

# TÓPICOS ESPECIAIS NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Marcos Pereira dos Santos  
(Organizador)

## **Direção Editorial**

Prof.º Dr. Adriano Mesquita Soares

## **Organizador**

Prof.º Dr. Marcos Pereira dos Santos

## **Capa**

AYA Editora

## **Revisão**

Os Autores

## **Executiva de Negócios**

Ana Lucia Ribeiro Soares

## **Produção Editorial**

AYA Editora

## **Imagens de Capa**

br.freepik.com

## **Área do Conhecimento**

Ciências Exatas e da Terra

# **Conselho Editorial**

Prof.º Dr. Aknaton Toczec Souza  
Centro Universitário Santa Amélia  
Prof.ª Dr.ª Andreia Antunes da Luz  
Faculdade Sagrada Família  
Prof.º Dr. Carlos López Noriega  
Universidade São Judas Tadeu e Lab. Biomecatrônica -  
Poli - USP  
Prof.º Me. Clécio Danilo Dias da Silva  
Centro Universitário FACEX  
Prof.ª Dr.ª Daiane Maria De Genaro Chiroli  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof.ª Dr.ª Déborah Aparecida Souza dos Reis  
Universidade do Estado de Minas Gerais  
Prof.ª Dr.ª Eliana Leal Ferreira Hellvig  
Universidade Federal do Paraná  
Prof.º Dr. Gilberto Zammar  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof.ª Dr.ª Ingridi Vargas Bortolaso  
Universidade de Santa Cruz do Sul  
Prof.ª Ma. Jaqueline Fonseca Rodrigues  
Faculdade Sagrada Família  
Prof.º Dr. João Luiz Kowaleski  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof.º Me. Jorge Soistak  
Faculdade Sagrada Família  
Prof.º Me. José Henrique de Goes  
Centro Universitário Santa Amélia  
Prof.ª Dr.ª Leozenir Mendes Betim  
Faculdade Sagrada Família e Centro de Ensino  
Superior dos Campos Gerais  
Prof.ª Ma. Lucimara Glap  
Faculdade Santana

Prof.º Dr. Luiz Flávio Arreguy Maia-Filho  
Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Prof.º Me. Luiz Henrique Domingues  
Universidade Norte do Paraná  
Prof.º Dr. Marcos Pereira dos Santos  
Faculdade Rachel de Queiroz  
Prof.º Me. Myller Augusto Santos Gomes  
Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Prof.ª Dr.ª Pauline Balabuch  
Faculdade Sagrada Família  
Prof.º Me. Pedro Fauth Manhães Miranda  
Centro Universitário Santa Amélia  
Prof.ª Dr.ª Regina Negri Pagani  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof.ª Ma. Rosângela de França Bail  
Centro de Ensino Superior dos Campos Gerais  
Prof.º Dr. Rudy de Barros Ahrens  
Faculdade Sagrada Família  
Prof.º Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares  
Universidade Federal do Piauí  
Prof.ª Ma. Sílvia Apª Medeiros Rodrigues  
Faculdade Sagrada Família  
Prof.ª Dr.ª Sílvia Gaia  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof.ª Dr.ª Sueli de Fátima de Oliveira Miranda Santos  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof.ª Dr.ª Thaisa Rodrigues  
Instituto Federal de Santa Catarina

© 2021 - **AYA Editora** - O conteúdo deste Livro foi enviado pelos autores para publicação de acesso aberto, sob os termos e condições da Licença de Atribuição Creative Commons 4.0 Internacional (**CC BY 4.0**). As ilustrações e demais informações contidas desta obra são integralmente de responsabilidade de seus autores.

T757 Tópicos especiais no ensino e na aprendizagem de matemática. / Marcos Pereira dos Santos (organizador). -- Ponta Grossa: Aya, 2021. 84 p. -- ISBN: 978-65-88580-30-1

Inclui biografia

Inclui índice

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader.

Modo de acesso: World Wide Web.

DOI 10.47573/aya.88580.2.23

1. Matemática-Estudo e ensino. 2. Engenharia. 3. Orientação educacional. 4. Tecnologia educacional. I. Santos, Marcos Pereira dos II. Título

CDD: 372.7

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Bruna Cristina Bonini - CRB 9/1347

International Scientific Journals Publicações de  
Periódicos e Editora EIRELI

AYA Editora©

CNPJ: 36.140.631/0001-53

Fone: +55 42 3086-3131

E-mail: contato@ayaeditora.com.br

Site: <https://ayaeditora.com.br>

Endereço: Rua João Rabello Coutinho, 557  
Ponta Grossa - Paraná - Brasil  
84.071-150

# Apresentação

Prezado leitor, prezada leitora:

Saudações cordiais!

Escrever, em poucas palavras, a respeito de uma obra científica de tamanha magnitude e elevado rigor acadêmico como esta, que ora se torna de domínio público, não é uma tarefa fácil; porém muitíssimo gratificante. Há uma mistura quali-quantitativa de emoções, sentimentos, anseios, expectativas e desafios que se engendram.

Todavia, mesmo em meio à crise sanitária que (ainda) tem assolado de forma caótica e preocupante o Brasil e o mundo nos dias atuais, devido ao advento da pandemia de novo Coronavírus (COVID-19), é com imensa alegria e satisfação que, nas condições de organizador e autor, apresentamos o presente livro intitulado **Tópicos especiais no ensino e na aprendizagem de matemática**.

Este primoroso opúsculo acadêmico-científico, de leitura e utilização recomendável em cursos de graduação (bacharelado, licenciatura e tecnologia), cursos específicos de formação continuada de docentes de Matemática (e disciplinas curriculares afins) e cursos de extensão universitária, bem como na realização de semanas pedagógicas escolares e no desenvolvimento de pesquisas científicas em (Educação) Matemática, está didática e metodologicamente estruturado em quatro belíssimos capítulos teóricos, os quais são resultantes de leituras dirigidas, investigações científicas, experiências escolares e acadêmicas discentes, análises crítico-reflexivas e práticas pedagógicas profissionais docentes de renomados(as) estudiosos(as)/pesquisadores(as) oriundos(as) das áreas de Educação, Pedagogia, Matemática e demais campos correlatos do conhecimento científico.

Os(As) autores(as) e coautores(as) deste importante livro, que é um autêntico artefato cultural e legado eterno para todas as demais gerações vindouras, não mediram esforços em redigir os seus capítulos textuais em formato de artigos científicos, cujas temáticas são resumidamente apresentadas na seguinte sequência, sem, tampouco, levar em consideração questões hierárquicas e/ou níveis valorativos de relevância acadêmico-científica e intelectual:

Abrindo com chave de ouro a coletânea científica, tem-se o primeiro capítulo nominado de **MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA ALTERNATIVA PEDAGÓGICA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS REAIS**, de autoria de Tayla da Silva Corrêa de Freitas; Gerson dos Santos Farias e Eugenia Brunilda Opazo Uribe.

A posteriori, as autoras Viviane Roncaglio; Isabel Koltermann Battisti e Cátia Maria Nehring trazem, no segundo capítulo textual, o artigo científico **AULAS DE MECÂNICA GERAL I EM UM CURSO DE ENGENHARIA E A MOBILIZAÇÃO DO CONCEITO VETOR**.

Na continuidade, **TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: O USO DO APP “GOOGLE SALA DE AULA” COMO FACILITADOR DO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM** compõe o terceiro capítulo autoral do livro, cujas reflexões e análises aprofundadas são desenvolvidas pelos pesquisadores Francisco Ronilso Rocha da Silva e Cleidiane de Carvalho Pereira, com ampla rigorosidade metodológico-científica também presente nos demais

artigos científicos.

Em última instância, compondo o quarto capítulo da obra em foco, o autor-organizador Marcos Pereira dos Santos apresenta o artigo científico intitulado REFLEXÕES SOBRE O PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA BÁSICA NA ESCOLA E EM CURSOS SUPERIORES DE GRADUAÇÃO NO BRASIL CONTEMPORÂNEO, que, de forma verossímilante aos três temas abordados anteriormente, consiste em uma discussão acadêmica atual e pertinente na pós-modernidade.

Sem mais delongas, desejamos com ardor que os artigos científicos compilados nesta obra literária, de valor sociocultural incalculável, possam ser lidos, relidos, trelidos e (re)utilizados de modo abrangente nos dias atuais e em todos os tempos por todos(as) aqueles(as) que fazem uso de conhecimentos e saberes matemáticos na vida pessoal, cotidiana e profissional; bem como, e de modo muito particular, aos(às) que ensinam, aprendem e ensinam-e-aprendem Matemática, no Brasil, nas escolas de Educação Básica e instituições de Educação Superior em geral.

Por ora, é isto o que temos a declarar em breves palavras.

Que cada leitor(a) aproveite ao máximo e positivamente as concepções educacionais aqui expostas: eis o que almejamos com total sinceridade!

Abraço fraterno!!!

**Prof.º Dr. Marcos Pereira dos Santos**

# SUMÁRIO

## 01

**Modelagem Matemática: uma alternativa pedagógica para a solução de problemas reais ..... 8**

Tayla da Silva Corrêa de Freitas

Gerson dos Santos Farias

Eugenia Brunilda Opazo Uribe

DOI: 10.47573/aya.88580.2.23.1

## 02

**Aulas de Mecânica Geral I em um curso de engenharia e a mobilização do conceito vetor ..... 26**

Viviane Roncaglio

Isabel Koltermann Battisti

Cátia Maria Nehring

DOI: 10.47573/aya.88580.2.23.2

## 03

**Tecnologias digitais no ensino da matemática: o uso do app "Google Sala de Aula" como facilitador do processo ensino-aprendizagem ..... 54**

Francisco Ronilso Rocha da Silva

Cleidiane de Carvalho Pereira

DOI: 10.47573/aya.88580.2.23.3

# 04

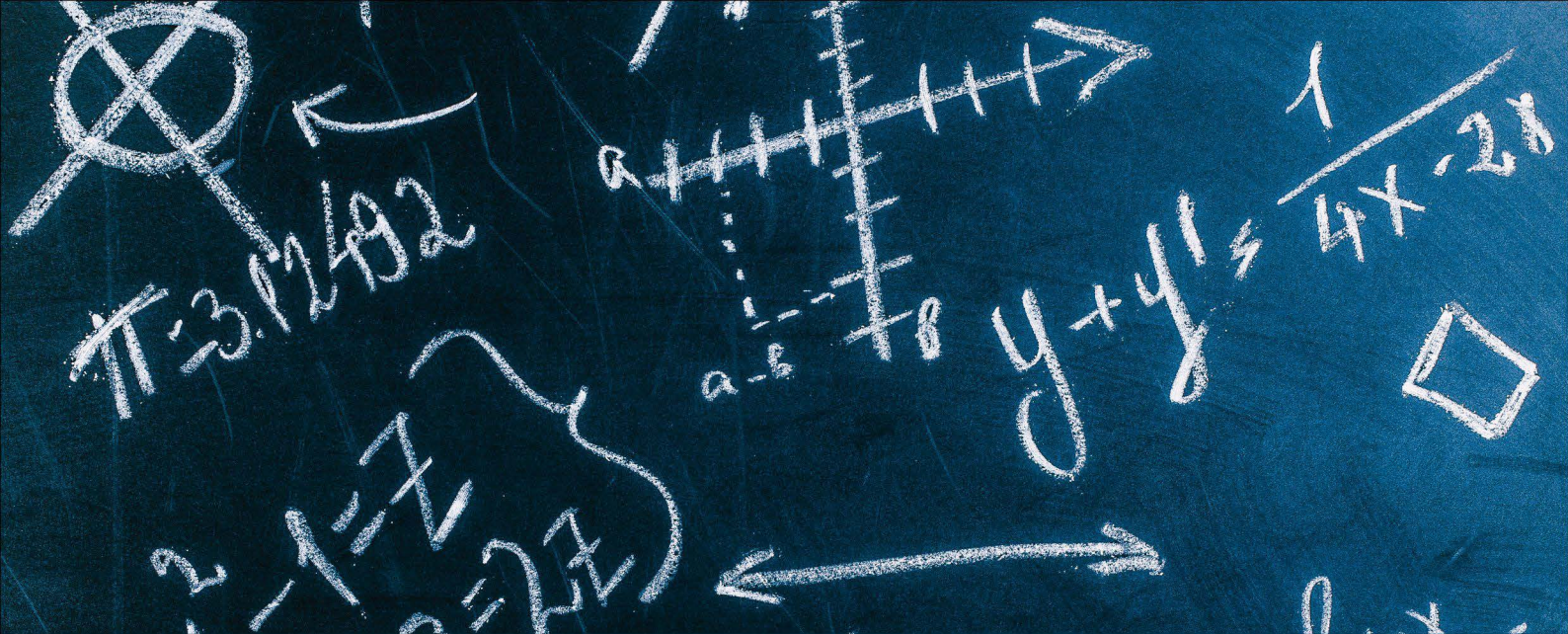
## **Reflexões sobre o processo ensino-aprendizagem de matemática básica na escola e em cursos superiores de graduação no Brasil contemporâneo ... 68**

**Marcos Pereira dos Santos**

DOI: 10.47573/aya.88580.2.23.4

**Organizador ..... 80**

**Índice Remissivo ..... 81**



# Modelagem Matemática: uma alternativa pedagógica para a solução de problemas reais

## Mathematical Modeling: a pedagogical alternative to solve real problems

---

**Tayla da Silva Corrêa de Freitas**

*Universidade Federal de Mato Grosso do Sul*

**Gerson dos Santos Farias**

*Universidade Federal de Mato Grosso do Sul*

**Eugenia Brunilda Opazo Uribe**

*Universidade Federal de Mato Grosso do Sul*

DOI: 10.47573/aya.88580.2.23.1



# Resumo

---

O presente trabalho é resultado de um estudo sobre as possibilidades de utilização da Modelagem Matemática como uma ferramenta para o processo de ensino aprendizagem de Matemática. O tema foi escolhido porque possibilita a solução de problemas reais, o que ajuda a despertar o interesse e aumentar a participação na resolução de problemas e discussão de resultados, tendo por objetivo realizar um estudo teórico sobre Modelagem Matemática, as diferentes perspectivas de abordagem e aplicações. Metodologicamente, foi produzido por meio de um estudo teórico, com o intuito de aprofundar conceitos, articular diferentes perspectivas e resolver alguns exemplos do cotidiano. Com o desenvolvimento do trabalho foi possível compreender a Modelagem Matemática como um instrumento facilitador, que pode ser utilizado no processo de ensino aprendizagem para o estudo de diversos conceitos, a partir de um único problema real.

**Palavras-chave:** modelagem matemática. modelo matemático. ensino de matemática.

# Abstract

---

The present work is the result of a study on the possibilities of using Mathematical Modeling as a tool for the teaching learning process of Mathematics. The theme was chosen because it enables the solution of real problems, which helps to raise interest and increase participation in problem solving and discussion of results, aiming to conduct a theoretical study on Mathematical Modeling, the different perspectives of approach and applications. Methodologically, it was produced by means of a theoretical study, with the intention of deepening concepts, articulating different perspectives, and solving some examples from everyday life. With the development of this work, it was possible to understand Mathematical Modeling as a facilitating tool that can be used in the teaching-learning process for the study of several concepts, based on a single real problem.

