x) = 5x - 35

Resumo

Dois fatores positivos indicam multiplicação de uma contagem positiva por um “número de vezes”. O resultado é positivo.

Um fator positivo e outro negativo indicam multiplicação de contagem negativa por um “número de vezes”, de modo a obter um resultado negativo.

Dois fatores negativos indicam a imagem da multiplicação de contagem negativa por um “número de vezes”. O resultado é positivo, porque imagem de uma imagem.

Um “número negativo” elevado à potência “n”

A imagem de uma contagem (isto é, um “número negativo”) não pode ser a base de nenhuma potência, dado que não pode atuar como multiplicador. Ou seja, não é possível elevar um “número negativo” ao quadrado, ao cubo etc.

Como então interpretar e proceder, se numa operação algébrica aparecer uma expressão como $(-a)^n$? Resposta : $(-a)^n$ equivale a $(-a)$ por $(a)^{(n-1)}$, com resultado positivo, se “n” for par, e com resultado negativo, se “n” for ímpar. Uma multiplicação de caráter acidental, somente possível com contagens abstratas e de passos, relevante na geometria, no trato com polinômios do segundo e do terceiro grau.

Seja, por exemplo, calcular x^2, para x = - 11, e x^3, para x = - 5:

$x^2 = (- 11)^2 = - (11) \times (- 11) = - (-121) = + 121$

$x^3 = (- 5)^3 = - - (5)^2 \times (- 5) = - - (25) \times (-5) = - 125$

Observação

Um “número negativo” nunca resulta de uma raiz quadrada porque “números negativos” (imagens) não têm quadrado.

Equações

É importante o entendimento de que "equação" é o confronto de duas somas algébricas de contagens construídas para serem iguais, uma das quais, ou ambas, contendo uma contagem desconhecida, designada pela letra “x” e denominada “incógnita”.

É um mecanismo desenvolvido caso a caso para a resolução de problemas aritméticos.

As equações que envolvem contagens de módulos são as “equações que importam” e as que envolvem contagens abstratas são as “equações lúdicas”. No caso geral, sejam “equações que importam” ou “lúdicas”, existe um único “x”, desconhecido, que se pretende descobrir.

Uma equação que importa, a de contagens de módulos, sempre tem de envolver duas contagens: uma incógnita x e um termo independente de x. Não existe equação sem um termo independente de x.

As equações de contagens de módulos são relevantes em matemática, enquanto as de contagens abstratas são apenas lúdicas. Por que lúdicas? Porque a princípio despertam interesse restrito, meramente recreativo, sem aplicação na vida real. Qual a utilidade, que não lúdica, de encontrar contagens abstratas, ou seja, números que nada significam? Podemos, por exemplo, construir uma equação e descobrir que os três “números” consecutivos que somam 141 são 46; 47; e 48, mas não há nenhuma utilidade, que não recreacional, nessa resposta.

A equação envolvendo contagens abstratas pode ser de qualquer grau, desde que resulte de uma igualdade imposta a duas somas algébricas a partir de um problema proposto. No entanto, não é fácil construir equações de grau maior que um. Se, não obstante, puderem ser construídas, outro problema será resolvê-las.

Essas equações de grau superior, se existentes, teriam mais de uma incógnita.

A única equação de grau superior do meu conhecimento é a equação lúdica, do segundo grau, necessária para encontrar “dois números de soma S e produto P”. Um caso excepcional de equação com duas incógnitas, cuja solução é discutida no Apêndice II, no qual chego, não obstante, a especular se a equação do segundo grau não seria na verdade uma equação do primeiro grau abrigando duas versões impostas por uma questão de simetria.

Comento agora sobre a dica de multiplicar “(x - a)” por “(x - b)” por “(x - c)” etc., “n” vezes, e igualar o resultado a zero para obter uma “equação” de grau “n”, com “n” “raízes”. Trata-se de uma equação falsa, pois não foi erigida impondo igualdade a duas somas algébricas. O polinômio obtido é certamente igual a zero para x = a, para x = b, para x = c, e assim por diante, mas encontrar essas "raízes" é exercício tedioso, certamente inútil, de enxugamento de gelo.

Ressalte-se, ainda uma vez, que a equação é uma igualdade imposta a duas somas algébricas, nas quais existe um termo desconhecido, designado pela letra “x” e denominado “incógnita”. Se a incógnita for uma contagem de módulos, a equação é necessariamente do primeiro grau porque uma contagem de módulos não pode ser multiplicada por outra contagem de módulos ou elevada a qualquer potência.

Na equação que importa não existem nem x^2, nem x^3, nem qualquer outra potência de x. Tampouco existe "y". As contagens envolvidas numa equação que importa situam-se integral-mente no eixo dos x.

Polinômios

Assim como a contagem de módulos serve à aritmética, a contagem de passos serve à geometria, da qual um dos instrumentos é o polinômio, uma espécie de fórmula para estudar linhas, figuras, sólidos e suas relações.

Os "polinômios que importam" operam com contagens de passos e suas duas unidades derivadas (passo, $passo^2$ e $passo^3$) e podem ser de primeiro, segundo e terceiro graus.

Se o polinômio for do primeiro grau, y é uma contagem de passos ou abstrata; se do segundo grau, uma área; se do terceiro grau, um volume. Todos os polinômios de grau acima de três são lúdicos.

O polinômio é uma fórmula, não um confronto de somas algébricas, e nesta condição y pode corresponder a todo e qualquer valor de “x”, arbitrariamente escolhido. Diversamente, o “x” de uma equação é único e responde a um problema proposto. Igualado um polinômio a zero, a igualdade resultante corresponde aos pontos nos quais ele se anula, não dando surgimento a uma equação.

Observação: não existem equações na geometria, um ramo da matemática cujas igualdades são demonstradas por meio de teoremas, como o de Pitágoras. Uma igualdade geométrica, imposta por um teorema, não pode ser confundida com uma equação, que é um confronto de duas somas algébricas construídas para serem iguais com a finalidade de resolver um problema particular de aritmética.

Matemática na ciência

A ciência tem regras especiais para a matemática e impõe caso a caso suas fórmulas e unidades. A física indica, por alguma fórmula, se a expressão numérica de uma propriedade física pode ser multiplicada por si ou pela expressão numérica de outra propriedade física. Por exemplo, números e unidades estão envolvidos na fórmula da lei da gravidade, na qual a expressão numérica de uma força, em newtons, resulta de cálculos com expressões numéricas em metros e quilogramas:

$F = G. m_1.m_2 / r^2$

F = força gravitacional, em "newtons", n

m_1 e m_2 = massas, em “quilogramas”, k

r = distância, em “metros”, m

G = constante de gravitação universal, em “($n.m^2 / k^2$)”, unidade gerada pela fórmula.

Outro ponto de interesse é que a física é livre para elevar suas propriedades a qualquer potência. Por exemplo, a lei de Stefan-Boltzmann estabelece que a potência emissiva (e) do corpo negro é proporcional à quarta potência de sua temperatura absoluta (T):

$e= c.T^4$

e = potência emissiva, em “watt/m^2”

T = a temperatura absoluta, em “graus Kelvin.”

c = constante de proporcionalidade, em unidades derivadas da fórmula.

As fórmulas da física são definições científicas, não equações. Por exemplo, a equação mais famosa de Einstein, $e = m.c^2$, é uma proposição científica, e não exatamente uma equação, ou seja, não confronta duas igualdades construídas para descobrir uma quantidade desconhecida. O autor deste artigo não ousa dizer que a ciência não tem equações, mas entende que afirmações como as contidas na equação de Clapeyron, na lei da gravitação universal, na segunda lei de Newton, na lei de Coulomb, bem como nas equações de campo de Einstein e na fórmula da lei de Stefan-Boltzmann, não são equações, mas imposições científicas

Tenho para mim que a palavra “equação” é usada na ciência metaforicamente, como se fosse sinônimo de “fórmula”.

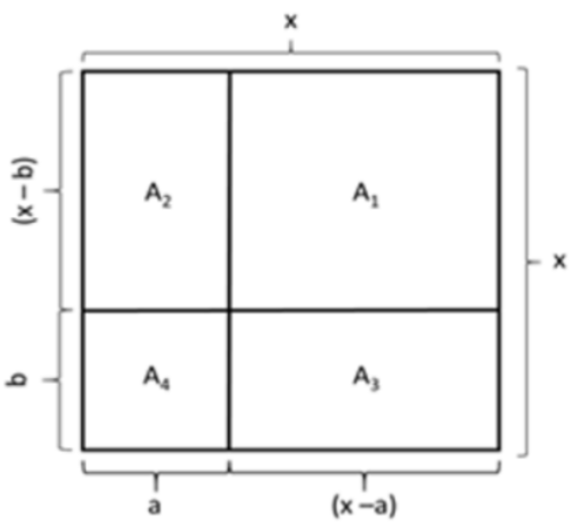
APÊNDICE I: DOIS FATORES NEGATIVOS

Vale perguntar: se não há multiplicador (“número de vezes”) negativo, como se pode explicar que haja multiplicação com dois fatores negativos? Resposta: trata-se de um acidente algébrico no interior de operações algébricas ou no trato com polinômios. É fácil explicar. Assumindo, por exemplo, que (x - a) e (x - b) sejam os lados do retângulo A_1, o cálculo de sua área, (x - a) versus (x - b), desdobra-se numa soma algébrica em que uma das parcelas é o produto (-a) x(-b), como abaixo:

$A_1 = (x - a) \times (x - b) = = x^2 - ax - bx + (- a) \times (- b)$ (I)

Seja o quadrado, de lado “x” e área A, na Figura 1. Dividamos o lado inferior desse quadrado em "a" e “(x - a)”, e o lado adjacente esquerdo, em “b” e (x – b).

Figura 1



O quadrado de área A fica assim repartido em quatro retângulos, com áreas A1, A2, A3 e A4, de forma que:

$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$

$A_1 = A - A_2 - A_3 - A_4$

$A = + x^2$

$A_2 = + ax - A_4$

$A_3 = + bx - A_4$

$A_4 \quad = + ab$

$A_1 = x^2 - ax - bx + A_4 + A_4 - A_4$

$A_1 = x^2 - ax - bx + A_4$

$A_1 = x^2 - ax - bx + ab$ (II)

Igualando (I) e (II):

$(-a) \times (-b) = + ab$

Assim se explica como o produto dos dois fatores negativos resultou positivo e ajuda a entender por que “menos multiplicado por menos dá mais”, em linha com o entendimento de que a multiplicação com dois fatores negativos, (- a) e (- b), gera a imagem de um produto negativo, (- (- ab)), isto é, um resultado positivo (+ ab).

Parábola centrada no ponto zero

“Números negativos”, ou seja, contagens negativas, podem ser multiplicados por um “número de vezes”, mas não podem ser elevados a nenhuma potência. Não existem quadrados de imagens, mas imagens de imagens de quadrados, o que se pode ver examinando o caso da parábola $Y = X^2$, centrada na origem, com um dos ramos no primeiro quadrante, e o outro situado simetricamente no segundo quadrante. Ver Figura 2.

Ramo direito de X^2 (quadrados de contagens, primeiro quadrante)

$Y = (+X) \times (+X) = +X^2$

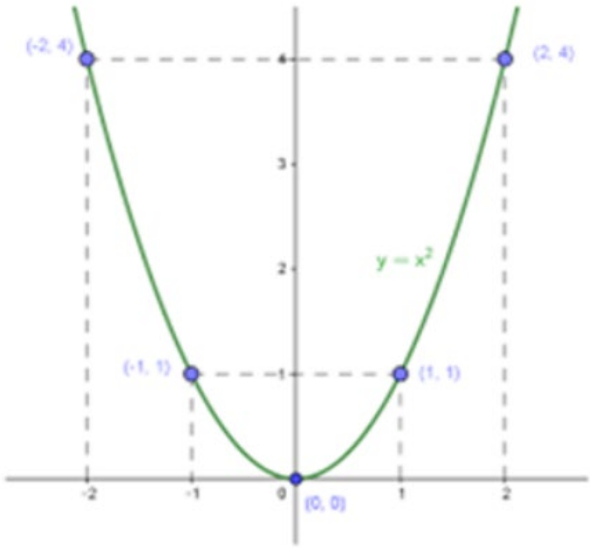
$X = 1 \quad Y = (+1) \times (+1) = +1$

$X = 2 \quad Y = (+2) \times (+2) = +4$

$X = 3 \quad Y = (+3) \times (+3) = +9$

$X = 4 \quad Y = (+4) \times (+4) = +16$

Figura 2



Ramo esquerdo de X2 (imagens das imagens de quadrados, segundo quadrante)

Y = (-X) x (-X) = - (X) x (-X) = - (- X²) = + X²

X = -1 Y = (- 1) x (- 1) = - (1) x (- 1) = - (-1) = + 1

X = -2 Y = (- 2) x (- 2) = - (2) x (- 2) = - (- 4) = + 4

X = - 3 Y = (- 3) x (- 3) = - (3) x (- 3) = - (- 9) = + 9

X = - 4 Y = (- 4) x (- 4) = - (4) x (- 4) = - (- 16) = + 16

APÊNDICE II: PARÁBOLA E EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU

Vamos mostrar que o trinômio de segundo grau e a equação do segundo grau não têm relação direta e que sua conexão é aparente e não passa de uma coincidência da matemática.

O trinômio do segundo grau

$y = ax^2 + bx + c$

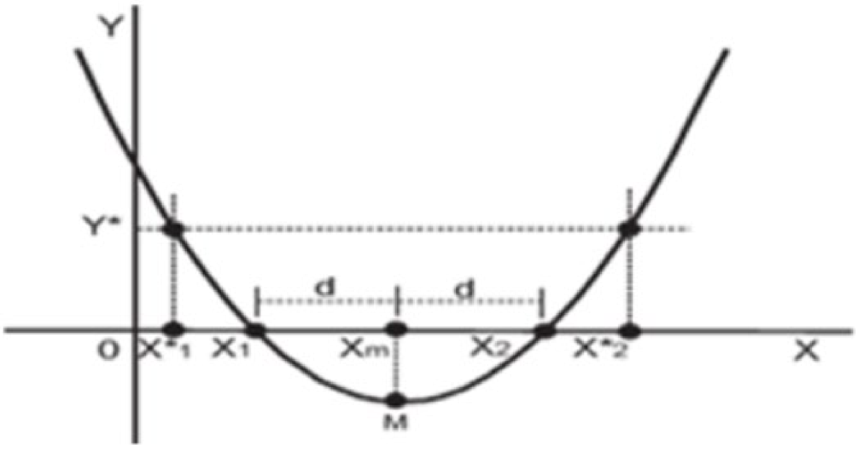
O trinômio funciona como uma fórmula geométrica para gerar a figura de uma parábola, na qual as abscissas (x) são passos e as ordenadas (y) são áreas. Um valor de x, como abscissa, e o y que lhe corresponde, como ordenada, definem um ponto da parábola.

Na fórmula do trinômio, como acima, "x" e "b" são medidas lineares, "y" e "c" são áreas enquanto "a" é um multiplicador ("número de vezes") de áreas. As abscissas (x) referem-se ao passo escolhido e as ordenadas (y), ao seu quadrado.

Ver, na figura 3, que, dado o referido trinômio $y = ax^2 + bx + c = 0$, cada ordenada y* corresponde a dois pontos simétricos da parábola, cujas abscissas, x_1^* e x_2^*, podem ser calculadas usando a fórmula de Bhaskara:

x_1^* e $x_2^* = (- b \pm \sqrt{} (b^2 - 4ac^*))/2a$, onde $c^* = c - y^*$

Figura 3



Bhaskara é uma fórmula obtida mediante uma demonstração geométrica, como a seguir.

Trinômio: $y = ax^2 + bx + c$

Raízes: x_1 e x_2 , a serem calculadas

$y' = 2x + b$ (derivada primeira)

O ponto M, de ordenada mínima (que corresponde a $y' = 0$) e abscissa x_m, é a referência para a simetria da parábola.

$x_m = - b/2a$

x_m dista "d" das raízes x_1 e x_2.

$x_1 = x_m – d = - (b + 2ad)/2a$

$x_2 = x_m + d = - (b - 2ad)/2a$

Cálculo de d e x_1

$ax_1^2 + bx_1 + c = 0$

Substituindo x_1 por $- (b + 2ad)/2a$ e desenvolvendo, temos

$4a^2d^2 - b^2 + 4ac = 0$

$d = \sqrt{(b^2 - 4ac)}/2a$

$x_1 = - (b + 2ad)/2a$

$x_1 = (- b - \sqrt{(b^2 - 4ac)})/2a$ (fórmula de Bhaskara para x_1)

Cálculo de x_2

$x_2 = - (b - 2ad)/2a$

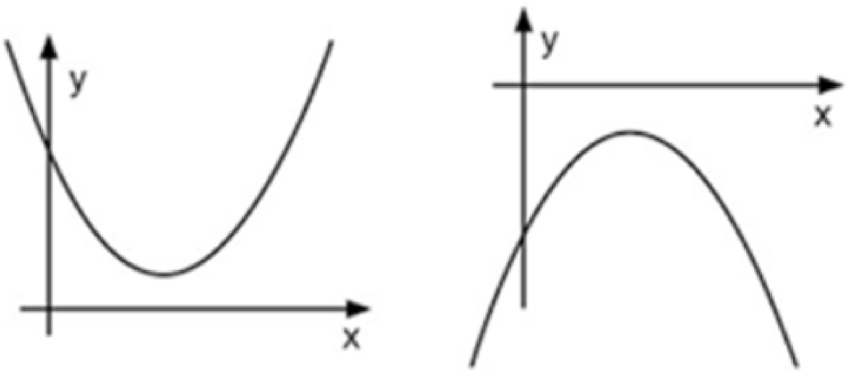
$x_2 = (- b + \sqrt{b^2 - 4ac}))/2a$ (fórmula de Bhaskara para x_2)

Fórmula de Bhaskara como geralmente apresentada

x_1 e $x_2 = (- b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a$

Observação: a ocorrência de ($b^2 - 4ac$) menor que zero implica raiz quadrada impossível, indicando que a parábola não possui raízes, por estar totalmente acima ou totalmente abaixo do eixo dos “x”, como na figura 4.

Figura 4



Fórmula de Bhaskara para qualquer y (isto é, $y = y^*$)

x_1^* e $x_2^* = (- b \pm \sqrt{b^2 - 4ac^*})/2a$, com $c^* = c - y^*$

Exemplos de aplicação

(a) Dado o trinômio $y = x^2 - 5x + 6$, calcular as raízes (x_1 e x_2),

$y^* = 0$ (correspondendo às raízes x_1 e x_2)

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$c^* = 6 - 0 = 6$

x_1^* e $x_2^* = (- b \pm \sqrt{b^2 - 4ac^*})/2a$

x_1^* e $x_2^* = (5 \pm \sqrt{(25-24)})/2 = (5 \pm \sqrt{1})/2 = (5 \pm 1)/2 = 2$ e 3

(b) Dado o trinômio $y = x^2 - 5x + 6$, calcular os valores de x para $y^* = 30$

$x^2 - 5x + 6 = 30$

$c^* = c - y^* = 6 - 30 = -24$

$x^2 - 5x - 24 = 0$

x_1^* e $x_2^* = (5 \pm \sqrt{(5^2 + 96)}) / 2 = (5 \pm \sqrt{(121)})/2 = (5 \pm 11/2 = - 3$ e $+ 8$

(c) Dado o trinômio $y = x^2 - 3x + 6$, calcular as raízes (x_1 e x_2).

$y^* = 0$

$x^2 - 3x + 6 = 0$

$c^* = 6 - 0 = 6$

x_1^* e $x_2^* = (3 \pm \sqrt{(3^2 - 24)})/2 = (3 \pm \sqrt{(-15)})/2$.

É impossível a raiz quadrada de -15. Portanto, a parábola correspondente ao trinômio $y = x^2 - 3x + 6$ não tem raízes, isto é, não encontra o eixo dos x.

A equação de segundo grau

O trinômio $y = x^2 - 5x + 6$, se igualado a zero, dá lugar à falsa equação $x^2 - 5x + 6 = 0$, cujas raízes são 2 e 3. São, como vimos, os pontos x_1^* e x_2^*, em que a parábola encontra o eixo horizontal.

Vejamos o que acontece quando tentamos resolver a seguinte questão: calcular dois "números" de soma 5 e produto 6. A qual nos leva a multiplicar "x" por (5-x) e igualar o resultado a 6, ou seja, construir a equação: $x^2 - 5x + 6 = 0$, a mesma equação, agora real, embora lúdica, que resulta falsa quando o trinômio $y = x^2 - 5x + 6$ é igualado a zero.

A equação $x^2 - 5x + 6 = 0$ é, desse modo:

- Na geometria: uma equação do segundo grau falsa, que resulta de um polinômio igualado a zero. Os valores envolvidos são contagens de passos ou de seus quadrad0s.

- Na aritmética: uma equação do segundo grau lúdica, mas real, que resulta de um confronto de duas somas algébricas para resolver um problema. Os valores envolvidos são contagens abstratas.

Portanto, a mesma igualdade assume dois sentidos matemáticos distintos: um, para buscar, entre os pontos infinitos de x, que são passos, os dois que anulam a parábola; e outro, para calcular dois "números", que são contagens abstratas, de soma 5 e produto 6. Em ambos os casos, os dois "números" procurados são 2 e 3, que são, num caso, as duas incógnitas da equação das contagens abstratas e, no outro, as duas contagens de passos que definem os pontos onde a parábola se anula.

A busca das raízes da parábola envolve dois eixos, contagens de passos e um trinômio: as raízes são fornecidas pela fórmula de Bhaskara, obtida, como demonstrado, com recursos geométricos.

A busca dos números desconhecidos envolve um eixo, duas contagens abstratas e uma equação lúdica. Suas soluções podem ser obtidas dispensando Bhaskara. Trata-se de um problema aritmético que deve ser resolvido por meios aritméticos, como se mostra a seguir.

Seja encontrar x1 e x2, os "números" cuja soma é 5 e o produto, 6, que deram origem à equação $x^2 - 5x + 6 = 0$. Um deles é x1 = x, e o outro, x2= 5 - x1. Tanto x1 quanto x2 satisfazem à equação.

Façamos $x_1 = j + k$, com j e $k \neq 0$

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$x_1^2 - 5x_1 + 6 = 0$

$x_1^2 = (j + k)^2 = j^2 + 2jk + k^2 -- 5x_1 = - 5j -5k$

$j^2 + 2jk + k^2 - - 5j -5k + 6 = 0$

$(2jk - 5k) + (j^2 + k^2 - 5j + 6) = 0$

$0 + 0 = 0$

$(2jk - 5k) = 0 \quad k \neq o$

$k (2j - 5) = 0 \quad j = 5/2$

$(j^2 + k^2 - - 5j - + 6) = 0$

$25/4 + k^2 – 25/4 + 6 = 0 \quad k = ½$

$x1 = j + k = 5/2 + ½ = 3$

$x^2 = 5 – x_1 = 2$

Observar que as duas parcelas que somam x1 são as mesmas da fórmula de Bhaskara.

Elucubração final sobre a equação do segundo grau

A equação do "segundo grau", assim chamada, será mesmo do segundo grau? Avento aqui a possibilidade de que a equação do segundo grau seja, na verdade, uma equação do primeiro grau que pode abrigar duas versões diferentes, cada uma com uma incógnita numericamente igual ao seu multiplicador.

Considerando a equação do segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$, suponhamos que x^2 seja o produto de um “número de vezes” x^* por uma contagem abstrata x, ou seja, uma contagem multiplicada por um número de vezes de igual valor. Seria uma equação do primeiro grau que poderia ser escrita assim:

$ax^*x + bx + c = 0$,

que, como se sabe, tem duas soluções, a saber, $x=x_1$ e $x = x_2$.

Primeira versão da equação do primeiro grau presente na equação $x_2 - 5x + 6 = 0$

As raízes da equação são $x_1 = 2$ e $x_2 = 3$.

$x_1 = x_1^* = 2$

$2x_1 - 5x_1 + 6 = 0$

Segunda versão da equação do primeiro grau presente na equação $x2 - 5x + 6 = 0$

$x_2 = x_2^* = 3$

$3x_2 - 5x_2 + 6 = 0$

Cada versão tem uma incógnita, que num dos termos aparece ao quadrado por estar multiplicada por um "número de vezes" numericamente igual. Combinando as duas versões, é possível encontrar as duas incógnitas, conforme vimos na demonstração.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O número é neutro. Não existem números positivos, negativos ou imaginários.

As operações matemáticas devem ser feitas com expressões numéricas de contagens, envolvendo nos cálculos os números e as unidades das contagens.

As expressões numéricas que resultam de somas algébricas (contagens abstratas, contagens de módulos e contagens de passos) podem ser positivas ou negativas.

O entendimento da multiplicação e de suas limitações é fundamental nas decisões e no desenvolvimento dos processos matemáticos.

Subtrair uma contagem é adicionar sua imagem à soma algébrica; subtrair a imagem de uma contagem é adicioná-la à soma algébrica.

Não há multiplicação com multiplicadores negativos. Dois fatores negativos são um acidente algébrico, com resultado positivo, por tratar–se da imagem de um produto negativo.

A imagem de uma contagem não pode ser potenciada, uma vez que um multiplicador não pode ser negativo. Não existe, pois, raiz quadrada de “número negativo”. Tampouco existem "números imaginários".

As equações são uma ferramenta da aritmética; as “equações que importam”, construídas com contagens de módulos, são necessariamente do primeiro grau.

Os polinômios são uma ferramenta da geometria; os “polinômios que importam”, que são construídos com contagens de passos, podem ser de primeiro, segundo e terceiro graus.

Não é equação um polinômio igualado a zero.

Não há nenhuma restrição quanto à multiplicação de contagens e ao grau da potenciação nas fórmulas da ciência.

A "fórmula" de Bhaskara é a junção de duas fórmulas que podem ser demonstradas pela geometria e serve para extrair as raízes de um trinômio do segundo grau.

A equação do segundo grau é na verdade uma equação do primeiro grau com duas versões, cada uma com uma incógnita numericamente igual a seu multiplicador. As duas versões da equação contribuem para encontrar as duas incógnitas.

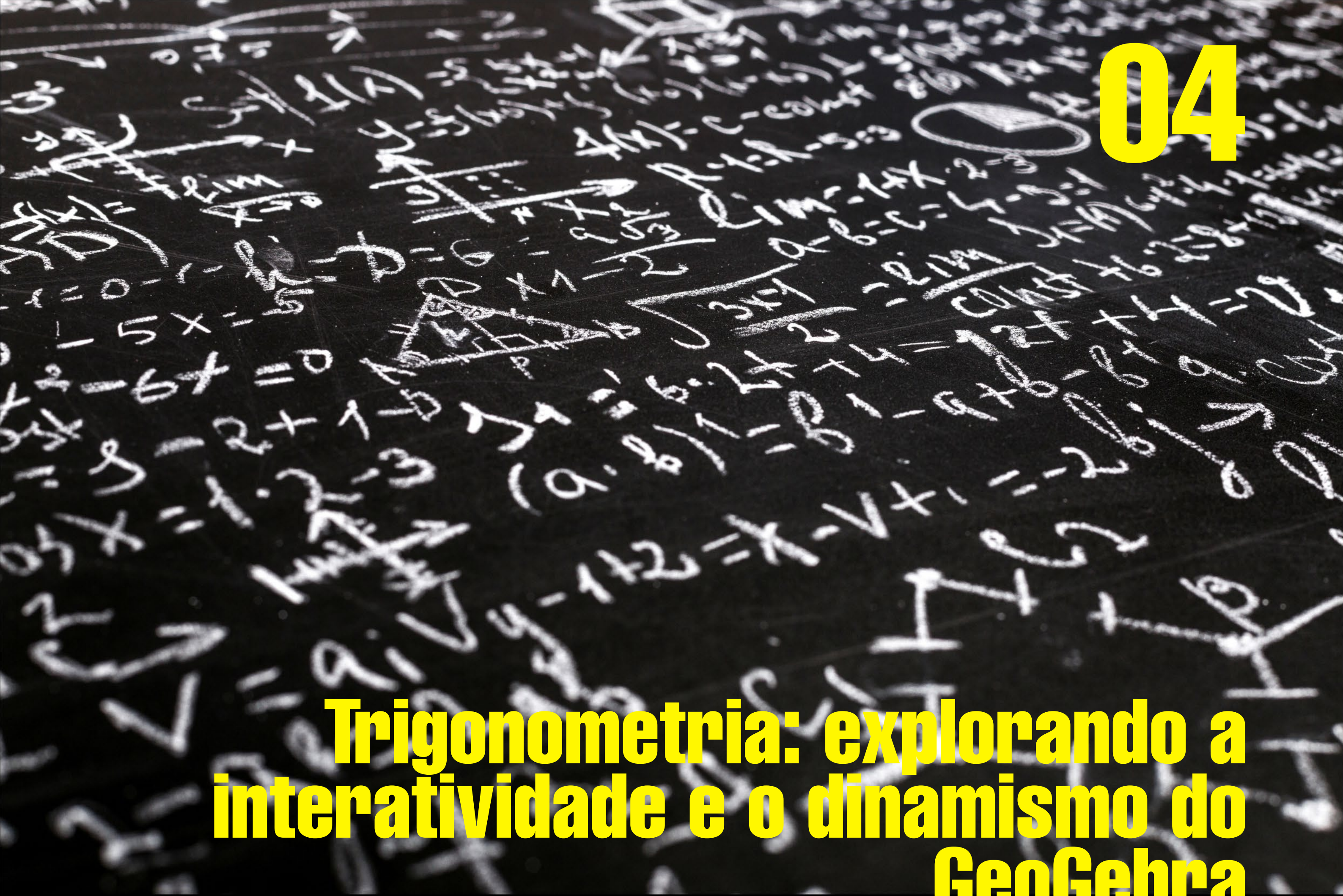
A equação do segundo grau é um prodígio da simetria na matemática, tanto na geometria, com a parábola, como na equação do "segundo grau".

REFERÊNCIAS

Mannarino, Remo, Reflexões de um matemático acidental, Rio de Janeiro, Catalivros, 2019

Mannarino, Remo, A matemática pode ser diferente? Rio de Janeiro, Catalivros, 2020

Mannarino, Remo, The mathematics of numerical expressions, GSG Journal Publication, Volume 8. Issue7, July 2020 Edition, 328 335



04

Trigonometria: explorando a interatividade e o dinamismo do GeoGebra

Trigonometry: exploring the interactivity and dynamism of GeoGebra

Jairo Renato Araujo Chaves
Colégio Militar de Santa Maria
http://lattes.cnpq.br/4336714558553511
Karine Faverzani Magnago
Departamento de Matemática (UFSM)
http://lattes.cnpq.br/6287633891820939
Márcio Marques Martins
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências (UNIPAMPA/Bagé)
http://lattes.cnpq.br/3000763401885447

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.4

Resumo

O alvo principal desse trabalho é verificar como a utilização do software GeoGebra pode contribuir para a compreensão por parte dos alunos, dos conceitos básicos da Trigonometria, explorando a interatividade e o dinamismo proporcionados por essa ferramenta computacional. Para isso, os alunos foram convidados a utilizar aplicativos construídos no GeoGebra para resolver uma sequência de doze atividades elaboradas pelos autores. A aplicação das atividades aconteceu com um grupo de 19 alunos voluntários do 2º ano do Ensino Médio do Colégio Militar de Santa Maria, que tinham como expectativa reforçar os conhecimentos acerca do assunto, pois os mesmos já tinham estudado Trigonometria em séries anteriores. A pesquisa realizada foi do tipo intervenção pedagógica, de caráter qualitativo e quantitativo e procurou investigar o ganho percentual na aprendizagem relacionado à aplicação das atividades por meio do Método de Richard Hake. Para esse fim, foram utilizados pré e pós-testes sobre o conteúdo abordado com as atividades estudadas. Como resultado, foi observado um ganho acima de 66%.