**Keywords:** mathematical modeling. mathematical model. mathematics teaching.

## INTRODUÇÃO

Para muitos a Matemática ainda é conhecida como uma disciplina difícil, que poucos conseguem acompanhar e que, muitas vezes, aqueles que tem interesse em estudar apresentam dificuldades. O estudo teórico de definições, propriedades e teoremas que são julgados como complicados, faz com que a sociedade tenha uma certa aversão pela Matemática, sendo ela, muitas vezes taxada de chata e/ou maçante. Desta maneira, “Ensinar matemática pode não ser uma tarefa simples, uma vez que esta disciplina é apontada historicamente como uma disciplina difícil de aprender e de ensinar [...]” (ROSA, 2018, p. 244). Por esse motivo, os professores são frequentemente questionados sobre a importância de estudar Matemática, onde será aplicado o conteúdo estudado e para que serve esse conhecimento na vida dos alunos.

Nesse sentido, a Modelagem Matemática é uma ferramenta interessante para utilização na resolução de problemas reais, permitindo que ele constate, na prática, a afirmação largamente difundida principalmente por matemáticos e professores de Matemática de que “a Matemática está em tudo”. Para Bassanezi (2002, p. 13) a Modelagem Matemática pode ser tomada tanto como um “[...] método científico de pesquisa quanto como uma estratégia de ensino-aprendizagem [...]” e ela “[...] consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real [...]”. Já para Biembengut (2004) a Modelagem Matemática é todo processo envolvido para a obtenção de um modelo, sendo assim, a modelagem é uma forma de articular dois conjuntos: a Matemática e a realidade.

Considerando que “O conhecimento teórico adequado acarreta rigor conceitual, análise acurada, desempenho lógico, argumentação diversificada, capacidade explicativa” (DEMO, 1994, p. 36), o presente trabalho foi desenvolvido com o objetivo de realizar um estudo teórico sobre Modelagem Matemática evidenciando possibilidades de utilização como uma ferramenta para o processo de ensino aprendizagem de Matemática. O estudo foi desenvolvido em nível de Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática (FREITAS, 2021), verificando possibilidades de utilização como um instrumento para o processo de ensino aprendizagem de Matemática, tanto para a Educação Básica como o Ensino Superior. O ponto de partida foi uma revisão bibliográfica, visando estabelecer uma base teórica que permita aprofundar conhecimentos de maneira a estabelecer os conceitos centrais da Modelagem Matemática, assim como estabelecer procedimentos adequados para a resolução dos problemas abordados. A escolha do tema se justifica, pois, a Modelagem Matemática nem sempre é explorada nas disciplinas de graduação, mas está consolidada como um método de resolução de problemas reais, dando origem a linhas de pesquisa tanto na Matemática Aplicada quanto na Educação Matemática.

## MODELAGEM MATEMÁTICA EM TEMPOS DE PANDEMIA

Em 2020 a Modelagem Matemática ficou muito em evidência devido ao início da pandemia do COVID-19 e a publicação de estudos de um Grupo de Pesquisa do Imperial College London que, influenciaram decisões de governos em relação à pandemia. Os primeiros casos da pandemia foram reportados na China em dezembro de 2019. Segundo a UNESCO (2020) a pandemia afetou mais de 150 países em todo o mundo, essa crise mundial produziu o fechamento generalizado de instituições de ensino, escolas, faculdades e universidades, interrompendo as

atividades presenciais de cerca de 91% dos estudantes em todo o mundo.

No Brasil, o contexto da pandemia do COVID-19 ganhou repercussão em fevereiro, quando foi diagnosticado o primeiro caso da doença, segundo matéria publicada na Sanar Saúde (2020).

A pandemia ganhou as manchetes de canais de TV, jornais e revistas. Cientistas de todo o mundo se debruçaram para estudar diversos aspectos da pandemia e começaram a ser publicados artigos científicos sobre o tema. Várias equipes se dedicaram a estudar um modelo matemático para a pandemia,

Os modelos matemáticos ganharam a atenção de governantes e da opinião pública durante a pandemia de covid-19. Um exemplo relevante é do estudo de um grupo influente do Imperial College London, no Reino Unido, que provocou uma mudança de postura dos governos britânicos e norte-americano em relação à crise causada pelo novo coronavírus. Apesar de ainda faltarem alguns dados, os resultados obtidos com modelagem epidemiológica foram assustadores o suficiente para que ambos os governos anunciassem medidas mais rigorosas contra a doença (SALLES, 2020, p.1).

O artigo de Salles (2020) apresenta a opinião de Marcos Amaku, especialista em modelagem do Departamento de Patologia da Faculdade de Medicina da USP (FMUSP). Segundo ele “[...] os modelos matemáticos em epidemiologia ajudam a compreender a dinâmica de espalhamento de doenças infecciosas e os efeitos das estratégias de controle” (SALLES, 2020, p.1).

A publicação dos primeiros trabalhos de modelagem na mídia trouxe aproximações e apresentações de gráficos, bem como relatos sobre o Modelo de Crescimento Exponencial, o que permitiu perceber que muitas pessoas não conhecem o crescimento exponencial, as funções exponenciais, seu comportamento e seus gráficos. Nesse momento, matemáticos começaram a ser chamados para explicar o tema e modelos simples de crescimento exponencial, como o de crescimento de bactérias ou o enigma da Vitória-Régia (OLIVEIRA, 2020) que foram utilizados como exemplos em artigos de opinião e vídeos para explicar o crescimento exponencial na pandemia (FÉO, 2020).

Mais do que nunca, pensar a Modelagem Matemática como uma ferramenta no processo de ensino aprendizagem de Matemática, tanto no ensino básico como superior, passou a ser importante.

Mas, existem ainda algumas barreiras para o uso da Modelagem Matemática, uma delas relacionada à mudança do ensino tradicional, que é organizado em uma sequência de assuntos, para uma metodologia que não apresenta o conteúdo necessariamente em forma sequencial. Sobre as dificuldades, Bassanezi (2002, p. 43) afirma que “[...] a maior dificuldade que notamos para a adoção do processo de modelagem, pela maioria dos professores de Matemática, é a transposição da barreira naturalmente criada pelo ensino tradicional”.

Além disso, também são apontadas algumas inseguranças dos professores em relação ao uso de uma metodologia aberta e que pode trazer discussões diversificadas para a sala de aula. Por exemplo, Magnus (2012) analisa em sua dissertação os principais obstáculos e dificuldades de implementação da Modelagem Matemática em sala de aula e aponta entre as principais dificuldades a insegurança dos professores, um fator que é apontado por outros autores também, entre eles Almeida (2009), Barbosa (1999), Beltrão (2009) e Silveira (2007).

Apesar das dificuldades apontadas é possível utilizar a Modelagem Matemática em sala

de aula para explorar conteúdos matemáticos por meio de situações problemas que estão presentes no cotidiano dos alunos e que representam problemas reais. Além disso, a Modelagem Matemática pode ser pensada como uma linha de pesquisa na Matemática Aplicada ou na Educação Matemática e é possível destacar inúmeros estudos que abordam a Modelagem Matemática no Brasil. Dentre eles, nesse estudo foram utilizados textos de Bassanezi (2002), Biembengut (2004, 2009a, 2009b), Barbosa (2003), Burak (1992), Almeida e Brito (2005), Rosa (2009; 2018).

## MODELAGEM MATEMÁTICA: ENTRE ENCONTROS E DESENCONTROS

A Modelagem Matemática possui precursores tanto da Matemática Aplicada como da Educação Matemática, por esse motivo encontros de diferentes perspectivas marcam a sua história, o que significa, que de certa forma caminham juntas na busca pela construção do saber matemático. Já os desencontros podem ser caracterizados pelas ramificações da Modelagem Matemática, devido a concepções diversas, mas que possibilitam sua consolidação enquanto uma tendência de ensino e de pesquisa, possibilitando a articulação com diversas outras áreas do conhecimento.

A pesquisa sobre a história, perspectivas e as diversas concepções da modelagem matemática é um ponto de partida importante para estabelecer um referencial teórico e identificar qual das concepções será utilizada na ação que será desenvolvida. Nesse trabalho é feita uma abordagem inicial discutindo alguns conceitos relacionados à Modelagem Matemática, utilizando como base as ideias de Bassanezi, reconhecido como um dos precursores da Modelagem Matemática no Brasil.

A modelagem matemática na educação brasileira tem como referência singulares pessoas, fundamentais no impulso e na consolidação da modelagem na Educação Matemática, tais como: Aristides C. Barreto, Ubiratan D' Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani, que iniciaram um movimento pela modelagem no final dos anos 1970 e início dos anos 1980, conquistando adeptos por todo o Brasil. Graças a esses precursores, discussões desde como se faz um modelo matemático e como se ensina matemática ao mesmo tempo permitiram emergir a linha de pesquisa de modelagem matemática no ensino brasileiro (BIEMBENGUT, 2009, p. 8).

O livro intitulado Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática de autoria de Bassanezi (2002) apresenta contribuições que ajudam a mostrar a Matemática de uma forma diferente, possibilitando compreender a Matemática Aplicada pautada na Modelagem Matemática como uma ferramenta, que passou a desenvolver novos modelos educacionais, trazendo instrumentos adequados para aplicação no cotidiano. Assim, os modelos matemáticos são utilizados para analisar e resolver problemas de diversas áreas como economia, biologia e engenharia por exemplo, envolvendo conceitos de matemática com diversos graus de dificuldades.

Talvez o primeiro contato dos alunos com o conceito de modelos matemáticos seja com a exploração de problemas associados a funções elementares. Entre eles o mais importante é o modelo exponencial, com o qual podem ser modelados problemas de crescimento populacional, decaimento radioativo, cálculo de juros e problemas que envolvem a Lei de resfriamento de Newton entre outros e são amplamente explorados na literatura.

Existem diversas formas de descrever o que se entende por um modelo matemático, por exemplo, Bassanezi (2002) o considera um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado e afirma que, “A importância do modelo mate-

mático consiste em se ter uma linguagem concisa que expressa nossas ideias de maneira clara e sem ambiguidades [...]” (BASSANEZI, 2002, p. 20).

Para Bassanezi (2002) os modelos matemáticos podem ser desenvolvidos de acordo com os fenômenos ou situações analisadas e classificados conforme a Matemática utilizada. Dentro dessa perspectiva, para Sodré (2007), o ato de modelar, conhecido como modelagem, pode ser aplicado a muitos problemas. Por exemplo, o estudo da análise ambiental nas proximidades de um rio, a forma da asa de um avião, um sistema econ mico, uma cultura agrícola, um estudo populacional, um estudo físico, e até mesmo um sistema matemático como o conjunto dos números naturais. Sendo possível notar em todos os exemplos destacados, situações reais que envolvem decisões a serem tomadas com a ajuda da Matemática, reforçando que a Modelagem Matemática   construída pelo diálogo entre uma situação real do cotidiano com a Matemática.

Sodré (2007) destaca alguns pontos essenciais para a utilização da modelagem matemática, que serão evidenciados aqui: 1. Possuir uma base Matemática muito boa para formular as hipóteses que permitirão um melhor entendimento quantitativo dos objetos reais e a resposta no mundo real; 2.  s vezes, a construção do modelo pode ajudar a identificar informações em que o conhecimento e os dados sejam insuficientes; 3. A modelagem pode estimular ideias e abordagens experimentais; 4. A modelagem poderá reduzir a importância dos experimentos no próprio local, habilitando o modelo experimental a dar respostas a questões particulares entre algumas hipóteses alternativas; 5. Comparados com os métodos tradicionais, às vezes, modelos fazem um melhor uso dos dados, que se tornam cada vez mais precisos, porém mais difíceis de obter; 6. Informações do mundo real, podem ser passadas para o modelo matemático, dando uma abordagem unificada e muitas vezes estimulando a colaboração e o trabalho em equipe; 7. Com muita frequência, o modelo proporciona um resumo conveniente dos dados; 8. Em modelos,   possível usar métodos de interpolação, aproximação, extrapolação ou de previsão dos dados; 9. Um bom modelo pode ser usado para sugerir prioridades para a pesquisa e desenvolvimento aplicados. Se a sugestão for usada com cautela, poderá ajudar o responsável pela pesquisa a tomar decisões importantes.

Assim, com base nos pontos evidenciados por Sodré (2007) vale destacar a necessidade de o professor ter uma base Matemática sólida, que o permita movimentar as situações do cotidiano em prol do ensino aprendizagem da Matemática. Para Biembengut a Modelagem Matemática prov m da Matemática Aplicada (KL BER, 2010 *apud* BRITO, 2019), então “[...] entende-se que durante o processo de modelagem matemática deverá emergir um modelo cuja sofisticação e capacidade de representar a situação, e/ou fen meno, estudado, depende do conhecimento matemático de quem elabora tal modelo [...]” (BIEMBENGUT; HEIN, 2013 *apud* BRITO, 2019, p. 24).

Assim, reconhecer que a Modelagem Matemática está ligada à Matemática Aplicada   um passo importante para movimentar tal ferramenta. Agora, sob o olhar da Educação Matemática a Modelagem Matemática pode ser compreendida enquanto uma alternativa pedagógica que pode contribuir para o ensino aprendizagem da Matemática. N  obstante, Almeida e Brito destacam que

A Modelagem Matemática tem sido apontada por diversos educadores matemáticos como uma alternativa pedagógica que visa relacionar Matemática escolar com questões extra-matemáticas de interesse dos alunos, configurando uma atividade que se desenvolve segundo um esquema - um ciclo de modelagem – na qual a escolha do problema a ser

investigado tem a participação direta dos sujeitos envolvidos. Assim, entendemos a Modelagem Matemática, como uma abordagem, por meio da Matemática, de um problema não essencialmente matemático (ALMEIDA E BRITO, 2005, p. 487).

O entendimento dos autores quanto a Modelagem Matemática estar ligado a um ciclo, se relaciona diretamente com o contexto no qual ela está inserida. Ora, ao utilizar situações reais de interesse dos alunos o professor está proporcionando um ambiente favorável para o ensino de Matemática, por intermédio da Modelagem Matemática, enquanto uma estratégia de ensino. Assim, ao explicar matematicamente tais fenômenos em sala de aula, a Modelagem Matemática passa a ser compreendida como uma ferramenta em sala de aula que pode auxiliar os estudantes a vislumbrarem o papel da Matemática na sociedade, uma vez que, inúmeras decisões são tomadas com base nos modelos matemáticos (ALMEIDA; BRITO, 2005).

Dentro dessa perspectiva, a utilização da Modelagem Matemática auxilia na compreensão da situação do cotidiano, por intermédio da solução de um problema. “Nesse caso, a ênfase está, da mesma forma, no ‘ensino’ e na ‘aprendizagem’, ou seja, tanto professor quanto aluno dividem a responsabilidade da aprendizagem em sala de aula. O professor é visto como mediador do conhecimento [...]” (ROSA, 2018, p. 251).

Ainda na perspectiva da Modelagem Matemática em sala de aula, Biembengut (2004) sugere a expressão Modelação Matemática para tratar da Modelagem Matemática direcionada para o ensino em sala de aula. Vale destacar que a autora adota esse termo e os demais autores utilizam modelagem. Segundo Biembengut a Modelação Matemática é um método que “[...] utiliza-se da essência do processo de fazer modelos matemáticos - Modelagem - para ensinar Matemática no curso regular” (1997, p. 2).