Palavras-chave: trigonometria, funções trigonométricas, aprendizagem, GeoGebra.

Abstract

The main aim of this work is checking how the use of GeoGebra software can contribute to the students' understanding of the basic concepts of trigonometry, exploring the interactivity and dynamism provided by this computational tool. For this, students were invited to use applications built in GeoGebra to solve a sequence of twelve activities developed by the authors. The application of the activities took place with a group of 19 volunteer students from the 2nd year of high school at Colégio Militar de Santa Maria, who had the expectation of strengthening their knowledge on the subject, as they had ever studied Trigonometry in previous grades. The research carried out was a pedagogical intervention, qualitative and quantitative, and it sought to investigate the percentage gain in learning related to the application of activities through the Richard Hake Method. For this purpose, pre and post tests were used on the content covered with the activities studied. As a result, a gain of over 66% was observed.

Keywords: trigonometry, trigonometric functions, learning, GeoGebra.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho foi desenvolvido durante a formação de um dos autores no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), realizado na instituição associada UFSM. Esse curso busca aprimorar a formação matemática dos egressos, que prioritariamente são docentes de matemática atuantes na rede pública de ensino da Educação Básica, e as dissertações produzidas devem versar sobre tópicos relevantes para a prática docente desses estudantes-professores (PROFMAT, 2021).

Esta pesquisa desencadeou-se da necessidade de tornar o estudo dos conceitos básicos da Trigonometria mais efetivo e interessante para os discentes. Originou-se da percepção de que, muitas vezes, eles simplesmente decoram tabelas e valores numéricos para o seno, o cosseno e a tangente, sem ao menos compreenderem seus reais significados. Gráficos, domínios, imagens e períodos das principais Funções Trigonométricas tornam-se “enigmas” assimilados mecanicamente.

Por outro lado, os estudantes, no seu dia a dia, são bombardeados por uma infinidade de recursos digitais, sejam eles aplicativos de celulares, redes sociais, plataformas de ensino, vídeo aula e por toda a sorte de informações. Sendo assim, vivem num mundo globalizado e dinâmico que está em constante transformação.

Buscando-se aliar o estudo da Trigonometria a um recurso computacional de geometria dinâmica, nesse caso o GeoGebra, deu-se esta investigação, realizada com alunos do segundo ano do Ensino Médio, no Colégio Militar de Santa Maria, no terceiro trimestre de 2018.

A razão da escolha do segundo ano para o desenvolvimento da pesquisa foi o fato desses alunos terem estudado Trigonometria no primeiro ano. Daí, o foco da pesquisa aponta para quão eficaz é a introdução desse elemento didático adicional – o GeoGebra – na compreensão desses conceitos básicos, originando a seguinte questão norteadora: O uso do GeoGebra contribui para a compreensão pelos alunos sobre conceitos básicos das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente, bem como das Funções Seno, Cosseno e Tangente?

Para responder a esse questionamento, foi aplicado um pré-teste em que os alunos responderam a um conjunto de questões relacionadas aos conceitos básicos da Trigonometria e Funções Trigonométricas. Na sequência do trabalho, foram propostas 12 atividades de Trigonometria no laboratório de informática, onde foi utilizado o software GeoGebra como ferramenta para a visualização das interações e simulações gráficas. Na sequência, aplicou-se novamente o mesmo questionário inicial, sendo chamado agora de pós-teste, a fim de serem comparados os conhecimentos prévios com os conhecimentos adquiridos após a execução das atividades.

A RELEVÂNCIA DO ESTUDO DA TRIGONOMETRIA

O estudo da Trigonometria no Ensino Fundamental é apresentado como necessário, por exemplo, na resolução de problemas envolvendo cálculo de medidas de distâncias inacessíveis, necessitando que o aluno já tenha conhecimento sobre semelhança de triângulos e do Teorema de Tales para sua solução, dentre outros.

Aos alunos do Ensino Médio, deve-se salientar, como exemplo, a existência de fenômenos repetitivos e que obedecem a determinado período de repetição, justificando assim, a aplicação da Trigonometria no ciclo trigonométrico e o estudo das Funções Circulares.

De acordo com os PCNEM (BRASIL, 2000), a Trigonometria, apesar de importante, é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações, em detrimento dos aspectos importantes das Funções Trigonométricas e da análise de seus gráficos.

Busca-se por meio desse estudo fundamentar um caminho para que estudantes assimilem e façam uso de alguns aspectos negligenciados no ensino tradicional de Trigonometria.

INSERÇÃO DIGITAL NO ENSINO

Segundo Passos (2007), pensar a informática como um recurso pedagógico é pensá-la como uma ferramenta que pode propiciar um aumento na eficiência e na qualidade da aprendizagem, voltada para a busca de novas estratégias para a produção do conhecimento, e auxiliar na busca de superação de problemas na aprendizagem. A autora cita ainda que a introdução da informática em nossas escolas deve ter um cunho pedagógico, eliminando-se possibilidades de criação de novas disciplinas para tal.

Na contramão dessa fala, várias escolas criaram a disciplina de informática em que um profissional, que não necessariamente é professor, orienta os alunos nesse novo mundo, passando tarefas como digitar e formatar textos, desenhar e pintar figuras, gravar arquivos, etc. Entende-se a necessidade de usar a informática como ferramenta de grande potencial no processo de ensino e aprendizagem. Passos (2007) ainda destaca que cada vez mais o ambiente de aprendizagem informatizado ganha espaço como estratégia de ensino.

É inevitável que os profissionais de educação devam cada vez mais buscar conhecer e aplicar Tecnologias da Informação em suas aulas, visto que o estudante vem imerso em um universo tecnológico dinâmico e espera por um professor atualizado que consiga aliar tecnologia e conhecimento de forma igualmente atrativa. Nos tempos atuais não há mais espaço para discussões sobre se a escola deve ou não utilizar computadores e celulares no processo de ensino e aprendizagem, pois esses já fazem parte do cotidiano de todos nós, sendo, portanto, mais proveitoso discutir como utilizá-los de maneira adequada e produtiva em nossas escolas.

Segundo Borba e Penteado (2001) a utilização das Tecnologias da Informação na educação faz com que o professor deixe a chamada “zona de conforto”, em que quase tudo é conhecido, previsível e controlável, caminhando em direção a uma “zona de risco”, que aparece principalmente em decorrência de problemas técnicos e da diversidade de caminhos e dúvidas que surgem quando os alunos trabalham com um computador. O professor, na medida do possível, deve estar preparado para enfrentar muitos imprevistos, questões e indagações às quais poderá não saber responder, muito mais do que em aulas sem o uso das tecnologias.

Sobre as novas tecnologias Perrenoud (2000, p. 139), comenta:

> As novas tecnologias podem reforçar a contribuição dos trabalhos pedagógicos e didáticos contemporâneos, pois permitem que sejam criadas situações de aprendizagem ricas, complexas, diversificadas, por meio de uma divisão de trabalho que não faz mais com que todo o investimento repouse sobre o professor, uma vez que tanto a informação quanto a dimensão interativa são assumidas pelos produtores dos instrumentos.

A sociedade, em geral, está mergulhada no uso crescente das Tecnologias de Informação e Comunicação. A redução significativa do custo, aliada à diminuição constante do tamanho dos equipamentos, bem como a diversidade de opções de uso dos mesmos, foram fatores importantes para a disseminação social da informática e para a política governamental de inclusão digital.

Essa política educacional de inserção digital equipou muitas escolas com laboratórios de informática, porém, provocava pouco reflexo no processo ensino e aprendizagem, pois em muitas escolas os laboratórios de informática, quando usados, como já foi citado, eram apenas para edição de textos, planilhas e busca de informações na internet, conforme comenta Valente (1999, p.12):

> Uma outra abordagem muito comum nas escolas, hoje, é a utilização do computador em atividades extraclasse, com o intuito de ter a Informática na escola, porém sem modificar o esquema tradicional de ensino. Certamente, essa abordagem não se encaixa no que entendemos como Informática na Educação. Em geral, essa atividade extraclasse é desenvolvida por um especialista em Informática, cuja função é desenvolver alguma atividade de uso do computador na escola.

A informática, com toda a diversidade de aplicativos e softwares, no sistema educacional, pode ser encarada como uma grande aliada no processo de aprendizagem, desde que seus recursos sirvam para auxiliar a compreensão e a construção do conhecimento.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000), dizem que a formação do aluno deve ter como alvo principal a aquisição de conhecimentos básicos, a preparação científica e a capacidade de utilizar diferentes tecnologias relativas às áreas de atuação.

Pais (2002, p.144) comenta que fazer uso do computador, como uma tecnologia favorável a expansão da inteligência, depende da forma como ocorre a relação entre o usuário e as informações contidas no programa utilizado. Sobre essa relação o autor ainda acrescenta:

> Quanto mais interativa for essa relação, maiores serão as possibilidades de enriquecer as condições de elaboração do saber. Este é um dos principais argumentos para justificar a importância do estudo da interatividade no contexto da inserção dos computadores da educação escolar.

Podemos ter diferentes graus de interatividade dentro do contexto didático escolar. Conforme Pais (2002), as situações interativas podem ser diferenciadas em grau de envolvimento entre os interlocutores. O autor afirma ainda que o uso de recursos digitais pode contribuir na expansão de situações interativas, ou seja, as mídias digitais podem expandir o grau de interação.

No estudo de matemática, um aspecto relevante para a aprendizagem é a simulação propiciada pelo uso dos recursos computacionais. Com esses recursos, o aluno tem a possibilidade de manipular parâmetros, observar, fazer conjecturas e comprová-las de forma rápida, e essas ações intervêm diretamente na elaboração dos conceitos e dos conhecimentos em questão.

Sobre ambientes informatizados Gravina e Santarosa (1998), comentam que os mesmos podem ser um grande aliado em minimizar os obstáculos inerentes ao processo de aprendizagem. Na verdade, eles se apresentam como ferramentas com grande potencial, pois favorecem a exploração, a elaboração de conjecturas e gradativa construção de uma teoria matemática formalizada. As autoras ressaltam ainda que os ambientes informatizados oferecem outra importante vantagem, como a possibilidade de realizar grande variedade de experimentos em pouco tempo, o qual não é possível na utilização estática de quadro e giz.

Para as atividades relatadas nesse texto foram utilizados um software de Geometria Dinâmica que permitem interações e simulações gráficas – o GeoGebra – e uma plataforma de ensino, o MOODLE (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment – em Português Ambiente de Aprendizagem Dinâmico Modular Orientado a Objeto) como um espaço de compartilhamento e troca de conhecimentos entre docentes e alunos, possibilitando ao aluno adequar seu ritmo de estudo e aprendizagem às suas necessidades educacionais.

Peres (2013) comenta que o sistema MOODLE permite a inclusão de conteúdo em etapas, bem como a inserção de material de mídias variadas (textos, vídeos, links) e com diversas possibilidades de interação, como fóruns e chats.

GEOGEBRA, UM SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA

Fora do ambiente docente tradicional, observam-se profissionais engajados na busca por novas tecnologias, pois temem ficar obsoletos e perderem clientela num mercado de trabalho altamente competitivo. Há avanços na medicina, engenharia em todas as suas especificidades, processos de industrialização, comércio, transportes, lazer, e em muitas outras atividades. Com o professor de Matemática parece ser diferente, como afirma D'Ambrósio (2001, p.16):

> O fracasso escolar, particularmente em educação matemática, é irreversível no quadro conservador que predomina. A sociedade está mudando, as crianças estão mudando, o conhecimento está mudando. Não há como ser conservador com a educação matemática.

Daí a evidência da necessidade por parte dos profissionais de educação em adequar-se e adequar os conteúdos trabalhados aos novos tempos, construindo uma ponte entre informação e cultura matemática. Os avanços científicos e tecnológicos estão revolucionando esse campo, e isso traz novas necessidades de aprendizagem, novos conteúdos e modificações substantivas ao ensino.

Reforçando essas ideias, de acordo com os PCN (BRASIL, 1998), as tecnologias nas mais variadas formas e usos são um dos mais importantes agentes de transformação da nossa sociedade, tanto pelas mudanças que exercem sobre os meios de produção, quanto pelas consequências de suas aplicações no cotidiano das pessoas. Os recursos da informática influenciam cada vez mais a escrita, leitura, visão, audição, criação e aprendizagem, inserindo-se um grande e novo desafio para a escola, ou seja, o de como incorporar ao seu trabalho novas formas de comunicar e conhecer.

Existem muitos softwares utilizados para o ensino de Matemática e, em especial, os softwares de Geometria Dinâmica, que assim são denominados por serem desenvolvidos em ambientes computacionais, permitindo a construção de objetos geométricos.

Braviano e Rodrigues (2002) comentam, em artigo da Revista do Professor de Matemática, que a Geometria Dinâmica permite a elaboração de construções geométricas no computador, nas quais os elementos básicos podem ser movimentados (interação) sem alterar as posições relativas entre esses elementos e os objetos construídos a partir deles.

Outro aspecto importante são as simulações de situações que podem ser implementadas com a Geometria Dinâmica, mais especificamente no estudo do comportamento dos diversos tipos de funções. Em consonância, Merlo e Assis (2010, p.10) defendem:

> Os softwares de simulação envolvem a criação de modelos dinâmicos e simplificados do mundo real permitindo a exploração de progressos reais ou fictícios e os conduzindo a uma situação real de aprendizagem. A grande vantagem das simulações é a possibilidade de mudar e acrescentar dados e variáveis, manipulando assim os elementos que irão intervir na experiência. A simulação motiva respostas, a análise dos resultados e refina conceitos.

Dentre os softwares de Geometria Dinâmica, destaca-se o GeoGebra por ser um software livre reunindo Geometria, Álgebra e Cálculo. O projeto de seu desenvolvimento teve início em 2001 e acabou sendo objeto de tese de doutorado de Markus Hohenwarter, da Universidade Austríaca de Salzburgo, com o objetivo de servir como instrumento apropriado ao ensino de Matemática em sala de aula, juntando operações algébricas e geométricas.

O GeoGebra está disponível gratuitamente em múltiplas plataformas, rodando em qualquer sistema operacional, podendo suas construções serem livremente divulgadas na rede de computadores, o que possibilita que qualquer professor ou aluno tenha acesso e usufrua de toda a interatividade que o software proporciona (GEOGEBRA, 2021).

O software apresenta um menu de opções com ícones que representam os objetos que se pode construir ao serem clicados pelo usuário, apresentando uma janela de Álgebra, na qual aparecem as coordenadas de pontos e equações; uma área de trabalho em que aparecem as figuras e objetos e por fim uma linha de entrada de comandos situada na parte inferior da tela, que tem por objetivo a digitação de equações ou condições que definem os objetos a serem representados na tela (HOHENWARTER, 2018).

Para os fins dessa pesquisa, optou-se pelo GeoGebra que permite construções geométricas, utilizando-se pontos, retas, segmentos de reta, polígonos, etc. Também possibilita inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente. Assim, tem a vantagem didática de representar, ao mesmo tempo e em um único ambiente visual, as propriedades geométricas e algébricas de um mesmo objeto.

ABORDAGEM METODOLÓGICA

A pesquisa foi desenvolvida com abordagens quantitativas e qualitativas, com o objetivo de conhecer os conhecimentos prévios dos alunos, em relação à Trigonometria, como também de avaliar a aprendizagem dos alunos após o desenvolvimento do conteúdo, por meio das atividades realizadas no GeoGebra.

Na parte quantitativa desta investigação optou-se pela metodologia abordada por Hake (2002), que estabelece a porcentagem de ganho em aprendizagem por meio da aplicação de instrumentos de coleta de dados, em que pré-teste e pós-teste são aplicados, respectivamente, no início e final da pesquisa.

Hake (2002) destaca que os educandos compreendem melhor um conceito quando eles próprios participam da sua construção, do que em relação a situações nas quais recebem o conteúdo como mera informação.

Halloun e Hestenes (1985) salientam que, ao avaliar de maneira eficaz determinado assunto, é necessário um instrumento que avalie o grau do conhecimento do aluno antes e depois da instrução, sendo que essa será ministrada, nesta pesquisa, por meio das atividades propostas pelo professor.

A eficiência da aprendizagem, e o quanto progrediu na compreensão de um determinado assunto, é determinado por meio do cálculo do ganho normalizado de Hake (2002). Esse parâmetro, denominado por <g>, é calculado utilizando a fórmula:

$$< g >= \frac{\%(ganho)}{\%(ganho)_{max}} = \frac{(\%(pós - teste) - \%(pré - teste))}{100 - \%(pré - teste)} \quad (1)$$

em que: % (ganho) é a percentagem de aumento de acertos entre pré-teste e o pós-teste, %(pré-teste) é a percentagem de acertos do aluno individual ou da turma toda no pré-teste, %(pós-teste) é a percentagem de acertos do aluno individual ou da turma toda no pós-teste e %(ganho)max é o máximo que pode ser atingido partindo do resultado do pré-teste.

Müller *et al.,* (2017) comentam que o numerador corresponde à melhora efetiva que o aluno obteve; e o denominador, à máxima melhora possível de ser alcançada. O valor do parâmetro <g> pode variar entre 0 e 1 (ou entre 0% e 100%), sendo que resultados mais próximos de 1 correspondem a uma melhora mais acentuada. Os resultados negativos, obtidos quando o estudante apresenta um escore superior na primeira aplicação do teste, são desconsiderados da análise. Com esse dado o pesquisador obtém um valor percentual que representa o quanto o aluno aprendeu daquilo que ainda precisava aprender sobre o conteúdo.

Essa metodologia é justificada por Hake (2002) ao fazer uso do teste diagnóstico de Halloun-Hestenes, em que calcula o fator de correlação entre <g> (ganho) e % (pré-teste) (conhecimentos prévios dos alunos). Nessa ocasião 6542 alunos participaram da pesquisa. O autor comenta que essa metodologia pode contribuir para a melhora da aprendizagem dos alunos, quando comparada a métodos tradicionais.

Nesse trabalho, para acontecer a produção de novos conhecimentos e aprofundamento dos já existentes, foi aplicada uma sequência de atividades com conteúdos relevantes para o ensino de Trigonometria básica.

Quanto à pesquisa qualitativa, Moreira (2011) enfatiza que o interesse principal deste tipo de pesquisa se dá pela interpretação dos significados conferidos pelos sujeitos às suas ações. Sendo assim, o pesquisador pode mergulhar no fenômeno de seu interesse. A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte direta dos dados e o pesquisador como o seu imprescindível instrumento. Nesta investigação, o pesquisador teve facilidade em movimentar-se entre os pesquisados, tanto em sala de aula como no laboratório de informática. Esses espaços asseguraram um ambiente natural, onde suas interferências externas e internas puderam ser observadas, bem como as vivências e conhecimentos prévios dos pesquisados. Assim sendo, a presente investigação tornou-se um processo dinâmico e cooperativo. Oliveira (2002, p. 117) faz a seguinte ponderação sobre as vantagens e facilidades da abordagem qualitativa:

> O fracasso escolar, particularmente em educação matemática, é irreversível no quadro conservador que predomina. A sociedade está mudando, as crianças estão mudando, o conhecimento está mudando. Não há como ser conservador com a educação matemática.

As pesquisas que se utilizam da abordagem qualitativa possuem a facilidade de poder descrever a complexidade de uma determinada hipótese ou problema, analisar a interação de certas variáveis, compreender e classificar processos dinâmicos experimentados por grupos sociais, apresentar contribuições no processo de mudança, criação ou formação de opiniões de determinado grupo e permitir, em maior grau de profundidade a interpretação das particularidades dos comportamentos ou atitudes dos indivíduos.

Segundo D'Ambrósio (2004) a pesquisa qualitativa é o caminho para fugir da mesmice. Para o autor, esse tipo de pesquisa atenta para as pessoas e as suas ideias, trazendo à tona falas e narrativas que estariam silenciosas. Assim sendo, essa pesquisa observou acontecimentos como esses, e que serão aqui descritos.

PROBLEMA DE PESQUISA

Diante da dificuldade dos alunos em compreender conceitos e resultados básicos de Trigonometria, fez-se a seguinte pergunta: O uso do GeoGebra facilita a compreensão pelos alunos sobre conceitos básicos das Razões Trigonométricas seno, cosseno e tangente, bem como das Funções Seno, Cosseno e Tangente? Pode-se dizer que esta pergunta orientou a presente pesquisa.

A fim de responder à pergunta direcionadora desta pesquisa, delineou-se o intuito de empreender uma experiência com alunos do segundo ano do Ensino Médio, desenvolvendo-se atividades propostas com o uso do GeoGebra no estudo da Trigonometria.

PARTICIPANTES DA PESQUISA

Os participantes desta pesquisa foram 19 alunos voluntários do segundo ano do Ensino Médio do Colégio Militar de Santa Maria. Esses estudantes já tiveram aulas de Trigonometria e Funções Trigonométricas, no nono ano do Ensino Fundamental e no primeiro ano do Ensino Médio. O interesse dos alunos voluntários está na revisão de conteúdos importantes de Matemática para as provas dos diversos concursos que estarão prestando, sejam eles voltados às carreiras militares das Forças Armadas ou ainda às instituições civis de Ensino Superior.

INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Conforme está fundamentada a pesquisa, utiliza-se a metodologia abordada por Hake (2002), que estabelece a porcentagem de ganho em aprendizagem por meio da aplicação de instrumentos de coleta de dados. Para isso, foram utilizados:

- Pré-teste aplicado no início da experiência;

- Pós-teste, instrumento igual ao pré-teste, aplicado no final da experiência, a fim de que pudesse ser feita a comparação entre os dois.

Ao final das atividades de Trigonometria propostas pelo professor, os alunos responderam a duas perguntas abertas. A transcrição e a análise dessas respostas tornaram-se de extrema relevância para a pesquisa, sendo as duas perguntas consideradas, também, como instrumentos na coleta de dados.

ATIVIDADES PROPOSTAS

Para o pré-teste (e o pós-teste) foram elaboradas 6 atividades diagnósticas totalizando 44 questões, com objetivos descritos no Quadro 1.

Quadro 1 – Relação de atividades diagnósticas

Atividade Diagnóstica	Número de questões	Objetivo
1	6	Verificar o conhecimento sobre as relações trigonométricas no triângulo retângulo.
2	6	Verificar o conhecimento sobre seno e cosseno no ciclo trigonométrico.
3	17	Verificar o conhecimento sobre sinais, variação, máximos e mínimos do seno, cosseno e tangente no ciclo trigonométrico.
4	6	Verificar o conhecimento sobre o comportamento gráfico da função seno.
5	6	Verificar o conhecimento sobre o comportamento gráfico da função cosseno.
6	3	Verificar o conhecimento sobre o comportamento gráfico da função tangente.

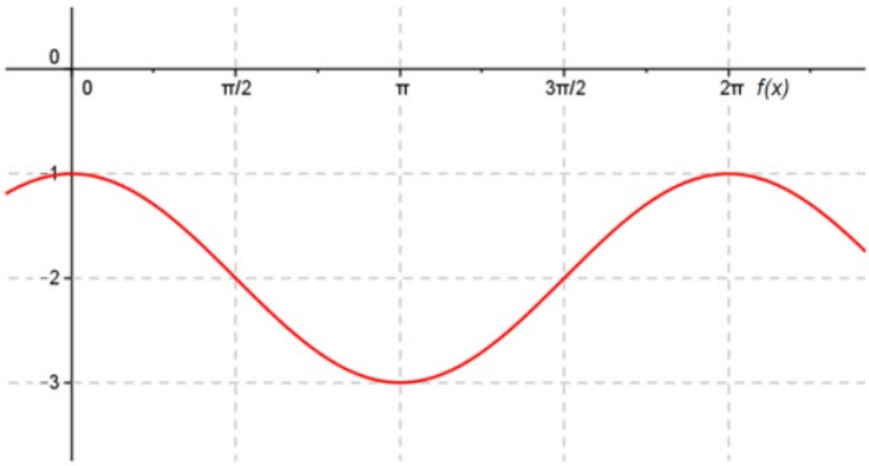
Fonte: Autoria própria (2021)

Em virtude do tamanho do pré-teste, para exemplificar, é apresentado um recorte da Atividade Diagnóstica 5 na figura 1. A partir do gráfico apresentado, é solicitado os valores dos parâmetros a, b, e d, além do domínio, a imagem e o período da função *f*(x) apresentada.

Figura 1 – Recorte da Atividade Diagnóstica 5

Na figura abaixo está representado o gráfico de uma função do tipo

$f(x) = a.\cos(bx) + d$.



Fonte: Autoria própria (2021)

Para as atividades a serem realizadas no computador, foram elaboradas 12 atividades, em que os alunos deveriam utilizar os aplicativos desenvolvidos com o GeoGebra para resolver as questões solicitadas em cada uma das atividades propostas. Todos os aplicativos necessários para a resolução das atividades foram elaborados pelo professor-pesquisador. No quadro 2, destaca-se a relação de atividades desenvolvidas pelos alunos no laboratório de informática.

Quadro 2 – Relação de atividades desenvolvidas no laboratório

Atividade	Assunto
1	Triângulo retângulo.
2 e 3	Ciclo trigonométrico.
4	Ângulos complementares.
5	Ângulos suplementares.
6	Funções da forma $f(x) = a \cdot sen(x)$.
7	Funções da forma $f(x) = sen(b.x)$.
8	Funções da forma $f(x) = sen(x + c)$.
9	Funções da forma $f(x) = sen(x) + d$.
10	Funções da forma $f(x) = a \cdot sen(b.x + c) + d$.
11	Funções da forma $f(x) = a \cdot cos(b.x + c) + d$.
12	Funções da forma $f(x) = a \cdot tg(b.x + c) + d$.

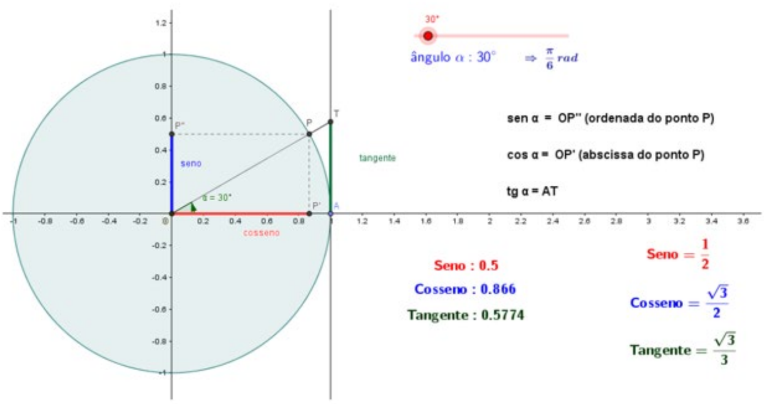
Fonte: Autoria própria (2021)

Como no caso das atividades diagnósticas do pré-teste, também as atividades de laboratório consistem de muitas páginas. Por isso, novamente é apresentado um recorte de uma atividade como exemplo. A figura 2 traz um recorte da Atividade 2, realizada no laboratório. Usando o aplicativo destacado, os estudantes foram convidados a investigar as possibilidades de sinais nos quadrantes para as funções seno, cosseno e tangente quando o ângulo varia, os valores máximos e mínimos que essas funções atingem (quando existem) e as regiões de crescimento/decrescimento das mesmas.

Os aplicativos (applets) utilizados para a resolução das atividades foram desenvolvidos para essa investigação e colocadas à disposição de alunos, professores e interessados na página oficial do GeoGebra. A discrição dos mesmos e o link de acesso estão disponíveis no produto educacional decorrente dessa pesquisa (CHAVES; MAGNAGO, 2019).

Figura 2 – Recorte da Atividade 2, realizada no laboratório de informática

ATIVIDADE 2



Após selecionar a atividade "**trigo_ciclo.ggb**", você pode alterar a medida do ângulo α movendo o seletor de ângulos.

Fonte: Autoria própria (2021)

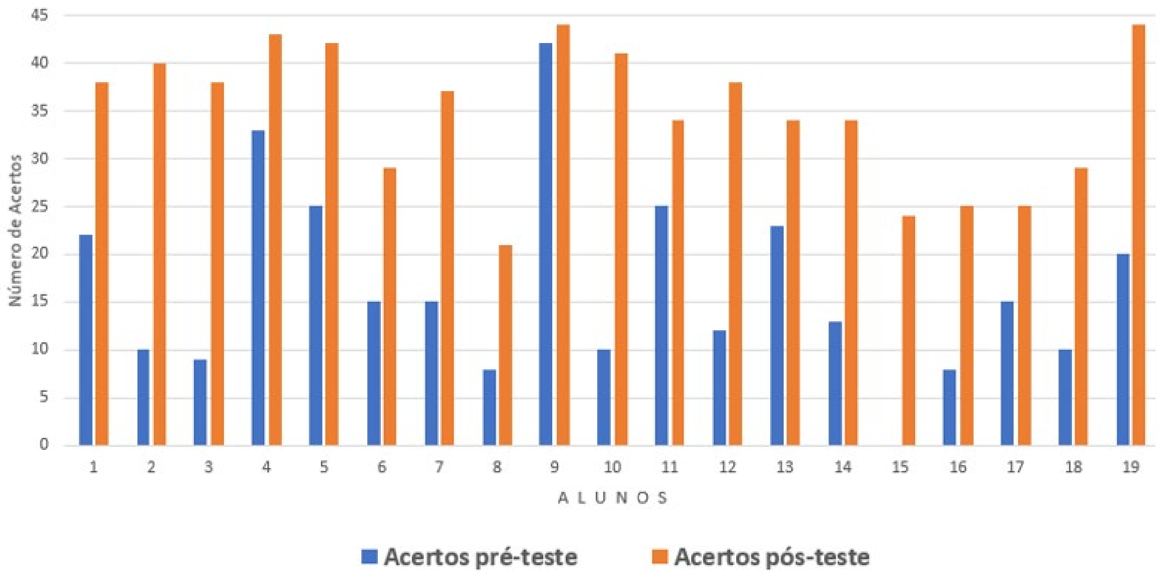
ANÁLISE QUANTITATIVA DA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Um pré-teste foi aplicado no primeiro dia da intervenção junto aos alunos, a fim de investigar seus conhecimentos prévios em relação aos valores do seno, cosseno e tangente, tanto no triângulo retângulo, como no ciclo trigonométrico, e ainda foram apurados os conhecimentos básicos das funções Seno, Cosseno e Tangente.

O pós-teste, com as mesmas questões do pré-teste, foi aplicado no final da experiência, após a realização das atividades, a fim de se avaliar, quantitativamente, a evolução dos conhecimentos adquiridos.

Na figura 3 está apresentada uma comparação entre o número de acertos do pré-teste e pós-teste de cada um dos 19 alunos participantes dessa pesquisa, que tiveram que responder as 44 questões da avaliação diagnóstica.

Figura 3 – Gráfico de barras comparativo



Fonte: Autoria própria (2021)

Observando o gráfico de barras da Figura 3, pode-se perceber que todos os alunos apresentaram um desempenho melhor na realização das questões após a aplicação das atividades de Trigonometria em laboratório.

Com a finalidade de melhor interpretar o crescimento nos resultados dos alunos, foi executado outro tipo de análise quantitativa, a saber, o método do ganho de aprendizagem tal como descrito por Hake (2002).

O método consiste em utilizar a equação (1) que permite avaliar o quanto um estudante envolvido em atividades de aprendizagem com envolvimento interativo, progrediu na compreensão de determinados conteúdos em particular.

No quadro 3 foram determinados os índices de aproveitamento nos pré-teste e pós-teste bem como a diferença de desempenho entre esses mesmos dois testes.

Quadro 3 – Desempenho percentual dos alunos

ALUNO	ACERTOS PRÉ-TESTE	% ACERTOS PRÉ-TESTE	ACERTOS PÓS-TESTE	% ACERTOS PÓS-TESTE	DIFERENÇA ENTRE PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE (%)
1	22	50,00	38	86,36	36,36
2	10	22,73	40	90,91	68,18
3	9	20,45	38	86,36	65,91
4	33	75,00	43	97,73	22,73
5	25	56,82	42	95,45	38,64
6	15	34,09	29	65,91	31,82
7	15	34,09	37	84,09	50,00
8	8	18,18	21	47,73	29,55
9	42	95,45	44	100,00	4,55
10	10	22,73	41	93,18	70,45
11	25	56,82	34	77,27	20,45
12	12	27,27	38	86,36	59,09
13	23	52,27	34	77,27	25,00
14	13	29,55	34	77,27	47,73
15	0	0,00	24	54,55	54,55
16	8	18,18	25	56,82	38,64
17	15	34,09	25	56,82	22,73
18	10	22,73	29	65,91	43,18
19	20	45,45	44	100,00	54,55

Fonte: Autoria própria (2021)

Constata-se que todos os alunos apresentaram melhora no desempenho, entre pré-teste a pós-teste, salientando-se que dos 19 alunos, 6 deles obtiveram melhora no desempenho acima de 50%. O aluno 15 declarou que veio transferido de uma escola na qual a Trigonometria não havia sido estudada ainda, justificando seu pré-teste nulo, e mesmo assim, obteve um rendimento satisfatório no pós-teste.

Esse comparativo mostra que a aplicação das atividades surtiu um efeito positivo sobre a aprendizagem dos estudantes, visto que todos os participantes da pesquisa tiveram algum incremento no desempenho entre o pré e o pós-teste.

A fim de aplicar o método de Hake (2002) para verificar o ganho na aprendizagem da turma, foi calculada a porcentagem de acertos pré (%<pré-teste>) e pós-teste (%<pós-teste>) e na sequência foi determindo o valor do parâmetro <g> = 66,22% que corresponde ao cálculo do ganho normalizado de Hake (2002). Os dados obtidos estão apresentados no Quadro 4.

Quadro 4 – Valor do ganho normalizado de aprendizagem

% <pré-teste>	% <pós-teste>	% <g>
37,68	78,95	66,22

Fonte: Autoria própria (2021)

O ganho normalizado <g> diz respeito ao quanto os alunos evoluíram após o pré-teste. Em outras palavras, ele só depende do que os alunos já chegaram sabendo ao curso e compara com o que eles saíram sabendo a mais. Observa-se então que eles obtiveram um ganho pré =

37,68%. O ganho máximo será 100%-37,68% = 62,32%. O ganho pós = 78,95%.

O ganho normalizado <g> é dado na equação (2):

$$< g > = \frac{78{,}95\% - 37{,}68\%}{100 - 37{,}68\%} = 66{,}22\%. \tag{2}$$

Esse resultado é considerado muito bom, pois mostra que as atividades promoveram um ganho normalizado superior a 66%. Isso é considerado por Hake (2002) como um curso caracterizado por atividades de ensino que promovem o envolvimento interativo. É um curso de ganho médio, pois o ganho normalizado está no intervalo entre 30% e 70%.

No Quadro 5 é apresentada a evolução do desempenho dos estudantes entre pré-teste e pós-teste na forma de médias, desvios-padrão e nível de significância t. O cálculo do valor de t é feito fazendo a razão entre o desvio padrão da média e o desvio padrão do desempenho (o quanto eles responderam a mais após a aplicação da intervenção pedagógica), servindo para comparação com o t-crítico do teste estatístico de Student.

Quadro 5 – Evolução do desempenho dos alunos entre pré-teste e pós-teste

Média geral (ganho médio)	18,16
Desvio padrão geral (do ganho médio)	8,02
Desvio padrão geral da média	1,84
Desvio padrão geral do pré-teste	16,58
Média geral do pré-teste	9,97
Desvio padrão geral do pré-teste da média	2,29
Média geral do pós-teste	34,74
Desvio padrão geral do pós-teste	7,29
Desvio padrão geral do pós-teste da média	1,67
Nível de significância estatística entre as médias do pré e pós teste	Menor que 0,01 **(t=4,36)**

Fonte: Autoria própria (2021)

Com o valor de t, consulta-se a tabela dos valores de t-crítico de Student, (figura 4) e procura-se pelo valor de t-crítico na linha horizontal de número indivíduos participantes da pesquisa menos 1. Na linha vertical, temos a significância estatística. Quanto menor o valor de relevância estatística, melhor. Se o nosso t calculado for menor que o t crítico para um determinado nível de significância estatística, significa que temos uma boa probabilidade de as alterações positivas no ganho na aprendizagem sejam devidas as nossas atividades pedagógicas.

Figura 4 – Localização do caso de estudo na distribuição de t-Student

Nº de graus de liberdade	Probabilidade para um teste bicaudal													
	0,95	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,0787	0,1584	0,3249	0,5095	0,7265	1,0000	1,3764	1,9626	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,657	636,619
2	0,0708	0,1421	0,2887	0,4447	0,6172	0,8165	1,0607	1,3862	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248	31,5991
3	0,0681	0,1366	0,2767	0,4242	0,5844	0,7649	0,9785	1,2498	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	12,9240
4	0,0667	0,1338	0,2707	0,4142	0,5686	0,7407	0,9410	1,1896	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041	8,6103
5	0,0659	0,1322	0,2672	0,4082	0,5594	0,7267	0,9195	1,1558	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321	6,8688
6	0,0654	0,1311	0,2648	0,4043	0,5534	0,7176	0,9057	1,1342	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074	5,9588
7	0,0650	0,1303	0,2632	0,4015	0,5491	0,7111	0,8960	1,1192	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995	5,4079
8	0,0647	0,1297	0,2619	0,3995	0,5459	0,7064	0,8889	1,1081	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554	5,0413
9	0,0645	0,1293	0,2610	0,3979	0,5435	0,7027	0,8834	1,0997	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	4,7809
10	0,0643	0,1289	0,2602	0,3966	0,5415	0,6998	0,8791	1,0931	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	4,5869
11	0,0642	0,1286	0,2596	0,3956	0,5399	0,6974	0,8755	1,0877	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058	4,4370
12	0,0640	0,1283	0,2590	0,3947	0,5386	0,6955	0,8726	1,0832	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545	4,3178
13	0,0639	0,1281	0,2586	0,3940	0,5375	0,6938	0,8702	1,0795	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123	4,2208
14	0,0638	0,1280	0,2582	0,3933	0,5366	0,6924	0,8681	1,0763	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768	4,1405
15	0,0638	0,1278	0,2579	0,3928	0,5357	0,6912	0,8662	1,0735	1,3406	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467	4,0728
16	0,0637	0,1277	0,2576	0,3923	0,5350	0,6901	0,8647	1,0711	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208	4,0150
17	0,0636	0,1276	0,2573	0,3919	0,5344	0,6892	0,8633	1,0690	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982	3,9651
18	0,0636	0,1274	0,2571	0,3915	0,5338	0,6884	0,8620	1,0672	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784	3,9216
19	0,0635	0,1274	0,2569	0,3912	0,5333	0,6876	0,8610	1,0655	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609	3,8834
20	0,0635	0,1273	0,2567	0,3909	0,5329	0,6870	0,8600	1,0640	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453	3,8495
21	0,0635	0,1272	0,2566	0,3906	0,5325	0,6864	0,8591	1,0627	1,3232	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314	3,8193

Fonte: Adaptado de Tabela T (2018)

No caso em questão, para t = 4,36, encontra-se na tabela o valor de t-crítico = 3,9216 para 18 indivíduos e significância estatística de 0,0001 (0,01%) e t-crítico = 2,8784 para uma significância estatística de 0,01 (1%). Como o t > t-crítico, temos menos de 0,01% (ou <1%) de chance de que o ganho na aprendizagem encontrado seja devido ao acaso. Pode-se atribuir os bons resultados às atividades realizadas entre os testes (pré-teste e pós-teste).

ANÁLISE QUALITATIVA DA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Ao final do desenvolvimento das atividades, os alunos responderam a duas perguntas que fizeram parte da Atividade 12, em que puderam manifestar-se sobre suas concepções em relação ao uso do GeoGebra. Foram formuladas segundo preceitos que remontam ao foco da pesquisa. Na sequência, as perguntas serão apresentadas. Para serem transcritas, serão selecionadas algumas das respostas que foram justificadas. Também será feita a análise das mesmas e uma análise geral.

A primeira pergunta reporta ao entendimento específico dos conceitos das três razões trigonométricas estudadas: Em sua opinião, o uso do software GeoGebra melhorou o entendimento dos conceitos de seno, cosseno e tangente no ciclo trigonométrico?

Dentre as respostas a essa pergunta os alunos, em sua maioria, admitem que o uso do GeoGebra melhorou o entendimento dos conceitos estudados. Algumas falas são citadas a seguir:

“Na minha opinião o software GeoGebra é de fundamental importância para o estudo dos conceitos de seno, cosseno e tangente, pois auxilia e melhor, facilita o aprendizado”;

“Sim, pois vimos na prática suas diferenças”;

“Sim, melhorou muito”;

“O uso do GeoGebra melhorou pois pude ver como o ciclo funciona efetivamente”;

“Sim, pois ao mesmo tempo que eu posso observar eu mesma posso ir testando no app”.

As atividades no GeoGebra foram elaboradas pelo professor, de tal maneira que tornaram-se simples de serem operadas. Ao interagirem com o software, os alunos tiveram essa mesma percepção, como exemplificado com algumas falas:

“Sim, o uso do GeoGebra melhora o entendimento do conteúdo pela facilidade de visualização nos gráficos do que é estudado teoricamente”;

“O software GeoGebra auxiliou muito na compreensão dos conceitos de seno, cosseno e tangente, pois ele é um material didático muito simples de se usar e que possibilita tirar inúmeras dúvidas”.

Mediante as respostas obtidas, infere-se que houve uma evidente melhora na compreensão dos conceitos estudados.

A segunda pergunta remete à compreensão específica de domínio, imagem e período das três Funções Trigonométricas abordadas: Em sua opinião, a visualização e a interatividade proporcionada pelo GeoGebra facilitaram a compreensão sobre o domínio, imagem e período das funções trigonométricas?

Era notável a dificuldade que os estudantes tinham em relação aos conceitos das três Funções Trigonométricas, mesmo tendo sido estudado no ano anterior. A própria análise quantitativa expressa claramente esse fato. Assim como é perceptível, e comparável, o quanto o GeoGebra ajudou na compreensão desses conceitos, segundo as próprias palavras dos alunos:

“Sim, podíamos ver na prática seus conceitos”;

“Sim, ajudou muito a compreender melhor”;

“Sim, bastante”.

As atividades realizadas no GeoGebra possibilitaram visualizar no ciclo trigonométrico as translações horizontais e verticais nos gráficos das funções; suas compressões e dilatações; os valores mínimos e máximos, bem como o novo valor assumido pelo período. Seguem algumas falas dos estudantes nesse sentido:

“Sim, é mais fácil entender as funções pela agilidade e clareza do GeoGebra”;

“Facilitou, pois, pude relacioná-las visualmente”;

“O entendimento sobre domínio, imagem e período ficou muito mais fácil e claro com o software GeoGebra”.

Houve caso de o aluno manifestar a opinião de que o uso do GeoGebra é fundamental para a aprendizagem:

“Sim, o GeoGebra facilitou os conceitos a respeito de domínio, imagem e período das funções trigonométricas, logo esse software é fundamental para a aprendizagem”.

Constata-se assim, que os alunos reconhecem as possibilidades de uma aprendizagem mais dinâmica e significativa com o uso do GeoGebra. A análise dos dados quantitativos feita anteriormente, vem corroborar e evidenciar esses significados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um diferencial nesta pesquisa foi a utilização do método proposto por Hake (2002), a fim de se interpretar os dados obtidos, dentro de um aceitável grau de confiança. Sendo assim, a leitura que se fez do pré e do pós-teste foi além da análise de dados empíricos para uma interpretação racional e devidamente fundamentada.

Destaca-se também o interesse demonstrado pelos discentes em interagir com o software, procurando por eles mesmos as respostas, e desejando obter o máximo entendimento proporcionado por cada atividade. À medida que estas promoveram um aprofundamento dos conhecimentos envolvidos, mais ainda os estudantes sentiam-se motivados e avançavam confiantes para as próximas questões.

Em resposta à pergunta norteadora desta pesquisa, concluiu-se que usar do software GeoGebra facilitou a compreensão pelos alunos sobre conceitos básicos das Razões Trigonométricas Seno, Cosseno e Tangente, bem como das Funções Seno, Cosseno e Tangente. É visivelmente detectado esse crescimento no entendimento dos pesquisados, por meio da avaliação estatística dos instrumentos utilizados, o pré e o pós teste. Em consequência disso, a aprendizagem tornou-se muito mais efetiva e consolidada, como os resultados aqui expostos demonstram.

Um fruto importante dessa pesquisa foi o conjunto de aplicativos desenvolvidos disponíveis gratuitamente para docentes, discentes e pesquisadores no produto educacional (CHAVES; MAGNAGO, 2019).

REFERÊNCIAS

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. Informática e Educação Matemática. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília, MEC/SEMT, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino de quinta a oitava séries. Brasília, MEC/SEF, 1998.

BRAVIANO, G.; RODRIGUES, M. H. Geometria Dinâmica: uma nova Geometria. Revista do Professor de Matemática, São Paulo-SP, n. 49, p. 22-26, 2002.

CHAVES, J. R. A.; MAGNAGO, K. F. Applets para Estudo de Trigonometria e Funções Trigonométricas Seno, Cosseno e Tangente. Disponível em: https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/508/2021/05/Descricao-Applets-Jairo.pdf. Acesso em: 10 set. 2021.

D'AMBRÓSIO, U. Prefácio. In: Pesquisa qualitativa em educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. IV CONGRESSO RIBIE, 1998, Brasília. Anais... Brasília, DF, 1998.

GEOGEBRA. GeoGebra – Aplicativos matemáticos. Disponível em: https://www.geogebra.org/. Acesso em: 10 set. 2021.

HAKE, R. R. Relationship of Individual Student Normalized Learning Gains in Mechanics with Gender, High-School Physics, and Pretest Scores on Mathematics and Spatial Visualization. 2002. Disponível em: https://web.physics.indiana.edu/hake/PERC2002h-Hake.pdf. Acesso em: 03 dez. 2018.

HALLOUN, I.; HESTENES, D. The initial knowledge state of college physics students. American Journal of Physics, p. 1043-1048, 1985.

HOHENWARTER, M. GeoGebraQuickstart: Guia rápido de referência sobre o

MERLO, C. A.; ASSIS, R. T. O uso da informática no ensino da Matemática. Revista UNIJALES. 4. ed. n. 4, ano V, 2010. Disponível em: http://www.reuni.pro.br. Acesso em: 28 nov. 2018.

MÜLLER, M. G. ARAÚJO, I. S.; VEIT, E. A.; SCHELL, J. Uma revisão de literatura acerca da implementação da metodologia interativa de ensino peer-instruction. Revista Brasileira de Ensino de Física, São Paulo-SP, v. 39, n. 3, p. 3403–3420, 2017.

MOREIRA, M. A. Metodologias de pesquisa em ensino. Porto Alegre: Livraria da Física, 2011.

OLIVEIRA, Luiz de. Tratado de metodologia científica. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

PAIS, L. C. Educação Escolar e as Tecnologias da Informática. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PASSOS, M. Desafios e perspectivas para a utilização da informática na educação matemática. 2007. Disponível em: http://www.diaadiaeducao.pr.gov.br/ portals/pde/arquivos/408-4.pdf Acesso em: 01 dez. 2018.

PERES, R. C. A. B. Uso da plataforma Moodle em uma disciplina de graduação em Letras: Percepções de alunos e professora sobre a modalidade semipresencial. 2013, 162 p. Dissertação (Programa Interdisciplinar de Pós-Graduação em Linguística Aplicada) - Faculdade de Letras, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

PERRENOUD, Philippe. As dez novas competências para ensinar. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

PROFMAT. Apresentação. Disponível em: https://www.profmat-sbm.org.br/ organizacao/apresentacao/. Acesso em: 10 set. 2021.

TABELA T. Tabela T: Distribuição de t-Student segundo os graus de liberdade e uma dada probabilidade num teste bicaudal. Disponível em: http://www.epi.uff.br/wp-content/uploads/2015/05/Tabela-T.pdf. Acesso em: 01 dez. 2018.

VALENTE, J. A. O computador na sociedade do conhecimento. Campinas: UNICAMP/NIED, 1999.

05

Práticas pedagógicas inclusivas no ensino de matemática

Pedagogical practices including in math teaching

Lucinéia de Souza Gomes
SEDUC - MT
http://lattes.cnpq.br/2013529020759364
Luiz Rodrigo de Oliveira
SEDUC – MT
http://lattes.cnpq.br/3425400721543286
Célia Aparecida Dias Ferreira Louzada
SMEC- MT
http://lattes.cnpq.br/6646216086898402
Edmar Reis Thiengo
SEDUC - MT
http://lattes.cnpq.br/3711344395240543

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.5

Resumo

O respectivo artigo tem como objetivo relatar sobre a importância da inclusão no ensino de matemática. Trata-se de um estudo bibliográfico que busca apresentar quais os enfoques fundamentais que precisam ser questionados e analisados no contexto educacional, para que de fato, ocorram ações inclusivas. Para uma base teórica segura citamos alguns autores. Optamos por Mantoan, que aborda sobre a importância da escola se adequar ao aluno, optamos por Marcondes, Lima e Bonfim, que ressaltam sobre a formação de professores de matemática para uma proposta inclusiva, por Mateus e Sales, que falam sobre as políticas nacionais de Educação Especial Inclusiva e também por Lima e Manrique, que abordam sobre a importância de práticas pedagógicas que estimulam o desenvolvimento do estudante que apresenta alguma deficiência. Quando se fala em inclusão, logo vem em mente a ideia de alunos com alguma deficiência, mas essa questão vai muito além disso, pois inclui também alunos com certas dificuldades de aprendizagem. A proposta de ensino da matemática numa perspectiva inclusiva é muito abrangente, por isso é fundamental que nós professores saibamos mais sobre esse assunto, para que possamos promover a inclusão em nossas aulas. Acreditamos que falar sobre um ensino de matemática para todos é também pensarmos na possibilidade de uma educação equitativa e de qualidade. Pretendemos, então, através da revisão bibliográfica, discutir algumas questões importantes sobre o que vem a ser inclusão no espaço escolar e reforçar a relevância da matemática inclusiva, como forma de contemplar o desenvolvimento de nossos alunos na sua integralidade.

Palavras-chave: ensino de matemática. inclusão. equidade. qualidade

Abstract

The respective article aims to report on the importance of inclusion in the teaching of mathematics. This is a bibliographical study that seeks to present the fundamental approaches that need to be questioned and analyzed in the educational context, so that inclusive actions can actually take place. For a secure theoretical basis we quote some authors. We chose Mantoan, who addresses the importance of the school adapting to the student, we chose Marcondes, Lima and Bonfim, who emphasize the training of mathematics teachers for an inclusive proposal, by Mateus and Sales, who talk about the national policies of Inclusive Special Education and also by Lima and Manrique, who address the importance of pedagogical practices that encourage the development of students who have a disability. When talking about inclusion, the idea of students with a disability immediately comes to mind, but this issue goes far beyond that, as it also includes students with certain learning difficulties. The proposal for teaching mathematics from an inclusive perspective is very comprehensive, so it is essential that we teachers know more about this subject, so that we can promote inclusion in our classes. We believe that talking about teaching mathematics for everyone is also thinking about the possibility of an equitable and quality education. We intend, then, through the bibliographical review, to discuss some important questions about what is inclusion in the school space and to reinforce the relevance of inclusive mathematics, as a way to contemplate the development of our students in its entirety.

Keywords: math teaching. Inclusion. equity. quality

INTRODUÇÃO

Logo de início é interessante comentar que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) nos mostra a concepção de educação integral, pensando no desenvolvimento das crianças e dos jovens em todas as suas dimensões: intelectual, emocional, física, social e cultural. Portanto é impossível falar de desenvolvimento integral se não temos ações inclusivas no ensino.

É Preciso ter um olhar carinhoso diante dos alunos, pois assim percebe-se constantemente suas potencialidades e dificuldades durante todo o processo de ensino. É fundamental que se desenvolva cenários inclusivos para a aprendizagem matemática, pois desta forma ocorrerá uma formação plena, justa e igualitária. Nesse sentido a inclusão será um elemento essencial para a cultura da paz.

Percebe-se a grande necessidade de se construir culturas educacionais nas quais cada aluno possa ser reconhecido e respeitado em sua individualidade. Ainda neste contexto é importante citar algumas ideias de como trabalhar com alunos que possuem determinadas deficiências. Para alunos cegos, por exemplo, aplicar matemática e música, proporcionar cenários que valorizam representações visuais para aqueles que preferem esse tipo de raciocínio, buscar ferramentas que favoreçam experiências táteis de propriedades matemáticas, enfim.

Infelizmente até hoje a escola recebe os alunos que, por sua vez, devem moldar-se a um padrão estabelecido. A escola ainda continua com valores e modos de organização baseados na ilusão da homogeneidade, negando a questão da diferença. É urgente a ideia de se criar uma rede de afeto para se ter mais práticas inclusivas nas aulas de matemática, mostrando que todos os alunos possuem habilidades e competências individuais que precisam ser exploradas, aprimoradas e valorizadas.

MAS AFINAL, O QUE É INCLUSÃO ESCOLAR?

Antes da discussão sobre a inclusão no ensino de matemática é primordial comentar sobre a concepção de inclusão na educação. No contexto educacional, quando se fala em inclusão percebe-se que geralmente esse cenário está vinculado à ideia de alunos que possuem alguma deficiência. Essa concepção está associada ao que está no Capítulo V, Art. 58, da Lei de Diretrizes e Bases da Educação - LDB, na qual entende-se por educação especial "[...] a modalidade de educação escolar oferecida [...] para educandos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação" (LDB, Cap. V, Art. 58, 1996).

É importante citar também sobre a Declaração de Salamanca (1994), que revela em seu texto o termo "Necessidades Educativas Especiais", embora esse termo não é usado mais, referindo-se a todas as crianças ou jovens cujas necessidades se originam em função de deficiências ou dificuldades de aprendizagem. Nesse sentido os estudantes que apresentam dificuldades de aprendizagem diversificadas são entendidos pela declaração de Salamanca como estudantes que apresentam "necessidades educacionais especiais".

Quando se fala em Inclusão deve-se atentar ao currículo. Este precisa ser reconstruído, reconfigurado e reestruturado em função de uma determinada turma. É Preciso ter a sensibilidade de conhecer os alunos, saber de seus anseios, suas dúvidas e suas potencialidades. Assim é possível saber em que ponto avançar ou retomar.

Sobre esse assunto a autora Maria Teresa Eglér Mantoan comenta:

> [...] a escola se democratizou abrindo-se a novos grupos sociais, mas não aos novos conhecimentos. Exclui, então, os que ignoram o conhecimento que ela valoriza e, assim, entende que a democratização é massificação de ensino e não cria a possibilidade de diálogo entre diferentes lugares epistemológicos, não se abre a novos conhecimentos que não couberam, até então, dentro dela (MANTOAN, 2003, p. 13).

Através do argumento desta autora é possível compreender que não é o aluno que tem que se adequar à escola, mas a escola que precisa se adequar ao aluno. Para ocorrer uma educação inclusiva a escola precisa garantir o direito de todos à educação, independente da diferença e através da singularidade de cada aluno. Cada escola, cada corpo docente precisa atuar compreendendo sempre a peculiaridade de cada estudante.

> É a escola que tem de mudar, e não os alunos, para terem direito a ela! O direito à educação é indisponível e, por ser um direito natural, não faço acordos quando me proponho a lutar por uma escola para todos, sem discriminações, sem ensino à parte para os mais e para os menos privilegiados. Meu objetivo é que as escolas sejam instituições abertas incondicionalmente a todos os alunos e, portanto, inclusivas (MANTOAN, 2003, p. 08).

Com essa concepção a autora revela que os ambientes humanos de convivência e de aprendizado são plurais pela própria natureza e, por isso, a educação escolar não pode ser pensada nem realizada senão a partir da ideia de uma formação integral do aluno. Desta forma é preciso observar as capacidades e talentos dos estudantes, promovendo constantemente um ensino participativo, solidário e acolhedor.

> A perspectiva de se formar uma nova geração dentro de um projeto educacional inclusivo é fruto do exercício diário da cooperação e da fraternidade, do reconhecimento e do valor das diferenças, o que não exclui a interação com o universo do conhecimento em suas diferentes áreas (MANTOAN, 2003, p. 09).

Com este argumento, a autora afirma que uma escola para todos não desconhece os conteúdos acadêmicos e nem menospreza o conhecimento científico, sistematizado, mas também não se restringe a instruir os alunos, a “dominá-los” a todo o custo. Com essa fala a autora deixa evidente que, infelizmente, os professores aprenderam a ensinar segundo a hegemonia e a primazia dos conteúdos acadêmicos e que eles têm uma enorme dificuldade de se desligarem desse aprendizado. Ela acrescenta ainda que isso os impedem de ressignificar o verdadeiro papel na Educação.

> Estamos todos no mesmo barco e temos de assumir o comando e escolher a rota que mais diretamente nos pode levar ao que pretendemos. Essa escolha não é solitária e só vai valer se somarmos nossas forças às de outros colegas, pais, educadores em geral, que estão cientes de que as soluções coletivas são as mais acertadas e eficientes (MANTOAN, 2003, p. 09).

Diante da concepção de Mantoan é preciso refletir para não se transmitir um saber fechado e fragmentado, que os professores não podem ficar aprisionados nas grades curriculares como meros instrutores.

> A escola se entupiu do formalismo da racionalidade e cindiu-se em modalidades de ensino, tipos de serviço, grades curriculares, burocracia. Uma ruptura de base em sua estrutura organizacional, como propõe a inclusão, é uma saída para que a escola possa fluir, novamente, espalhando sua ação formadora por todos os que dela participam (MANTOAN, 2003, p. 12).

Evidencia-se a necessidade de organização de um trabalho pedagógico que ressignifique o papel da escola com formas mais solidárias e plurais de convivência. Saber lidar com às diferenças em sala de aula é um fator urgente e necessário para o sucesso docente. Nota-se então, que a inclusão é de extrema relevância para que ocorra a mudança desse atual paradigma educacional, é fundamental traçar novos rumos para a educação escolar.

Para que a escola seja realmente inclusiva, é necessário que seus planos se reconfigurem para uma educação voltada para a cidadania global, em sua total plenitude. É preciso que a escola seja livre de preconceitos e que também reconheça e valorize as diferenças. A educação inclusiva proporciona a igualdade de oportunidades e a valorização das diferenças humanas. Ela contempla as diversidades étnicas, sociais, culturais, intelectuais, físicas, sensoriais e de gênero dos seres humanos. Através dela ocorre a transformação da cultura, das práticas e das políticas vigentes na escola e nos sistemas de ensino, e isso garante o acesso, a participação e a aprendizagem de todos.

Práticas inclusivas nas aulas de matemática

Se realmente existe a preocupação em promover a inclusão na prática pedagógica é preciso desenvolver um trabalho escolar que esteja verdadeiramente de braços abertos para a ideia dos aspectos inclusivos. É fundamental pensar sobre o momento atual em termos de políticas educacionais. Os professores estão sendo constantemente desafiados, sendo provocados para pensarem sobre princípios da educação inclusiva. Então, perceberem onde estão e para onde querem ir é fundamental para a realização dessa trajetória.

> A formação de professores prepara para o quê? Haverá uma receita aplicável ou adaptável a qualquer situação vivenciada pelo professor de matemática? Estas são perguntas norteadoras que nos fazem pensar sobre a formação de professores para inclusão. Como caminho, propomos o reconhecimento da diversidade e a mudança de olhar para com o outro, inclusive nas práticas matemáticas, o que denominamos de empatia matemática (MARCONDES e LIMA, 2020, p. 124).

A formação de professores para a inclusão, sem dúvida nenhuma, requer mais do que propor adaptações e pensar em materiais. O professor que ensina matemática precisa estar preparado para lidar com as mais variadas diferenças, seu olhar precisa ser sensível para compreender e ter empatia em suas práticas educativas.

Muitas mudanças foram feitas também na formação de professores, porém ainda são primordiais muitas ações que respeitem as diferenças e garantam a democratização do conhecimento, oferecendo condições de aprendizagem e promovendo subsídios para que todo e qualquer aluno aprenda de maneira satisfatória.

Outro ponto importante que não se pode deixar de comentar é que a aprendizagem deve ser o objetivo maior para todos os sujeitos em uma escola inclusiva. Não se pode permitir que ainda exista a visão de apenas tolerar, na escola, a presença de alguns. Todos devem ter o direito a aprender, a aquisição do conhecimento deve ser para todos, sem nenhuma exceção.

Vale comentar ainda que os cursos de formação inicial em matemática precisam considerar a inclusão dos sujeitos com deficiência. Além disso as instituições formadoras estão sendo provocadas, assim como as escolas, pelo paradigma da inclusão. Essas instituições estão sendo estimuladas a repensarem o seu funcionamento, suas discussões e suas infraestruturas tanto para receber esses alunos quanto para formar os futuros professores e demais profissionais para uma sociedade mais inclusiva.

> O reconhecimento de dificuldades na formação docente para a educação inclusiva não deve ser uma justificativa para o insucesso, mas um motor para a construção de experiências bem-sucedidas onde a educação é de qualidade e verdadeiramente para todos (BONFIM, 2018, p. 167).

São vários os desafios, principalmente para os professores de matemática, mas quando estão trabalhando com alunos que possuem alguma deficiência intelectual, por exemplo, eles precisam observar se está ocorrendo um desempenho significativo no desenvolvimento de habilidades adaptativas, mas lembrando, é claro, que isso só será possível se for disponibilizado para esses alunos um ambiente de aprendizagem cativante e acolhedor.

É urgente e necessário todo um empenho em desenvolver as habilidades desses alunos para uma ativa participação na escola e também no exercício da cidadania, considerando é claro, suas necessidades específicas.

Durante o trabalho com a resolução das tarefas matemáticas é interessante propor o uso das ferramentas matemáticas que os alunos já conheçam, pois assim os mesmos terão mais facilidade na execução das atividades.