Em Biembengut (2004, p. 16) a autora define Modelo Matemático como sendo: “Um conjunto de símbolos os quais interagem entre si representando alguma coisa. Essa representação pode se dar por meio de desenhos ou imagem, projeto, esquema, gráfico, lei matemática, dentre outras formas”. Em particular na Matemática, “[...] um modelo é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduzem, de alguma forma, um fenômeno em questão [...]” (BIEMBENGUT, 2004, p. 16). Assim, segundo a autora, a elaboração de uma modelo matemático depende do nível de conhecimento matemático. Nesse sentido, propõe três etapas para o processo de elaboração de um modelo matemático: a interação com a situação a ser trabalhada, a matematização em prol da formulação e resolução do problema e, por fim, a criação do modelo matemático.

Após a concretização de cada uma dessas etapas acontece a Modelação Matemática. Ainda no contexto da sala de aula de Matemática, diversos são os autores que abordam a possibilidade de trabalho com a Modelagem Matemática enquanto uma alternativa pedagógica. Em seus estudos Rosa (2009, p. 39) destaca que

Em geral o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática segue uma sequência de procedimentos: a identificação do problema, a identificação e seleção das variáveis, a formulação de hipóteses, a dedução e a validação do modelo. Esses procedimentos podem ser chamados de etapas ou rotas de uma atividade de Modelagem Matemática, dependendo do autor e da abordagem com que a Modelagem é compreendida. Durante o desenvolvimento dessa sequência de procedimentos, as atividades cognitivas (tratamento e conversão) são necessárias (ROSA, 2009, p. 39).

As rotas ou procedimentos descritos em Rosa (2009) guiam o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática em sala de aula. Nessa direção, inspirada nas ideias de Al-

meida (2007) a autora segue destacando algumas das etapas propostas para o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática. A primeira etapa acontece quando o aluno se depara com a situação a ser trabalhada, de maneira posterior, reconhece as informações e identifica as informações matemáticas para o momento da tomada de decisão (ROSA, 2009). Para a próxima etapa se inicia o processo de obtenção do modelo matemático, nessa fase o aluno utiliza conhecimentos matemáticos já conhecidos ou ainda não conhecidos. Por fim na última etapa acontece a validação, pelo qual é analisado e interpretado o modelo matemático com base na situação de início (ROSA, 2009).

Para a autora, quando se trata das atividades de Modelagem Matemática é preciso compreendê-las como

[...] um ciclo, que parte da realidade, passa pelos procedimentos matemáticos, pela validação do modelo e volta para mesma realidade inicial. O uso de atividades de Modelagem Matemática em sala precisa ser introduzido gradativamente, de forma que o professor adquira segurança e os estudantes se habituem a nova realidade (ROSA, 2009, p. 41).

Assim a abordagem das atividades de Modelagem Matemática, como uma alternativa pedagógica para o ensino aprendizagem pode ser uma ferramenta que proporciona ao professor a atuação como mediador (MALHEIROS, 2004) e ao aluno a participação ativa durante o processo de construção dos conhecimentos matemáticos.

Para Rosa (2009, p. 36) ao caracterizar um modelo matemático “[...] percebemos diferentes abordagens na literatura, mas podemos dizer que, em geral, modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”.

Os autores elegem as concepções de Almeida e Brito (2005) e de Rosa (2009) para trabalhar com alguns problemas reais que podem servir como exemplos para futuras abordagens em sala de aula.

## SITUAÇÕES-PROBLEMA NA MODELAGEM MATEMÁTICA

Com base nas concepções de Almeida e Brito (2005) e Rosa (2009) é possível utilizar a modelagem matemática em sala de aula, tanto no ensino fundamental como no ensino médio, introduzindo assim problemas reais em sala de aula, buscando despertar o interesse e a curiosidade dos alunos.

O referencial utilizado permite segundo Almeida e Brito (2005, p. 487) “[...] entender a Modelagem Matemática, como uma abordagem, por meio da Matemática, de um problema não essencialmente matemático”. Soma-se a essa concepção a perspectiva de Rosa (2009, p. 36) que considera que “[...] em geral, modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”, afirmando ainda que “[...] uma equação, um gráfico, uma tabela são exemplos de modelos matemáticos”.

Baseados nessas duas concepções serão apresentados dois problemas reais que permitam o estudo de diferentes conceitos em sala de aula, que surgem naturalmente ao analisar os problemas, tais como operações com números reais e aproximações, unidades de medida, regra de três simples, porcentagens, intervalos, funções e gráficos, interpretação de tabelas, uso

de calculadora em sala de aula, entre outros, adaptando à faixa etária, ao nível de escolaridade dos alunos e ao tempo disponível pelo professor.

## Problema 1 – Concentração de Álcool no Sangue

O problema é apresentado por Soares (2014), que entende o termo Modelagem Matemática como processo para descrever, formular, modelar e resolver uma situação problema de alguma área do conhecimento. No trabalho citado, o autor utiliza a Modelagem Matemática por meio de funções elementares como uma estratégia de ensino com alunos do primeiro ano do Ensino Médio, com o objetivo de proporcionar aos alunos uma forma de estudar Matemática partindo de problemas práticos oriundos do cotidiano da sociedade.

Segundo a Associação Brasileira de Medicina de Tráfego (2008) “[...] estima-se que no mundo dois bilhões de pessoas sejam consumidoras de bebidas alcoólicas e já é de consenso que o uso de álcool está relacionado com vários tipos de violência, incluindo os acidentes de trânsito”. Uma matéria de Conscientização do Governo Federal mostra que “[...] segundo dados da Polícia Rodoviária Federal (PRF), no período de 11/03/2020 a 31/05/2020, foram contabilizados 11.268 acidentes, sendo 969 deles (8,6%) provocados pela ingestão de álcool” (GOVERNO DO BRASIL, 2020, p. 1). E que “O consumo de álcool foi responsável por 7% do total de óbitos, que chegaram a 958 [...]” (GOVERNO DO BRASIL, 2020, p. 1). Dados como esses mostram que o cálculo da concentração de álcool no sangue é um problema interessante de ser abordado na escola, em aulas de Matemática ou através de projetos interdisciplinares. O Código Brasileiro de Trânsito estabelece regras sobre a concentração de álcool no sangue para os motoristas, que precisam ser divulgados e conhecidos pela população.

O Código de Trânsito Brasileiro vigente estabelece como limite para criminalização do ato de beber e dirigir a concentração de álcool no sangue (alcoolemia) igual ou superior a 0,6 g/l. Motoristas que estiverem dirigindo com essa concentração estão impedidos de conduzir veículo automotor. Essa Lei é pouco conhecida pela população e apenas 13% a 22% dos condutores souberam responder de forma correta o limite legal. Uma dose (uma lata de cerveja, uma taça de vinho ou meio copo de uísque) corresponde a aproximadamente 12 g de álcool. Um adulto médio (homem, 70 kg ou mulher de 62 kg, em bom estado de saúde), consumindo duas doses, atingirá uma alcoolemia de 0,3-0,5 g/l (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE MEDICINA DE TRÁFEGO, 2008, p. 384).

A lei 12.760 do Código de Trânsito Brasileiro (CTB) foi publicada em 2012 e estabeleceu tolerância zero para o álcool, reforçando os instrumentos de fiscalização.

Considerando essas informações, surgem alguns questionamentos, como por exemplo, qual seria a taxa de alcoolemia de um homem de 70Kg que bebe em jejum uma cerveja? E se a bebesse durante a refeição? O resultado seria diferente se em lugar de cerveja a bebida fosse vinho ou vodca?

Para poder responder alguns dos questionamentos, que podem ser explorados na forma de exemplos e de exercícios em sala de aula, será utilizada a tabela 1 que apresenta o teor alcoólico de diferentes bebidas.



Tabela 1 – Teor Alcoólico Bebidas

Bebida	Porcentagem de Álcool
Cerveja	5%
Cerveja Light	3,5%
Vinho	12%
Uísque, Vodca, Cachaça	40%

Fonte: UNIFESP (Acesso em: 27 abr. 2021)

Para análise e desenvolvimento do problema devem ser introduzidos alguns conceitos, inicialmente será apresentado o significado de taxa de alcoolemia e como pode ser determinada, que é apresentado por Soares (2014), com base em informações do Programa álcool e drogas sem distorção do Hospital Albert Einstein<sup>1</sup>.

A Taxa de alcoolemia ( $T_a$ ), medida em gramas por litro ( $g/l$ ), representa o nível de álcool presente no sangue, essa taxa pode ser calculada através da relação

$$T_a = \frac{Q_a}{m \cdot \mu}$$

onde:

-  $Q_a$  é a quantidade de álcool ingerida, medida em gramas, que pode ser calculada multiplicando o volume ingerido, em  $ml$ , pela densidade do álcool (que é tabelada e é igual a  $0,79 \text{ kg/l}$  ou  $0,79 \text{ g/ml}$  e por  $i$  (taxa do teor alcoólico, fornecido na embalagem do produto). Isto é,

$$Q_a = \text{volume} \cdot i \cdot 0,79$$

-  $\mu$  é um coeficiente, medido em  $\left(\frac{l}{kg}\right)$ , cujos valores são: 0,53 para mulheres em jejum; 0,60 para homens em jejum e 1,10 para homens ou mulheres que ingeriram álcool durante a refeição. Os valores estão associados à diferenças entre homens e mulheres, que ocorrem porque

- A mulher tem em média menor proporção de água corporal (45 a 55%) que o homem (55 a 65%), e quanto mais água corporal, maior a diluição do álcool.
- Os homens em geral pesam mais que as mulheres.
- O metabolismo do álcool é diferente entre homens e mulheres, pois os homens têm níveis maiores de uma enzima hepática que metaboliza o álcool. (JULIÃO, 2008, p. 38)

-  $m$  é a massa da pessoa em quilogramas.

**Exemplo** - A partir dos conceitos e dados introduzidos, pode ser calculada a taxa de alcoolemia de um homem (ou mulher) de 70kg que bebe em jejum uma lata de cerveja de 350 ml com 3,5% do volume de teor alcoólico?

Inicialmente é calculada a quantidade de álcool ingerida, que é idêntica tanto para o homem quanto para a mulher,

$$Q_a = 350ml \cdot 0,035 \cdot 0,79 \frac{g}{ml} \Rightarrow Q_a = 9,678 \text{ g.}$$

Com essa informação é possível calcular a taxa de alcoolemia:

- no caso do homem, tem-se

<sup>1</sup> <https://www.einstein.br/empresas-hospitais/produtos-servicos/programa-alcool-saude>

$$T_a = \frac{Q_a}{m \cdot \mu} = \frac{9,678g}{70kg \cdot 0,6 \text{ l/kg}} \Rightarrow T_a = \frac{9,678g}{42ml} = 0,2304 \text{ g/l}$$

- no caso da mulher, tem-se

$$T_a = \frac{Q_a}{m \cdot \mu} = \frac{9,678g}{70kg \cdot 0,53 \text{ l/kg}} \Rightarrow T_a = \frac{9,678g}{37,1ml} = 0,261 \text{ g/l}$$

- se a mulher tiver um peso inferior, por exemplo, 50 Kg, a taxa de alcoolemia seria ainda mais alta, obtendo

$$T_a = \frac{Q_a}{m \cdot \mu} = \frac{9,678g}{50kg \cdot 0,53 \text{ l/kg}} \Rightarrow T_a = \frac{9,678g}{26,5ml} = 0,365 \text{ g/l}$$

Se eles tivessem consumido a bebida durante a refeição, o resultado seria diferente, de fato, a taxa de alcoolemia, tanto para o homem como para a mulher de 70 kg seria calculada assim

$$T_a = \frac{9,678g}{70kg \cdot 1,1 \text{ l/kg}} \Rightarrow T_a = \frac{9,678g}{77 \text{ l}} = 0,122 \text{ g/l}$$

pois o coeficiente  $\mu = 1,1 \frac{\text{l}}{\text{kg}}$  é o mesmo para homens e mulheres que ingeriram álcool durante a refeição. Já se o peso da mulher for 50 Kg existiria uma diferença de valores para a taxa de alcoolemia

$$T_a = \frac{9,678g}{50kg \cdot 1,1 \text{ l/kg}} \Rightarrow T_a = \frac{9,678g}{55 \text{ l}} = 0,171 \text{ g/l}$$

## Problema 2 - O Cálculo do Imposto de Renda Retido na Fonte

O problema descreve uma situação bem comum no dia a dia, o cálculo do imposto de renda (IR) que segundo Araújo (2017) é um tributo existente em vários países, em que cada contribuinte, seja pessoa física ou pessoa jurídica, é obrigado a pagar uma certa quantia, em porcentagem, de sua renda para o governo, conforme a legislação.

No espaço Memória do site da Receita Federal consta que o Imposto de Renda no Brasil foi instituído através da Lei 4.625, de 31 de dezembro de 1922, que orçou a Receita Geral da República dos Estados Unidos do Brasil para o exercício seguinte.

Art.31. Fica instituído o imposto geral sobre a renda, que será devido, anualmente, por toda a pessoa física ou jurídica, residente no território do país, e incidirá, em cada caso, sobre o conjunto líquido dos rendimentos de qualquer origem.

Com apenas este artigo e oito incisos da referida lei orçamentária estava criado o imposto geral sobre a renda no país, embora, anteriormente, tenha havido tributação pontual sobre a renda, mas sem repartição própria nem funcionários com dedicação exclusiva ao Imposto de Renda (RECEITA FEDERAL, s.d, p.1).

De acordo com informações do site da Receita Federal o imposto sobre a Renda de Pessoa Física incide sobre a renda e os proventos de contribuintes residentes no país ou residentes no exterior que recebam rendimentos de fontes no Brasil. O site define ainda as pessoas obrigadas a apresentar declaração de Ajuste Anual de Imposto de Renda de Pessoa Física (IRPF). Existem critérios para a obrigatoriedade da declaração que incluem Renda, Ganho de Capital, Atividade Rural, Bens e Direitos e Condição de Residência no País, que são estabelecidas ano a ano.

Araújo (2017, p. 50) defende o uso do Imposto de Renda em aulas de matemática como exemplo da utilização de modelagem

[...] o processo de modelagem pode ser utilizado para traduzir os valores de uma tabela de imposto de renda a partir de conceitos simples sobre função, e, além de outros, se configura como um caminho possível para potencializar o ensino e a aprendizagem de Matemática. A exposição de atividade dessa natureza propicia, por exemplo, compreender sobre salário mensal bruto, descontos oficiais obrigatórios, salário mensal líquido, e imposto de renda retido na fonte (IRRF) e alíquota efetiva (ARAÚJO, 2017, p. 50).

A situação problema utilizada pelo autor e que será explorada nesse trabalho como exemplo de utilização de modelagem se refere à Declaração do IR em 2017, ano-calendário ou ano base de 2016. Assim, os cálculos efetuados são baseados nas tabelas 2 e 3 utilizadas pelo autor, construídas a partir de consulta à página da Receita Federal e à página da Secretaria Especial de Previdência e Trabalho, respectivamente. Será considerado ainda que, o valor mensal, por dependente, para a declaração do IR em 2017, ano-calendário (ano base) de 2016, era de R\$ 189,59, de acordo com a Lei nº 13.149, de 21 de julho de 2015. Os valores das deduções mensais por dependentes para o período de 2010 a 2015 podem ser verificados na tabela 4.

**Tabela 2 - Tabela progressiva para base de cálculo - IRPF**

	<b>Base de Cálculo (R\$)</b>	<b>IR</b>	<b>Parcela a deduzir do IR em reais</b>
<b>Faixa 1</b>	Até 1.903,98	0,0%	-
<b>Faixa 2</b>	De 1.903,99 até 2.826,65	7,5%	142,80
<b>Faixa 3</b>	De 2.826,66 até 3.751,05	15,0%	354,80
<b>Faixa 4</b>	De 3.751,06 até 4.664,68	22,5%	636,13
<b>Faixa 5</b>	Acima de 4.664,68	27,5%	869,36

Fonte: Araújo (2017).