> Um exemplo que retrata esta situação é quando solicitamos para uma criança dividir 20 balas entre 4 amigos e para descrever a resolução utiliza os seus conhecimentos por meio de desenhos, esquemas ou símbolos matemáticos, demonstrando entender o significado da operação (MATEUS e SALES, 2017, p. 05).

É de suma importância a aplicação de práticas pedagógicas inclusivas no ensino da matemática, pois isso irá possibilitar aos alunos com deficiência ou dificuldade de aprendizagem um ensino amplo, que vai além da decodificação e codificação dos conceitos matemáticos.

De acordo com o objetivo da atividade proposta durante o ensino de matemática, quando for para observar todo o processo, por exemplo, muitas vezes é preciso usar desenhos ou gestos para se ter um resultado satisfatório. Porém, quando a finalidade desta atividade é a avaliação o interessante é o uso de esquemas, símbolos, enfim, o que pode dar uma informação mais eficaz para avaliar.

> A concepção de normalidade, durante muito tempo fez com que as práticas educativas atentassem para a necessidade de educar indivíduos que se enquadravam no modelo de sociedade da época. A pessoa com deficiência como distanciava desta norma, manteve sua educação separadamente (MATEUS e SALES, 2017, p. 6).

Não se pode deixar, de forma alguma, alunos com deficiência ou com necessidades educacionais especiais à margem do processo de construção de conhecimentos. É Preciso enxergar a matemática como uma forma de inserir esses alunos na vida social.

> As Políticas Nacionais de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva, embora de forma lenta, tem avançado na tentativa de promover o acesso à educação e ao conhecimento de todos os alunos, mas, por outro lado, na prática educacional, torna-se um grande desafio a valorização dos diferentes ritmos de aprendizagens dos alunos que não conseguem responder adequadamente às exigências escolares (MATEUS e SALES, 2017, p. 6).

Outro ponto muito importante que os autores comentam é que a democratização da escola não significa apenas garantia de todos à escola, mas eles ressaltam também, que é preciso acontecer um avanço social em termos de valorização dos sujeitos e também da ampliação ao acesso dos conhecimentos culturalmente significativos.

Mateus e Sales alertam que cabe à escola o desenvolvimento de práticas pedagógicas comprometidas com todos os alunos, independente das diferenças sociais, psíquicas, físicas e culturais. Eles argumentam que cada criança interage de forma diversa de acordo com as suas necessidades e expectativas, em relação ao objeto de conhecimento e são capazes de avançar em seus conhecimentos.

Quando se trata do desenvolvimento de práticas pedagógicas inclusivas no ensino da matemática é necessário ir além dos conhecimentos específicos da decodificação de um número, mas sim na sua representação. Além de se trabalhar os conceitos e as propriedades dos objetos matemáticos é preciso trabalhar as representações que são utilizadas em matemática.

Acrescenta-se a tudo isso a disposição pessoal, afetiva e profissional do professor de querer explorar um território que, muitas vezes, não oferece suporte para desenvolver de forma eficaz seu trabalho. E os professores que ensinam matemática também necessitam perceber a importância de utilizar práticas pedagógicas capazes de estimular positivamente o desenvolvimento do estudante que apresenta uma deficiência (LIMA e MANRIQUE, 2017, p. 236).

Nesse sentido, para que o ensino de matemática seja realmente eficiente e significativo é de extrema relevância apresentar aos alunos as diferentes representações dos objetos matemáticos. Exemplos disto são os gráficos, as tabelas, as figuras geométricas, enfim, as várias informações numéricas. Desta forma será possível proporcionar aos alunos vivenciarem as diversas maneiras de gerar um número.

Nas aulas de matemática é fundamental possibilitar relações com experiências anteriores, ou seja, deve-se valorizar o conhecimento prévio do aluno. É fundamental promover momentos para a formulação de problemas que sejam desafiantes, isso incentivará os nossos alunos para a construção do conhecimento, sendo sujeitos ativos e reflexivos durante todo o processo. Com essa abordagem os professores estarão contribuindo para que os alunos utilizem o que aprenderam em diferentes situações da vida.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nas aulas de matemática deve-se analisar como os processos didáticos e pedagógicos que são oferecidos se adequam aos alunos com deficiências de acordo com suas limitações ou avanços. É Preciso considerar as necessidades específicas de aprendizagem de cada aluno, para que desta forma as atribuições da escola possam ser consolidadas na promoção de sua autonomia.

Os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a formação integral do aluno, por isso a escola precisa ter uma abordagem dinâmica e significativa, estimulando o aluno a ter prazer pelos estudos. São necessárias diversas estratégias para mostrar ao aluno que a aprendizagem matemática faz parte do seu dia a dia e que os conceitos matemáticos estão presentes em suas atividades diárias.

É primordial que ocorra no ensino de matemática uma proposta de ensino que possibilite a participação de todos. É fundamental também considerar os conhecimentos prévios dos alunos, pois é a partir das experiências vivenciadas pela criança no seu contexto social que se constrói as primeiras representações simbólicas do conhecimento matemático.

Quando se fala em inclusão é fundamental comentar sobre a importância de práticas pedagógicas que são capazes de estimular positivamente o desenvolvimento do estudante que apresenta alguma deficiência ou dificuldades de aprendizagem. Ao ministrar aulas de matemática deve-se respeitar a diversidade dos estudantes para assim garantir que todos sejam beneficiados no processo educativo.

É urgente e necessário a preparação de um ambiente de aprendizagem favorável para que de fato ocorra a inclusão. Não basta apenas pensar em alterações na infraestrutura e equipamentos para auxiliar os alunos, mas na existência de políticas públicas eficazes que envolvam formação dos professores, apoio especializado e acima de tudo importantes discussões curriculares.

REFERÊNCIAS

BONFIM, Paulo Cesar Romão. Uma análise sobre a Formação Continuada de professores de séries iniciais voltada para a Educação Especial. Revista Humanidades e Inovação. V.5, n.6 – 2018. Disponível em: https://revista.unitins.br/index.php/humanidadeseinovacao/article/view/774. Acesso em: 26 de ago. 2021.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Ministério da Educação. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofin al_site.pdf. Acesso em: 23 de ago. de 2021.

BRASIL. Declaração de Salamanca. Sobre Princípios, Políticas e Práticas na Área das Necessidades Educativas Especiais. Brasília: UNESCO, 1994. http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/salamanca.pdf. Acesso em: 24 de ago. 2021.

BRASIL. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.

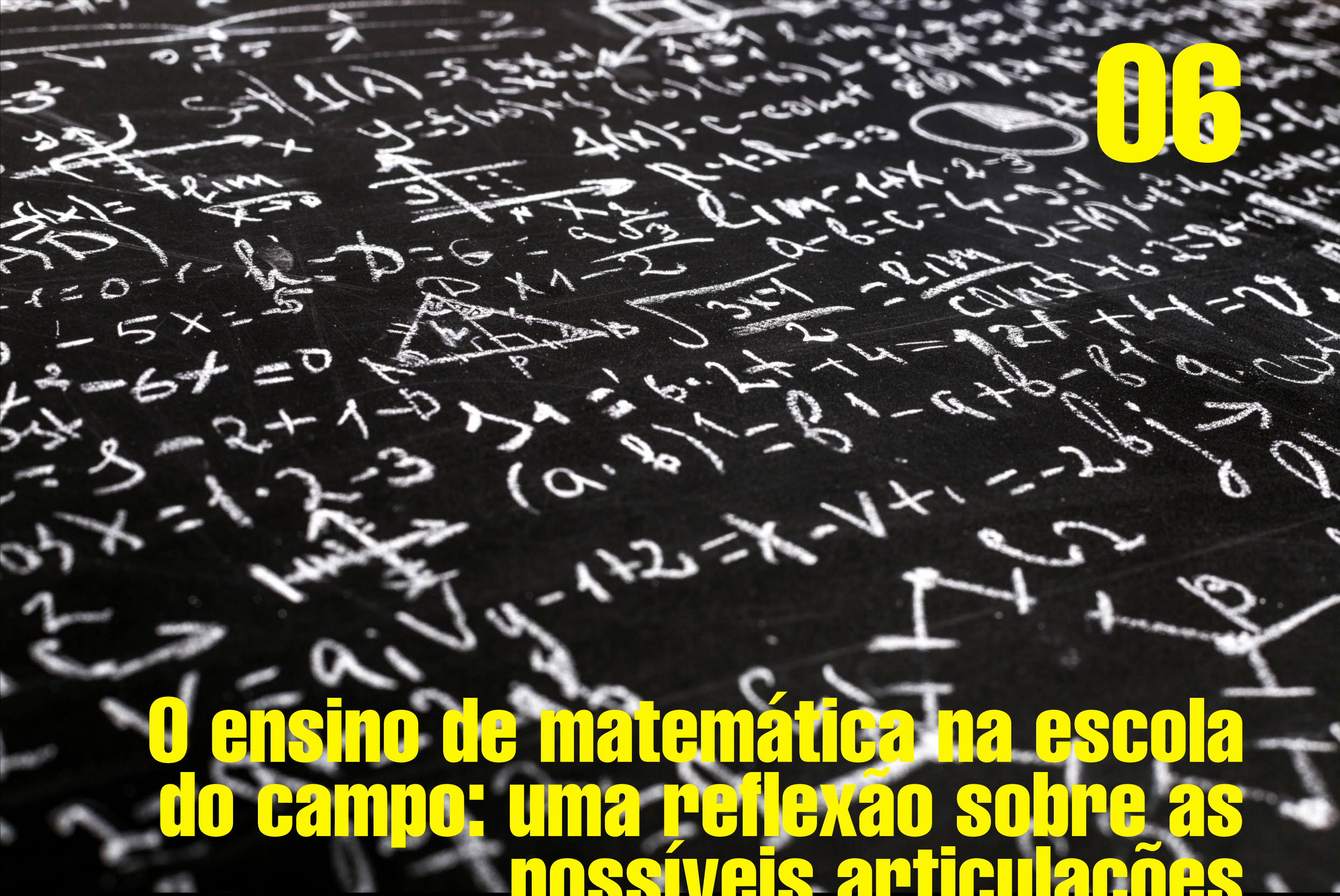
http://portal.mec.gov.br/docman/julho-2013-pdf/13677-diretrizes-educacao-basica-2013-pdf/file. Acesso em: 24 de ago. 2021.

LIMA, Carlos Augusto Rodrigues; MANRIQUE, Ana Lúcia. Processo de Formação de Professores que ensinam Matemática: práticas inclusivas. Nuances: estudos sobre Educação, Presidente Prudente, SP, v. 28, n. 3, dezembro de 2017. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/324557143_PROCESSO_DE_FORMACAO_DE_PROFESSORES_PRATICAS_INCLUSIVAS_E_FOCO_NO_ENSINO_DE_MATEMATICA. Acesso em: 27 de ago. 2021.

MANTOAN, Maria Teresa Eglér. Inclusão Escolar: o que é? por quê? como fazer? São Paulo: Moderna, 2003.

MARCONDES, Fabiane Guimarães Vieira; LIMA, Priscila Coelho. A busca pela receita de inclusão na formação de professores: o olhar para o outro e a empatia matemática como um caminho possível. Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática – GEPEM. 29 de junho de 2020. Disponível em: http://costalima.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/513. Acesso em: 25 de ago. 2021.

MATEUS, Andreia Barbosa; SALES, Antonio. Práticas Pedagógicas Inclusivas no Ensino da Matemática: Letramento de alunos com deficiência intelectual. Revista Brasileira de Educação, Cultura e Linguagem – RBECL / UEMS. V. 1, n. 1 – 2017. Disponível em: https://periodicosonline.uems.br/index.php/educacaoculturalinguagem/article/view/2154. Acesso em: 26 de ago. 2021.



06

O ensino de matemática na escola do campo: uma reflexão sobre as possíveis articulações

The teaching of mathematics at school of campo: a reflection on possible articulations

Paulo Marcos Ferreira Andrade
(SEDUC- MT)
Lattes http://lattes.cnpq.br/4660668956528111
Célia Aparecida Dias Ferreira Louzada
(Seduc- MT)
Lattes http://lattes.cnpq.br/6646216086898402
Edinei Ferreira da Silva Andrade
(SEMEC- MT)
Lattes http://lattes.cnpq.br/5118160548725032
Euvania Dias Ferreira da Costa
(SEMEC- MT)
http://lattes.cnpq.br/2503388334420944

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.6

Resumo

O presente capítulo é fruto de uma revisão bibliográfica com intuito de refletir articulação possível entre a Educação Matemática e a Educação do Campo. A reflexão posta permitiu a compreensão de que o aprendizado matemático será muito significativo quando são trazidos para o cenário de ensino os elementos que matizam as vivências imediatas dos aprendentes. Neste sentido a Educação do Campo tem sido favorecida pelas múltiplas experiências dos sujeitos que tomam parte do processo de ensino. Compreender os aspectos matematizáveis da vida das pessoas permite que a escola possa evidenciar o jeito de fazer educação matemática na educação do campo. A educação do campo é um processo formativo político e social indissociável da luta pela terra. Nesta perspectiva se escola se torna um cenário de ensino que aborda temáticas oriundas da prática social dos sujeitos permitindo a valorização dos saberes e fazeres consubstanciados pela etnomatemática. A matematização dos aspectos da vida diária, neste contexto se constitui o produto de um processo de ensino e aprendizagem estrutura na relação entre o que se estuda na escola e os problemas da vida diária do homem campo.

Palavras-chave: matemática. educação do campo. articulação. ensino.

Abstract

This article is the result of a bibliographical review in order to reflect the possible articulation between Mathematics Education and Rural Education. The reflection put forward allowed the understanding that mathematical learning will be very significant when the elements that color the immediate experiences of the learners are brought to the teaching scenario. In this sense, Rural Education has been favored by the multiple experiences of the subjects who take part in the teaching process. Understanding the mathematizable aspects of people's lives allows the school to demonstrate the way to do mathematics education in rural education. Rural education is a political and social formative process inseparable from the struggle for land. In this perspective, the school becomes a teaching scenario that addresses issues arising from the social practice of subjects, allowing for the appreciation of knowledge and practices embodied in ethnomathematics. The mathematization of aspects of daily life, in this context, constitutes the product of a teaching and learning process that structures the relationship between what is studied at school and the problems of rural people's daily life.

Keywords: mathematics. field education. articulation. teaching.

INTRODUÇÃO

É notável que nas últimas décadas os movimentos sociais camponeses têm colocado em sua pauta de luta pela terra não só mais o direito a ela, mas também à educação. Deste modo, a luta pela reforma agrária no país articula-se sobremaneira com o direito constitucional à educação. Não uma educação bancária ou ruralista que tende a reproduzir os anti-valores sociais e inibir a capacidade de pensar e portar-se como sujeito crítico.

A educação do campo tem diante disto, empenhados esforços no sentido de protagonizar um processo onde aparecem em cena sujeitos que antes não eram vistos no cenário educacional brasileiro. Nesta perspectiva pode-se dizer que a educação do campo nos dias atuais está fortemente ligada a um conceito de educação que se vincula aos conflitos sociais e de classe.

Os conflitos sociais do campo são fruto dos interesses antagônicos econômicos, sociais e culturais. Deve-se considerar que muito embora, a educação camponesa tem avançado em suas experiências em território nacional e tenha também penetrado nas pautas de discussão política do país, aí nada há muito que vencer em termos de qualidade equidade. Este ainda não é um processo tranquilo e equitativo no imaginário social brasileiro, posto que ainda se cultive a crença de que o campo é lugar de inferioridade.

A escola do campo ainda é vítima do abandono, e muitas vezes residem nas sombras do urbanismo eminente. Referimo-nos aqui não somente ao desinteresse do poder público com relação à política da educação do campo, mas a toda esfera estrutural que ainda é arcaica e impensada em várias realidades e falta de formações que se vinculem às tradições dos sujeitos culturais.

Muito embora a discussão proposta coloque no cenário do diálogo o gritante abandono da educação camponesa por parte do poder público, o objeto deste artigo é a evidência de uma experiência em educação que se desenvolve ao lado de conflitos, mas também de um novo conceito de ensinar os sujeitos do campo. “A partir de suas práticas e suas lutas, vai construindo, simultaneamente ao se desenvolvimento, uma nova concepção de escola” (MOLINA e FREITAS, 2011, p.02).

Mediante este contexto, o objetivo deste trabalho refletir articulação possível entre a Educação Matemática e a Educação do Campo. O caminho percorrido é o da revisão bibliográfica com vistas na compressão do escopo trazido pela temática abordada. Assim as reflexões perpassam os desafios de se ensinar matemática na educação do campo.

ENTRE A TEORIA E A REALIDADE: MARCO TEÓRICO

A busca por compreensão do processo de ensino tem ganhado forças na sociedade contemporânea. Nos contextos educacionais cresce o sentimento de desconfiança em relação às narrativas e “aos discursos com pretensões totalizantes e unificadoras e na medida em que emergem inúmeros movimentos de reivindicação de inúmeras singularidades e especificidades ressentidas pelos processos de deslegitimação social a que se percebem submetidas” (OLIVEIRA. PEREIRA, 2014, p.02).

De acordo com Machado (2010, p.41):

> Algumas mudanças têm que ser incorporadas ao contexto social em que se situam as escolas do campo para que as ações escolares tenham ressonância e sejam validadas pelos grupos sociais no sentido da interiorização de novos valores e práticas. É nesse espaço educativo maior que as diversidades se manifestam e são, muitas vezes, sufocadas.

O ensino atual está marcado por um movimento de reação que ora dá voz e ora silencia o indivíduo, a despeito disto cria-se tensões que precisam ser compreendidas o que somente seria possível em uma abordagem sócio cultural. As identidades culturais silenciadas fazem parte de um histórico processo de exclusão "construído em torno da defesa da superioridade epistemológica de uma cultura geral – ocidental, branca, masculina, heterossexual, cristã" (MACHADO 2010, p.41).

De acordo com o pensamento D'Ambrosiano:

> A escola ampliou-se, acolhendo jovens do povo, aos quais se oferecem possibilidades de acesso social. Mas este acesso se dá em função de resultados, que são modalidades de cooptação. Sistemas adequados para a seleção dos que vão merecer acesso são criados por convenientes teorias de comportamento de aprendizagem [...] (D'AMBRÓSIO, 2002, p.41)

Diante do exposto é possível a percepção de que o ensino atual em defende uma superioridade intelectual que se sustentam em fundamentos e abordagens diferentes que se utilizam da política do silenciamento cultural, do apagamento das raízes e tradições dos sujeitos. Trata-se de uma ação com base no discurso do acesso universal, que a priori tenciona colocar cada indivíduo no seu lado da linha (BOAVENTURA 2007). E por isto se faz necessário questionar os fundamentos e as tensões que organizam e articulam o ensino moderno.

Mediante este contexto, D'Ambrósio (2002, p.41), lança a seguinte questão: "Como explicar o que passa com povos, comunidades e indivíduos no encontro com o diferente?" Essencialmente no encontro de tradições culturais com a cultura dominante. Por mais que possa parecer, este não é um encontro harmônico, nunca foi desde a chegada do colonizador, desde as primeiras práticas de ensino em solo brasileiro.

> O momento de encontro cultural em uma dinâmica muito complexa. Esse encontro se dá entre povos, como se passou na conquista e na colonização, entre grupos. Também no encontro da criança ou do jovem, que tem suas raízes culturais, com outra cultura, a cultura da escola, com a qual o professor se identifica. O processo civilizatório, e podemos dizer mesmo no processo escolar, é essencialmente a condução dessa dinâmica (D'AMBRÓSIO 2002, p.41)

É possível assim, estar presente nas instituições de ensino uma eminente relação de poder que inibe a tradição cultural dos sujeitos ou as transforma em tensões. Estas relações de poder que se desenvolvem no interior da escola podem se manifestar de forma inconsciente e subliminares ou mesmo explicitamente em circunstância de silenciamento ou apagamento que pressupõe a manutenção do poder colonialista. Fica assim, imprescindível a compreensão da "(...) possibilidade de que um homem, ou um grupo de homens, realize sua vontade própria numa ação comunitária, até mesmo contra a resistência de outros que participam da ação" (WEBER, 1971, p. 211).

Abre-se, desta forma, a reflexão sobre os elementos que articulam o ensino na escola, dando relevância a compreensão do que tem legitimado a construção do currículo. Constata-se aqui a emergente necessidade de reconhecimento das raízes culturais dos sujeitos "anteriormente excluídos em uma instituição que, tradicionalmente se organiza tendo como fundamento um essencialíssimo monocultural que favorece a homogeneização das diferenças "(OLIVEIRA &

PEREIRA, 2014, p.02).

Na perspectiva D' Ambrosiana:

> O encontro intercultural gera conflitos que só poderão ser resolvidos a partir de uma ética que resulta de o indivíduo conhecer e se conhecer a sua cultura e respeitar a cultura do outro. O respeito virá do conhecimento. De outra maneira o comportamento revelará arrogância, superioridade e prepotência, o que resulta inevitavelmente em confronto e violência. (D'AMBRÓSIO 2002, p. 45).

O autor revela profunda preocupação com os encontros culturais em cenários de aprendizagem, o que se manifesta com seguinte questionamento: "Como podemos ensinar [...] a construir seu mundo de paz e felicidade? (D'AMBRÓSIO 2002, p. 45). Este é de fato o questionamento que deve perscrutar qualquer situação de ensino, não o responder significa ignorar o passado e suas consequências para o presente.

> A maneira como as gerações passadas lidaram com o futuro, ancorada em todo o conhecimento oferecido pela modernidade, deu o nosso presente. Um presente de angústias, de iniquidade, injustiças, arrogâncias, exclusão, destruição ambiental, conflitos Inter e intraculturais, guerras. Não é isso que devemos legar para nossos bisnetos e tataranetos e para as gerações futuras (D'AMBRÓSIO, 2002, p.45).

Diante destas postulações explicita-se a necessidade de identificar e conhecer as tensões e os poderes que se concentram no bojo da organização do ensino, do currículo, da escola do campo e dos sujeitos culturais. Assim, sem dúvidas há uma relação de força, de poder na qual se emergem os valores e as tradições em nome de um dominador, (FOUCAULT, 1979).

Este afogamento cultural pode ser evitado, à medida que se considere que as relações internas da escola para que se possam captar as tensões, os conflitos, as resistências e os apoios, a fim de uma compreensão segura. A educação nessa transição não pode focalizar a mera transmissão de conteúdos obsoletos, na sua maioria desinteressantes e inúteis, e inconsequentes na construção de uma nova sociedade.

Diante deste contexto, Caldart (2000, p.196) enfatiza que:

> Se a escola pode vir ao encontro e não apenas ao contrário, isto quer dizer que também pode passar a considerar sua realidade, sua cultura, suas necessidades de aprendizagem, fazendo delas a base do projeto pedagógico e político que desenvolve. Neste sentido não é um dado inevitável que a escola represente a negação do mundo rural dos trabalhadores de sua cultura ou de uma coletividade de luta. Ao contrário, ela pode ajudar a enraizar a novas gerações na história e em um determinado projeto de futuro, à medida que as velhas gerações não deixem de se preocupar e de se ocupar com ela

Pensar criticamente a relação do ensino e a identidade cultural de seus sujeitos é condição para não recair no reducionismo e no silenciamento de saberes e de fazeres constituído nas raízes e nas tradições.

A EDUCAÇÃO DO CAMPO: BREVES CONSIDERAÇÕES

Ao falar-se de educação do campo, tem-se que impreterivelmente aborda-se a concepção de educação do MST. Posto que esta seja a referência nacional para uma discussão deste porte. Sabe-se que o movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra foi uma das primeiras entidades organizadas a chamar a atenção da sociedade para a necessidade de um modelo educação pensada a partir dos atores sociais do campo. E diante deste contexto brotaram as primeiras concepções de educação do campo, com base na concepção pedagógica e filosófica do MST.

Esta concepção da qual estamos falando aqui comporta elementos de caráter teórico e ideológico, é claro. Assim a educação do campo tem se firmado enquanto política pública que visa repensar as práticas educativas do homem camponês. Ao passo que luta contra o abandono das escolas rurais em uma trajetória que de se desenvolve ao lado da nova concepção de escola.

Pois conforme postula Caldart (2000) é preciso a compreensão de que:

> [...] para transformar a escola, e para colocá-la a serviço da transformação social, não basta alterar os conteúdos nela ensinado. É preciso mudar o jeito da escola, suas práticas e sua estrutura de organização e funcionamento, tornando-a coerente com os novos objetivos de formação dos cidadãos, capazes de participar ativamente do processo de construção da nova sociedade. (CALDART, 2000, p. 8)

Espera-se desta forma que educação do campo seja um processo que envolva o interesse dos sujeitos de campo, e que está esteja imbuída no processo de resgate e consolidação dos direitos coletivos. Renega-se aqui a ideia de escola rural, abandonada e sucateada “que em sua forma de ensinar, de lidar com o conhecimento, de tratar as relações sociais que dentro dela ocorrem, de recusar vínculos com a comunidade que está ao seu redor” (MOLINA e FREITAS. 2011 p. 04).

Ao passo que se luta e promulga a ideia de escola do campo portadora dos anseios do povo camponês, cheia de sonhos utopias e direitos, também se constrói a educação do campo como espaço de emancipação e autonomia. Ao logo de sua trajetória a educação do campo vai ganhando espaço no território nacional a partir da prática de diferentes sujeitos que estão imbuídos nos diferentes espaços geográficos e políticos. E deste modo vai propondo “novas questões não só aos espaços escolares nos quais se desenvolve, mas também às instituições que formam os educadores que lá atuarão” (MOLINA e FREITAS. 2011 p. 4). Neste contexto Molina e Freitas (2011) levantam algumas questões que a educação do campo ainda precisa vencer no âmbito de sua conjuntura política e pedagógica, as quais se podem ser percebidas pelos seguintes questionamentos:

> Qual a compreensão e as intencionalidades que se encontram na ressignificação destes espaços educativos como Escolas do Campo? Qual a identidade destas escolas, nos marcos legais conquistados, a partir da luta dos movimentos sociais do campo? Que interrogações colocam aos educadores dessas escolas as crianças e jovens do campo, que trazem para os espaços escolares a experiência de inserção na luta pela terra? Em que medida a resistência às imposições e às consequências da transformação da agricultura em um negócio se dá também em outros países da América Latina? (MOLINA e FREITAS. 2011 p. 04).

As análises efetuadas nestes campos evidenciam considerável avanço da educação do campo. Embora se pode apenas falar consolidação da educação do campo enquanto política pública e pedagógica se o direito a esta estiver vinculado ao direito a terra.

De acordo com Molina e Freitas. (2011, p.04), o “movimento da Educação do Campo acumulou, a partir de suas diversas lutas, um conjunto importante de instrumentos legais que reconhecem e legitimam as condições necessárias para que a universalidade do direito à educação”. Destes documentos, entre outros se pode destacar aqui o decreto o Decreto n° 7.352/2010, que coloca a educação do campo definitivamente como uma política de estado, onde se assevera:

> Art. 1º A política de educação do campo destina-se à ampliação e qualificação da oferta de educação básica e superior às populações do campo, e será desenvolvida pela União em regime de colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, de acordo com as diretrizes e metas estabelecidas no Plano Nacional de Educação e o disposto neste Decreto.

Ao passo que se compreende:

> Art. 1º [...] § 1º Para os efeitos deste Decreto, entende-se por: I – Populações do campo: os agricultores familiares, os extrativistas, os pescadores artesanais, os ribeirinhos, os assentados e acampados da reforma agrária, os trabalhadores assalariados rurais, os quilombolas, os caiçaras, os povos da floresta, os caboclos e outros que produzam suas condições materiais de existência a partir do trabalho no meio rural;

Esta deveria então ser a política da ação, pois, de acordo com Kerstenetzky (2005, p. 8) há a:

> Necessidade de ação reparatória, necessária para restituir a grupos sociais o acesso efetivo a direitos universais formalmente iguais. Possível na diminuição das distâncias que normalmente tornam irrealizável a noção de igualdades de oportunidades embutidas nesses direitos.

Diante deste marco legal se evidencia que a concepção de educação do campo vem tomando lugar importante na vida dos sujeitos sociais. Trazendo uma nova configuração que imprime a ideia das pessoas como “sujeitos de direitos” que “refletem, reelaboram e recriam as situações cotidianas, a partir das próprias condições de existência social em que estão inseridas” (MOLINA e FREITAS. 2011 p.06). A formação de um currículo que atenda a as comunidades tanto no ponto de vista pedagógico como legal. Que não seja apenas um aglomerado de conteúdo, mas sim a tradução do direito à educação institucionalizada num formato camponês.

O que implica também a qualidade. Assim não existe marco legal se o currículo não se investe de elementos que possibilitam a prática libertadora. Em síntese fica evidente aqui que a concepção de educação do campo está seriamente compromissada com a transformação social: educação de classe, massiva, organicamente vinculada ao movimento social, aberta ao mundo para a ação e aberta para o novo.

Os princípios da educação do campo não contrariam de forma alguma Lei de Diretrizes e Bases (LDB 9.394/96), que ao tratar da educação básica para a população rural, em seu Artigo 28, dispõe:

> Art. 28: Na oferta da educação básica para a população rural, os sistemas de ensino promoverão as adaptações necessárias à sua adequação às peculiaridades da vida rural, e de cada região, especialmente:
> I – conteúdos curriculares e metodologias apropriadas às reais necessidades e interesses dos alunos da zona rural;
> II – organização escolar própria, incluindo adequação do calendário às fases do ciclo agrícola e às condições climáticas;
> III – adequação à natureza do trabalho na zona rural (BRASIL, 1996, p. 16)

POSSÍVEIS ARTICULAÇÕES DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO CAMPO

Skovsmose (2007) é quem faz uma discussão um tanto importante sobre as possibilidades da articulação da matemática com os elementos culturais existentes nos diversos cenários. Diante disto ele apresenta alguns desafios para estas possibilidades, diga-se de passagem, desafios que podem trazer uma mudança considerável do cenário tradicional de ensino no campo.

O autor teoriza de forma enfática sobre a filosofia da matemática trazendo seus paradigmas para os fóruns de debate. Neste caminho ele coloca a matemática como algo a ser construído a partir das experiencias extraescolares e dos contextos diversos em que se dá a vida. É claro que esta possibilidade de articulação em Skovsmose (2007) está fortemente ligada a à formação matemática e didáticopedagógica do professor.

Neste caminho Ribeiro (2013) argumenta que no que diz respeito fragmentação das políticas públicas nacionais em programas e projetos, o processo de formação dos educadores e a rotatividade desses profissionais nas escolas do Campo, causando descontinuidade no ensino. A ideia da autora traz para o contexto uma discussão que coaduna com os argumentos de Skovsmose (2007) que consiste na compreensão de que a matemática ensinada no campo deve pois extrapolar os muros da escola. Este argumento se justifica no fato de que os elementos matematizáveis da educação do campo sejam intrinsicamente vinculados a luta dos camponeses pela terra, pelo trabalho e pela conquista de direitos que lhes foram historicamente negados.

Com base nestes desafios evidenciados por Skovsmose (2007) e Ribeiro (2013), é possível apresentar ainda outros três desafios que estão diante das possibilidades de articulação das matemáticas com os elementos oriundos da vida diária do povo camponês.

> O primeiro refere-se à não politização dos projetos de Educação e de aula de Matemática nas escolas do Campo. Um dos motivos para que isso ocorra é a falta de criticidade do cenário no qual se circunscrevem estas escolas e o esforço, por vezes velado, que ainda persiste nos meios educativos para esvaziar o debate sobre as relações intrínsecas ao binômio campo/cidade (LIMA e LIMA. 2013, p.6).

O primeiro desafio apresentado pelas autoras está alinhado à dimensão educativa frente ao aprendizado dos direitos (NOGUEIRA; MIRANDA, 2011). Nela, considera-se que o debate político e cultural inerente aos direitos dos povos do Campo faz parte da função social do ensino de todas as áreas do conhecimento escolar. Sendo assim, ele deve fundamentar a prática docente, as escolhas didáticas e demais elementos estruturantes do ensino.

Partindo desta perspectiva, o conhecimento matemático é dinâmico e está fortemente ligado aos processos humanos, onde saberes e fazeres são resultado da articulação humana com a cultura e modos distintos de vida socialmente organizada. Trata-se da ação humana sob sua necessidade intrínseca de sobrevivência e adaptação no mundo.

Para D´Ambrosio (2005) esta é uma ação geradora de conhecimentos cuja base é a capacidade de explicar, de lidar, de manejar, de entender a realidade, o que gera o mátema. “Essa capacidade se transmite e se acumula horizontalmente, no convívio com outros, contemporâneos, através de comunicações; e verticalmente, de cada indivíduo para si mesmo (memória) e de cada geração para as próximas gerações (memória histórica)” (D´AMBRÓSIO, 2005, p. 110).

Em Lima e Lima (2007), temos:

> O segundo desafio consiste na dificuldade de implementar uma Educação emancipatória em um sistema educacional fundado em bases universalistas. Como trabalhar, por exemplo, a Alternância Pedagógica se os ciclos produtivos são ignorados na elaboração do calendário escolar, o qual é único e deve ser cumprido a qualquer custo, independentemente da localização geográfica da escola e de sua realidade? A superação desse desafio não depende apenas da concepção de ensino dos professores. Ela está atrelada, dentre outros fatores, à gestão pública e escolar e às condições de trabalho (LIMA e LIMA. 2013, p.6).

Neste contexto da expressão e manifestação do indivíduo como ser humano surge à dimensão política da etnomatemática que articula as possibilidades de emancipação dos sujeitos e dos processos pedagógicos da educação do campo. Esta dimensão imbui-se da valorização das origens de cada indivíduo ou grupo de indivíduos, em síntese procura considerar os conhecimentos que vêm das raízes de cada povo, raça ou religião (D'AMBROSIO, 2011). Trata-se então de um projeto de emancipação política por meio da cultura da vida.

Na opinião de D'Ambrosio (2011, p. 42):

> cada indivíduo carrega consigo raízes culturais, que vêm de sua casa, desde que nasce. [...] A etnomatemática se encaixa nessa reflexão sobre a descolonização e na procura de reais possibilidades de acesso para o subordinado, para o marginalizado e para o excluído.

A emancipação dos sujeitos está fortemente ligada a dimensão da etnomatemática. Em outras palavras, traz para o cenário do conhecimento a fantástica relação entre o saber e o fazer (D'AMBROSIO, 2011). Esta dimensão diz respeito ao que o indivíduo consegue enxergar a sua volta, pois com a observação da realidade é possível coletar informações, isto deve ocorres de forma autônoma. A informação gera conhecimento ao passo que dá ao indivíduo condições de se expressar através de códigos e símbolos para exercer sua identidade.

> O terceiro desafio, não menos relevante que os demais, diz respeito à formação inicial e continuada dos professores de Matemática que, na maioria esmagadora dos casos, parece ignorar as dimensões política e social do ensino dessa disciplina. A dificuldade de escolher ou construir situações de ensino que articulem os conteúdos matemáticos com essas dimensões tem, seguramente, origem na formação acadêmica. Pensar nos desafios de um ensino de matemática baseado nos princípios da Educação do Campo faz emergir possibilidades de superação, algumas inspiradas em práticas educativas já implantadas em escolas do Campo no país (LIMA e LIMA. 2013, p.6).

Aqui as autoras nos remetem a pensar a formação inicial como o pontapé para articulação dos aspectos culturais da educação do campo no ensino da matemática. Neste sentido salienta-se a necessidade de as "instituições de ensino superior precisam conhecer e reconhecer o papel sociopolítico do ensino da Matemática na construção da cidadania dos camponeses. Assim a possibilidade aqui é a problematização pedagógica por meio da formação que leva posteriormente a dinamização da escola.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As culturas revelam comportamentos e saberes que podem ser compartilhados ou utilizados como setas no caminho da construção cognitiva. A proposta de ensinar matemática na educação do campo tem comportado a valorização dos diferentes instrumentos de conhecimento presentes nas culturas e tradições dos sujeitos.

A ao trazer para os cenários de aprendizagens os saberes fazeres das comunidades, a escola fortalece as raízes do indivíduo, dando lhe condições para enfrentar o antagonismo cultural presente em nosso sistema de ensino. É fato que inovação da práxis pedagógica está sempre, ou na maioria das vezes relacionada a tecnologia, todavia a percepção e reconhecimento dos saberes compatibilizados pelas culturas podem ser uma excelente ferramenta de ensino.

Neste sentido conclui-se a experiência relatada contribui para confirmação do pensamento de que "a etnomatemática se enquadra perfeitamente numa percepção multicultural e holística de educação" (D'AMBRÓSIO, 2002, p.44). Experiências como estas que acontecem na educação camponesa somente validam as matemáticas do cotidiano e fortalece a identidade do povo do campo.

Diante disto a percepção que se tem é que ensinar Matemática, em particular, com base nos princípios da Educação do Campo representa, por si só, um grande desafio a ser enfrentado pelos educadores e

educadoras e instituições formadoras. Nossa reflexão ultrapassa, portanto, a discussão muito frequente de trazer a realidade do aluno para sala de aula. Trata-se de politizar o ensino de Matemática, visando contribuir com a construção de um projeto societário fundamentado em tais princípios.

É preciso que as comunidades, as famílias e os professores, depreendam mais esforços para que os jovens e as crianças conheçam e reconheçam suas raízes por meio do ensino, pois "as gerações futuras é que vão organizar o mundo do futuro. Hoje ainda não sabemos o que fazer num futuro que mostra com fatos que ainda estão no âmbito da ficção. Mas que vão, rapidamente, se tornando realidade" (D'AMBRÓSIO, 2002, p. 45).

Esta revisão bibliográfica evidencia a emergente necessidade de A necessidade de discutir teoricamente sobre as possíveis articulação entre a Educação Matemática e a Educação do Campo é emergente quando se trata do ensino nas escolas do Campo. O crescente interesse dos camponeses, representados pelos movimentos sociais, por essa temática faz despontar um cenário propositivo e de mudança no ensino, diante de décadas de silenciamento sobre as práticas educativas vivenciadas no campo.

REFERÊNCIAS

ARROYO, Miguel. Gonzalez. Escola Cidadania e Participação no Campo. Em Aberto. Brasília: nº 9, set., 1992.

BRASIL. MEC/CNE. Diretrizes Operacionais para Educação Básica nas Escolas do Campo. Parecer CNE/CEB nº 36/2001, aprovado em 4 de dezembro de 2001.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira - (LDB 9.394/96)

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Resolução. Resolução nº 02 de 28 de abril de 2008. Diretrizes complementares, normas e princípios para o desenvolvimento de políticas públicas de atendimento da Educação Básica do Campo. Brasília, 2008.

BOAVENTURA S. S. Boaventura de Sousa. Para além do Pensamento Abissal: Das linhas globais a uma ecologia de saberes. Revista Crítica de Ciências Sociais, 78, outubro 2007: 3-46

CALDART, Roseli Salete. Pedagogia do Movimento Sem Terra. Petrópolis. Editora Vozes, 2000.

D’AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática – Elo entre as tradições e a modernidade. 4ª edição,

Belo Horizonte: Autêntica, 2011.FREIRE, Paulo. Conscientização: teoria e prática da libertação: uma introdução ao pensamento de Paulo Freire [tradução de Kátia de Mello e silva; revisão técnica de Benedito Eliseu Leite Cintra]. – São Paulo: Cortez & Moraes, 1979.

KERSTENETZKY, Célia Lessa. Políticas sociais: focalização ou universalização. Niterói: UFF, 2005. (Texto para discussão, n. 180).

LIMA, Aldinete Silvino de. LIMA, Iranete Maria da Silva. Educação matemática e educação do campo: Desafios e possibilidades de uma articulação. EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – vol. 4 - número 3 – 2013

MACHADO, I. F. Educação do campo e diversidade. Perspectiva, Florianópolis, v. 28, n. 1,141-156, jan./ jun. 2010 disponível em <http://www.perspectiva.ufsc.br> aceso em 19/07/2017

MOLINA Mônica Castagna. FREITAS Helana Célia de. Avanços E Desafios Na Construção Da Educação Do Campo Abreu Em Aberto, Brasília, v. 24, n. 85, p. 17-31, abr. 2011.

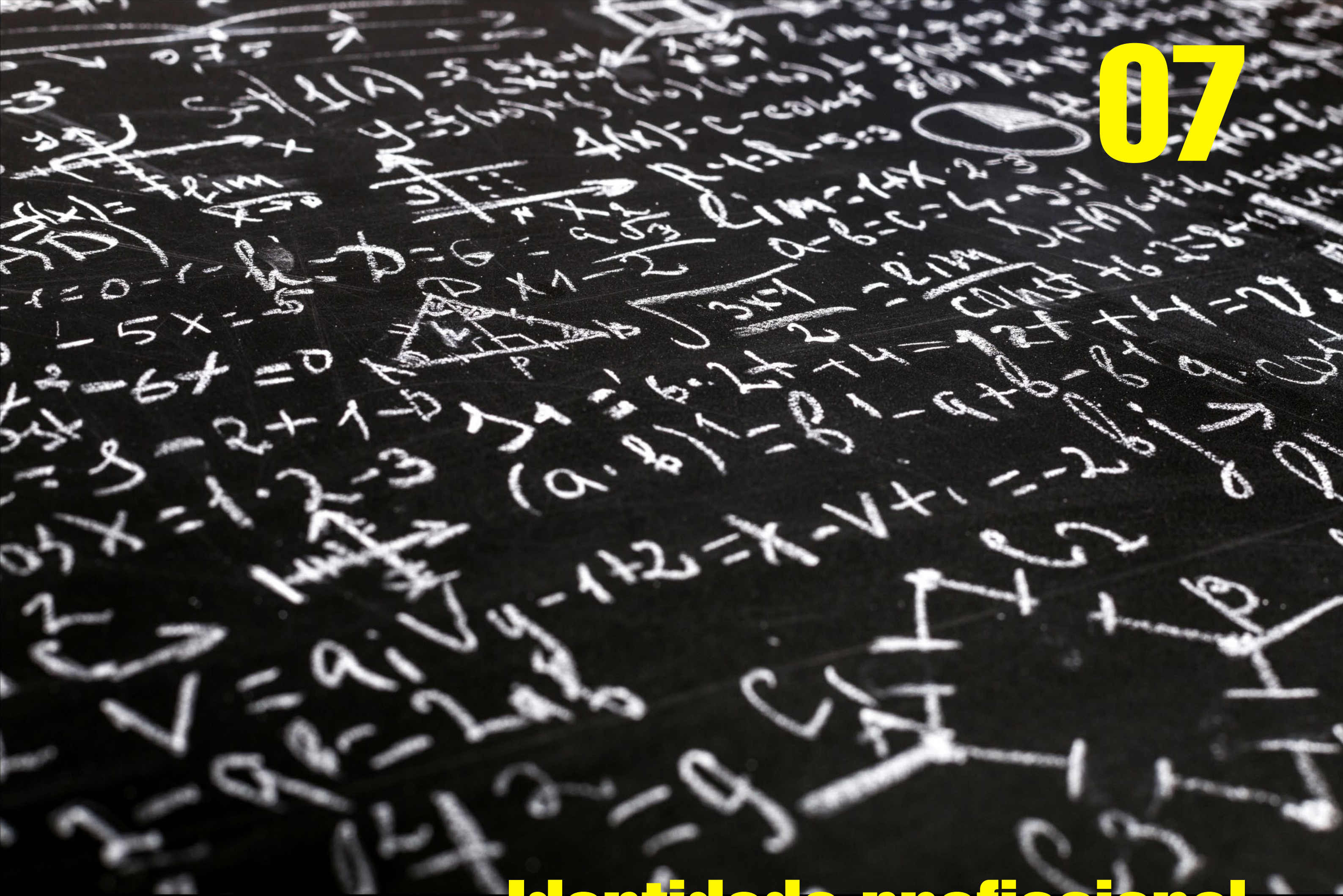
NOGUEIRA, P. H. Q.; MIRANDA, S. A. (Orgs.). Miguel González Arroyo: educador em diálogo com nosso tempo. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

OLIVEIRA Renata Leite de. PEREIRA Talita Vidal. Igualdade & diferença: tensões que articulam os discursos pedagógicos. Periferia Educação cultura e comunicação v.6 n.2 juldez 2014 Disponível em <www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/periferia/article/viewFile/ 17273/12710> acesso em 18/009/2021

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco: parâmetros curriculares de matemática para o ensino fundamental e médio. Recife: SE, 2012.

RIBEIRO, M. Educação rural. In: CALDART, R. *et al.* (Org.). Dicionário da educação do campo. São Paulo: Escola Politécnica de Saúde Joaquim Venâncio, Expressão Popular, 2012.

RIBEIRO, M. Desafios postos à educação do campo. HISTEDBR On-line, Campinas, n. 50,p. 150-171, mai. 2013.



07

Identidade profissional de docentes que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental

Ana Paula de Souza Bonizário

Mestre em Educação pela Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), professora dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental – Colégio Tiradentes da Polícia Militar de Minas Gerais (CTPM-MG) e Supervisora Pedagógica do Centro Interescolar Estadual de Línguas de Uberaba (CIEL).

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.7

Resumo

O presente trabalho trata-se de uma investigação sobre a construção da identidade profissional de docentes que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em escolas públicas da cidade de Uberaba, MG. O objetivo foi identificar, analisar e descrever as contribuições do desenvolvimento profissional na construção da identidade profissional daqueles que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para tal foi utilizado como metodologia um ensaio cartográfico subsidiado nas ideias dos filósofos franceses Gilles Deleuze e Félix Guattari. Para os estudiosos as multiplicidades de ideias atravessam o conhecimento de mundo e logo, a identidade profissional docente também. Foram realizadas entrevistas e ateliês colaborativos de práticas pedagógicas de Matemática a fim de produzir o material empírico que resultou na percepção de que a construção da identidade profissional das docentes investigadas foi amplamente potencializada pelo ensino remoto decorrente do isolamento social causado pela pandemia de Covid-19 no ano de 2020. As nuances e interfaces percebidas dizem respeito ao ir e vir das professoras investigadas, processo que é contínuo, não sendo possível delimitar finitude. Concluímos também que a subjetividade das docentes, algo constitutivo e pertencente às mesmas, de forma singular passou pela macroevolução promovida pelas adversidades vivenciadas neste ano atípico.

Palavras-chave: identidade. docência nos anos iniciais. matemática.

Abstract

This work is an investigation on the construction of the professional identity of teachers who teach Mathematics in the Early Years of Elementary School in public schools in the city of Uberaba, MG. The objective was to identify, analyze and describe the contributions of professional development in the construction of the professional identity of those who teach Mathematics in the early years of elementary school. For this purpose, a cartographic essay based on the ideas of French philosophers Gilles Deleuze and Félix Guattari was used. For scholars, the multiplicities of ideas cross the knowledge of the world and therefore, the professional identity of the teacher as well. Interviews and collaborative workshops of pedagogical practices in Mathematics were carried out in order to produce the empirical material that resulted in the perception that the construction of the professional identity of the investigated teachers was greatly enhanced by remote teaching due to the social isolation caused by the Covid 19 pandemic in the year 2020. The nuances and interfaces perceived concern the coming and going of the investigated teachers, a process that is continuous, and it is not possible to delimit finitude. We also conclude that the subjectivity of teachers, something constitutive and belonging to them, in a unique way, went through the macro-evolution promoted by the adversities experienced in this atypical year.

Keywords: identity. teaching in the early years. math.

INTRODUÇÃO

Uma investigação de forma remota – o grande desafio! A pandemia do vírus SARS--CoV-2 (coronavírus), doença mais conhecida como Covid 19[1] no ano de 2020 potencializou os estudos, investigações e experimentos no mundo todo. Em nossa área de estudo – Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental não poderia ser diferente. E como não somos professores completos, prontos, formados e finitos, eis que as subjetividades estiveram em evidência nesse novo modo de fazer educação, as identidades profissionais redesenhadas a partir da experiência desafiadora de ministrar aulas por meio de reuniões virtuais via plataformas digitais.

Um verdadeiro emaranhado de conhecimentos e conexões que vem ao encontro da proposta metodológica utilizada na produção desse trabalho - Cartografia social inspirada na Cartografia (ciência dos mapas) onde geógrafos marcam territórios, traçam linhas, demarcam relevos, constroem mapas e detalham a quantidade populacional; a Cartografia Social é um caminho metodológico que "liga-se aos campos de conhecimento das ciências sociais e humanas e, mais que mapeamento físico, trata de movimentos, relações, jogos de poder, enfrentamentos entre forças, lutas, jogos de verdade, enunciações [...]. (FILHO; TETI, 2013 p. 47). Na Cartografia Social fica evidenciada a interpretação das subjetividades, narrativas e vozes do processo investigativo e permitem ao (à) pesquisador (a) ver com outros olhos – híbridos e fluidos – o objeto de estudo (SILVA, 2020).

Devido ao distanciamento social não foi possível realizar a pesquisa mergulhando por inteiro no universo investigado, assim como deve ser os estudos cartográficos. Também só foi possível realizar intervenções sutis durante a realização dos ateliês investigativos, por meio da interlocução entre as professoras participantes do estudo. Por isso denominamos este trabalho como um ensaio cartográfico – tateamos a cartografia social a fim de produzir o estudo desejado.

Nesse sentido a pergunta que orientou o nosso trabalho foi: quais as principais contribuições do desenvolvimento profissional na construção da identidade profissional de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental? E objetivamos com essa pergunta: identificar, analisar e descrever estas contribuições por meio de referenciais teóricos e materiais empíricos produzidos durante a realização do estudo.

Inicialmente apresentamos as contribuições dos autores que sustentaram nossos estudos, abordando as questões relativas à temática. Na sequência apresentamos a produção do material empírico realizada com entrevistas e ateliês de pesquisa[2].

1 COVID-19 – De acordo com a Organização Pan-Americana de Saúde (OPAS) a COVID-19 é uma doença infecciosa causada pelo novo coronavírus (SARS-CoV-2) e tem como principais sintomas febre, cansaço e tosse seca.

2 Ateliês de pesquisa – "Encontros marcados por experiências ancoradas no real, que procuram saídas para o campo da educação". (SILVA, 2020, p. 17).

Figura 1 - Rizomas

Fonte:https://revistaliterariamonolito.com/ensayo-el-rizoma-de-gilles-deleuze-y-felix-guattari-por-juan-lucas/ - Acesso em 25 set. 2021.

Inspirada metaforicamente num segmento da botânica, os rizomas – do ponto de vista filosófico – vinculam a noção de desdobramentos em planos que podem ter direções diversas: vertical, horizontal ou diagonal, sem, contudo, ter início ou fim. E o meio? Segundo Deleuze e Guattari (1995, p. 4):

> Um rizoma não começa nem conclui, ele se encontra sempre no meio, entre as coisas, inter-ser, intermezzo. A árvore é filiação, mas o rizoma é aliança, unicamente aliança. A árvore impõe o verbo "ser", mas o rizoma tem como tecido a conjunção "e... e... e..." Há nesta conjunção força suficiente para sacudir e desenraizar o verbo ser. Entre as coisas não designa uma correlação localizável que vai de uma para outra e reciprocamente, mas uma direção perpendicular, um movimento transversal que as carrega uma e outra, riacho sem início nem fim, que rói suas duas margens e adquire velocidade no meio.

Assim, os encontros com as professoras investigadas – individual e coletivamente - foram marcados por (des) construções, (re) encontros apresentados por meio de interlocuções de saberes, bem como reflexões, linhas e conexões percebidas na tessitura da presente investigação.

Sobre a subjetividade e a identidade profissional docente

> El concepto de "profesionalidad docente", entendido como el conjunto de conocimientos, competencias, acciones, actitudes y valores que constituyen específicamente lo que significa ser profesor. La identidad docente tiene una dimensión subjetiva (vivencia individual y percepción social), la profesionalidad docente es más objetiva (conjunto de rasgos o estándares determinados objetivamente, al margen de su cumplimiento en los individuos) (BOLIVAR; DOMINGO; PERÉZ-GARCIA, 2014, p. 1)

O desenvolvimento profissional docente acontece ao longo da vida do professor e é permeado por (re) invenções de seu papel junto à sociedade da qual faz parte. Não somente o seu papel, mas também a importância que possui, a qualidade do trabalho que desenvolve, a influência junto aos grupos de alunos e colegas de profissão.

É notória a evolução, o processo, a graduação e a consolidação da sua identidade enquanto profissional. Assim sendo “a identidade não constitui um atributo fixo de uma pessoa, mas um fenómeno relacional”. (BEIJAARD; MEIJER; VERLOOP, 2004). Em nossos estudos buscamos identificar a subjetividade do professor enquanto pessoa e ao mesmo tempo profissional, tendo em vista que um faz parte do outro. Segundo Nóvoa (1992) urge por isso (re) encontrar espaços de interação entre as dimensões pessoais e profissionais, permitindo aos professores apropriarem-se dos seus processos de formação e dar-lhes um sentido no quadro de suas histórias de vida.

Na epígrafe desse subitem Bolivar, Domingo e Perez-Garcia (2014, p. 1) apresentam duas denominações que são fundadas ideias por eles concebidas envolvendo a identidade profissional docente. A dimensão subjetiva que parte da percepção individual sobre a experiência social e a dimensão objetiva com conjuntos de características determinados objetivamente, independentemente de sua realização nos indivíduos.

Entendemos o quanto docentes, na busca pela construção de sua identidade como profissional, estão sempre se pondo em questão, estando de mente aberta para mudanças em si que possam vir de mudanças provocadas pelo processo histórico e cultural que não para de se movimentar. São linhas que não começam e nem concluem até porque a identidade não é imutável, não é adquirida de fora para dentro, mas sim construída historicamente. A docência, assim como as demais profissões, está vinculada a conceitos diversos, principalmente históricos como respostas aos anseios da sociedade de forma geral. A identidade não é algo que se possua, mas sim algo que se desenvolve durante a vida. Em outro momento, também explica que é por meio de nossa identidade que nos percebemos, nos vemos e queremos que nos vejam. (MARCELO, 2009).

> Para que a identidade de professor se configure, no entanto, há o desafio de pôr-se, enquanto docente, em condições de proceder a análise crítica dos saberes da experiência, construídos nas práticas, confrontando-os e ampliando-os com base no campo teórico da educação, uma identidade epistemológica decorrente de seus saberes científicos e os de ensinar. (PIMENTA; ANASTASIOU, 2008, p. 88).

À primeira vista a identidade pode ser compreendida de forma estanque ou mesmo uniforme como se fosse percebida ao nascer, de modo que o indivíduo “adquire” traços, em seus primeiros anos de vida, que o acompanharão durante toda a vida. “Um primeiro momento somos levados a ver a identidade como um traço estatístico que define o ser. O indivíduo aparece isolado, sua identidade como algo imediato, imutável”. (CIAMPA, 2005, p. 135)

Na contramão desse pensamento argumentamos que a identidade pessoal expressa “o conjunto de representações de si, tanto nos aspectos físicos, emocionais, morais, sociais e culturais, quanto no reconhecimento de si, pelos próprios sujeitos e pelo reconhecimento por seus pares”. (LAPO; BUENO, 2003, p. 10). Há muitos sentimentos envolvidos na constituição da identidade dos professores. Sentimentos vinculados às crenças.

Não é um caminho curto. É permeado de sinuosidades, conexões e (des) continuações que perpassam a vida de cada sujeito. É movimento e apropriação, demanda esforço para ser constituída, pois processos subjetivos acontecem de dentro para fora, depreendem reflexão, passam por metamorfose aqui comparada à produção de sentido por meio de processos históricos e sociais.

Esta dimensão subjetiva da identidade profissional docente também é caracterizada pela própria história de vida de cada um. Não é possível conceber o profissional apenas a partir do momento em adentra a instituição universitária a fim de estudar para ser professor.

> Ninguém começa a ser educador numa certa terça-feira às quatro a tarde. Ninguém nasce educador ou marcado para ser educador. A gente se faz educador, a gente se forma, como educador, permanentemente, na prática e na reflexão sobre a prática. (FREIRE, 1991, p. 58).

A formação de um indivíduo abrange o desenvolvimento pessoal em todos os seus aspectos, desde conhecimentos e habilidades, até seus valores e significados. (ZABALZA, 2004). A dimensão subjetiva compreende a constituição desse profissional desde a mais tenra idade. As vivências e os caminhos por ele percorridos que agregaram potenciais subsídios ao seu processo de formação enquanto pessoa e, concomitantemente, enquanto docente.

> Podemos apenas avaliar as possibilidades, considerar as condições, tanto subjetivas como objetivas. Se o desenvolvimento da identidade dependesse apenas da subjetividade, ficaria menos difícil (embora não fácil), mas depende também da objetividade. Por isso, o homem é desejo. Por isso, o homem é trabalho. O desejo o nega, enquanto dado; o trabalho é dar-se do homem, que assim transforma suas condições de existência, ao mesmo tempo que seu desejo é transformado. Na práxis, que é a unidade da subjetividade e da objetividade, o homem se produz a si mesmo. Concretiza sua identidade. O devir humano é o homem, ao se concretizar (CIAMPA, 1987, p. 201).

Cada professor ou professora um dia já foi aluno. Antes de ser aluno ou aluna é filho ou filha e traz consigo decalques dos pais e da família enquanto primeira instituição social a qual “pertence”. Esses atores e atrizes – pais, mães, irmãos, demais membros da família, professores, professoras, demais profissionais da educação - desenvolvem papéis de grande relevância no processo de formação da identidade do ser humano, por conseguinte, dos docentes.

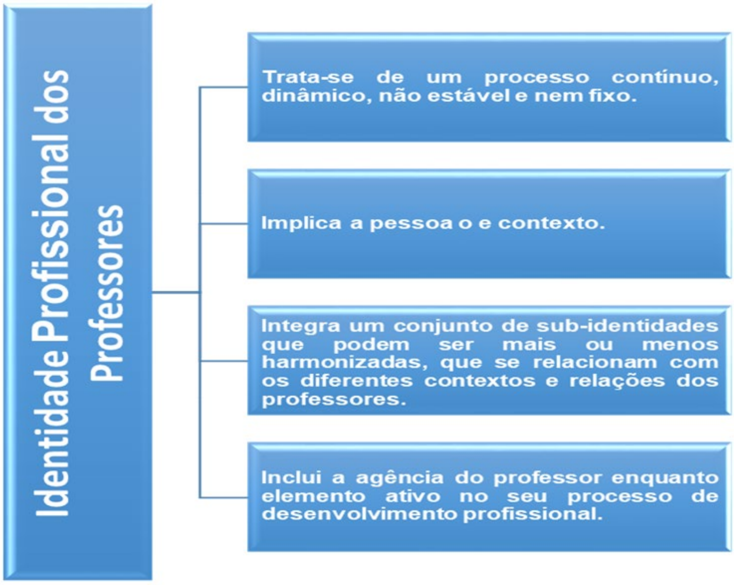
Galindo (2004, p. 15) diz que a “identidade pessoal é construída pelo auto percepção, enquanto a identidade social é construída pela percepção que os outros têm do sujeito”. Assim a auto percepção do sujeito ao longo de sua vida dialoga com as demais percepções dos outros no mundo ao seu redor.

Os estudiosos configuram a identidade profissional como um tipo de identidade social, pelo sentimento de pertença, parceria, valores e objetivos afins. A identidade profissional concebida subjetivamente pelo viés pessoal e social reunidos dão voz a um docente que consegue se colocar no lugar no outro. Ele pratica a empatia junto aos seus alunos e pares em contextos importantes onde processos de humanização se fazem necessários.

> Assim, o sentimento de pertencer a um grupo não se dá somente em situações objetivas de pertencimento que segue uma outra lógica: é “psico-lógico”. A noção de grupo psicossocial permite a identificação com grupos considerados marginais, conduzindo assim à possibilidade de que laços de solidariedade venham a ser estabelecidos, fator fundamental para ações afirmativas [ações de “contra-poder”]. (LAPO; BUENO, 2003, p. 23 grifos dos autores).

Nesse viés, Beijaard, Meijer & Verloop (2004) apontam que a identidade é influenciada por aspectos pessoais, sociais e cognitivos. Veja o quadro a seguir.

Figura 2 - Identidade Profissional dos Professores.



Fonte: elaborado pela autora sob a ótica de (BEIJAARD; MEIJER; VEROOP, 2004).

Da forma como foi pesquisado e disposto pelos autores no quadro apresentado, depreendemos que a identidade profissional dos professores pressupõe uma junção de sua história de vida com as relações que estabelece com / para / no outro, de forma que ao mesmo tempo em que influencia no meio em que está inserido também é influenciado.

Ao ingressar em um curso superior a fim de lançar-se ao universo docente, a pessoa traz consigo marcas que são próprias de sua história pessoal e que se entrelaçam com as que estão por vir. “Observa-se que a formação docente para o ensino superior ainda fica a cargo de iniciativas individuais e institucionais esparsas, que não se referem a um projeto nacional ou da categoria docente” (PIMENTA, 2002, p. 154). Então, os alunos que estudam para serem professores também são parte da formação e do desenvolvimento da identidade de seus mestres. Uma pluralidade de saberes compondo o desenvolvimento profissional docente.

> Quando falamos de identidade docente não queremos apenas vê-la como traços ou informações que individualizam ou distinguem algo, mas como o resultado da capacidade reflexiva. É a capacidade do indivíduo (ou do grupo) de ser objeto de si mesmo que dá sentido à experiência, integra novas experiências e harmoniza os processos, às vezes contraditórios e conflituosos, que ocorrem na integração do que acreditamos que somos com o que gostaríamos de ser; entre o que fomos no passado e o que hoje somos (IMBERNÓN, 2010, p. 82).

A identidade do professor, segundo Nóvoa (2007, p. 16), “não é adquirida por meio disso ou daquilo, mas é um lugar de lutas e de conflitos, é um lugar de construção de maneiras de ser e de estar na profissão”. Por demandar construção está sujeito a inovações, mudanças, momentos para (re) pensar a sua prática pedagógica e a dos seus pares. O fazer em sala de aula, estar junto aos alunos numa relação dialógica contribui para o processo de construção da identidade profissional docente. Assim, a identidade pessoal e a identidade profissional não estão dissociadas.

Em todos os níveis de ensino: Educação Infantil, Ensino Fundamental, Ensino Médio e Médio Profissionalizante, Ensino Superior e Pós-graduação, há situações e relações onde o docente desenvolve sua formação e cada vez mais constitui-se professor. No início da prática docente, o significado da profissão, os valores e imagens atribuídos ao fazer pedagógico têm significados que podem ser alterados, re (construídos) por meio de conexões que vão ocorrendo durante a carreira. Isso acontece principalmente por meio das interações realizadas com os diferentes personagens no meio educativo. (CARDOSO; BATISTA; GRAÇA, 2016).