**Tabela 3 - Tabela para empregado, empregado doméstico e trabalhador avulso - INSS**

<b>Salário de contribuição em reais</b>	<b>Alíquota</b>
Até 1.659,38	8%
De 1.659,39 até 2.765,66	9%
De 2.765,67 até 5.531,31	11%

Fonte: Araújo (2017).

**Tabela 4 - Dedução mensal por dependente**

<b>Salário de contribuição em reais</b>	<b>Alíquota</b>
2015 (a partir do mês de abril) e posteriores	189,59
2015 (até o mês de março)	179,71
2014	179,71
2013	171,97
2012	164,56
2011	150,69 – nos meses de janeiro a março 157,47 – nos meses de abril a dezembro
2010	150,69

Fonte: <https://receita.economia.gov.br/acesso-rapido/tributos/irpf-imposto-de-renda-pessoa-fisica-old#dedu--o-mensal-por-dependente> (Acesso: 20 fev. 2021)

A partir dos dados apresentados nas tabelas pode ser construído um modelo matemático para estudar o problema. Araújo (2017) descreve esse modelo que permite entender o imposto

de renda retido na fonte e a partir da tabela progressiva (tabela 2), apresenta a notação a ser utilizada e os procedimentos necessários para os cálculos, esclarecendo que para obter o IRRF, precisa ser aplicado o valor percentual à base de cálculo, subtraindo do resultado a respectiva parcela indicada em cada faixa.

#### Quadro 1 – Modelo

- $x$  = Base de cálculo;
- $f(x)$  = imposto de renda retido na fonte, ou seja,  $f$  é a função da base de cálculo;
- Na primeira faixa da tabela, para valores da base de cálculo de até R\$ 1.903,98, a alíquota é zero e não há parcela a deduzir, conseqüentemente  $f(x) = 0$  (não há IRRF), com  $0 \leq x \leq 1903,98$ ;
- Na segunda faixa, para base de cálculo variando de 1.903,99 até 2.826,65 reais, a alíquota é de  $7,5\% = 0,075$  e a parcela a deduzir é de R\$ 142,80. Assim,  $f(x) = 0,075x - 142,80$ , com  $1.903,98 < x \leq 2.826,65$ ;
- Na terceira faixa, com valor da base de cálculo de 2.826,66 até 3.751,05 reais, a alíquota é de  $15\% = 0,15$  e a dedução é de R\$ 354,80. Portanto,  $f(x) = 0,15x - 354,80$  com  $2.826,65 < x \leq 3.751,05$ ;
- Na quarta faixa, para variação da base de cálculo de 3.751,06 até 4.664,68 reais, a alíquota é de  $22,5\% = 0,225$  e a parcela a deduzir é de R\$ 636,13. Logo,  $f(x) = 0,225x - 636,13$ , com  $3.751,05 < x \leq 4.664,68$ ;
- Na quinta e última faixa da tabela, para base de cálculo acima de R\$ 4.664,68, a alíquota é de  $27,5\% = 0,275$  e a parcela a deduzir é de R\$ 869,36. Por fim,  $f(x) = 0,275x - 869,36$ , com  $x > 4.664,68$ .

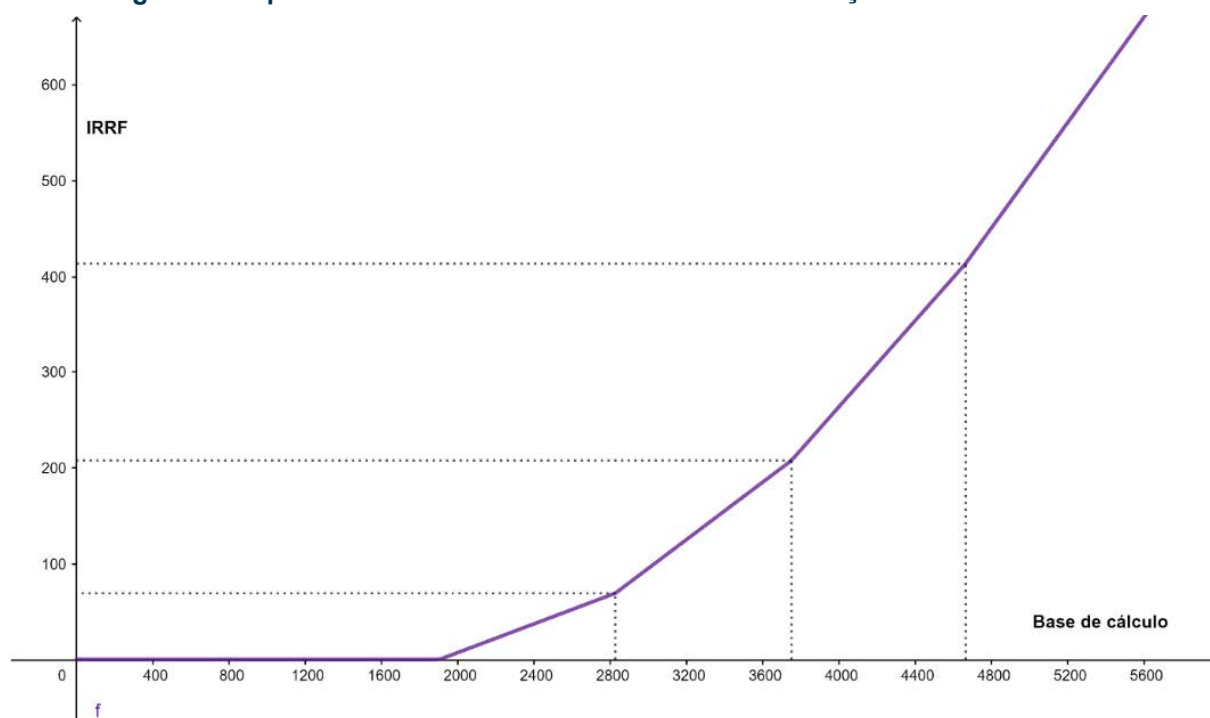
Fonte: Araújo (2017, p. 52)

De acordo com o processo de modelagem elaborado e apresentado no quadro 1, pode ser obtida uma definição para a função  $f$  da seguinte forma

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } 0 \leq x \leq 1.903,98 \\ 0,075x - 142,80, & \text{se } 1.903,98 < x \leq 2.826,65 \\ 0,15x - 354,80, & \text{se } 2.826,65 < x \leq 3.751,05 \\ 0,225x - 636,13, & \text{se } 3.751,05 < x \leq 4.664,68 \\ 0,275x - 869,36, & \text{se } x > 4.664,68 \end{cases}$$

Obtendo assim, a função  $f$  do Imposto de Renda retido na fonte e que é uma função definida por partes, as sentenças que definem a função em cada um dos intervalos representam funções afins, com exceção do primeiro intervalo, no qual está representada uma função constante nula. Para entender melhor o comportamento da função pode ser elaborado o gráfico de  $f$ , que é apresentado na figura 1.

**Figura 1 - Imposto de renda mensal retido na fonte em função da base de cálculo**



Fonte: Elaborado pelos autores com base em Araújo (2017)

A partir da matematização feita para o problema, é possível estudar em sala de aula conceitos variados, como é o caso de intervalos, variável dependente e independente, função e os casos particulares de função constante, função afim e função definida por partes; também é possível trabalhar a equação da reta e o conceito de inclinação, a elaboração do gráfico de uma função, feito manualmente ou utilizando softwares para construção, o que incluiria o uso de Sala de Tecnologia. Os conceitos e a profundidade com que sejam abordados dependerá no nível dos alunos que participem da aula.

**Exemplo 1** - De acordo com a Secretaria da Previdência, o salário mínimo em 2016 definido pelo decreto 8818/2015 da Presidência da República era de R\$ 880,00 e portanto as pessoas que receberam um salário mínimo em 2016 ficaram isentas de imposto de renda 2017, ano-calendário 2016.

**Exemplo 2** - Para esse segundo exemplo é considerada a situação de um trabalhador que recebeu um salário bruto de R\$2.200,00 em 2016.

Em primeiro lugar deve ser calculada a contribuição do INSS, que conforme explicita a tabela 3.3, era de 9%, para a faixa salarial de 1.659,39 até 2.765,66, o que representa, nesse caso particular, uma contribuição de R\$198,00.

Numa segunda etapa deve ser verificado se a pessoa possui dependente e qual seria a dedução para o caso considerado. A página da Receita Federal informa que a dedução mensal por dependente é de R\$189,59.

Para esse exemplo inicial serão considerados dois trabalhadores, um deles sem dependente e o outro com um dependente, calculando em ambos os casos a base de cálculo do Imposto de Renda.

i) Caso A. O trabalhador possui um salário bruto de R\$ 2.200,00 e tem um dependente, então a

base de cálculo será obtida como

$$x = (2.200,00 - 198,00) - 189,59 = 2002,00 - 189,59 = 1.812,41.$$

Para esse caso a base de cálculo será R\$1.812,41 que fica na primeira faixa da tabela e, portanto, é isenta de Imposto de Renda.

ii) Caso B. O trabalhador possui um salário bruto de R\$ 2.200,00 e não tem dependente, então a base de cálculo será obtida como

$$x = 2.200,00 - 198,00 = 2.002,00.$$

Para esse caso a base de cálculo será R\$ que fica na segunda faixa da tabela e, portanto, terá uma incidência de 7,5% de imposto. Segundo a função  $f$  a sentença que define a segunda faixa é

$$f(x) = 0,075x - 142,80, \quad \text{se } 1.903,98 < x \leq 2.826,65,$$

assim,

$$f(x) = 0,075 \cdot 2.002,00 - 142,80 = 7,35,$$

e, portanto, o valor do Imposto de Renda Retido na Fonte nesse caso será de R\$ 7,35.

## ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

O trabalho teve como objetivo realizar um estudo teórico sobre Modelagem Matemática, apresentando algumas das concepções, possibilidades de utilização como ferramenta para o processo de ensino aprendizagem de Matemática, desenvolvendo alguns exemplos que permitem abordagens de diversos conceitos com graus de dificuldade diferentes e que podem ser replicados, ampliados ou transformados.

Através da pesquisa teórica foi possível verificar que os temas que podem ser abordados numa aula que utiliza a modelagem matemática como instrumento podem ser os mais diversos. Em 2020, por exemplo, a Modelagem Matemática ficou muito em evidência devido ao início da pandemia do COVID-19, sendo esse um tema abordado por meio de modelos matemáticos e que mostrou a necessidade de que a população conheça e compreenda o comportamento de funções exponenciais.

Em relação aos obstáculos e inseguranças, apontadas na literatura, por alguns professores, os autores acreditam que a introdução de problemas reais, que podem ser trabalhados na forma de projetos multidisciplinares ou utilizados em campanhas de conscientização, como é o caso do cálculo da taxa de alcoolemia no sangue confere uma vantagem à modelagem matemática em relação a outros métodos.

Nesse sentido, a opção pela utilização da Modelagem Matemática na prática pedagógica necessita ser desenvolvida gradativamente, como destaca Rosa (2009). Assim a modelagem de ensino de Matemática possibilita a criação de um ambiente diferenciado, no qual, o ensino aprendizagem se dá na articulação com a realidade.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W. Pesquisa sobre Modelagem Matemática: algumas considerações. Texto base de participação no Debate Temático sobre A Pesquisa em Modelagem Matemática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA — CNMEM, 5, Universidade Federal de Ouro Preto/Universidade Federal de Minas Gerais, Ouro Preto. Ouro Preto, 2007.
- ALMEIDA, L. M. W. de; BRITO, D. dos S. Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? *Ciência & Educação* (Bauru), v. 11, n. 3, p. 483-497, 2005.
- ALMEIDA, R. N. Modelagem matemática nas atividades de estágio: saberes revelados por futuros professores. 144 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de São Carlos. São Carlos – SP, 2009.
- ARAÚJO, G. F. Modelagem Matemática como Enfoque para o Ensino. 86f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Ciências Exatas e da Terra. 2017.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE MEDICINA DE TRAFEGO. Alcoolemia e direção veicular segura. *Rev. Assoc. Med. Bras.*, São Paulo, v. 54, n. 5, p. 383-385, Oct. 2008. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0104-42302008000500006&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-42302008000500006&lng=en&nrm=iso)>. Acesso em: 06 abr. 2021. <http://dx.doi.org/10.1590/S0104-42302008000500006>.
- BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? *Zetetiké*, Campinas, v. 7, n. 11, p. 67-85, 1999.
- BARBOSA, J.C. Uma perspectiva de Modelagem Matemática. In: Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, Piracicaba. Anais da Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática. UNIMEP, 2003.
- BASSANEZI, R. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. São Paulo: Editora Contexto. 2002.
- BELTRÃO, M. E. P. Ensino de cálculo pela modelagem matemática e aplicações – Teoria e Prática. 320f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo – SP, 2009.
- BIEMBENGUT, M.S. Qualidade no ensino de matemática na engenharia: uma proposta metodológica e curricular. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção e Sistemas). 305 folhas. Curso de Engenharia de Produção e Sistemas. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1997.
- BIEMBENGUT, M.S. Modelagem Matemática e Implicações no Ensino e na Aprendizagem de Matemática. 2. ed. Blumenau: EDIFURB, 2004.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelagem Matemática no ensino-In: 5º ed. São Paulo: Contexto. 2009.
- BIEMBENGUT, M. S. Processos e Métodos de Ensino e Aprendizagem Matemática na Formação Continuada dos Professores. Relatório de Pesquisa – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, 2009a.
- BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009b.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelagem matemática no ensino. 5. ed. São Paulo, SP: Contexto, 2013. 127 p.
- BRITO, W. H. A modelagem matemática como estratégia de ensino e uma proposta para a abordagem de problemas reais via ajuste de curvas. 2019. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

BURAK, D. *et al.* Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. 1992.

DEMO, P. Pesquisa e construção do conhecimento: metodologia científica no caminho de Habermas. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1994.

FÉO, M. Coronavírus e Vitória-Régias: Entendendo a Curva Exponencial do Coronavírus. Produção: Marcelo Féo. [S. l.: s. n.], 2020. Disponível em: [https://www.youtube.com/watch?v=s-lgS-4Xqy0&feature=emb\\_logo](https://www.youtube.com/watch?v=s-lgS-4Xqy0&feature=emb_logo). Acesso em: 22 fev. 2021.

FREITAS, T. S. C. Um estudo sobre modelagem: Exemplos de utilização no processo de ensino aprendizagem de Matemática. Orientadora: Eugenia Brunilda Opazo Uribe. 2021. 44 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - Campus de Três Lagoas, Três Lagoas - Mato Grosso do Sul, 2021.

GOVERNO DO BRASIL. Lei Seca completa 12 anos no Brasil com campanha de conscientização. Governo do Brasil, [S. l.], p. 1-1, 17 jun. 2020. Disponível em: <https://www.gov.br/pt-br/noticias/transito-e-transportes/2020/06/lei-seca-completa-12-anos-no-brasil-com-campanha-de-conscientizacao>. Acesso em: 7 abr. 2021.

JULIÃO, Alessandra Maria. Redução de danos para o álcool. In: NIEL, Marcelo; SILVEIRA, Dartiu Xavier da. Drogas e redução de danos: uma cartilha para profissionais da saúde. Programa de Orientação e Atendimento a Dependentes (PROAD). Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP). Ministério da Saúde. São Paulo, 2008. p. 35 – 42. Disponível em: <[www.researchgate.net/publication/230824010\\_Drogas\\_e\\_reduo\\_de\\_danos\\_uma\\_cartilha\\_pa\\_ra\\_profissionais\\_de\\_sade/file/79e41509165f4641c3.pdf#page=35](http://www.researchgate.net/publication/230824010_Drogas_e_reduo_de_danos_uma_cartilha_pa_ra_profissionais_de_sade/file/79e41509165f4641c3.pdf#page=35)> Acesso em: 06 abr. 2021.

KLÜBER, T. E. Modelagem matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. (Org.). Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica. 1. ed. Ponta Grossa, PR: Editora UEPG, 2010. cap. 2.

MAGNUS, M. C. M. Modelagem Matemática em sala de aula: Principais Obstáculos e Dificuldades em sua Implementação. 121f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

MALHEIROS, A. P. S. A produção matemática dos alunos em um ambiente de Modelagem. 2004. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

OLIVEIRA, E. Enigma da vitória-régia vira exemplo em vídeo que explica o que é o crescimento exponencial da pandemia. G1, [S. l.], p. 1-1, 10 abr. 2020. Disponível em: <https://g1.globo.com/bemestar/coronavirus/noticia/2020/04/10/enigma-da-vitoria-regia-vira-exemplo-em-video-que-explica-o-que-e-o-crescimento-exponencial-da-pandemia.ghtml>. Acesso em: 22 fev. 2021.

ROSA, C. C. Um estudo do fenômeno de congruência em conversões que emergem em atividades de modelagem matemática no ensino médio. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

ROSA, C. C. Modelagem matemática e formação de professores: um diálogo entre ensinar e aprender. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 11, n. 26, 2018.

SALLES, S. Matemática prevê cenários para covid-19 e muda rumo de governos. *Jornal da USP*, [S. l.], p. 1-1, 27 mar. 2020. Disponível em: <https://jornal.usp.br/ciencias/ciencias-exatas-e-da-terra/matematica-preve-cenarios-para-covid-19-e-muda-rumo-de-governos/>. Acesso em: 22 fev. 2021.

SANAR SAÚDE. Linha do tempo do coronavírus no Brasil. *Sanar Medicina*, [S. l.], p. 1-1, [S.D]. Disponível em: <https://www.sanarmed.com/linha-do-tempo-do-coronavirus-no-brasil>. Acesso em: 21 fev. 2021.

SILVEIRA, E. Modelagem matemática em educação no Brasil: entendendo o universo de teses e Dissertações. 204 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Paraná, Curitiba-PR, 2007.

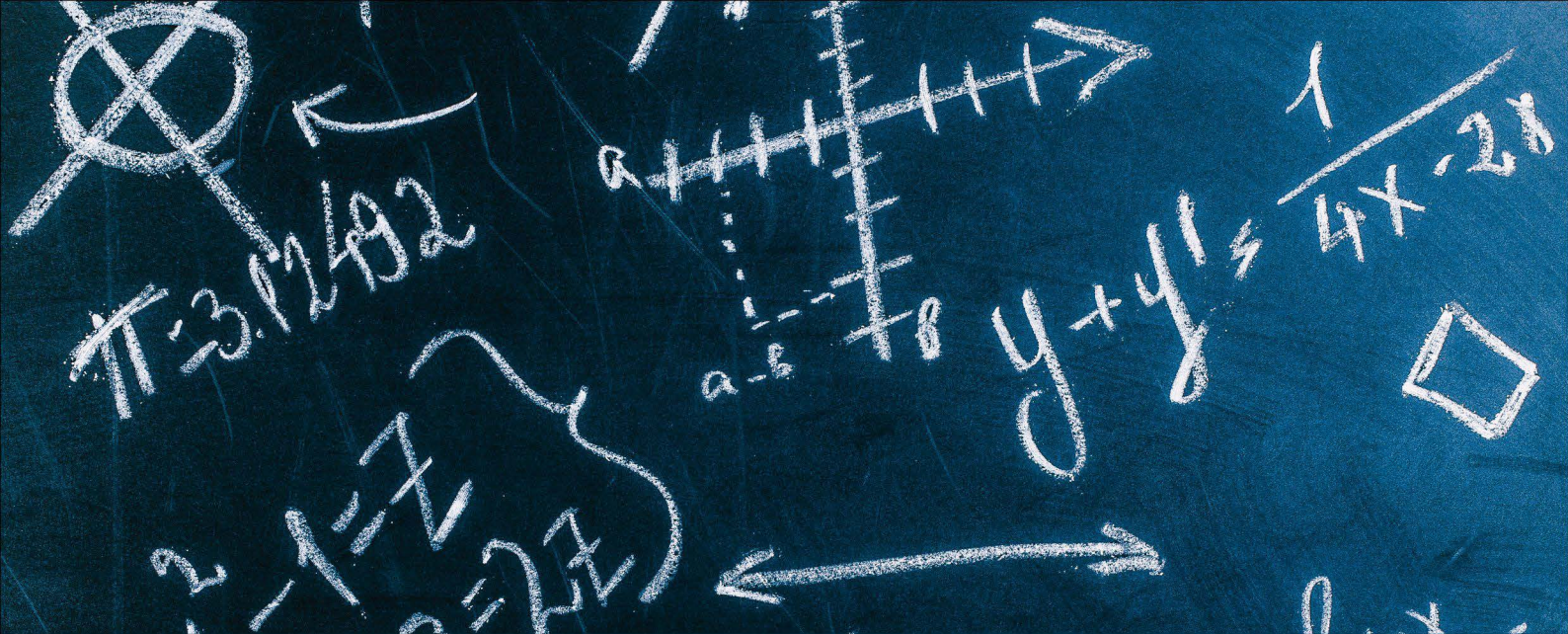


SOARES, C. A. Modelagem Matemática como Enfoque para o Ensino. 79f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Universidade Federal de Goiás, Departamento de Matemática. 2014.

SODRÉ, U. Modelos Matemáticos. Notas de Aula. UEL, Universidade Estadual de Londrina, 2007. Disponível em: <<http://www.uel.br/projetos/matessencial/superior/superior.html>>. Acesso em: 11 jan. 2021

UNESCO. Distance learning strategies in response to COVID-19 school closures. UNESCO COVID-19 Education Response - Education Sector issue notes, Issue note n. 2.1, 2020b. Disponível em: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000373305>. Acesso em: 21 fev. 2021.

UNIFESP, Universidade Federal de São Paulo. Departamento de Psicobiologia UNIFESP/EPM. In: Álcool. [S. l.]. Disponível em: <https://www2.unifesp.br/dpsicobio/drogas/alcool.htm>. Acesso em: 27 abr. 2021.



# Aulas de Mecânica Geral I em um curso de engenharia e a mobilização do conceito vetor

## General Mechanical I classes in an engineering undergraduate course and the mobilization of the Vector concept

---

*Viviane Roncaglio*

UNIJUÍ - PPGEC - GEEM

*Isabel Koltermann Battisti*

UNIJUÍ - GEEM

*Cátia Maria Nehring*

UNIJUÍ - PPGEC - GEEM

DOI: 10.47573/aya.88580.2.23.2

# Resumo

---

Este artigo tem a pretensão de compreender como o conceito vetor é mobilizado em aulas de uma disciplina específica de cursos de Engenharia Civil. Esta intencionalidade é delimitada a partir da questão de investigação: de que forma Vetor, como um conceito matemático que representa força, é tratado em uma proposição de organização de ensino na disciplina Mecânica Geral I, considerando o material orientador das aulas apresentado pelo professor, anotações da pesquisadora do acompanhamento das aulas e registros de estudantes? Para tanto, consideraremos como material de análise o material orientador das aulas do professor regente da disciplina, ou seja, os slides que orientaram as aulas, os quais eram disponibilizados aos estudantes, além dos registros do caderno de quatro estudantes que voluntariamente disponibilizaram seus registros. O referencial metodológico se fará a partir da Análise Textual Discursiva (ATD) de Moraes e Galiazzi (2016), a partir da qual constituímos as unidades de significado, as categorias e as proposições. A base teórica deste estudo foi a Atividade Orientadora de Ensino de Moura (1992, 2000) e da Teoria dos Registros de Representação de Duval (2003). As análises realizadas apontaram que o conceito vetor no processo de ensino é mobilizado para representar força em situações da mecânica. O ensino viabiliza a conversão e o tratamento entre os registros, com ênfase nos registros figural e simbólico. Os registros dos estudantes são de fórmulas, resolução de exemplos e listas de exercícios.

**Palavras-chave:** conceito força. registros de representação semiótica. atividade orientadora de ensino.

# Abstract

---

This paper aims to understand how the vector concept is mobilized in classes of a specific discipline of Civil Engineering undergraduate courses. This purpose is delimited from the following research question: how Vector, as a mathematical concept that represents strength, is treated in a proposition of teaching organization in the discipline General Mechanics I, considering the guiding material of the classes presented by the professor, notes of the researcher on following up classes, and student records? In this regard, we will consider as material for analysis the material guiding the classes used by the professor of the discipline, that is, the slides that guided the classes, which were made available to students, in addition to the records in the notebooks of four students who voluntarily made their records available. The methodological referential will be based on the Textual Discursive Analysis (TDA), by Moraes and Galiazzi (2016), from which we constitute the units of meaning, categories, and propositions. The theoretical basis of this study was the Teaching Guidance Activity, by Moura (1992, 2000), and Duval's Representation Records Theory (2003). The analyzes carried out showed that the vector concept in the teaching process is mobilized to represent strength in mechanical situations. Teaching enables both conversion and treatment between records, with an emphasis on figural and symbolic records. Student records are on formulas, sample resolution, and exercise lists.

**Keywords:** strength concept. semiotic representation records. teaching guidance activity.

## UMA POSSIBILIDADE À ATIVIDADE EDUCATIVA: ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO

Elencar processos de ensino e as implicações envolvidas nessa ação na pauta das discussões nos permite, entre outros aspectos, a problematizar sobre a forma como os conceitos são apresentados, sobre como o encaminhamento do professor pode ou não possibilitar motivos para que os estudantes queiram aprender, sobre o papel do professor como responsável por organizar e desenvolver o ensino de forma que o estudante tenha a oportunidade de se apropriar dos conhecimentos científicos que estão sendo apresentados e a buscar por sustentação teórica e metodológica. Para Moura *et al.* “A busca da organização do ensino, recorrendo à articulação entre a teoria e a prática, é que constitui a atividade do professor, mas especificamente a atividade de ensino (2016 p.102)”. Muitos pesquisadores, considerando a unidade entre ensino e aprendizagem, voltaram seus estudos para o processo de ensino, como uma etapa do processo educativo, discutindo formas de organização do ensino, metodologias mais efetivas e propondo aos professores ações reflexivas focadas às práticas desenvolvidas em sala de aula.

A Atividade Orientadora de Ensino (AOE), desenvolvida por Moura (1992, 2000, 2016), contribui significativamente com tais discussões. É uma teoria que se constitui como uma proposta de organização da atividade de ensino e aprendizagem apoiada pelos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, podendo ser considerada como base teórica-metodológica para a organização do ensino. AAOE é uma possibilidade efetiva de realização da atividade educativa, tendo como base os conhecimentos já apresentados sobre os processos humanos de construção de conhecimento, a qual defende que a apropriação dos conhecimentos, ocorrem em atividades que buscam satisfazer uma necessidade. Nesse contexto o professor tem um papel de destaque, uma vez que é ele quem organiza e propõe as atividades desencadeadoras de aprendizagem, considerando os conteúdos e conceitos a serem explorados, uma metodologia que permita com que essas atividades possam mobilizar tais conceitos de forma com que possa desencadear a aprendizagem dos estudantes.

É crucial o papel do professor na construção de um novo espaço de aprendizagem para que se efetive o ensino necessário à participação dos sujeitos envolvidos, reconhecendo a docência como uma ação transformadora da prática social, a qual modifica a si e aos indivíduos que da mesma fazem parte. Dessa maneira, ao direcionar o ensino para o desenvolvimento social e cultural do sujeito o professor passa de mero transmissor de técnicas a organizador de sua atividade (FERREIRA, 2019, p.36-37).

A AOE considera a estrutura de atividade proposta por Leontiev (1978), constituindo-se a partir de uma necessidade, a apropriação da cultura, um motivo real, a apropriação do conhecimento historicamente acumulado no mundo circundante, tem objetivos, ensinar e aprender, e ações e operações quando o processo de ensino e aprendizagem efetivamente ocorrem. Entendemos e defendemos a AOE, como um elo de mediação entre a atividade de ensino do professor e a atividade de estudo do estudante. De um lado, o professor, que por meio do seu trabalho se constitui e intervém na constituição do outro, e do outro o estudante, que por meio da atividade de estudo se torna mais humano e se apropria de ferramentas cognitivas que possibilitam sua atuação no contexto social, pelo trabalho e que também intervém na formação do professor.

O ensino tomado como atividade, como o concebe Leontiev – com um caráter de processo social, mediado por instrumentos e signos, e estruturado com base em uma necessidade -, exige um modo especial de organização. A qualidade de atividade do ensino dá-se pela necessidade de proporcionar a apropriação da cultura, que pode mobilizar os sujeitos a

agirem para a concretização de um objetivo comum: o desenvolvimento das potencialidades humanas para a apropriação e o desenvolvimento de bens culturais (linguagem, objetos, ferramentas e modo de ação). É esse modo especial de organizar o ensino, em que objetivos, ações e operações se articulam como atividade, que dá à AOE a dimensão de unidade formadora do estudante e do professor, ao concretizarem a apropriação da cultura no contexto da educação escolar. Assim, a qualidade de mediação da AOE a caracteriza como um ato intencional, o que imprime uma responsabilidade ímpar aos responsáveis pela educação escolar (MOURA *et al.*, 2016, p. 113-114).

Sendo assim, o professor, ao atuar como mediador entre o estudante e os conhecimentos que necessitam ser apropriados, oferecendo condições para que a internalização destes ocorram nos estudantes em atividade de estudo, se efetiva como o principal responsável pelo processo educativo e conseqüentemente, pelo processo evolutivo humano. Ao organizar o ensino, de modo a propor ações, as quais geram motivos para que os estudantes queiram aprender, o professor pode se apropriar de novos conhecimentos que estão em foco nesta organização, ao mesmo tempo que constitui o outro, se constitui pela sua atividade, o trabalho.

A AOE, planejada e desenvolvida sobre as bases dos elementos da atividade (necessidade, motivos, objetivos, ações e operações), sendo mediação, conduz ao desenvolvimento do psiquismo dos sujeitos que a realizam. O processo de elaboração e de concretização da AOE, como mediadora, na dimensão teórica e prática, da atividade do professor e do estudante desencadeia assim:

Formação do estudante, que, ao ser sujeito na atividade de aprendizagem, se apropria do conhecimento teórico, desenvolvendo-se, no movimento de análise e síntese inerente ao processo de solução do problema de aprendizagem da AOE;

Formação do professor, que tem por objetivo ensinar o estudante e que, entretanto, nas discussões coletivas, no movimento dos motivos de sua atividade, das ações, operações e reflexões que realiza, aprende a ser professor aproximando o sentido pessoal de suas ações da significação da atividade pedagógica como concretizadora de um objetivo social. (MOURA *et al.*, 2016, p. 123-124).