Os conceitos e teorias apreendidos ao longo dos anos de estudo no ensino superior sedimentam o acadêmico da profissão docente, mas é na prática da sala de aula que estas competências e habilidades necessitam vir à tona.

Outro componente importante da identidade docente são os vínculos estabelecidos pelos professores nas instituições de ensino em que atuam. Cada docente constrói representações acerca de sua prática, seus valores, sua maneira de situar-se no mundo e sua história de vida definem o sentido de ser docente. Por conseguinte, as relações que estabelece com outros docentes, nas escolas, nas universidades, nos sindicatos e em diferentes grupos sociais acabam por tecer a trama que compõe a sua identidade profissional.

Sobre o Ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental são polivalentes[3], ou seja, eles também ministram Português, Ciências, Geografia, História, Arte, Valores Humanos e outras disciplinas de acordo com a estrutura curricular das instituições em que atuam.

A eles também é conferida a difícil tarefa de despertar (ou não) o gosto pela leitura, pelos números, pelo estudo das ciências, da natureza, da vida em sociedade, dos mapas, das artes em geral. É possível despertar o gosto por algo que não se tem? É sobre isso também o presente trabalho.

> [...] essas características trazem grandes desafios ao processo de formação de professores, em particular os polivalentes. No entanto, as pesquisas apontam caminhos interessantes, por exemplo, o de que crenças permanentes podem ser desafiadas e começam a mudar quando é dada a oportunidade aos futuros professores de controlarem suas próprias aprendizagens e construírem uma compreensão da Matemática. (CURI, 2004, p. 49).

Há conteúdos a serem ensinados aos alunos na escola básica que os professores nunca aprenderam na graduação. “Como professor não me é possível ajudar o educando a superar sua ignorância se não supero permanentemente a minha. Não posso ensinar o que não sei” (FREIRE, 1996, p.95).

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental acontece o processo de Alfabetização Matemática que é paralelo ao processo de aquisição da leitura e da escrita. Segundo Russo (2013, p. 130):

> O trabalho do professor de alfabetização, em particular, é auxiliar o aluno a percorrer esse caminho, e para isso deve utilizar todos os recursos que estiverem ao seu alcance. Para enriquecer e diversificar as atividades de alfabetização com linguagem oral e escrita, o professor deve incluir em seu planejamento (e incentivar) o desenvolvimento de atividades linguagem visual, musical, teatral e corporal, em suas diferentes formas de produção e manifestação cultural.

O dicionário Aurélio on-line (2021) define a palavra alfabetização como “ensinar a ler”, derivação feminina de alfabetizar. Já no dicionário Michaelis on-line (2021) alfabetização cons-

3 Polivalentes - Professor polivalente é aquele que ministra aulas na Educação Infantil e nos Anos iniciais do Ensino Fundamental.

titui “ato ou efeito de alfabetizar e/ou processo de aquisição do código linguístico e numérico letramento”. Assim, muitas vezes quando ouvimos a palavra alfabetização automaticamente a associamos ao mundo das letras e muito raramente ao universo dos números também.

Conforme Soares (2003), o convívio com o mundo da leitura e escrita se dá antes de a criança se aprofundar no mundo escolar. Como o letramento é a prática social de leitura e escrita, uma criança letrada, pode entender a importância da leitura desde a observação de uma ilustração, um panfleto de propaganda, uma embalagem de algo e, mesmo não sabendo ler, ela associa gravuras e ilustrações compreendendo parte ou todo o texto escrito.

A mesma coisa acontece com o letramento matemático. De acordo com o site do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) (2021) o Letramento Matemático é assim apresentado:

> Refere-se à capacidade de identificar e compreender o papel da Matemática no mundo moderno, de tal forma a fazer julgamentos bem embasados e a utilizar e envolver-se com a Matemática, com o objetivo de atender às necessidades do indivíduo no cumprimento de seu papel de cidadão consciente, crítico e construtivo.

Desta forma, muito mais do que saber efetuar cálculos matemáticos com destreza e cumprir certos métodos esse conceito está ligado às necessidades reais das pessoas no convívio em sociedade. Atualmente o documento norteador dos currículos em território nacional é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que ressalta a importância das vivências sociais e construções coletivas realizadas pelos alunos a fim de apropriar-se dos conhecimentos de forma geral e, em especial aqueles relativos ao raciocínio lógico-matemático. Esse documento norteador da educação brasileira fala em letramento matemático tomando como referência a matriz do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA).

As crianças necessitam saber utilizar conceitos e procedimentos em situações reais onde a Matemática se faz presente. Seja em uma conta de água, em uma situação comercial, em uma classificação de algum jogo, na quantificação de objetos, seriação e demais usos sociais dos números. O ensino da Matemática, de acordo com o documento orientador vigente no ano em que a pesquisa foi realizada – BNCC (2020) perpassa algumas ideias fundamentais que subsidiam o trabalho pedagógico nas instituições, dentre elas: aproximação, equivalência, ordem, variação, representação, interdependência e proporcionalidade.

Estas ideias são fundamentais para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos, nesse sentido a autora Smole (2012), destaca que as inovações trazidas pela BNCC dizem respeito à meta de fazer com que a escola atue em prol do letramento matemático, definindo-o como competência a ser desenvolvida nos alunos, bem como a alteração e ampliação das áreas temáticas: números, probabilidade e estatística, álgebra, geometria, grandezas e medidas.

Sobre a produção do material empírico

As seis professoras[4] participantes da pesquisa atuam no 3º ano do Ensino Fundamental e ministram todas as disciplinas para os alunos das escolas públicas em que trabalham, com exceção do conteúdo de Educação Física. Elas dispuseram-se a participar da presente investigação espontaneamente por se tratar de uma experiência enriquecedora e inovadora para as mesmas, visto que nenhuma delas havia participado de uma pesquisa científica anteriormente.

4 Utilizamos a palavra professoras, porque coincidentemente em nossa pesquisa todas as participantes são do sexo feminino.

Foram realizadas entrevistas semiestruturadas com as docentes a fim de elencar dados sobre as suas percepções acerca do processo construção da identidade profissional dos docentes que atuam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Investigamos especificamente o conteúdo de Matemática no sentido de descrever os desafios no ensino desta disciplina que são recorrentes e marcados por índices que deixam a desejar em avaliações externas junto às esferas municipal, estadual e federal.

Para ministrar os conteúdos de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental é necessário possuir conhecimentos prévios que muitas vezes são adquiridos pelos docentes via formação complementar / continuada, uma vez o curso de graduação não supre as demandas necessárias para subsidiar os professores em formação nesses quesitos. Ministrar aulas de Matemática envolve conhecimentos sobre: cálculo mental, uso da calculadora, jogos matemáticos, história da Matemática, uso da tecnologia da informação e comunicação, modelagem, dentre tantos outros.

Depois de entrevistadas as professoras participaram de dois encontros denominados Ateliês Colaborativos de Práticas Pedagógicas de Matemática. Nesses momentos foram socializadas sequências didáticas desenvolvidas pelas docentes em suas turmas de 3º ano do Ensino Fundamental no período de teletrabalho[5]. As docentes foram identificadas com a seguinte denominação: P1, P2 e P3 – Escola Pública Municipal e P4, P5 e P6 – Escola Pública Estadual.

As sequências didáticas apresentadas pelas professoras foram por elas selecionadas sem nenhum critério pré-estabelecido. A sugestão é que apresentassem uma prática que considerassem válida no sentido da promover a aprendizagem significativa junto aos alunos e que somar às experiências e vivências das demais docentes participantes. As professoras P1, P2 e P3 apresentaram uma única prática, desenvolvida em conjunto e versou sobre a construção de sólidos geométricos por meio de materiais de sucata (massinhas e palitos de picolé). A professora P4 apresentou uma sequência didática voltada para a construção de conceitos numéricos por meio de oficina de receita culinária.

A professora P5 apresentou o trabalho com o Tangram, versando também sobre a história da Matemática e das lendas que envolvem o referido quebra-cabeça. A professora P6 também apresentou um trabalho voltado para a geometria no qual trabalhou com diferentes poliedros e corpos redondos. Os alunos construíram brinquedos a partir de caixas e materiais diversos explorando conceitos tais como: vértices, arestas e faces.

Durante as apresentações das docentes delineou-se apontamentos sobre a construção da identidade profissional das mesmas. Falas permeadas de motivações, interesse pelo entendimento e aprendizagem significativa de seus alunos. O desenvolvimento profissional foi percebidoa, formado, (re) modelado, intensificado, (re) descoberto, (re) estruturado e ampliado durante o período de ensino remoto. Participar das entrevistas e dos Ateliês Colaborativos desencadeou nessas docentes reflexões sobre saberes e práticas que constituem parte de suas identidades profissionais. Acompanhe por meio dos relatos permeados de subjetividades:

5 Teletrabalho - Diante do contexto da pandemia, segundo a ILO Technical Note refere-se ao "trabalho no domicílio realizado com recursos eletrônicos". Fonte: https://www.ilo.org/wcmsp5/groups/public/---europe/---ro-geneva/---ilo-lisbon/documents/publication/wcms_771262.pdf - Acesso em: 26 set. 2021.

Figura 3 – Professora P2

"O principal eu aprendi no chão da sala de aula. Ao colocar meu aluno para me explicar o que ele fez, mostrar o caminho, o raciocínio que ele desenvolveu... aprendo vendo meus colegas professores trabalharem também. Digo aprendo e não "aprendi" no passado porque estou em constante transformação. Todos nós estamos. Veja o quanto aprendemos com esse ensino remoto!! Jamais imaginávamos que ministraríamos aulas on-line, utilizando aplicativos disponíveis na Web como utilizamos o Zoom, o Meet..." (P2 – Entrevista)

Figura 4 – Professora P3

"Eu senti muita falta do contato com o aluno, quando voltar eu vou valorizar muito mais o contato, à distância eu me esforçava muito mais para me fazer entender. Ficava pensando: será que meu aluno está me entendendo? Essa preocupação me chamou muita atenção. Enriqueci bastante tendo que estudar muito mais para elaborar minhas aulas. Quando voltarmos ao presencial terei uma visão bem diferente do que era antes". (P3 – Ateliê)

Fonte: elaborado pela autora – Entrevistas semiestruturadas e Ateliês, 2021.

Figura 5 – Professora P4

Você conseguiu pensar em alguma coisa e talvez colocar em prática a partir da nossa conversa?

Entrevistada: "olha... eu estou pensando em tantas coisas nesse momento. Aí a gente para e reflete no quanto estamos modificando, conseguindo fazer mais coisas... na verdade esse ensino remoto está mais para um "intensivão" de realidade (risos)". (P4 – Ateliê)

Figura 6 – Professora P6

"Nós temos em sala de aula um universo diferente de alunos. Cada um aprende de uma maneira, cada um está num nível, vou tentando exatamente em sala de aula, observo os meus colegas, troco experiências, vejo o que deu certo com um e que pode dar certo comigo também. Eu acho que eu me formei em Matemática porque eu tive grande professores matemáticos..." (P6 – Ateliê)

Fonte: elaborado pela autora – Entrevistas semiestruturadas e Ateliês, 2021.

Figura 7 – Professora P1

"A gente precisa criar essa imagem geométrica com os meninos de que as figuras geométricas são os sólidos. Estão no cotidiano de todos nós (...) Eu falo que é o movimento de ir e vir sempre. A educação econômica e financeira (administrar... essas coisas) já está sendo inserida na escola de novo. Na época em que eu estudava tinha educação agrária e comercial, a gente ia preencher nota fiscal, essas coisas" (P1 – Entrevista)

Figura 8 – Professora P5

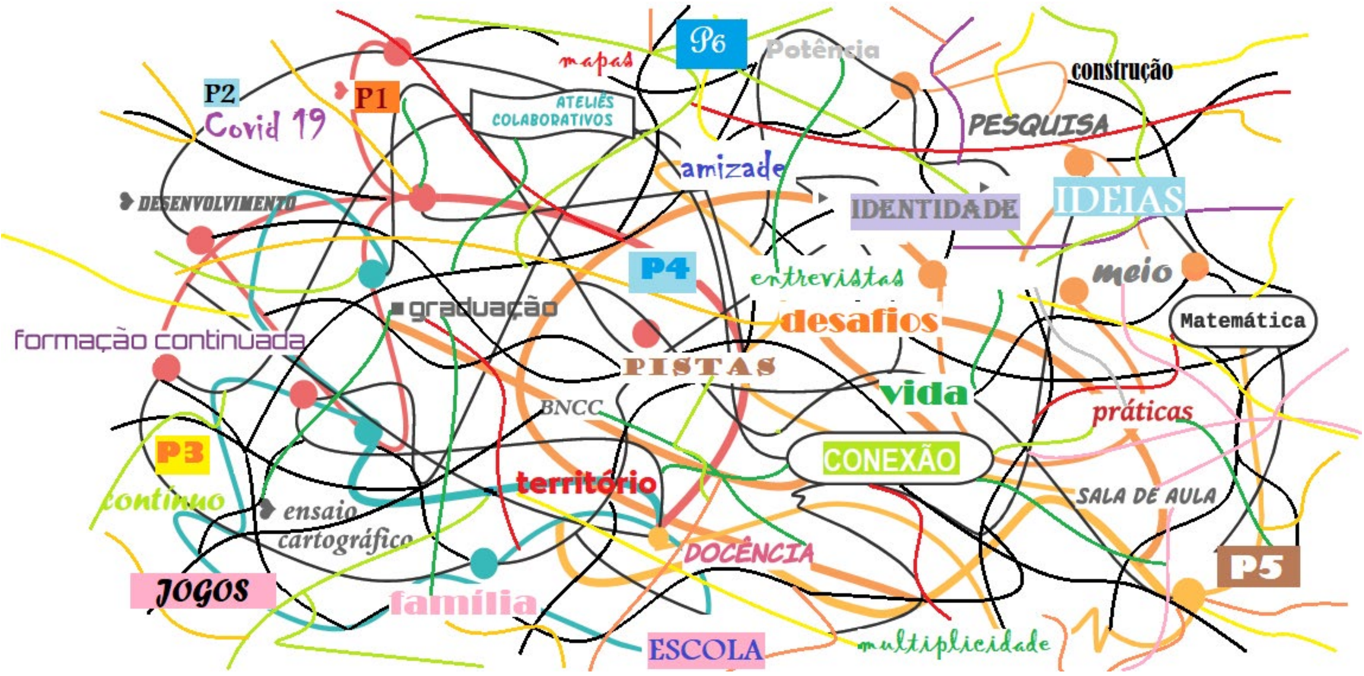
"Nós queremos agradecer a oportunidade de apresentar a nossa prática. A gente tenta fazer o melhor e a nossa vivência é tão simples e queremos que nossos alunos aprendam verdadeiramente. Vocês nos deram tantas ideias para a gente melhorar ainda mais as nossas práticas no dia a dia da sala de aula". (P 5 – Ateliê)

Fonte: elaborado pela autora – Entrevistas semiestruturadas e Ateliês, 2021.

Conclusões (in)conclusas

No movimento de ir e vir das falas e das escutas, ao pesquisar dados teóricos sobre a identidade profissional docente, ao reconhecer que a educação Matemática está presente no cotidiano dos alunos e que sua aprendizagem está vinculada à aquisição da leitura e da escrita percebemos que o presente trabalho não conclui. Na verdade ele aponta novos estudos, descortina brechas e frinchas de conhecimentos sequiosos a serem explorados.

Figura 9 - Rizoma Identidade



Fonte: elaborado pela autora, 2021

A identidade profissional docente, conforme demonstrada pelo rizoma da figura 9, é construída a partir das representações que os próprios profissionais têm de seu trabalho, de seu papel enquanto docente e da importância que dá ao efetivo exercício da sua função de educar. Também perpassa as subjetividades constituídas ao longo da história pessoal e profissional, de forma que estas linhas se atravessam e se completam sem delimitar finitude. Em nossa pesquisa, que versou sobre a construção da identidade profissional de professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental conseguimos identificar algumas contribuições valiosas.

A importância da troca de saberes entre os pares no sentido de aprimorar a prática docente. Principalmente durante o período de ensino remoto o movimento espiral de produção de conhecimento entre os profissionais promoveu microevoluções pontuais na formação docente e, consequentemente em suas identidades profissionais. A intersecção entre conhecimentos e habilidades pessoais, carregadas de marcas históricas, vivências e projetos atreladas às experiências a partir do coletivo delineiam a construção identitária.

As docentes participantes da pesquisa demonstraram em vários momentos processos de (re) construção de suas próprias práticas. Seja pelo novo modelo de ensino – desta vez de forma remota, seja pela busca incessante por novos recursos pedagógicos e didáticos a fim de aprimorar o ensino e aprendizagem dos alunos. As dificuldades decorrentes do distanciamento social promoveram mudanças de paradigmas importantes não somente no modus operandi[6] da sala de aula, mas também na inter-relação dos sujeitos envolvidos nesse processo. Professoras aprenderam umas com as outras, trouxeram a Matemática dos livros para apresentações de Power Point, para buscas avançadas em sites pedagógicos, para jogos educativos a fim de avaliar se a aprendizagem realmente foi consolidada.

O que era individual tornou-se coletivo na necessidade de se conceber novos meios para fazer o conhecimento chegar até o aluno. A multiplicidade de caminhos e a (in) certeza de se atingir objetivos promovendo interação, socialização e compartilhamento de saberes entre as docentes. A identidade profissional delineada por meio do movimento histórico de se ensinar em tempos de pandemia de Covid-19. Essa metamorfose necessária a fim de (re) elaborar conceitos e atingir objetivos em todos os conteúdos, especialmente a Matemática pode ser percebida nos encontros – individuais e coletivos – junto às docentes.

Suas identidades foram atravessadas pelos ensinamentos pregressos: pelos professores que tiveram, pelo aprendizado com os colegas de profissão, pela prática compartilhada na sala de aula, pelos cursos de formação continuada e também pelo permanente movimento de ação, reflexão, ação.

REFERÊNCIAS

BEIJAARD, D.; MEIJER, P. C.; VERLOOP, N. Reconsidering research on teachers' professional identity. Teaching and Teacher Education, Philadelphia: Elsevier, v. 20, n. 2, p. 107-128, Fev. 2004.

BOLIVAR, Antonio; PÉREZ-GARCIA, Purificación; DOMINGO SEGOVIA, Jesus. Reconstruir la identidad profesional docente en la sociedad del conocimiento. El caso del profesorado de Secundaria en España. The Open Sports Sciences Journal. January 2014. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/286455421_Reconstruir_la_identidad_profesional_docente_en_la_sociedad_del_conocimiento_El_caso_del_profesorado_de_Secundaria_en_Espana - Acesso em: 26 set. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Proposta preliminar. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#:~:text=Conforme%20definido%20na%20

6 Modus Operandi – Segundo o "Dicio" (2021) – Dicionário Online de Português é a maneira através da qual uma pessoa ou uma associação, empresa, organização ou sociedade, trabalha ou realiza suas ações. Modo utilizado para desenvolver ou realizar alguma coisa; processo de realização. Etimologia (origem de modus operandi). Do latim modus operandi. Disponível em: https://www.dicio.com.br/modus-operandi/ - Acesso em 26 set. 2021.

Lei%20de,Ensino%20Fundamental%20e%20Ensino%20M%C3%A9dio%2C - Acesso em 26 set. 2021.

CARDOSO, Maria I. S.; BATISTA, Paula M. F.; GRAÇA, Amândio B. S. A identidade do professor: desafios colocados pela globalização. Revista Brasileira de Educação, v. 21, n. 65, p. 371-390, abr./jun. 2016.

CIAMPA, Antonio da Costa. A estória do Severino e a história da Severina – um ensaio de psicologia social. São Paulo: Brasiliense, 2005.

CURI, Edda. Formação de professores polivalentes: uma análise do conhecimento para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. 278 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Faculdade de Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2004.

DELEUZE, Gilles; GUATTARI, Félix. Mil platôs - capitalismo e esquizofrenia, vol. 1 / Tradução de Aurélio Guerra Neto e Célia Pinto Costa. —Rio de Janeiro: Ed. 34, 1995 (Coleção TRANS).

FILHO, Kleber Prado; TETI, Marcela Montalvão. A cartografia como método para as ciências humanas e sociais. Barbarói, Santa Cruz do Sul, n.38, p.<45-59>, jan./jun. 2013. Disponível em: http://www2.fct.unesp.br/docentes/geo/necio_turra/PPGG%20-%20PESQUISA%20QUALI%20PARA%20GEOGRAFIA/A%20CARTOGRAFIA%20COMO%20M%C9TODO%20PARA%20AS%20CI%CANCIAS%20HUMANAS%20E%20SOCIAIS.pdf - Acesso em: 26 set. 2021.

FREIRE, Paulo. Educação na cidade. São Paulo: Cortez, 1991.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. 16. ed. Paz eTerra, 1996.

GALINDO, Wedna Cristina Marinho. A Construção da Identidade Profissional Docente. Psicologia Ciência e Profissão, 2004, 24 (2), 14-23.

IMBERNÓN, Francisco. Formação continuada de professores. Tradução Juliana dos Santos Padilha. Porto Alegre: Artmed, 2010.

LAPO, F. R.; BUENO, B. O. Professores, desencanto com a profissão e abandono do magistério. Cadernos de Pesquisa, São Paulo, n. 118, p. 65-88, mar. 2003.

MARCELO, Carlos. A identidade docente: constantes e desafios. Form. Doc., Belo Horizonte, v. 1, n. 1, p. 109-131, 2009. Disponível em: https://revformacaodocente.com.br/index.php/rbpfp/article/view/8/6 - Acesso em: 26 set. 2021.

NÓVOA, António. O regresso dos professores. In: CONFERÊNCIA DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES PARA A QUALIDADE E PARA A EQUIDADE DA APRENDIZAGEM AO LONGO DA VIDA, 2007, Lisboa. Comunicações [...]. Lisboa: Presidência Portuguesa do Conselho da União Europeia, 2007. p. 21-28. Disponível em: https://crispasuper.files.wordpress.com/2012/06/erc3aancia-e28098desenvolvimento-profissional-de-professores-para-a-qualidade-e-para-a-equidade-da-aprendizagem-ao-longo-da-vida_3.pdf - Acesso em: 26 set. 2021.

PIMENTA, Selma; ANASTASIOU, Lea. Docência no Ensino Superior. São Paulo: Cortez, 2008. (Citação no subcapítulo identidade docente).

PIMENTA. Selma Garrido (Org.). Saberes pedagógicos e atividade docente. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2002.

RUSSO, Jane. Do psíquico ao somático: notas sobre a reconfiguração do self contemporâneo. História, Ciências, Saúde - Manguinhos [en linea]. 2017, 24(1), 157-169 [fecha de Consulta 26 de Septiembre de 2021]. ISSN: 0104-5970. Disponible en: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=386153806011

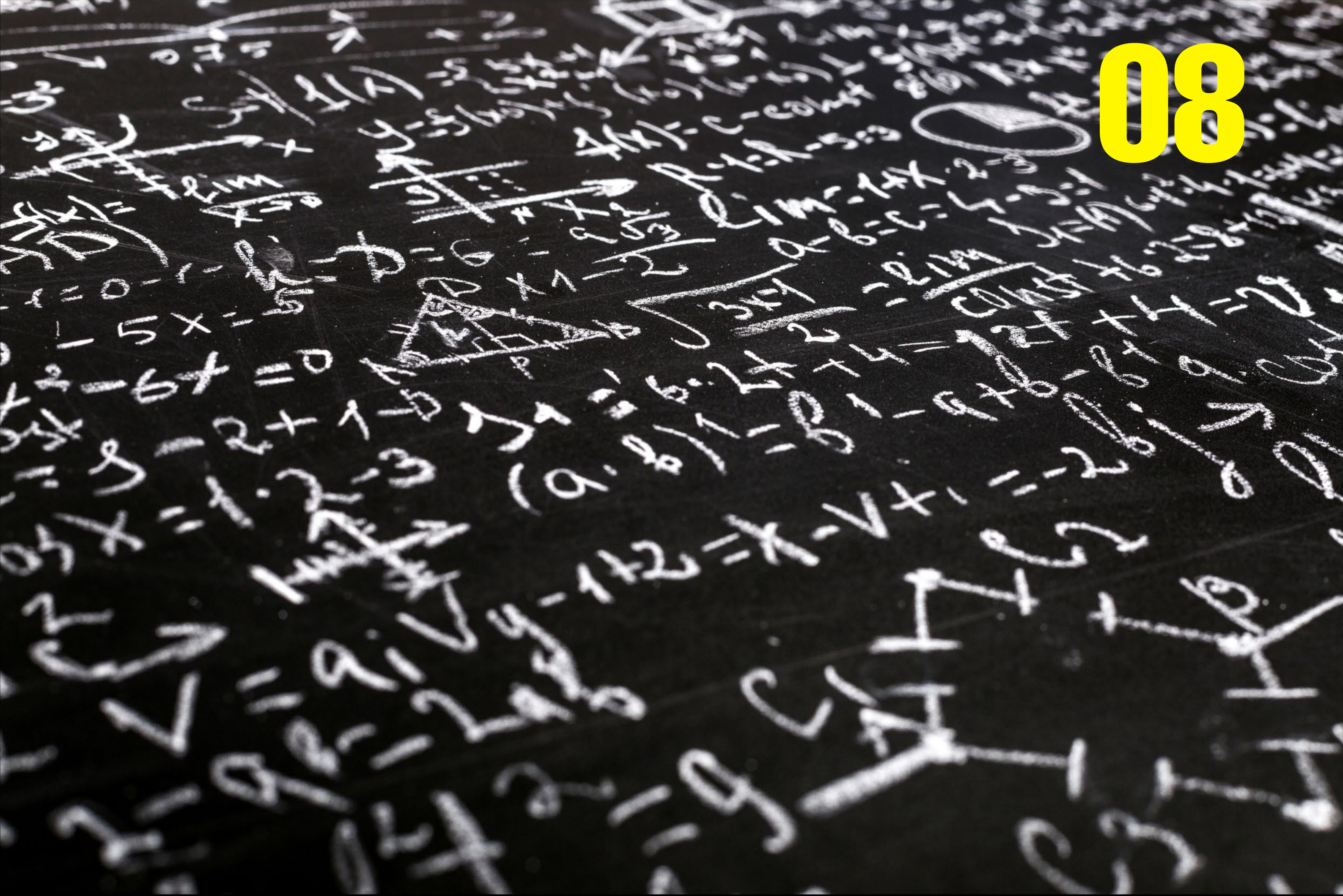
SILVA, Ana Lúcia Gomes da. Ateliês de Pesquisa: formação de professores (as) – pesquisadores (as) e métodos de pesquisa em educação / Orgs: Ana Lúcia Gomes da Silva; Váldina Gonçalves da Costa e

Diego Carlos Pereira. Salvador: EDUNEB, 2020.

SMOLE, Kátia Stocco. Alfabetização matemática: implicações para ensino e aprendizagem da matemática escolar. Suplemento Pedagógico APASE. Vol. 28, jul. 2012.

SOARES, Magda. Letramento e alfabetização: as muitas facetas, 2003.Universidade Federal de Minas Gerais, Centro de Alfabetização, Leitura e Escrita.

ZABALZA, Miguel Angel. O ensino universitário: seu cenário e seus protagonistas. Porto Alegre: Artmed, 2004.



08

Soroban: contribuição para o ensino de matemática

Alaíde Pereira Japecanga Aredes
Profª Adjunta da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.8

Resumo

O objetivo principal desse artigo foi mostrar como a ferramenta Soroban pode contribuir para o ensino de matemática aos alunos com Deficientes Visuais, bem como os que apresentam baixa visão. Para escrevê-lo foi necessário fazer um breve histórico da Educação Especial, focando na questão do deficiente visual. Apresentando também todo o processo de construção do Soroban, passando então a discutir o uso deste recurso para os estudantes, em especial, os estudantes que possuem a deficiência visual. O Soroban é hoje entendido como um ábaco japonês que auxilia muito no processo de ensino e aprendizagem da matemática, principalmente no conteúdo que envolve cálculos. É um recurso pedagógico excelente para se aprender de forma eficaz as quatro operações matemáticas. Sabe-se que a luta pela educação em geral, é intensa e é muito árdua a luta pela educação especial, por abranger pessoas que possuem deficiências. Não há muito incentivo por parte dos poderes executivos e ainda, há muitas dificuldades dos educadores para ensinar estes estudantes. Tentou-se aqui discutir o Soroban como uma técnica que pode auxiliar e muito em um dos aprendizados, considerados mais difíceis na escola, o aprendizado da matemática. Embora no decorrer do texto, tratou-se esta questão como um mito, afinal os seres humanos são cognoscentes, capazes de aprender qualquer conhecimento. A matemática é um deles.

Palavras-chave: soroban. ensino de matemática. educação especial inclusiva. deficiência visual.

Abstract

The main objective of this article was to show how the Soroban tool can contribute to the teaching of mathematics to students with visual impairments, as well as those with low vision. To write it was necessary to make a brief history of Special Education, focusing on the issue of the visually impaired. Also presenting the entire process of building Soroban, then discussing the use of this resource for students, especially students who have the visual impairment. Soroban is today understood as a Japanese abacus that greatly assists in the process of teaching and learning math, especially in the content that involves calculations. It is an excellent teaching resource for effectively learning the four mathematical operations. It is known that the struggle for education in general is intense and the struggle for special education is very arduous because it includes people with disabilities. There is not much encouragement from the executive powers and yet, there are many difficulties for educators to teach these students. It has been tried here to discuss Soroban as a technique that can help a lot in one of the most difficult learning at school, the learning of mathematics. Although in the course of the text, this issue has been treated as a myth, after all human beings are knowledgeable, capable of learning any knowledge. Mathematics is one of them.

Palavras-chave: soroban. mathematics teaching. inclusive special education. visual impairment.

INTRODUÇÃO

É de suma importância que todos os alunos aprendam a matemática, por ser esta uma ferramenta essencial em várias áreas do conhecimento. Porém o que se observa é uma frustração por parte de estudantes e professores por não visualizar um caminho que realmente faça com que o ensino de matemática seja um sucesso. Dessa forma, o ensino de matemática tem sido um desafio para as escolas públicas e particulares. Pesquisas no âmbito da Educação e da Educação matemática têm revelado esta problemática. Ainda temos as avaliações externas, como SAEB e PISA. Estas também tem mostrado que o desempenho do aluno na matemática é muito baixo.

De acordo com Pacheco e Lorenzetti (2018, p.106)

> Há muito tempo, se constata certo descontentamento em torno da aprendizagem em Matemática, por parte dos alunos, e do ensino, por parte dos professores, situação identificada pelos órgãos competentes, responsáveis por avaliações nacionais e internacionais como, por exemplo, o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA).

Ressalta que esta realidade é muito preocupante. A priori deixam professores e alunos com uma sensação de fracassados e geram preocupações entre os envolvidos O insucesso de muitos estudantes é um fator que os leva, cada vez mais, a terem certa aversão a essa disciplina, desenvolvendo dificuldades ainda maiores com o passar dos anos escolares. A grande questão que incomoda é: por que isto está acontecendo com uma área do conhecimento que perpassa por todas as áreas?