Só existe sentido na atividade de ensino se ela se concretizar em atividade de estudo que por sua vez, precisa ser intencional, consciente e organizada. Moraes (2008), contribui com a discussão ao apresentar uma síntese da relação entre atividade de ensino, atividade de aprendizagem e os elementos estruturantes da atividade e a avaliação.

**Figura 1 - Relação entre atividade de ensino, atividade de aprendizagem e avaliação.**



Fonte: Moraes (2008, p. 116).

Na AOE os conhecimentos teóricos constituem o conteúdo principal na organização do ensino. Moura (1992, p. 64), explica que

A atividade orientadora é a ação organizada a ser desenvolvida em sala de aula. Ela é quem define os momentos principais do ensino: o problema desencadeador da aprendizagem; a organização do espaço onde ela se realizará; as sínteses necessárias para a compreensão do conceito em pauta e a avaliação do acompanhamento do trabalho pelos alunos. A atividade orientadora é o plano mínimo da ação consciente no ensino de um conteúdo: principal objetivo da ação pedagógica. Ela busca a evidência da construção do conceito, num determinado universo, num certo tempo, utilizando-se de instrumentos eleitos como os mais adequados. Neste sentido, ela humaniza o trabalho do professor ao empreender uma ação que requer objetivo, meios para atingi-lo e avaliações que a norteiem.

Considerando o processo de ensino de conceitos matemáticos, Moura (1992) destaca que, “A estrutura da atividade orientadora é a da própria gênese do conceito: o problema desencadeador, a busca de ferramentas intelectuais para solucioná-lo, surgimento das primeiras soluções e a busca constante de otimização destas soluções (p.68)”. Uma das finalidades da AOE é organizar a atividade do estudante, de tal forma, que ele tome consciência do seu direito de se apropriar do conhecimento desenvolvido historicamente pela humanidade. Aqui os sujeitos são mobilizados a partir da proposição de situações desencadeadoras de aprendizagem, visando problema de aprendizagem e não de ordem prática. Essas situações desencadeadoras de aprendizagem buscam instigar a necessidade de apropriação do conceito pelo estudante, de modo que suas ações sejam realizadas na busca da solução do problema, mobilizadas pelo real motivo desta atividade – apropriação de novos conhecimentos, encontrando-se assim em atividade de estudo.

A educação é um dos processos mais significativos no desenvolvimento da humanidade e envolve os processos de ensino e de aprendizagem. Porém, destacamos que processos formais de ensino e de aprendizagem de conceitos científicos necessitam de uma organização, uma intencionalidade e de uma sistematização, se efetivando a partir da atividade de ensino, a qual se constitui na relação entre conhecimentos produzidos historicamente pela humanidade e o trabalho do professor. É dessa forma que adentramos na cultura, na sociedade e nos tornamos seres com capacidades produtivas, sujeitos que apropriam-se de uma cultura e são capazes de transmitir às próximas gerações o conhecimento produzido por nossos antepassados e também de produzir novos conhecimentos.

Nosso foco aqui, neste processo, é a atividade de ensino, ou seja, o trabalho do professor, o qual é responsável por, nas instituições de ensino, construir espaços de aprendizagem, de forma a intervir na formação de sujeitos aptos para atuarem na sociedade, no mundo do trabalho, contribuindo para a continuidade da evolução humana e do conhecimento.

A natureza particular da atividade de ensino, que é a máxima sofisticação humana inventada para possibilitar a inclusão dos novos membros de um agrupamento social em seu coletivo, dará a dimensão da responsabilidade dos que fazem a escola como espaço de aprendizagem e apropriação da cultura humana elaborada, bem como do modo de prover os indivíduos, metodologicamente, de formas de apropriação e criação de ferramentas simbólicas para o desenvolvimento pleno de suas potencialidades (MOURA *et al.*, 2016, p.94).

Entender o processo de ensino como um todo considerando aspectos curriculares, didáticos e pedagógicos permite ao professor trazer os conteúdos a serem ensinados a partir de um sistema conceitual, articulando diferentes conceitos e a mobilização destes em diferentes contextos. De acordo com Moura (1997), a atividade de ensino, quando assumida como o núcleo da

ação educativa apresenta duas dimensões, uma de formação do professor e a outra de formação do estudante. Do professor ao organizar e reorganizar suas ações ao propor suas aulas, e do estudante ao se colocar no movimento de apreensão dos conceitos científicos já produzidos.

Entendemos a partir do referencial teórico aqui considerado que, para que a apropriação dos conceitos ocorra por parte dos estudantes, é necessário que tanto o professor quanto o estudante estejam em atividade. A atividade de ensino do professor é o processo e a atividade de estudo do estudante é o produto. O professor em suas aulas estará em atividade de ensino na medida em que suas ações são motivadas pela necessidade de ensinar, ou seja, suas ações respondem a necessidade de sua atividade principal, o ensino, mas que também influencia diretamente a forma como este organiza o seu ensino de modo a possibilitar a aprendizagem do estudante.

No que se refere ao ensino da matemática, a AOE surge como possibilidade de organizar o ensino, contribuindo para que os estudantes tenham uma aprendizagem que vá além da memorização de procedimentos matemáticos, fórmulas, regras e resolução de longas listas de exercícios (SANTOS, 2016, p.41).

Nesse sentido, a singularidade da Matemática necessita ser considerada. A Matemática possui uma linguagem própria, constitui e constituiu-se com e a partir de um sistema de representações, ou melhor, de registros de representação. Davis; Hersh (1985) apontam que os “[...] símbolos especiais que constituem parte do registro escrito da matemática são um acréscimo numeroso e exuberante aos símbolos das linguagens naturais (p.153).” E continuam dizendo que as principais funções de um símbolo em matemática são de designar com precisão e clareza e de abreviar (1985).

O que fazemos com os símbolos? como agimos ou reagimos ao vê-los? Reagimos de uma maneira a um sinal rodoviário em uma estrada, de outra maneira a um cartaz de propaganda oferecendo hambúrguer, e ainda de outra aos símbolos de boa sorte ou aos ícones religiosos. Agimos com os símbolos matemáticos de duas maneiras muito distintas: calculamos com eles, e os interpretamos.

Em um cálculo, uma cadeia de símbolos matemáticos é processada de acordo com um conjunto de convenções padronizadas, e transformando em uma outra cadeia de símbolos. [...]

Interpretar um símbolo é associar-lhe algum conceito ou imagem mental, assimilá-lo na consciência humana. As regras de cálculo deveriam ser tão precisas como as operações de um computador; as regras de interpretação não podem ser mais precisas do que a comunicação de idéias entre os seres humanos (DAVIS; HERSH, 1985, p.156).

Considerando a singularidade da matemática e a importância da apropriação de um sistema de representações para que possamos ter acesso a ela, entendemos e defendemos que toda comunicação em matemática ocorre a partir de registros de representação. Na sequência apresentamos a base teórica que sustenta este entendimento e que complementa as análises a serem realizadas no enfrentamento do problema dessa produção.

## TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E O CONCEITO VETOR

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS), desenvolvida por Duval (2003), filósofo e psicólogo francês, tem sido utilizada, principalmente, em pesquisas que visam à aquisição de conhecimento e à organização de situações de aprendizagem. O autor defende a ideia de que para o aluno aprender Matemática é preciso que ele tenha acesso a ela, e que

saiba coordenar diferentes representações inerentes à constituição do conceito. Os RRS são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação que tem suas dificuldades próprias de significância e de funcionamento (DUVAL, 2003). Um mesmo objeto matemático pode ser representado de várias formas, ou por meio de vários sistemas.

A Teoria dos RRS considera a mobilização de uma grande variedade de representações: sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, representações gráficas e língua natural. Duval (2003, p. 14) enfatiza que “[...] a originalidade da atividade Matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar, a todo momento, de registro de representação”. A importância primordial das representações semióticas se deve a duas razões fundamentais.

Primeiramente, há o fato de que as possibilidades de tratamento matemático – por exemplo, as operações de cálculo – dependem do sistema de representação utilizado. [...] A seguir, há o fato de que os objetos matemáticos, começando pelos números, não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos (DUVAL, 2003, p.13-14).

Duval (2009) chama de semiósis, a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e noésis, a apreensão conceitual de um objeto. Neste sentido, não há noésis sem semiósis, pois é a semiósis que determina as condições de possibilidade e de exercício da noésis. Desse modo, para que de fato ocorra a compreensão de um conceito matemático é preciso que a conceitualização (noésis) aconteça a partir de significativas representações semióticas (semiósis). Nehring (1996), contribui com a discussão ao apontar que

**Para que ocorra um significativo aprendizado de matemática é necessário que a noésis (conceitualização) ocorra através de significativas semiósis (representação).** Sendo assim, o sujeito que aprende precisa estabelecer a coordenação de vários registros de representação semiótica, possibilitando desta forma uma apreensão conceitual dos objetos matemáticos. Ou seja, quanto maior a mobilidade o sujeito tiver com **registros diferentes** do mesmo objeto matemático, maior possibilidade desse sujeito fazer a apreensão do objeto (p.57. Grifos do autor).

A compreensão da grande variedade de registros de representação utilizados em Matemática determina o seu ensino e sua aprendizagem. De acordo com Duval (2009), a aprendizagem de conceitos matemáticos constitui um campo de estudo privilegiado para análise de atividades cognitivas fundamentais, como a conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas, e mesmo a compreensão de textos. Essas atividades cognitivas requerem a utilização de sistemas de expressão e de representação que vão além da linguagem natural ou das imagens.

Para analisar a atividade Matemática na perspectiva de ensino e de aprendizagem, Duval (2003) afirma ser necessária uma abordagem cognitiva sobre os dois tipos de transformações de representações, consideradas fundamentais para esta análise: os tratamentos e as conversões. Por meio delas é possível analisar as atividades Matemáticas desenvolvidas pelos estudantes em uma situação de ensino e de aprendizagem. Duval (2003, p. 16) define

[...] tratamento como as transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria. [...] As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados; por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação a sua representação gráfica.

Toda comunicação em Matemática ocorre por meio de RRS. Desse modo, é imprescindível



dível que ao aprendê-la, os estudantes não confundam os objetos e suas respectivas representações semióticas, pois uma coisa é o objeto matemático e outra é a sua representação. Nesta área de conhecimento elas são utilizadas como suporte tanto para fins de comunicação como também para o desenvolvimento da própria atividade matemática. Deste modo, é fundamental o trabalho com as representações semióticas que sustentam a construção do conhecimento pelos sujeitos, em processo de aprendizagem, uma vez que elas possibilitam o desenvolvimento de funções cognitivas essenciais ao pensamento humano. Duval (2003) complementa essa discussão, apontando que

Um modelo pertinente para explicar as condições de aquisição dos conhecimentos matemáticos por alunos deve estar prioritariamente centrado nas condições cognitivas de compreensão, isto é, nas condições específicas de acesso aos objetos matemáticos. Desse ponto de vista, as representações semióticas - ou, mais exatamente, a diversidade dos registros de representações - têm um papel central na compreensão. A compreensão requer a coordenação dos diferentes registros. Ora, uma tal coordenação não se opera espontaneamente e não é consequência de nenhuma “conceitualização” a-semiótica. A maioria dos alunos, ao longo de seu currículo, permanece aquém dessa compreensão. Daí as dificuldades recorrentes e as limitações bastante “estreitas” em suas capacidades de aprendizagem matemática. Os únicos acertos que lhes são possíveis se dão em monoregistros (registros monofuncionais), muitas vezes privados de “significado” e inutilizáveis fora do contexto de suas aprendizagens (p.28-29).

Nehring (1996, p. 60) contribui ao destacar que,

No ensino de Matemática o problema se estabelece, justamente, porque só se leva em consideração as atividades cognitivas de formação de representações e os tratamentos necessários em cada representação. No entanto, o que garante a apreensão do objeto matemático, a conceitualização, não é a determinação de representações ou as várias representações possíveis de um mesmo objeto, mas sim a **coordenação entre estes vários registros de representação**. Por exemplo, não adianta o sujeito resolver uma operação usando material concreto, ou através de um desenho se não conseguir enxergar/coordenar estes procedimentos no tratamento aritmético (algoritmos da operação), no problema envolvendo esta operação ou mesmo em outro registro de representação qualquer.

Damm (2012, p. 175) reforça que “[...] o ensino/aprendizagem de qualquer conhecimento está estreitamente vinculado à compreensão de diferentes registros de representação”. E continua: “[...] sem as representações semióticas torna-se impossível a construção do conhecimento pelo sujeito que apreende” (p. 177). Desse modo, dada a natureza não real dos objetos matemáticos, os registros de representação semiótica possibilitam o acesso a esses objetos. Duval (2003) aponta para três tipos de registros de representação semiótica: o registro figural, o simbólico e o da língua natural, cujas representações apresentam dois aspectos: a forma (representante) e o conteúdo (representado).

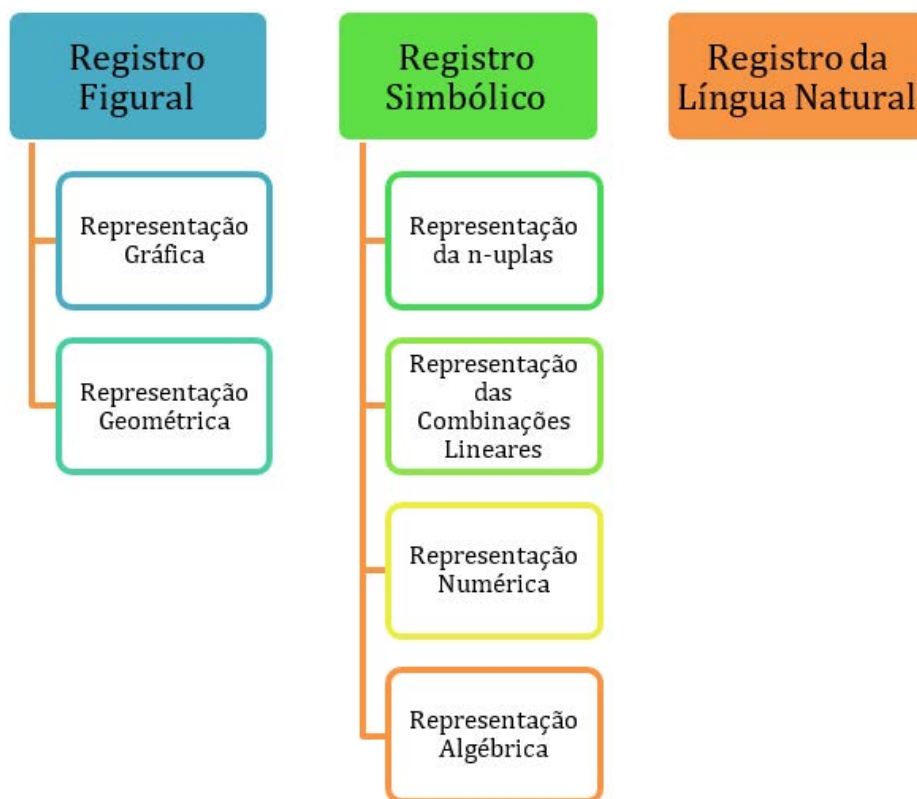
A compreensão em Matemática, portanto, implica na capacidade de os sujeitos mudarem de registro. A dificuldade se deve ao fato de que o objeto representado não pode ser identificado com o conteúdo da representação que o torna acessível. Ou seja, “[...] o conteúdo de uma representação depende mais do registro de representação do que do objeto representado” (DUVAL, 2003, p. 22). Passar de um registro a outro não é somente mudar o modo de tratamento, é preciso também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto. Considerando o conceito matemático vetor, foco deste estudo, este pode ser representado considerando três tipos de registros, de acordo com Castro (2001, p. 13),

Um vetor  $\vec{v}$  pode ser representado pelos três tipos de registros, indicados por Duval. No simbólico através de n-uplas, ou como combinações lineares de vetores em relação a uma base fixada. No figural, por uma flecha, registro de um representante da classe de equipo-

lência de  $v$ . E na linguagem natural, “vetor”.

Com base em Castro (2001) e Duval (2003), apresentam-se os registros de representação utilizados nesta pesquisa. A representação do vetor pode ser realizada de diferentes maneiras, isto é, no plano e no espaço, mas sempre por meio dos registros de representação semiótica. A Figura 2, a seguir apresenta os tipos de registros de representação do conceito vetor.

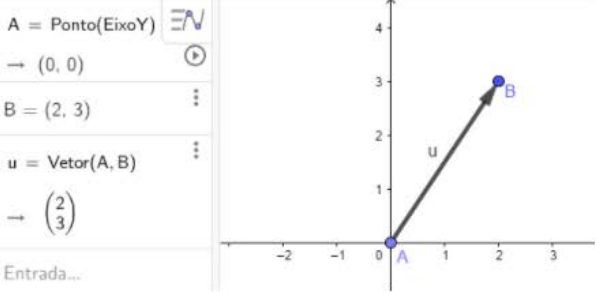
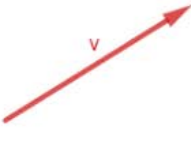
Figura 2 - Tipos de Registros de Representação do Vetor.



Fonte: Roncaglio e Nehring (2019, p. 87).

O Registro Figural considera as representações gráficas cartesianas (ou no plano cartesiano em duas ou três dimensões) e a sua representação geométrica (representado por um segmento orientado de reta), conforme Quadro 1, a seguir.

Quadro 1 - Registro Figural de Vetor.

<i>Registro Figural de Representação Gráfica (Plano Cartesiano)</i>	<i>Registro Figural de Representação Geométrica</i>
	

Fonte: Produção das autoras.

O Registro Simbólico é constituído pelas representações da n-uplas (expressa em forma de par ordenado e ternas), das Combinações Lineares (expressa a partir da adição entre os vetores unitários da base canônica), pela Algébrica (expressa em forma de expressão e/ou equação algébrica, ou ainda, em forma de identificação de um vetor, como por exemplo,  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{x}$ ,  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ) e pela Numérica (expressa em forma de valores numéricos). A representação de um vetor no registro simbólico, considerando a representação da n-uplas, é dada a partir de combinações lineares, da seguinte forma: considerando os vetores da base canônica<sup>1</sup> do  $R^2$ ,  $\vec{i} = (1,0)$ , e  $\vec{j} = (0,1)$ , qualquer vetor do plano pode ser escrito como combinação dos vetores  $\vec{i}$  e  $\vec{j}$ , por exemplo:

$$a) \vec{v}_1 = (x_1, y_1) \rightarrow \vec{v}_1 = x_1(1, 0) + y_1(0, 1) \rightarrow \vec{v}_1 = x_1\vec{i} + y_1\vec{j}$$

Já considerando os vetores da base canônica do  $R^3$ ,  $\vec{i} = (1,0,0)$ ,  $\vec{j} = (0,1,0)$  e  $\vec{k} = (0,0,1)$ , do espaço, tem-se a seguinte combinação linear dos vetores  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  e  $\vec{k}$ :

$$b) \vec{v}_2 = (x_2, y_2, z_2) \rightarrow \vec{v}_2 = x_2(1, 0, 0) + y_2(0, 1, 0) + z_2(0, 0, 1) \rightarrow \vec{v}_2 = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$$

As representações referentes a n-uplas são aquelas formadas pelas coordenadas, tanto no plano como no espaço, por exemplo:

$$a) \vec{v}_1 = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} \rightarrow \vec{v}_1 = (x_1, y_1)$$

$$b) \vec{v}_2 = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k} \rightarrow \vec{v}_2 = (x_2, y_2, z_2)$$

O Registro da Língua Natural é utilizado para descrever situações matemáticas na forma de definição, argumentação, associações verbais ou enunciados. Este tipo de registro é encontrado em livros, tanto nas definições, na descrição da resolução de questões, em teoremas, propriedades de conceitos, como nos enunciados de questões – situações problema. A mobilização destes três registros de representação, do gráfico, do simbólico e da língua natural, é de fundamental importância para a atividade de ensino do professor e a atividade de estudo do estudante. Para o professor quando este organiza seu ensino e propõe situações desencadeadoras de aprendizagem. Para o estudante quando este necessita compreender o contexto e mobilizar os conceitos por meio da realização de tratamentos e conversões envolvendo os mesmos. É por meio da compreensão destes registros que é possível a apropriação por parte dos estudantes desta ferramenta matemática.

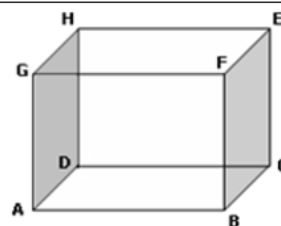
O Quadro 2 a seguir, apresenta um exemplo de um contexto envolvendo o conceito vetor, no qual, para sua resolução é necessário que o estudante mobilize e transite pelos registros de representação apresentados anteriormente. O quadro ainda traz os passos de resolução da questão e os registros que precisam ser mobilizados para a solução do problema.

<sup>1</sup> Existem naturalmente infinitas bases ortonormais no plano xOy. Uma delas, porém, é particularmente importante. Trata-se da base formada pelos vetores representados por segmentos orientados com origem em O e extremidade nos pontos (1, 0) e (0, 1). Estes vetores são simbolizados com i e j e a base i, j é chamada de canônica (STEINBRUCH; WINTERLE, 1987, p. 18).

## Quadro 2 - Exemplo de mobilização dos diferentes registros na aplicação matemática do conceito vetor.

1. A figura ao lado representa um paralelepípedo retângulo. Determine:

- Um vetor paralelo ao vetor BE.
- Um vetor ortogonal ao vetor HD.
- Um vetor resultante de  $BA+BC+AG$ .
- O vetor resultante  $FG+AB-EB$ .
- Um vetor oposto ao vetor GE.



a) Um vetor paralelo ao vetor BE, é o vetor que possui a mesma direção dele. Neste caso, uma das possibilidades é o vetor AH. Nesta questão é apresentado como registro de partida é o registro da língua natural, simbólico (algébrico) e figural e de chegada o registro simbólico (algébrico).

b) Um vetor ortogonal a HD, é um vetor que forma com ele com ângulo de  $90^\circ$ . Considerando o vetor dado, existem vários vetores que são ortogonais a ele, um exemplo é o vetor, DC. Nesta questão é apresentado como registro de partida é o registro da língua natural, simbólico (algébrico) e figural e de chegada o registro simbólico (algébrico).

c) Existem várias possibilidades para responder esta questão. Uma delas é realizar a adição BA e BC, e o vetor resultante somar com AG. Para realizar esta soma, existem duas possibilidades: somar utilizando a regra do paralelogramo ou o procedimento de fechar o triângulo. A regra do paralelogramo é utilizada para desenvolver a representação geométrica da soma ou subtração de vetores quando eles possuem a mesma origem. Ou seja, esta regra consiste em colocar as origens de dois vetores coincidentes e construir um paralelogramo, o vetor resultante será dado pela diagonal do paralelogramo, cuja origem coincide com a do outro veto. Já o procedimento de fechar o triângulo, consiste em posicionar a origem de um vetor na extremidade do outro, e fechar o triângulo, o vetor resultante é o vetor que “fecha” o triângulo, que possui a origem na origem de um e a extremidade na extremidade do outro. Nesta questão é apresentado como registro de partida é o registro da língua natural, simbólico (algébrico) e figural e de chegada o registro simbólico (algébrico).

d) O desenvolvimento desta questão pode seguir os procedimentos utilizados na resolução da questão anterior. A única diferença é que nesta questão a resultante da soma dos dois primeiros vetores, será somada com o oposto do terceiro vetor. Nesta questão é apresentado como registro de partida é o registro da língua natural, simbólico (algébrico) e figural e de chegada o registro simbólico (algébrico).

e) Vetor oposto ao vetor dado é o vetor que possui a mesma direção, o mesmo módulo e sentido contrário. Neste caso, um vetor oposto a GE, pode ser o vetor EG. Nesta questão é apresentado como registro de partida é o registro da língua natural, simbólico (algébrico) e figural e de chegada o registro simbólico (algébrico).

Fonte: Roncaglio e Nehring (2019, p. 119-120).

A teoria dos RRS é considerada nessa produção como referência para as análises dos registros dos estudantes, considerando as anotações realizadas no decorrer das aulas e as resoluções de exercícios, com foco nos tratamentos e conversões envolvendo, especialmente, o conceito Vetor. Além disso, sustentará as análises do material orientador das aulas considerando o que a professora propôs em termos de atividades de ensino.

## CONCEITO VETOR NA DISCIPLINA DE MECÂNICA GERAL I

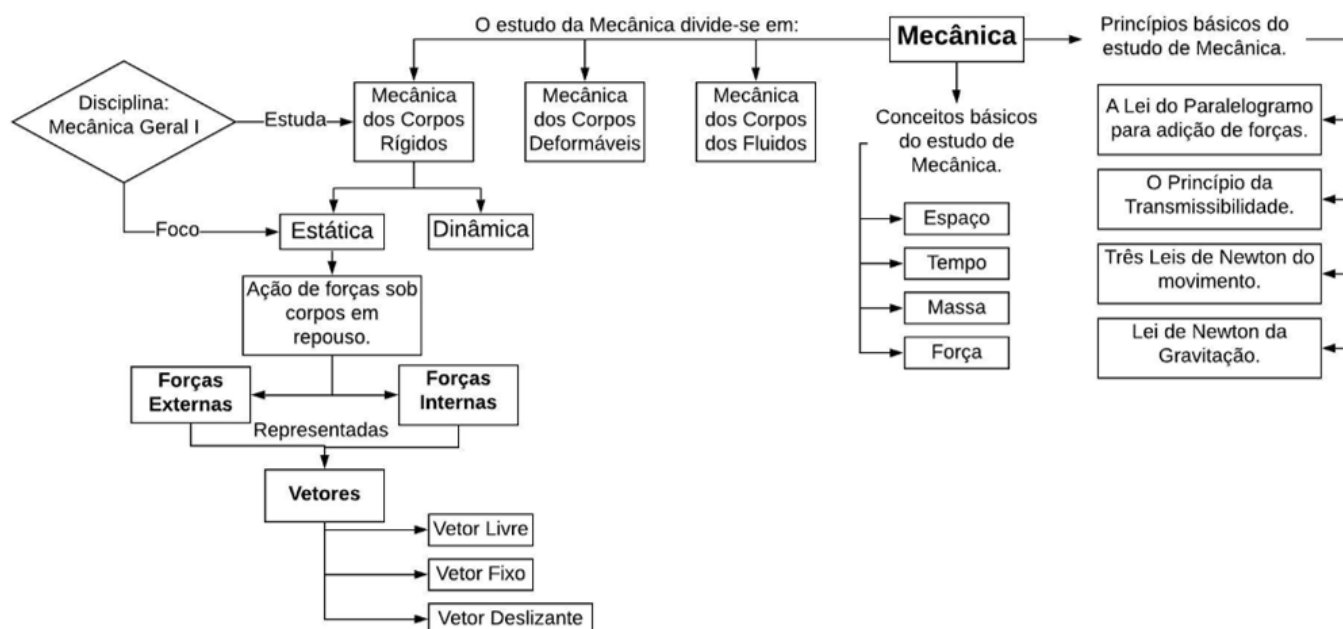
Considerando as discussões já desenvolvidas em Roncaglio, Nehring e Battisti (2021), entendemos o conceito matemático vetor como uma ferramenta cognitiva essencial para a profissão do Engenheiro Civil, curso analisado neste estudo. A internalização desse conceito por parte dos estudantes amplia a capacidade de análise e resolução de questões envolvendo situações do dia-a-dia do Engenheiro, desde a elaboração de um projeto à execução e avaliação de

obras. O conceito vetor é amplamente mobilizado nos cursos de Engenharia, tanto em disciplinas de Matemática e Física, quanto em disciplinas específicas, como é o caso da disciplina de Mecânica Geral I.

Compreendemos, que o conceito vetor é mobilizado no curso de Engenharia por meio da grandeza vetorial força, conceito físico presente em grande parte das discussões de disciplinas dos cursos de Engenharia Civil. Ou seja, o vetor é mobilizado na representação de força, força é uma grandeza física base do estudo de mecânica, e mecânica é a base dos cursos de Engenharia. A Figura 3, a seguir, apresenta as relações entre os conceitos de Mecânica – Força – Vetor. Um conceito relaciona-se ao outro para se constituir, a Mecânica tem o conceito Força como um de seus conceitos basilares e a Força é representada e opera por meio do conceito Vetor.

Na Figura 3 explicitamos um entendimento a partir de relações que constituem os referidos conceitos.

**Figura 3 - Relações entre os conceitos de Mecânica – Força – Vetor.**



Fonte: Produção das Autoras.

A disciplina Mecânica Geral I aborda os princípios e conceitos fundamentais da mecânica geral, tematiza a estática dos pontos materiais, estuda os corpos rígidos (sistemas equivalentes de forças, equilíbrio dos corpos rígidos, forças distribuídas, propriedades geométricas das áreas – centróides e baricentros –, momentos de inércia, esforços e diagramas de esforços). É a disciplina responsável por possibilitar que o estudante relacione fenômenos naturais com os princípios e leis físicas que os regem, bem como a utilizar a representação matemática como instrumento de análise. Além de capacitar o estudante a aplicar os princípios básicos da mecânica, na análise de problemas associados ao equilíbrio e forças atuantes em sistemas mecânicos ou estruturas aplicáveis a engenharia, de forma concisa e lógica (PROJETO PEDAGÓGICO DE CURSO DE ENGENHARIA, 2017).

A disciplina Mecânica Geral I é responsável pelo estudo da Mecânica dos Corpos Rígidos, discute a ação de forças sob corpos em repouso. Um dos conceitos base deste estudo é o conceito Força. Vetor, como objeto matemático, possibilita a representação da grandeza vetorial força, que por sua vez, sustenta o estudo da Mecânica dos Corpos Rígidos. O conceito Vetor é

responsável por representar e atribuir características específicas à grandeza vetorial Força, nesse contexto, passa a ter novas especificações, como é o caso do vetor fixo e do vetor deslizante.

No estudo da Mecânica, vetor pode ser caracterizado por três tipos, dependendo do contexto em que está sendo mobilizado, pode ser um vetor livre, um vetor fixo ou então um vetor deslizante. O vetor livre é aquele compreendido a partir da abordagem matemática, que, pela relação de equipolência, pode ter diferentes representantes no espaço bi ou tridimensional. Já, o vetor fixo e o vetor deslizante carregam especificações importantes que precisam ser definidas e que são mobilizadas em determinados contextos de aplicação de forças, observados pela Física, em contextos de engenharia. Sendo assim, entendemos que a disciplina Mecânica Geral I é um “divisor de águas” nos cursos de Engenharia, uma vez que é a primeira disciplina específica da Engenharia que mobiliza conceitos de duas áreas- Matemática e Física- as quais, como conteúdos básicos, disponibilizam ferramentas para os engenheiros. Nesse contexto, dentre tais ferramentas, destacamos dois conceitos, o conceito matemático de Vetor e o conceito físico de Força.