Salientam os autores que:

> O estudo das possíveis causas das dificuldades de aprendizagem nesse componente curricular, que podem estar relacionadas a vários fatores envolvendo o aluno, o professor, a família e a escola, pode auxiliar na prática docente, pois possibilita ao professor fazer inferências mais acertadas, tornando suas aulas mais motivadoras, eficientes e eficazes. Dessa forma, esta pesquisa vem contribuir comum a reflexão sobre quais são as possíveis causas relacionadas à dificuldade que muitos estudantes têm quando trabalham com conceitos matemáticos. (2018, p. 106)

Uma das causas desta dificuldade certamente está no estereótipo que a própria sociedade criou acerca da matemática. É muito comum pensar que matemática é para “gênios”. Enquanto tal precisa ser complexa e ser registrada na história como tal. Todavia, é sabido que a realidade não é bem assim. Matemática é para todos e todos os seres humanos são cognitivos e como tais, aprendem qualquer ciência. Piaget, foi um dos pioneiros a afirmar que, após anos de estudo sobre o desenvolvimento do cérebro humano, os seres humanos são cognoscentes, ou seja, capazes de aprender qualquer coisa que esteja à sua frente. A matemática é mais uma que estes podem aprender de forma natural.

Se fosse acenar quem é o culpado por tudo isso, um dos primeiros seria o próprio professor. Este admite que a matemática é difícil. Desmotivando, assim, o aluno e depois a si próprio. Consequentemente, os alunos acabam por absorver a concepção do professor e desistem de aprender a matemática e em muitos casos a aprender as outras ciências, decorrendo daí a evasão escolar. Gritante no Ensino Médio e também nos cursos superiores de exatas.

Para Bessa, estas dificuldades podem sim estar relacionadas,

> [...] ao professor (metodologias e práticas pedagógicas), ao aluno (desinteresse pela disciplina), à escola (por não apresentar projetos que estimulem o aprendizado do aluno ou porque as condições físicas são insuficientes) ou à família (por não dar suporte e/ou não ter condições de ajudar o aluno). (2007, p. 4)

Corroboram com Bessa, Sanches e Santos, os quais discutem as dificuldades mais prementes no ensino da matemática. Para os autores:

> Dificuldades em relação ao desenvolvimento cognitivo e à construção da experiência Matemática; do tipo da conquista de noções básicas e princípios numéricos, da conquista da numeração, quanto à prática das operações básicas, quanto à mecânica ou quanto à compreensão do significado das operações. Dificuldades na resolução de problemas, o que implica a compreensão do problema, compreensão e habilidade para analisar o problema e raciocinar matematicamente. Dificuldades quanto às crenças, às atitudes, às expectativas e a fatores emocionais acerca da Matemática. (2012, p. 567)

Ainda afirmam os autores:

> Podem ocorrer dificuldades mais intrínsecas com bases neurológicas alteradas, atrasos cognitivos generalizados ou específicos. Problemas linguísticos que se manifestam na Matemática; dificuldades atencionais e motivacionais, dificuldades na memória etc. Dificuldade originada no ensino adequado ou insuficiente seja porque a organização do mesmo (sic) não está bem sequenciada, ou não se proporcionam elementos de motivação suficientes; seja porque os conteúdos não se ajustam as necessidades e ao nível de desenvolvimento do aluno, ou não estão adequados ao nível de abstração, ou não se treinam as habilidades prévias; seja porque a metodologia é muito pouco motivadora e muito pouco eficaz. (2012, p. 568)

Diante dessa afirmação, se junta outras, tais como a má formação dos professores, a falta de identidade com a escola, com a própria matemática e com os alunos que hoje frequentam as escolas. Alunos digitais, que merecem metodologias mais ativas, que merecem trabalhos em grupo com didática interativa, enfim, inovações precisam ser feitas em todos os níveis da educação. Não há mais lugar para aquele professor que pega um giz e uma caneta e escreve o tempo todo na lousa. Este professor não cabe mais nas salas de aula. Libâneo, (2002), lançou um livro com esta temática, isto é, devemos dar adeus aos professores e professoras que não incluem em suas aulas o mundo digital, que ignora estas novas formas de ensinar, sequer quer aprender novas formas. É óbvio que isso contribui muito para o desestimulo de ambos, professores e alunos.

Nesse cenário estão os alunos com deficiência, no caso em especial, os alunos cegos. Se para os "normais" a matemática está complicada, imagine para os deficientes visuais. O objetivo principal deste artigo é indicar uma técnica muito importante para que estes possam aprender um pouco da matemática. Usar o soroban, um ábaco japonês, pode e muito auxiliar estes deficientes. Antes, porém far-se-á uma discussão breve da história da Educação Especial no Brasil e desta deficiência que preocupa muito os pesquisadores na área da Educação Especial.

Educação Especial: Breve histórico

A história da Educação Especial se confunde com a história da Educação em geral. Anos de luta, movimentos, conflitos etc

Nos primórdios as pessoas com necessidades especiais eram completamente ignoradas No Brasil Império que surgiram as primeiras escolas especializadas com a presença do "O Imperial Instituto dos Meninos Cegos" e algum tempo depois a criação em 1857 do "Instituto Nacional dos Surdos e Mudos".

Já no final do século XIX e meados do século XX são criadas escolas e/ou classes especiais para esse alunado, observando-se um movimento de integração social dos indivíduos com deficiência mental.

Como o movimento em torno da Educação popular era tímido, obviamente que neste caso também. A educação do deficiente foi marcada por desafios e tentativas de práticas deles mesmos; confirmando essa prática cita se José Álvares de Azevedo professor cego, Edouard Hiiet, surdo, responsável pela organização do primeiro educandário para o ensino de surdos, mas Jannuzzi (2006, p. 27)

A medicina vai influenciando a educação do deficiente, mas também seus diretores exercem influência, pois produziam exercícios de apoio e instrumentos ligados à área médica-pedagógica.

Januzzi (2006, p.36), foi então criada no Rio de Janeiro “Liga Brasileira de Higiene Mental, que disseminou ideias sobre deficiências ligadas ao problema profilaxia”. Nota-se a importância da pedagogia e criaram-se instituições escolares ligadas aos hospitais psiquiátricos, que estavam segregadas socialmente, junto a adultos loucos. Eram adultos com problemas patológicos e que passaram a ter atendimento pedagógico, junto com o atendimento médico, com metodologia sensorialista, que desenvolveu um conjunto de atividades lúdicas.

Em 1930, começa-se a perceber movimentos em torno da educação popular, mas ainda embrionário para a Educação Especial.

Com a fundação Pestalozzi e a criação da APAE em 1954. Associação de Pais e Amigos dos Excepcionais, entidade de caráter filantrópico com ensino em serviço de saúde gratuitos “eximindo o governo da obrigatoriedade de oferecer atendimento aos deficientes na rede pública de ensino”. Com a criação do Centro Nacional de Educação Especial, CENESP em 1973, há impulso nas políticas públicas e com a aprovação da LDB 4024/61, houve uma legalização destas políticas, pois lá encontramos um artigo inteiro sobre os excepcionais (forma antiga do termo)

> [...] alunos que apresentem deficiências físicas e mentais, os que se encontrem em atraso considerável quanto à idade regular de matrícula e os superdotados deverão receber tratamento especial, de acordo com as normas fixadas pelo competente Conselho de Educação. (art 9º) LBB 5692/71

Na lei 9.394/96 em seu capítulo 5, artigo 58, assegura-se aos alunos com deficiências serviço de apoio especializado e o oferecimento preferencialmente na rede regular de ensino. Com a criação do Centro Nacional de Educação Especial, CENESP em 1973, há impulso nas políticas públicas e com a aprovação da LDB 4024/61, houve uma legalização destas políticas, pois lá encontramos um artigo inteiro sobre os excepcionais (forma antiga do termo)

> [...] alunos que apresentem deficiências físicas e mentais, os que se encontrem em atraso considerável quanto à idade regular de matrícula e os superdotados deverão receber tratamento especial, de acordo com as normas fixadas pelo competente Conselho de Educação. (art 9º) LBB 5692/71.

Na lei 9.394/96 em seu capítulo 5, artigo 58, assegura-se aos alunos com deficiências serviço de apoio especializado e o oferecimento preferencialmente na rede regular de ensino. CORDE e CONADE – a partir da promulgação da constituição de 1988. A CONADE supervisiona a CORDE.

De acordo com o Relatório sobre o Parecer CNE/CEB 1 7/2001- “Diretrizes para a Educação Especial na Educação Básica” (BRASIL, 2001, p.5-7), o Brasil fez a opção pela construção de um sistema educacional inclusivo, ao concordar com a Declaração Mundial de Educação para Todos firmada em Jomtien, na Tailândia, em 1990.

No MS, a questão da Educação especial vem sendo discutida desde quando houve a separação dos Estados. Há indícios de que aqui, pelo Estado ser jovem, muito se avançou. Há Estados com muitas dificuldades de entendimento do que vem a ser um aluno especial, principalmente aqueles que são autistas ou como se está chamando com “espectro autista”. Desafios estão postos.

Mesmo diante de tamanhas lutas que a Educação Especial alcançou, ainda nos deparamos com situações que nos preocupam no cenário escolar. Muitas inclusões foram realizadas, porém, segregaram os alunos. Os materiais didáticos e as práticas pedagógicas não atendem o desenvolvimento dos alunos com deficiência, e muitas vezes esses acabam por não quererem frequentar a escola. Lançando olhar para o aluno cego será que as escolas têm materiais que oferecem uma aprendizagem significativa para esse aluno? Pensando nesta questão o soroban funciona como suporte pedagógico, o qual permite que este, através da percepção tátil entenda os processos matemáticos, de maneira que pelo manuseio do soroban haja significado no conhecimento que está sendo proposto.

No artigo em questão primou-se por falar do aluno cego em como este pode aprender a matemática, já frisada no corpo deste texto, como uma ferramenta fundamental para a formação do cidadão pleno apto para o exercício de sua cidadania. Dentro deste contexto, aponta-se para o uso do Soroban, um àbaco japonês que contribui significativamente para que o aluno com deficiência visual aprenda conteúdos significativos da matemática.

Diante do fator que nos deparamos, ou seja, a dificuldade de ensinar matemática de maneira prazerosa dentro do âmbito escolar, o soroban é uma alternativa de uma aprendizagem significativa desenvolvendo habilidades de concentração, memorização, cálculo mental, de forma lúdica e concreta porque os alunos podem manusear o instrumento, facilitando a compreensão dos conteúdos, proporciona assim melhor desenvoltura para operações matemáticas, coordenação motora, raciocínio lógico, disciplina e agilidade, tirando dos alunos a aversão a matemática.

Ensinando Matemática para deficientes visuais com o uso do SOROBAN

Se a matemática é uma ciência que está presente em todas as outras ciências, inclusive, auxilia muito para que práticas sociais sejam realmente entendidas pelos cidadãos, como um todo, como ela está sendo trabalhada e compreendida quando as pessoas têm deficiência, no caso em específico, os cegos?

Obviamente que há vários recursos para que este deficiente entenda não só a matemática, mas como as demais ciências pelas quais passam para adquirir um status de estudante nas escolas. Dentre estes recursos destaca-se o Soroban. Acredita-se nesta ferramenta que pode muito auxiliar os alunos cegos para aprender cálculo

Um breve histórico do Soroban

O Soroban é uma ferramenta japonesa, que foi melhorada pela china. No Brasil, o soroban foi introduzido pelos imigrantes japoneses, no ano de 1908. Os mesmos o consideravam indispensável para cálculos matemáticos. Sua divulgação só ocorreu em 1956, com a chegada do professor Fukutaro Kato. A história diz que antes de ser denominado Soroban, o entendíamos por ábaco, apenas depois que a técnica foi aperfeiçoada pelos japoneses, passou a ser chamada de Soroban. Kojima (1954, p.11, *apud* VIGINHESKI, 2017, p.135) afirma que,

> [...] a palavra ábaco tem origem etimológica grega, abax, a qual significa "mesa de cálculo coberta com poeira". O autor complementa que diferentes tipos de ábaco foram encontrados na Europa até o início do séc. XVII. Entre eles, destacam-se os ábacos de areia, os ábacos de sulcos e os ábacos em linha, os quais foram encontrados na Roma antiga. Em todos eles eram utilizadas pedras, que representavam as unidades, soltas ou agrupadas, registradas em eixos distintos.

Há também uma referência à Roma. Segundo Ifrah (1994), os romanos antigos faziam uso de pranchas metálicas com ranhuras em diversas linhas ou colunas paralelas, separando as diferentes ordens do sistema de numeração. A representação de números e a realização de operações aconteciam por meio de pedras ou fichas colocadas nas diversas ranhuras, sendo que cada uma delas correspondia a uma ordem decimal. A figura abaixo mostra como era o àbaco romano.

Figura 1 - Ábaco Romano.

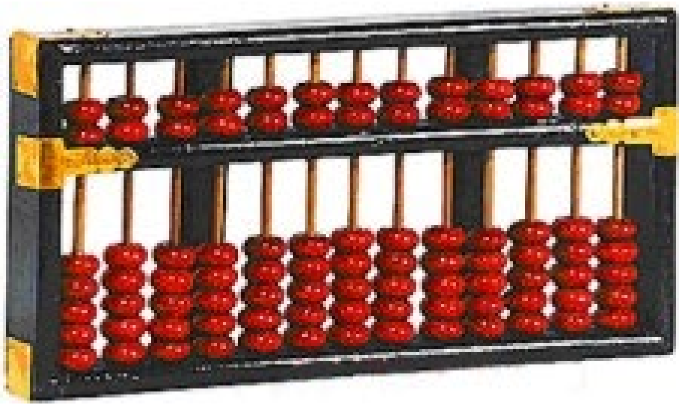
Viginheski (2017)

Há premissas de que os chineses tenham se inspirado nesse ábaco para aperfeiçoar e utilizar a técnica na China. Há indícios de que o ábaco romano tem muita semelhança com o ábaco chinês. Chamado de Suan pan, o ábaco chinês se caracteriza por ser,

> [...] constituído por um conjunto de eixos verticais paralelos separados em duas partes, inferior e superior. Na parte inferior, cada eixo contém cinco contas, cada uma com o valor da unidade representada pela ordem correspondente, e, na parte superior, cada eixo possui duas contas, valendo cinco unidades da ordem correspondente. Ao considerarmos o primeiro eixo da direita para a esquerda como eixo das unidades, cada conta da parte inferior tem o valor de uma unidade e cada conta da parte superior temo valor de cinco unidades. Da mesma forma, no segundo eixo, representando as dezenas, as contas da parte inferior valem dez e as contas da parte superior valem cinquenta cada uma, e assim, sucessivamente. (VIGINHESKI, 2017, p 70)

A figura abaixo mostra o que é o Suan pan.

Figura 2 - Suan pan



Viginheski (2017)

De acordo com IFRA (1997), podemos perceber que, as contas da parte inferior têm o valor de uma unidade e as contas da parte superior do mesmo eixo valem cinco unidades da ordem correspondente. Os números são fixados por aproximação das contas, tanto da parte superior como da parte inferior, da barra transversal que as separa. Os dois primeiros eixos da direita para a esquerda são destinados às frações decimais de primeira e segunda ordem, os décimos e centésimos da unidade.

Não se tem uma data precisa de quando o Suan pan, começou a ser utilizado no Japão como ábaco. Acredita-se que a partir do momento em jovens japoneses migraram para a China e lá tiveram o contato mais estreito com os chineses e destas relações, surge o Soroban. Dito de outra forma, das adaptações do Suan pan, nasce o Soroban, uma importante técnica de aprendizagem de cálculos, de modo geral. O Soroban também facilita a aprendizagem das quatro primeiras operações.

Como o Soroban pode ajudar os Deficientes visuais quando estes precisam aprender a matemática? A fim de apresentar formas alternativas a serem utilizadas por pessoas cegas, possibilitando a essa clientela adquirir conhecimentos acadêmicos, o Soroban foi adaptado para uso dos cegos, desde 1949, pelo brasileiro Joaquim Lima de Moraes. Este ábaco auxilia o estudante cego, não só a calcular, mas também a compreender a aprendizagem de outros fatores. Aliás, é um recurso que pode ser utilizado por todos os alunos, porque facilita e muito a aprendizagem das operações matemáticas e próprio cálculo em si. Para Fernandes:

> O Soroban foi um instrumento que a humanidade inventou no momento em que precisou efetuar cálculos mais complexos quando ainda não dispunha do cálculo escrito por meio dos algarismos indo arábicos. Esboçado inicialmente a partir de sulcos na areia preenchidos por pedras furadas e dispostas em hastes de metal ou madeira, nas quais podiam correr livremente ao longo dessas hastes conforme a realização do cálculo. (FERNANDES, 2006, p.17).

Acredita-se que seja o Soroban uma alternativa didática que auxilia ao professor no desenvolvimento da aprendizagem de cálculos que seja menos excludente para os alunos cegos e também os com baixa visão. Dessa forma, contribuindo para que o deficiente visual possa participar da construção do conhecimento matemático.

Ressalta que o Soroban utilizado pelo deficiente visual é adaptado. Após estudos e análises reconstruíram um Soroban que possui fundo e as contas são fixadas, alongou-se às haste, bem como existem marcas onde os cegos utilizando as mãos possam identificar melhor os problemas matemáticos. Este recurso pedagógico proporciona a possibilidade e a facilidade de aprendizagem dos conteúdos matemáticos que trazem significado para a vida deles.

De acordo com, Viginheski (2017, p.71)

> [...] pesquisas na área da educação e da neurociência foram desenvolvidas tendo como temática o uso do Soroban para cálculos aritméticos. Estes estudos fizeram uso do instrumento físico ou de sua representação mental, denominado como Soroban mental ou ábaco mental. Segundo Sarvari, Nasiri e Abasi (2015) e Shen (2006), o Soroban mental ou ábaco mental é uma habilidade que a pessoa adquire a partir do uso do instrumento físico, o qual se constitui por um tipo específico de cálculo mental, por meio da visualização mental ou imaginação da estrutura do ábaco na resolução de problemas. Podemos considerar que o ábaco mental se constitui como uma etapa posterior ao uso do ábaco físico como instrumento de cálculo.

A Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC – MG) criou um “guia”, baseado nas diversas pesquisas sobre o Soroban, para facilitar o seu uso com alunos cegos e com baixa visão. Este material está disponível para todos aqueles que trabalham com este público. Chamou atenção algumas frases muito didáticas, tais como:

> [...] O Soroban, em sua estrutura física, é um instrumento de madeira ou plástico com hastes verticais, contendo contas deslizantes e uma barra horizontal fixa através das hastes. Na sua parte inferior apresenta 4 contas em cada eixo com valores iguais a 1 e na parte superior uma conta com valor 5 em cada eixo. Na régua horizontal, a cada 3 eixos, existe um ponto em relevo, para separar as classes numéricas. Existem Sorobans com 13, 21 ou 27 eixos. O mais utilizado é o de 21 eixos. (2016, p. 20)

Como se pode perceber é algo muito detalhado e não tem como não entender quando se faz o uso deste recurso. O Soroban não é voltado somente para matemática, porque exige rapidez e exatidão, atenção, observação, memória e concentração, trabalha o todo. Na era digital, esse recurso é um grande “aliado” na educação, porque faz o aluno desenvolver o cérebro levando-o a trabalhar em todas as áreas de ensino. Hoje é muito difícil conseguir a concentração de todos os alunos e o manuseio do soroban pode contribuir com esta situação. Outra frase que se considera importante são algumas dicas, como por exemplo:

> [...] para começar a operar com o soroban, vale enfatizar que o primeiro passo, para uma pessoa cega, é conhecer o objeto físico, manusear, testar, sentir. Pois, como este exige do manuseador o cálculo mental, que é a materialização do soroban em sua mente, para a pessoa cega, neste caso, o tato é que a coloca em sintonia com o mundo externo. Lembramos que esse trabalho deve ser feito utilizando o modelo de soroban adaptado para pessoas cegas e é importante que a pessoa já tenha os conceitos matemáticos formados (2016, p. 23)

É demasiadamente importante considerar este contato que o aluno com deficiência visual precisa ter com o Soroban. É um objeto concreto, precisa senti-lo, tocar, manusear, para então registrar mentalmente. São detalhes que se o educador matemático não levar em consideração, não terá o mesmo êxito.

O documento ainda cita algo muito interessante

> As orientações são essenciais para que o trabalho tenha sucesso. A primeira delas é que a pessoa esteja sentada em uma cadeira com uma mesa para apoiar o objeto, em uma altura proporcional ao tamanho da pessoa, para que esta não sinta desconforto ou dores no corpo durante o manuseio. A segunda é que o soroban seja apresentado já na posição certa. O terceiro é a caracterização do objeto, apresentando os nomes e para que serve cada parte que o compõe. (2016, p. 25)

E, ainda,

> Todas essas partes devem ser apresentadas à pessoa, deixando-a manusear até que o aluno consiga localizá-las e identificá-las com independência. Assim que a pessoa demonstrar segurança, esse é o momento de começar a fazer as representações dos números no soroban. (2016, p. 25)

Por fim, neste documento ainda observa-se algo que nos deixa preocupados e que vale a pena reproduzir aqui, no sentido de chamar a atenção, porque por mais que resistamos, a inclusão dos estudantes com deficiência é um direito legal, constituído, é uma política pública. As escolas precisam estar conscientes disso.

> Os levantamentos iniciais (MOLLOSSI *et al,* 2014; CINTRA E FELÍCIO, 2013; JULIANA, 2012) apontam que a maioria dos alunos com deficiência visual não tem acesso ao uso do soroban ou não sabem fazer o uso do mesmo, assim como acontece com tantos outros recursos didáticos disponíveis no mercado, até mesmo porque grande parte dos professores do ensino regular também não os conhece, pois não foi efetivamente capacitada para poder incluir o aluno com necessidades especiais. (2016, p 26)

Isso é muito constrangedor, porque não é de hoje que a luta pela Educação Especial vem sendo feita. Como já foi exposta neste texto, esta luta se confunde com a luta pela Educação em geral. De certa forma, parece que há uma resistência em atender os alunos com deficiência de maneira eficiente. Isso pode estar ocorrendo por parte do poder público e, de certa forma, sendo "aceita" pelos professores.

Obviamente que há vários núcleos de Educação Especial espalhados pelo Brasil e lutam com muita seriedade pela inclusão dos deficientes nos espaços escolares regulares. Porém, eles tem sim uma dificuldade de alcançar avanços significativos. A luta hoje é mais árdua ainda. Os discursos vão ao encontro da diminuição do investimento do Estado na Educação de modo geral.

Quando se volta para a questão da educação dos deficientes, a lacuna é maior ainda. É dentro deste contexto que podemos ou não enxergar uma luz para que possamos atender esta clientela que precisa muito da intervenção de pessoas competentes e compromissadas com a causa. De modo especial, com a causa dos deficientes visuais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

É desafiante escrever sobre a Educação Especial em um contexto onde se visualiza expectativas ruins para a educação em geral. Começando pela Educação Infantil e chegando ao Ensino Superior. Nos discursos governamentais há claramente a intenção de diminuir os gastos com este setor. Vivemos tempos turbulentos e que afetam, inclusive, a diminuição do quadro de professores. A ideia é enxugar o Estado. Na realidade, direitos estão sendo sucumbidos, direitos estes conquistados com lutas, debates fervorosos, vidas humanas perdidas, enfim, esforços, muitas vezes, sub humanos.

No que tange à Educação Especial, em específico, a luta é intensa e muitas vezes desanimadora, mesmo porque há a presença dos preconceitos em relação aos deficientes. Numa sociedade onde se visa o lucro em substituição de afetos, de harmonia, de amorosidade, de solidariedade, de compreensão, da tolerância etc, incluir estas pessoas, às vezes parece impossível. Porém, a luta continua e há muitas pesquisas e pesquisadores adentrando nesta com muita afinidade e afinco. Isto tem ajudado muito. Precisamos sim, reconhecer os direitos das pessoas com deficiência e fazê-los valer, mesmo numa sociedade onde o sistema é injusto e muito desigual.

Optou-se por discutir o uso do Soroban para cegos, justamente com a finalidade de fornecer munição para fortalecer esta luta. Acreditamos no potencial das pessoas com deficiência, acreditamos nas pessoas que são deficientes visuais. Estes têm o direito de aprender qualquer coisa e o direito de aprender bem. O Soroban é um recurso ainda pouco utilizado, mas comprovadamente sabemos que seu uso com os cegos é eficaz para aprender a matemática, uma área estereotipada como sendo difícil. Todavia, como foi dito no corpo deste texto, nada é impossível de aprender aos seres que são naturalmente cognoscentes, ou seja, os seres humanos são capazes de aprender qualquer coisa. E quando a aprendizagem é focada na didática interativa, a eficácia é ainda maior. E o Soroban é um dos caminhos para o alcance do sucesso entre os deficientes visuais.

REFERÊNCIAS

BESSA, K. P. Dificuldades de aprendizagem em matemática na percepção de professores e alunos do ensino fundamental. Universidade Católica de Brasília, 2007. Disponível em: <http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22007/ KarinaPetriBessa.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2014.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Lei número 9394, 20 de dezembro de 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica – Parecer CNE/CEB n.17/2001.

FERNANDES, C. T. *et al.* A construção do conceito do número e o pré soroban. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Especial, 2006.

IFRAH, G. História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Tomo I. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

JANUZZI, G. M. A educação do deficiente no brasil: dos primórdios ao início do século XXI. CAMPINAS: AUTORES ASSOCIADOS, 2004

MAMCASZ VIGINHESKI, Lúcia Virginia. O soroban na formação de conceitos matemáticos por pessoas com deficiência intelectual: implicações na aprendizagem e no desenvolvimento. / Lúcia Virginia Mamcasz Viginheski. 2017. (Tese de Doutorado) Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus de Ponta Grossa. PR.

PACHECO, Marina Buzin ; ANDREIS, Greice da Silva Lorenzzetti. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. Disponível em: < http://www.infoescola.com/ educacaomatematica/o-ensino-da-matematica- nas-series-iniciais/>. Acesso em: 12 de Novembro de 2019.

SANCHES-FERREIRA, M.; LOPES DOS SANTOS, P.; SANTOS, M.A. A desconstrução do conceito de deficiência mental e a construção do conceito de incapacidade intelectual: de uma perspectiva estática a uma perspectiva dinâmica da funcionalidade. Revista Brasileira de Educação Especial, Marília, v. 18, n. 4, p. 553-568, out-dez, 2012.

09

Ensino-aprendizagem de expressões matemáticas numéricas na educação matemática básica escolar: para quê?

Teaching-learning of numerical mathematical expressions in basic school mathematics education: for what?

Marcos Pereira dos Santos

Pós-doutor em Ensino Religioso – SITG, Ituiutaba/MG.

Professor universitário em cursos de graduação e pós-graduação – FAQ, Ponta Grossa/PR.

DOI: 10.47573/aya.88580.2.36.9

Resumo

Este artigo acadêmico-científico, de abordagem metodológica qualitativa de pesquisa e aportes teóricos bibliográficos, tem como objetivo principal realizar uma análise crítico-reflexiva sobre o processo ensino-aprendizagem de expressões matemáticas numéricas na educação matemática básica escolar. Para tanto, as discussões trazidas a lume estão didaticamente estruturadas em três partes distintas: Num primeiro momento, são efetuados apontamentos concernentes à Educação e(m) Matemática versus Matemática e(m) Educação no contexto da Educação Matemática. A seguir, busca-se tecer comentários atinentes às expressões matemáticas numéricas na educação matemática básica escolar como conteúdo curricular (des)necessário ao ensino e à aprendizagem. Na sequência, apresentamos breves notas pedagógicas alusivas à gênese histórica, às aplicações práticas e aos encaminhamentos didático-metodológicos ao processo ensino-aprendizagem de expressões numéricas. Em última instância, à guisa de considerações finais, são expressas algumas elucubrações que dizem respeito às ideias centrais que engendram a temática em pauta.

Palavras-chave: conteúdo programático curricular. educação matemática escolar. expressões numéricas. matemática básica. processo ensino-aprendizagem.

Abstract

This academic-scientific article, with a qualitative methodological approach to research and bibliographic theoretical contributions, has as main objective to perform a critical-reflexive analysis on the teaching-learning process of numerical mathematical expressions in basic school mathematics education. To this end, the discussions brought to light are didactically structured in three distinct parts: At first, notes are made concerning Education and(m) Mathematics versus Mathematics and(m) Education in the context of Mathematics Education. Next, it seeks to make comments related to numerical mathematical expressions in basic school mathematics education as curricular content (dis)necessary for teaching and learning. Next, we present brief pedagogical notes alrelated to historical genesis, practical applications and didactic-methodological approaches to the teaching-learning process of numerical expressions. Ultimately, in the guise of finaly considerations, some elucubrations are expressed that concern the central ideas that engender the theme in question.

Palavras-chave: curriculum programmatic content. school mathematics education. numerical expressions. basic mathematics. teaching-learning process.

INTRODUÇÃO

A Matemática, possuindo, inclusive, os status de cientificidade e disciplina curricular, encontra-se presente em toda parte, dentro e fora do âmbito educativo escolar.

Semelhantemente a qualquer outra área do conhecimento científico, a Matemática é engendrada por elementos históricos, sociais, culturais, filosóficos, antropológicos, políticos e epistemológicos. Apresenta potencialidades, possibilidades, limitações e desafios, tanto em relação ao ensino quanto à aprendizagem.

Mas, nem sempre a Matemática é vista pela maioria dos estudantes pertencentes aos diferentes níveis e modalidades educacionais como uma construção inacabada, estando assim sempre aberta às novas descobertas científicas e tecnológicas numa abordagem teórico-prática.

Precisamos pensar-fazer Educação, Matemática e Educação Matemática. Para tanto, torna-se profícuo possibilitar aproximações entre ensino e aprendizagem, teoria e prática, docência e discência no que tange ao trabalho com os currículos escolares de Matemática, que também são compostos de eixos temáticos, unidades temáticas, temas geradores e conteúdos curriculares programáticos. (SILVA, 2005)

E é exatamente neste contexto que nos propusemos, no presente artigo acadêmico-científico, a refletir de forma analítica e crítica sobre as expressões matemáticas numéricas, em específico, cujo conteúdo curricular é envolto por estereótipos, mitos, arquétipos, padronizações, paradigmas tradicionais-conservadores, meandros, mecanicismos, "engessamentos" didático-pedagógicos, teorizações, descontextualizações, fissuras, hiatos, dissonâncias e polêmicas.

EDUCAÇÃO E(M) MATEMÁTICA VERSUS MATEMÁTICA E(M) EDUCAÇÃO NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Conforme preconiza a Carta Magna de 1988[1], no Artigo 6º, a Educação consiste em um dos direitos sociais e fundamentais garantidos em Lei. Neste contexto, no Artigo 205 da mesma Lei Suprema, ela é entendida como um direito de todas as pessoas e dever do Estado e da família, tendo em vista o pleno desenvolvimento dos sujeitos, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho. (BRASIL, 1988)

Todavia, para que cada sujeito social possa se desenvolver de forma integral em todos os aspectos que constituem o ser humano (cognitivo, intelectual, psicológico, afetivo, ético, moral, etc.), exercer seu papel de cidadão e estar devida e adequadamente qualificado para o mundo do trabalho e para o competitivo mercado de trabalho, nos dias atuais, faz-se necessário que nas escolas brasileiras de Educação Básica:

1 Trata-se, outrossim, da Constituição da República Federativa do Brasil, promulgada em 05 de outubro de 1988, durante o governo republicano do então presidente José Ribamar Sarney, constituindo-se como a sétima Constituição brasileira, a qual ainda está vigente nos dias atuais. Pelo fato de a Constituição ocupar o ponto mais elevado da hierarquia das normas/regras jurídicas, a mesma recebe nomes enaltecedores que indicam essa posição de ápice, tais como: Lei Máxima, Lei Fundamental, Lei Suprema, Lei Superior, Lei Maior, Carta Magna, Lei Magna, Lei das Leis ou Constituição-Cidadã. (BRASIL, 1988; COTRIM, 1996)

Art. 26 – Os currículos do ensino fundamental[2] e médio devem ter uma base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela.

§ 1º - Os currículos a que se refere o caput devem abranger, obrigatoriamente, o estudo da língua portuguesa e da matemática, o conhecimento do mundo físico e natural e da realidade social e política, especialmente do Brasil. (BRASIL, 1996)

No que diz respeito à Matemática, em particular, como Ciência, área do saber científico e disciplina curricular, esta (quase sempre!?) foi e (ainda) continua sendo muito temida pelo alunado brasileiro da Educação Infantil, do Ensino Fundamental (I e II) e da Educação Superior, sendo uma das principais causas de altos índices de evasão e reprovação/retenção escolares. Embora em graus relativamente menores, os mesmos fatos ocorrem em relação às disciplinas curriculares de Física e Química, na escola de Educação Básica, e de Cálculo Diferencial e Integral, por exemplo, nos cursos superiores de graduação.

A Matemática é uma Ciência milenar, lógica, complexa, desafiante, de cunho concreto e abstrato – de maneira que este último constructo, segundo Neiva (2013, p.354), "[...] estuda números, figuras, funções e outros objetos abstratos e as relações existentes entre eles, procedendo por método dedutivo[3]" –, e de viés teórico e prático; concomitantemente.

Face ao exposto, podemos afirmar, então, que Educação e Matemática se configuram como duas áreas distintas do conhecimento científico, acadêmico e escolar, embora estejam diretamente interligadas/conectadas por laços umbilicais, constituindo, pois, o que se denomina Educação Matemática ou Matemática Educacional.

Em linhas gerais, é mister elucidar, fazendo nossas as palavras de D'Ambrosio (1986, p.35), que:

[...] Educação Matemática poderia ser caracterizada como uma atividade multidisciplinar, que se pratica com um objetivo geral bem específico – transmitir conhecimentos e habilidades matemáticas através dos sistemas educativos (formal, não formal e informal[4]).

Logo, Educação Matemática é um sub-ramo da Educação e da Matemática, uma subárea específica do conhecimento científico, uma disciplina curricular (D'AMBROSIO, 1986), um ato político e um elemento ideológico (MEDEIROS, 1990).

Pensando na Educação Matemática como comunicação entre quem ensina a quem aprende, temos que o seu lugar é a intersubjetividade, o resultado é a compreensão e o meio para isso é o diálogo. O seu lugar é a troca das apreensões subjetivas, das formas íntimas de percepção desse conjunto de ideias, formas, símbolos e relações entre ideias e símbolos que é a Matemática. [...] Para que surja uma Educação Matemática em que haja comunicação entre professor e aluno é preciso que se substitua o monólogo tradicional de nossas salas de aula pelo diálogo. [...] Na Educação Matemática entendida como intersubjetividade, o aluno é sujeito participante, intelectualmente, e não objeto do ato educativo. (MEDEIROS, 1990, p.30-34)

Sendo assim, a Educação Matemática pode ser conceitualmente definida como um amplo espectro científico que envolve Ciência, informações, epistemologias, saberes, culturas, méto-

2 Concerne ao Ensino Fundamental de Nove Anos, atualmente em vigor no Brasil, sendo composto de Ensino Fundamental I ou Anos Iniciais do Ensino Fundamental (1º ao 5º ano – antiga pré-escola e 1ª a 4ª série do ensino primário) e Ensino Fundamental II ou Anos Finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano – antiga 5ª a 8ª série do ensino colegial/ginasial).

3 De acordo com Locks (2004) e Nascimento (1981), nos campos da Lógica Filosófica e da Lógica Matemática, o método dedutivo faz alusão ao argumento que é feito do maior para o menor, ou seja, de uma premissa geral em direção a outra, particular ou singular. Por sua vez, e de modo diferenciado, o método indutivo diz respeito ao raciocínio que vai do menor para o maior, isto é, de uma premissa singular ou particular para outra, geral.

4 Sobre esta diferenciação tipológica, recomenda-se consular a obra científica de Libâneo (1999).

dos e técnicas de ensino, aprendizagens, contextualização, inter/multi/pluri/transdisciplinaridade, raciocínios lógicos, processos educativos, políticas educacionais, experiências e experimentos científicos, estudos (individuais ou coletivos), pesquisas escolares e acadêmico-científicas, inquirições, investigações, práticas pedagógicas docentes, alfabetização matemática, letramento matemático, numeramento, literacia matemática, transposições didáticas, dodiscência, criticidade, tecnologias educacionais de informação e comunicação, recursos e materiais didático-pedagógicos, análises reflexivas e ações concretas; visando tornar a Matemática um processo dinâmico e de resultados significativos, eficazes e eficientes.

Afinal de contas, em conformidade com o que postula Cardoso (2001), Matemática é, por excelência, a Ciência do raciocínio lógico, analítico, crítico, interpretativo e reflexivo.

EXPRESSÕES MATEMÁTICAS NUMÉRICAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA BÁSICA ESCOLAR: UM CONTEÚDO CURRICULAR (DES)NECESSÁRIO AO ENSINO E À APRENDIZAGEM?

No campo da Educação Matemática, as denominadas expressões matemáticas numéricas – também chamadas de expressões numéricas ou expressões aritméticas (CARDOSO, 2001) – figuram como um dos conteúdos curriculares pertencentes à Matemática Básica ensinada e aprendida nas escolas brasileiras de Ensino Fundamental (I e II). Trata-se de um conteúdo curricular sempre presente no rol de temas e assuntos que compõem livros didáticos e apostilas escolares voltados a este nível de ensino, em específico.

Antar Neto (1984) argumenta que a Matemática Básica contém o que há de fundamental, básico, elementar e essencial do programa de matemática escolar, sendo pensado e elaborado para que docentes e discentes possam desenvolver, na escola, um curso bastante abrangente de Matemática, mesmo que, eventualmente, disponham de menos tempo e menor número de aulas do que seria considerado ideal.

Grosso modo, a palavra expressão pode ser entendida como “prática ou efeito de exprimir ou espremer; manifestação do pensamento ou sentimentos” (BRASIL, 2017, p.122). É, outrossim, a “ação de exprimir(-se); dito; gesto; viveza; caráter”. (SOARES AMORA, 2009, p.302)

Compreendendo-se expressão como ato informativo e comunicativo, ênfase ou entonação especial dada a determinado discurso, utilizando-se das linguagens escrita, oral/verbal, simbólica ou gestual, e expressão matemática como a “[...] associação de letras e números, ligados por sinais ou notações matemáticas” (CARDOSO, 2001, p.95), é possível dizer, com base na concepção de Ottes, (2016, p.16), que expressões matemáticas numéricas, ou simplesmente expressões numéricas, “[...] podem ser vistas como a transposição da linguagem natural à linguagem matemática”.

Em outras palavras, as expressões numéricas consistem em uma sequência de operações matemáticas, envolvendo números reais. São grupos numéricos calculados por operações matemáticas básicas que seguem determinadas ordens e regras/normas. Para Cardoso (2001, p.96), expressão aritmética, em suma, “é a expressão em que figuram números ligados por uma quantidade finita de operações”. Uma expressão é dita numérica ou aritmética quando possui apenas números em suas operações, ou seja, não existem incógnitas ou variáveis (letras que representam valores numéricos até então desconhecidos).

Tais operações matemáticas, em geral, envolvem adição, subtração, multiplicação e divisão (quatro operações matemáticas fundamentais), potenciação, radiciação e frações; bem como sinais de reunião ou sinais/símbolos gráficos de parênteses ( ), colchetes [ ] e chaves { }, os quais são representações que determinam a sequência em que as expressões numéricas devem ser efetuadas.

Existem vários tipos de expressões matemáticas: numéricas ou aritméticas, literais, algébricas, polinomiais, exponenciais, logarítmicas, entre outras. Entretanto, as expressões matemáticas numéricas, de modo deveras particular, pertencem à subárea da Matemática nominada de Aritmética: termo advindo do grego arithmos = número. Ramo mais elementar e antigo da Matemática, o qual trabalha com as operações possíveis entre os números. É utilizada por quase todos os seres humanos, seja em atividades cotidianas simples, seja em tarefas científicas ou negociais. (DOMINGUES, 1991; TRINDADE, 2004)

As expressões matemáticas numéricas quase sempre são apresentadas em livros didáticos e apostilas escolares, do Ensino Fundamental (I e II), contendo breve teorização sobre o assunto (definição conceitual, regras de sinais entre operações matemáticas fundamentais e “passos” a serem seguidos para a operacionalização), alguns exemplos-modelo (simples, medianos e complexos) de resolução e uma vasta gama de exercícios de fixação propostos, visando apenas calcular o valor numérico das expressões. São, em geral, exercícios mecânicos, padronizados, descontextualizados, enfadonhos e insossos, não interdisciplinares e sem aplicabilidade prática, que exigem simplesmente do alunado o uso adequado e correto das regras/normas de operacionalização matemática e a observância dos “passos” a serem seguidos para a obtenção do valor numérico de resposta, que é a solução da expressão numérica.

Contudo, salvaguardadas raríssimas exceções, pouco ou nada se comenta a respeito de aplicações práticas das expressões numéricas na vida pessoal, cotidiana, escolar ou profissional, nem tampouco no âmbito das diferentes áreas do conhecimento científico.

No intuito de que seja possível calcular corretamente o valor numérico das expressões matemáticas numéricas, é preciso seguir à risca o “passo a passo” de resolução aritmética, obedecendo-se uma ordem nas operações matemáticas e nos sinais gráficos utilizados para ordenar as operações, ou seja:

> Para resolver expressões numéricas, realizamos primeiro as operações de multiplicação e divisão, na ordem em que estas estiverem indicadas, e depois adição e subtração, segundo a ordem em que aparecem. Em expressões onde apareçam sinais de reunião como ( ) parênteses, [ ] colchetes e { } chaves, efetuam-se as operações eliminando-se, na ordem: parênteses, colchetes e chaves, isto é, dos sinais interiores para os exteriores. Quando à frente do sinal de reunião a ser eliminado estiver o sinal negativo (sinal de menos: –), trocam-se todos os sinais dos termos internos. (MEDEIROS, 1998, p. 8)

Não basta apenas saber bem calcular o valor numérico de expressões matemáticas numéricas. É preciso também conhecer a história do surgimento deste conteúdo curricular, compreender as regras/normas de resolução matemática e ter ciência acerca das aplicações práticas de as expressões numéricas na vida na escola e na escola da vida[5].

5 Expressão que é título da obra científica de autoria de Ceccon, Oliveira e Oliveira (1989). Seguindo essa mesma linha de pensamento educacional, pode-se mencionar e recomendar para leitura o artigo científico autoral de Carraher, Carraher e Schliemann (1988).

Diz-se isto, porque corroboramos com Andrade (2021, p.7-8) ao asseverar, enfaticamente, o seguinte:

> [...] O ensino de matemática tem cada vez mais evidenciado práticas motoras de valores, saberes e fazeres de extrema significação para os grupos humanos. A matemática faz parte de um processo cujas intenções pedagógicas é de preparar para a vida dentro das qualificações necessárias para o trabalho e para a promoção social do ser humano. Esta ideia, que inclusive está preconizada no Artigo 2º da Lei 9.394/96, contribui para o entendimento de que o ensino, seja na matemática ou em quaisquer disciplinas, deve, pois, formar cidadãos críticos e atuantes na sociedade. Fica evidente o desafio que temos como professores de construir um espaço de diálogo, cujo objetivo seja atingir a qualidade social na formação sistemática do indivíduo. [...] Neste contexto, é possível dizer que pensar o ensino de matemática na escola de Educação Básica tem sido o grande desafio de professores e professoras que ensinam matemática. A perspectiva, ora vigente na maioria das práticas, não consegue articular o arcabouço de conhecimentos, recursos e estratégias presentes no contexto sociocultural dos alunos. Historicamente, o ensino de matemática se firmou na teoria dos conjuntos, ao passo que se distanciou do terreno das práticas e dos contextos reais. [...] É preciso apresentar uma nova proposição, no caminho de práticas que melhorem o ensino de matemática, principalmente no viés de aplicabilidade de conteúdos dispostos no currículo escolar. Busca-se, desta forma, novas perspectivas de ensino que possam romper com a estratégia da memorização, com os currículos enfadonhos de repetição, listas de exercícios e fórmulas vazias.

Torna-se imprescindível, pois, redimensionar e ressignificar os processos de ensino e aprendizagem de Matemática na escola de Educação Básica, levando-se em consideração as atuais demandas da sociedade brasileira, as necessidades do mundo do trabalho e do (competitivo) mercado de trabalho, a realidade social e os interesses dos educandos, as políticas educacionais vigentes, o projeto político-pedagógico de cada escola e os ditames preconizados pelo Plano Nacional de Educação (PNE)[6] vigente e pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC)[7], a qual:

> [...] estabelece **conhecimentos, competências e habilidades** que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica. Orientada pelos princípios éticos, políticos e estéticos traçados pelas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica, a Base soma-se aos propósitos que direcionam a educação brasileira para a formação humana integral e para a construção de uma *sociedade justa, democrática e inclusiva*. (BRASIL, 2018, p.19; destaques no original)

GÊNESE HISTÓRICA, APLICAÇÕES PRÁTICAS E ENCAMINHAMENTOS DIDÁTICO-METODOLÓGICOS AO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS: BREVES NOTAS PEDAGÓGICAS

Conhecer, mesmo que brevemente, a origem e evolução históricas e as aplicações práticas da Matemática na vida cotidiana, nas múltiplas profissões e nas demais áreas do conhecimento científico torna o ensino e a aprendizagem desta importante Ciência muito mais atraente, prazeroso e significativo. Daí a relevância das disciplinas curriculares de História da Ciência e

6 No atual momento histórico, faz-se menção ao Plano Nacional de Educação (PNE) para o decênio 2014-2024, instituído pela Lei federal nº 13.005/2014, que definiu 10 diretrizes que devem guiar a educação brasileira neste período e estabeleceu 20 metas a serem cumpridas na vigência. O PNE consiste em um documento legal, cuja finalidade é congregar informações necessárias à organização das políticas públicas na área de Educação, no âmbito de um país com vistas a uma intervenção que transcenda as ações pontuais de curto prazo. (BRASIL, 2020)

7 Tomando-se como aporte teórico as pesquisas científicas desenvolvidas por Cury, Reis e Zanardi (2018), a BNCC consiste em um documento normativo destinado às redes de ensino e suas instituições públicas e privadas. É referência obrigatória para a elaboração dos currículos escolares e das propostas pedagógicas (os projetos político-pedagógicos escolares) para a Educação Infantil, o Ensino Fundamental (I e II) e o Ensino Médio; níveis escolares estes que compõem a Educação Básica, no Brasil contemporâneo. Trata-se, em resumo, de um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os educandos devem desenvolver ao longo das diferentes etapas e modalidades da Educação Básica escolar.

História da Matemática, em específico, na escola de Educação Básica e nos cursos de formação inicial e continuada de professores-pedagogos, de docentes de matemática e de profissionais (bacharéis, licenciados e tecnólogos) de outras áreas afins à Matemática.

Nenhuma Ciência, disciplina escolar ou conteúdo curricular se origina ao acaso, a bel prazer. Há motivos, justificativas, interesses, necessidades, ideologias, políticas educacionais, concepções pedagógicas, teorias da Educação, aspectos socioculturais, arquiteturas escolares, culturas materiais escolares, manuais didáticos, pedagogias, saberes pedagógicos e docentes, práticas profissionais educativas, culturas escolares, culturas das escolas e diversos outros elementos (GOLDFARB, 2001; LUNGARZO, 1990; RANZI, 2007) que legitimam os processos metodológicos relativos a o que ensinar, ao como ensinar, ao quando ensinar, ao por que ensinar e ao para quem ensinar: Ciência, disciplinas escolares e conteúdos curriculares programáticos; coadunando com o que apregoa Ghiraldelli Júnior (1991).

Consultando-se a literatura educacional científica especializada, notadamente referenciais teóricos publicados de forma impressa e/ou na versão digital (livros didáticos, livros paradidáticos, obras científicas, revistas científicas, apostilas escolares, ensaios e artigos científicos, trabalhos de conclusão de curso, monografias de especialização, dissertações de mestrado, teses de doutorado, manuais didáticos, guias pedagógicos, entre outros), é possível observar que existem raras produções científicas que abordam aspectos históricos e de aplicações práticas concernentes às expressões numéricas.

Domingues (1991) e Ifrah (1989) comentam que a origem histórica das expressões matemáticas numéricas está diretamente atrelada ao surgimento da Aritmética (do grego arithmos = número e technes = teoria, técnica, Ciência) e, em decorrência, à Teoria dos Números. Grosso modo, pode-se dizer que:

> Em algum momento da história, a Aritmética tem início com o homem começando a contar e, por consequência, a associar números (ainda que implicitamente) a coleções de objetos e seres que o rodeavam. Mas quando, onde e mesmo de que maneira, são indagações para cujas respostas não há como fugir a hipóteses e conjecturas. (DOMINGUES, 1991, p.1)

Embora, salvo algumas poucas exceções, os docentes que ensinam Matemática na escola de Educação Básica não informem aos aprendizes quais são as aplicabilidades práticas de as expressões aritméticas na escola da vida e na vida na escola (CECCON; OLIVEIRA; OLIVEIRA, 1989), tais expressões se fazem presentes em vários fatos, fenômenos e acontecimentos do cotidiano social, a saber: compra e venda monetária de mercadorias e produtos comerciais, quantidade de ingredientes em receitas de doces e salgados, operacionalização matemática de calculadoras simples, programação de calculadoras científicas a partir de um dado modelo matemático, linguagem de programação de computadores, situações-problema, entre outros.

Face ao exposto, tem-se, nas palavras de Parmegiani (2011, p.1), que “as expressões numéricas servem para traduzir uma situação real ou hipotética em números, para construir modelos matemáticos utilizados na Física e nas Engenharias, por exemplo, e ainda para escrever um só número de forma extensa”. Eis, portanto, a utilidade prática de as expressões aritméticas!

Os documentos legais existentes nos dias atuais, a exemplo da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), das Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs) destinadas ao Ensino Fundamental e dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) do Ensino Fundamental (1ª a 4ª série e

5ª a 8ª série), trazem pouquíssimas, breves e superficiais orientações didáticas, metodológicas e pedagógicas sobre o ensino e a aprendizagem de expressões numéricas na escola brasileira de Educação Básica.

Contudo, a partir do que foi possível identificar em tais documentos e em outras fontes de pesquisa científica consultadas, o processo ensino-aprendizagem de expressões numéricas, na escola, pode ser desenvolvido por meio do uso de diferentes recursos/materiais didáticos e da aplicação de diversas atividades pedagógicas, quais sejam: livros didáticos, apostilas escolares, livros paradidáticos, calculadoras portáteis, vídeos e filmes didáticos, histórias em quadrinhos, tirinhas, charges, planilhas eletrônicas do Microsoft Excel, situações-problema de matemática (ROSA NETO, 2005), jogos matemáticos lúdicos e educativos – trilha, bingo, etc. (DUTRA; ARRAIS; CARDOSO, 2018; PARMEGIANI, 2011; SILVA FILHO; LIMA; SILVA, 2021), histórias matemáticas ilustradas (LORENZI; CHIES, 2007; RAMOS, 1990), enigmas matemáticos (BARBOSA; CARVALHO; GOI, 2019), softwares educativos de matemática – *Matlab, Mathomatic*, Torneio *Math*, etc. (ROCHA *et al.,* 2018), aplicativos eletrônicos – *Photomath*, etc. (CARDOSO *et al.,* 2021), entre outras ferramentas educacionais existentes e/ou criadas pelos próprios docentes em conformidade com as realidades e demandas de cada série/ano escolar ou turma de alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Assim como a Educação, em suas diferentes formas de categorização e manifestação cultural, a Matemática também se faz presente em todos os lugares, integrando a vida humana e fazendo parte do convívio social. Educação e Matemática são duas faces (distintas) da mesma moeda.

Nesse sentido, podemos afirmar que a Educação Matemática se configura como um campo de investigação científica, cujos sustentáculos são oriundos das Ciências da Educação e das Ciências Matemáticas. Diz respeito a uma área do saber científico em contínuo processo de engendramento, consolidação, legitimação, desenvolvimento, descoberta científica, redimensionamento, ressignificação e atualização.

Particularmente no que concerne às expressões matemáticas numéricas (objeto de estudo deste artigo científico), faz-se importante postular, em resumo, o seguinte: quando trabalhadas de maneira adequada pelos docentes, na escola de Educação Básica, as expressões aritméticas, como conteúdo curricular de Matemática, podem contribuir de modo significativo para a organização do pensamento matemático, o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e o uso correto das linguagens matemáticas (numérica, simbólica, enunciativa, operacional, etc.).

É imprescindível que as expressões numéricas sejam ensinadas e aprendidas de forma concreta, ativa, prática, dinâmica, contextualizada, significativa, prazerosa, lúdica, interdisciplinar e aplicada à realidade social, relegando-se, em segundo plano, a mera operacionalização mecânica e a memorização de regras/normas de resolução matemática das mesmas.

Sem mais delongas, almejamos sinceramente que este artigo acadêmico-científico possa contribuir para a ampliação do arcabouço teórico das áreas de Educação e Matemática, subárea Educação Matemática, propiciando aos educadores, educadores matemáticos, docentes de matemática, matemáticos e pesquisadores matemáticos novas formas didático-pedagógicas e metodológicas de conceber as expressões numéricas como conteúdo curricular programático pertencente à disciplina de Matemática na escola de Educação Básica.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, P. M. F. Apresentação. In: ______. (Org.). O ensino de matemática na atualidade: percepções, contextos e desafios. Ponta Grossa: AYA, p.7-8, 2021.

ANTAR NETO, A. Matemática básica. São Paulo: Atual, 1984.

BARBOSA, D. W. R.; CARVALHO, Y. C.; GOI, J. V. Aprendendo expressões numéricas através de jogos e enigmas. In: Anais da III Feira Regional de Matemática. Ijuí: Editora da UNIJUÍ, p.1-5, 2019.

BRASIL. Congresso Nacional. Constituição da República Federativa do Brasil de 1988. Brasília: Diário Oficial da União, de 05/10/1988.

______. Lei federal n° 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília: Diário Oficial da União, de 23/12/1996.

BRASIL. Minidicionário escolar: língua portuguesa. 2.ed. Barueri: Ciranda Cultural, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Base nacional comum curricular. Brasília: MEC, 2018.

______. Relatório do 3º ciclo de monitoramento das metas do Plano Nacional de Educação – 2020. Brasília: MEC, 2020.

CARDOSO, L. F. Dicionário de matemática. Rio de Janeiro: Expressão e Cultura, 2001. (Coleção Páginas Amarelas – v.37).

CARDOSO, M. G. *et al.* O uso do aplicativo photomath potencializando o ensino de expressões numéricas. In: NAVARRO, E. R.; SOUSA, M. C. (Orgs.). Educação matemática em pesquisa: perspectivas e tendências. v.2. Guarujá: Editora Científica, p.176-190, 2021.

CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. Na vida, dez; na escola, zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática. In: ______. (Orgs.). Na vida dez, na escola zero. 2.ed. São Paulo: Cortez, p.23-43, 1988.

CECCON, C.; OLIVEIRA, M. D.; OLIVEIRA, R. D. A vida na escola e a escola da vida. 19.ed. Petrópolis: Vozes; São Paulo: Editora do IDAC, 1989.

COTRIM, G. V. Direito e legislação: introdução ao direito. 19.ed. São Paulo: Saraiva, 1996.

CURY, C. R. J.; REIS, M.; ZANARDI, T. A. C. Base nacional comum curricular: dilemas e perspectivas. São Paulo: Cortez, 2018.

D’AMBROSIO, U. Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática. 4.ed. São Paulo: Summus Editorial, 1986.

DOMINGUES, H. H. Fundamentos de aritmética. São Paulo: Atual, 1991.

DUTRA, W. R.; ARRAIS, B. C.; CARDOSO, C. L. Aplicação de bingo de expressões para o aprendizado da matemática. In: Caderno de Resumos dos Anais do XVIII Encontro de Educação Matemática. Goiás: Editora da UEG, v.1, n.1, p.38, set./2018.

GHIRALDELLI JÚNIOR, P. O que é pedagogia. 6.ed. São Paulo: Brasiliense, 1991. (Coleção Primeiros Passos – v.193).

GOLDFARB, A. M. A. O que é história da ciência. 3.ed. São Paulo: Brasiliense, 2001. (Coleção

Primeiros Passos – v.286).

IFRAH, G. Os números: a história de uma grande invenção. 3.ed. São Paulo: Editora Globo, 1989.

LIBÂNEO, J. C. Pedagogia e pedagogos, para quê? 2.ed. São Paulo: Cortez, 1999.

LOCIKS, J. Raciocínio lógico e matemático. 8.ed. Brasília: Vestcon, 2004.

LORENZI, R. M. P. L.; CHIES, R. P. Expressões numéricas: sugestões de histórias matemáticas para uso em sala de aula. In: Revista do Professor. Porto Alegre: Editora do CPOEC, n.89, p.24-28, jan./mar., 2007.

LUNGARZO, C. O que é ciência. 2.ed. São Paulo: Brasiliense, 1990. (Coleção Primeiros Passos – v.220).

MEDEIROS, C. F. Por uma educação matemática como intersubjetividade. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Educação matemática. São Paulo: Editora Moraes, p.13-44, 1990.

MEDEIROS, C. Apostila pré-vestibular Dynâmico: matemática básica. Curitiba: Editora do Colégio Dynâmico, 1998.

NASCIMENTO, E. D. Lógica aplicada à advocacia: técnica de persuasão. São Paulo: Saraiva, 1981.

NEIVA, E. Dicionário Houaiss de comunicação e multimídia. São Paulo: Publifolha, 2013.

OTTES, A. B. Expressão numérica: a hierarquia das quatro operações matemáticas. Santa Maria, 2016. 76 f. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física – Universidade Federal de Santa Maria). mimeo.

PARMEGIANI, R. Contextualizando o ensino das expressões numéricas no ensino fundamental. In: Anais do II Congresso Nacional de Educação Matemática (CNEM) e IX Encontro Regional de Educação Matemática (EREM). Caxias do Sul: Editora da UCS, p.1-9, jun./2011.

RANZI, S. M. F. Memória e história das disciplinas escolares: possibilidades de uma aproximação. In: BENCOSTTA, M. L. A. (Org.). Culturas escolares, saberes e práticas educativas: itinerários históricos. São Paulo: Cortez, p.322-354, 2007.

ROCHA, A. C. S. *et al.* Torneio math: um software educativo para praticar expressões numéricas. In: Revista Científica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí. Teresina: Editora do IFPI, v.4, n.2, p.67-77, jul./dez., 2018.

RAMOS, L. F. O que fazer primeiro?: expressões numéricas. 5.ed. São Paulo: Ática, 1990. (Série A Descoberta da Matemática).

ROSA NETO, E. Didática da matemática. 11.ed. São Paulo: Ática, 2005. (Série Educação).

SILVA, T. T. Documentos de identidade: uma introdução às teorias do currículo. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

SILVA FILHO, A. C. F.; LIMA, L. F. M.; SILVA, S. K. Trilha das expressões no ensino de expressões numéricas: uma experiência no ensino remoto. In: Boletim Cearense de Educação e História da Matemática. Fortaleza: Editora da UECE, v.8, n.23, p.455-469, 2021.

SOARES AMORA, A. Minidicionário Soares Amora da língua portuguesa. 19.ed. São Paulo: Saraiva, 2009.

TRINDADE, S. L. F. Aritmética para todos. Rio de Janeiro: Edição do Autor, 2004.

Organizador

Marcos Pereira dos Santos

Pós-doutor (PhD) em Ensino Religioso. Doutor em Teologia - Ênfase em Educação Religiosa. Mestre em Educação. Especialista em várias áreas da Educação. Bacharel em Teologia. Licenciado em: Pedagogia, Matemática, Letras - Habilitação Língua Portuguesa e suas Respectivas Literaturas, Filosofia e Ciências Biológicas. Possui formação técnico-profissionalizante de Ensino Médio em Curso de Magistério (Formação de Docentes) - Habilitação Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Pesquisador em Ciências da Educação, tendo como principais subáreas de interesse: Formação Inicial e Continuada de Docentes, Gestão Escolar, Tecnologias Educacionais, Educação Matemática, Estatística Educacional, Educação a Distância e Educação Literária. Literato fundador, efetivo, titular e correspondente imortal de várias Academias de Ciências, Letras e Artes em nível (inter) nacional. Membro do Conselho Editorial e do Conselho Consultivo de várias Editoras no Brasil. Parecerista/ Avaliador "ad hoc" de livros, capítulos de livros e artigos científicos na área educacional de Editoras e Revistas Científicas brasileiras. Participante de Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação. Literato profissional (escritor, poeta, cronista, contista, trovador, aldravianista, indrisonista, haicaísta, antologista, ensaísta e articulista). Na área literária é (re)conhecido nacional e internacionalmente pelo pseudônimo artístico-literário (ou nome-fantasia) de "Quinho Cal(e) idoscópio". Tem vários livros, coletâneas, antologias, capítulos de livros, ensaios e artigos acadêmico-científicos publicados em autoria/organização solo e em coautoria, nas versões impressa e digital. Possui ampla experiência profissional docente na Educação Infantil, Ensino Fundamental (I e II), Ensino Médio e Educação Superior (assessoria pedagógica institucional e docência na graduação e pós-graduação lato sensu). Leciona várias disciplinas curriculares pertencentes à área educacional. Atualmente é professor universitário junto a cursos de graduação (bacharelado, licenciatura e tecnologia) e de pós-graduação lato sensu na área educacional.

Contato: mestrepedagogo@yahoo.com.br

Índice remissivo

G

H

I

M

N

P

Q

S


B = 3X² (2X² + 2Y²) + (4Y² + 7Z²) + (3X² + 2Y²) + (5Y² + Z²)
a = 2X (X + Y2) + 2X
sen (0) = b x / c
tag (0) = b x / a
sen – cos = x / a
x = a / c cos (17 + 655)
- 124 = x
a = 2b (2x + 3y) + 3y + (4x + 85y)
a = 5X² (X² + 2Y²) + (5Y² + 3Z²) + (2X² + 97Y²) + (4Y² + Z²)
ABC = 23x + 34 a
AYA EDITORA
2021
sen (2) = 7b x / 2a
x = 5X 8 (X + 9y) + 2X + (8X + 6Y)
43 / 5 x 4 = 1543
6 / 8 x 24 = 1543
x = a / b sen (0)
b = 6X (X + Y) + 76X
a – 3x + 4x – 8x (x – 6)