## PERCURSO METODOLÓGICO

Considerando o objetivo maior da pesquisa, na qual buscamos identificar, a partir da análise de documentos didáticos pedagógicos (PPC, livro didático, material orientador das aulas e registro de estudantes) e de narrativas de estudantes e profissionais da área, elementos que se mostram potenciais na criação de motivos para que os estudantes queiram aprender e que o professor possa considerar na organização do ensino do conceito vetor em cursos de Engenharia, no qual, já discutimos em Roncaglio, Nehring e Battisti (2021), o PPC e nesta escrita analisamos o material orientador das aulas e o registro de estudantes, no qual, o foco é o processo de ensino. Sendo assim, a presente escrita é delimitada a partir da seguinte questão: de que forma Vetor, como um conceito matemático que representa força, é tratado em uma proposição de organização de ensino na disciplina Mecânica Geral I, considerando o material orientador das aulas apresentado pelo professor, anotações da pesquisadora do acompanhamento das aulas e registros de estudantes?

Esta produção, portanto, faz parte de uma pesquisa de doutoramento da primeira autora, com orientação e co-orientação das demais autoras se constitui a partir do referencial metodológico da Análise Textual Discursiva (ATD) de Moraes e Galiazzi (2016). A primeira etapa da ATD, a unitarização, é o movimento inicial da análise, que exige uma leitura cautelosa e profunda dos dados permitindo marcar as principais unidades significativas. Esta primeira etapa é marcada pela desordem, o momento de desconstrução dos dados, na qual o pesquisador ao analisar os dados realiza várias interpretações. Considerando este movimento é que emergem as unidades de significado.

A produção dos dados que foram analisados nesta primeira etapa da ATD, foram coletados no segundo semestre de 2018. Neste período a pesquisadora acompanhou aulas da disciplina de Mecânica Geral I, em um curso de Engenharia Civil. Esta pesquisa se desenvolveu em uma Universidade do interior do Estado do Rio Grande do Sul, na qual a pesquisadora cursou a graduação em Licenciatura em Matemática, o mestrado em Educação nas Ciências e atualmente realiza o doutorado no mesmo programa e orientadora e co-orientadora são professoras de matemática. Ou seja, a escolha pela referida Universidade se deve a fatores de aproximação

com a referida instituição. A pesquisa passou pela aprovação do comitê de ética, sob número 3.653.563.

Nessa instituição a Mecânica Geral I é uma disciplina de 4 créditos, organizada em 18 aulas encontros, sendo a primeira disciplina específica do curso. Todas as aulas, inclusive as dedicadas às avaliações, foram acompanhadas pela pesquisadora. A partir desse acompanhamento, foram coletados os seguintes instrumentos, o material orientador das aulas de Mecânica Geral I (os slides produzidos e organizados pela professora regente da turma), e os registros (cadernos) de quatro estudantes, que se prontificaram a socializá-lo com a pesquisadora. Esta solicitação foi feita a toda a turma, porém somente estes quatro socializaram o caderno, os quais foram escaneados e devolvidos. Além das anotações da pesquisadora acerca do ocorrido no decorrer das aulas, realizadas durante e após as aulas.

O material orientador das aulas constitui-se a partir de slides que a professora utilizava e socializava com os estudantes. Este material guiava todas as aulas da referida disciplina. Vale destacar que o material foi organizado pela professora da disciplina, marcando as escolhas metodológicas e entendimentos conceituais. Considerando que as análises dos dados se efetivaram pelas etapas da ATD, o primeiro movimento que realizamos foi uma análise profunda e atenta no material orientador das aulas de Mecânica Geral I. Além disso, consideramos as anotações realizadas pelos estudantes no decorrer das aulas (as anotações de explicações, resolução de exemplos e listas de exercícios). Essa primeira análise nos possibilitou identificar as unidades de significado.

Na segunda etapa da ATD, a categorização, é realizado um movimento construtivo, na qual se organizam as unidades de significado. A terceira e última etapa da ATD, é o captar o emergente, uma nova compreensão é comunicada e validada. É a construção de um metatexto pelo pesquisador realizando considerações em relação às categorias de análise que construiu e as unidades de significado. É uma escrita que busca apresentar de forma clara e objetiva o entendimento do pesquisador em relação a análise dos dados relacionados com a fundamentação que sustenta o estudo. O Quadro 3 a seguir, apresenta as unidades de significado e as categorias considerando o referencial da ATD e para melhor examinar a intencionalidade da pesquisa apresentamos ainda, as proposições, definida a partir do Corpus analisado.

**Quadro 3 - Unidade de Significado, Categorias e Proposições do Corpus.**

Unidades de Significado	Categorias	Proposições
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Introdução do conceito força como grandeza escalar e classificação de vetor.</li> <li>- A intensidade da força resultante é determinada pela Lei dos Cossenos e sua direção pela Lei dos Senos.</li> <li>- Uma força é representada por um vetor que define sua intensidade, sua direção e seu sentido.</li> <li>- Momento de uma força em relação a um ponto.</li> <li>- Momento de uma força em relação a um eixo.</li> <li>- Momento devido a um binário.</li> <li>- Forças externas: representam ações de outros corpos sobre o corpo rígido considerado.</li> <li>- Forças internas: não podemos visualizá-las, porém são elas que mantêm unidos os pontos materiais que formam o corpo rígido.</li> <li>- O momento de uma força em relação a um ponto ou a um eixo fornece uma medida da tendência dessa força de provocar a rotação de um corpo em torno do ponto ou do eixo.</li> <li>- O princípio dos momentos estabelece que o momento de uma força em relação a um ponto é igual a soma dos momentos dos componentes da força em relação ao ponto.</li> <li>- O momento de um binário é um vetor livre, ou seja, ele pode agir em qualquer ponto.</li> <li>- Para projetar uma viga é preciso conhecer a carga atuando dentro dela (esforço internos ou solicitações), afim de garantir que o material possa resistir a essa carga.</li> <li>- Cargas concentradas: são forças aplicadas a uma viga através de uma área de contato pequena e suficiente para ser considerada pontual, quando comparada com as demais dimensões da peça.</li> <li>- Cargas distribuídas: é um carregamento que está distribuído sobre uma superfície.</li> <li>- São cargas distribuídas: peso próprio, vento, pressões de fluidos, peso próprio de paredes, dentre outras.</li> <li>- Momentos concentrados: a carga tipo momento pode ser considerada como o efeito de um par de forças iguais (módulo <math>F</math>) e sentidos contrários, distantes de uma relação à outra, distância medida perpendicular as retas suportes das forças.</li> <li>- Momento fletor: efeitos de tração e compressão simultaneamente na seção transversal da peça.</li> <li>- Momento torsor: atuação de torque em uma das suas extremidades e contratorque na extremidade oposta.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- A atividade de ensino como núcleo da ação educativa na disciplina Mecânica Geral I: uma análise a partir do conceito vetor.</li> <li>- Tratamentos e conversões na mobilização do conceito Vetor em aulas de Mecânica Geral I.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- O conceito Vetor e operações com vetores são mobilizados a partir de aulas organizadas com uma estrutura baseada em definição, explanação, exemplos e exercícios.</li> <li>- Tratamentos e conversões relacionados ao conceito vetor e operações com vetores, quando considerados na organização do ensino pelo professor, podem contribuir na apropriação de conceitos pelos estudantes.</li> </ul>

Fonte: Produção da Pesquisa.

## A ATIVIDADE DE ENSINO COMO NÚCLEO DA AÇÃO EDUCATIVA NA DISCIPLINA MECÂNICA GERAL I: UMA ANÁLISE A PARTIR DO CONCEITO VETOR

Esta categoria de análise tem a pretensão de discutir, considerando o material orientador das aulas de Mecânica Geral I, a proposta de organização de ensino desenvolvida por uma professora. A fundamentação teórica se sustenta por meio da Atividade Orientadora de Ensino



proposta por Moura (1992) no que diz respeito a organização do ensino e a Teoria dos Registros de Representação de Duval (2003) no que diz respeito aos tratamentos e conversões mobilizados nesse processo de ensino.

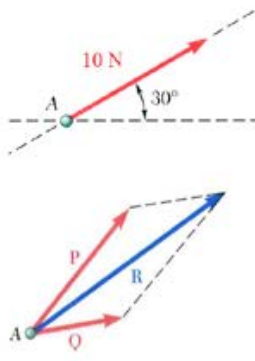
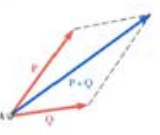
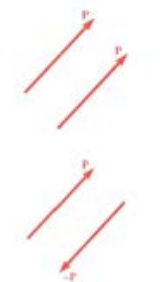
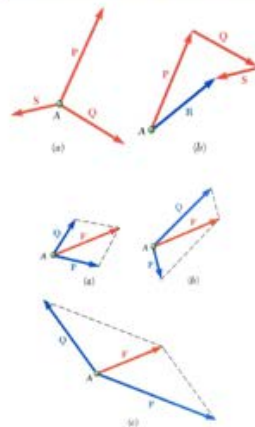
Uma das abordagens mais comuns no processo de ensino, na educação superior, em especial, de conceitos relacionados às áreas de ciências exatas tem sido a apresentação da definição do conteúdo a ser ensinado e a explanação do professor sobre o mesmo, alguns exemplos que, na maioria das vezes, são resolvidos juntamente com os estudantes para que eles possam acompanhar passo a passo os tratamentos utilizados pelo professor para encontrar uma solução e listas de exercícios como aplicação e/ou sistematização dos conceitos estudados. A organização do ensino apresentada pela professora na disciplina de Mecânica Geral I segue este padrão conforme podemos observar a sequência das figuras 4, 5 e 6. Essa sequência foi uma característica presente em todas as aulas da disciplina.

As Figuras 4 e 5, apresentam a discussão inicial da disciplina na qual a professora retoma os conceitos fundamentais para o entendimento da Mecânica e que já foram discutidos em disciplinas, como Geometria Analítica e Vetores (GAV), no caso do conceito Vetor, e na Física I, no caso do conceito Força. São conceitos que já apresentamos em Roncaglio, Nehring e Battisti (2021) e que pertencem a uma rede conceitual e necessitam ser considerados no processo de ensino e aprendizagem.

Toda discussão realizada nesta disciplina envolve a ação de forças aplicadas em corpos em repouso. Aqui o conceito Vetor se apresenta como uma ferramenta matemática para representar tais situações, conforme as relações apresentadas na Figura 4 e está presente em todas as aulas de Mecânica Geral I. Vetor, na disciplina de Mecânica Geral I, é mobilizado pelo conceito Força.

A apresentação de elementos conceituais assim como, dos exemplos era realizada por meio da apresentação dos slides, produzidos e expostos pela professora, os quais eram disponibilizados previamente aos estudantes. As Figuras 4, 5 e 6, apresentam a organização de ensino.

Figura 4 - Conceitos iniciais de uma aula de Mecânica Geral I.

INTRODUÇÃO	RESULTANTE DE DUAS FORÇAS
<ul style="list-style-type: none"> <li>O objetivo deste capítulo é investigar o efeito de forças que atuam sobre partículas:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>substituir <b>múltiplas forças</b> atuando em uma partícula por <b>uma única força equivalente</b> ou <b>resultante</b>,</li> <li>analisar as relações entre forças que atuam em uma partícula que está em estado de <b>equilíbrio</b>.</li> </ul> </li> <li>O foco em <i>partículas</i> não implica uma restrição a pequenos corpos. Significa que o estudo é restrito a análises nas quais o tamanho e o <b>formato dos corpos não afetam significativamente a resolução dos problemas</b>. Nesses casos, <b>todas as forças que atuam sobre um dado corpo podem ser consideradas como tendo um mesmo ponto de aplicação</b>.</li> </ul>	 <ul style="list-style-type: none"> <li>Força: ação de um corpo sobre outro; caracterizada por seu <b>ponto de aplicação</b>, sua <b>intensidade</b>, sua <b>direção</b>, e seu <b>sentido</b>.</li> <li>Evidências experimentais mostram que o efeito conjunto de duas forças pode ser representado por uma única força <b>resultante</b>.</li> <li>A resultante de duas forças é equivalente à diagonal de um paralelogramo que contém as forças em lados adjacentes.</li> <li>Força é uma grandeza <b>vetorial</b>.</li> </ul>
VETORES	RESULTANTE DE VÁRIAS FORÇAS CONCORRENTES
 <ul style="list-style-type: none"> <li><b>Vetores</b>: expressões matemáticas que têm <b>intensidade</b>, <b>direção</b> e <b>sentido</b> e que se somam conforme a <b>lei do paralelogramo</b>. Exemplos: deslocamentos, velocidades, acelerações.</li> <li>Classificações de vetores:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>Vetores <b>fixos</b> têm pontos de aplicação bem definidos e não podem ser deslocados sem que se alterem as condições do Problema.</li> <li>Vetores <b>livres</b> podem se mover livremente no espaço sem que se alterem as condições do Problema.</li> <li>Vetores <b>deslizantes</b> podem ser deslocados ao longo de suas linhas de ação sem que se alterem as condições do Problema.</li> </ul> </li> <li>Vetores <b>iguais</b> têm a mesma intensidade e o mesmo sentido.</li> <li>O vetor <b>negativo</b> de um vetor dado é aquele que tem sua mesma intensidade e sentido oposto.</li> </ul> 	 <ul style="list-style-type: none"> <li><b>Forças concorrentes</b>: conjunto de forças que <b>passam por um mesmo ponto</b>.</li> <li>Um conjunto de forças concorrentes aplicadas em uma partícula <b>pode ser substituído por uma única força resultante</b> que é o vetor equivalente à soma das forças aplicadas.</li> <li><b>Componentes do vetor força</b>: dois ou mais vetores que, juntos, têm o mesmo efeito que um único vetor.</li> </ul>

Fonte: Material orientador das aulas de Mecânica Geral I.

Figura 5 - Continuação da discussão apresentada na Figura 4.

ADIÇÃO DE FORÇAS VETORIAIS	ADIÇÃO DE FORÇAS VETORIAIS
<p>(a)</p> <p>(b) Lei do paralelogramo</p> <p>(c) Construção do triângulo</p> <p>(d) Construção do triângulo</p>	<p>↳ SOMA DE MAIS DE UMA FORÇA:</p> <p>Utilizar o "método dos componentes retangulares"</p>
<p><b>PROBLEMA RESOLVIDO 2.1</b></p> <p>2.1 O parafuso tipo gancho da figura abaixo está sujeito a duas forças <math>F_1</math> e <math>F_2</math>. Determine a intensidade (módulo) e a direção da força resultante.</p>	<p><b>EXERCÍCIO RESOLVIDO 2.2</b></p> <p>A estaca deve ser arrancada do solo usando-se duas cordas <math>A</math> e <math>B</math>. A corda <math>A</math> está submetida a uma força de 600 lb orientada a <math>60^\circ</math> a partir da horizontal. Se a força resultante que atua verticalmente para cima sobre a estaca for de 1.200 lb, determine a força <math>T</math> na corda <math>B</math> e o ângulo correspondente <math>\theta</math>.</p>


Fonte: Material orientador das aulas de Mecânica Geral I.

Figura 6 - Exercícios referentes aos conceitos discutidos nas Figuras 4 e 5.


Departamento:  
Componente Curricular: G2806 - Mecânica Geral I

**LISTA DE EXERCÍCIOS CAPÍTULO 2 - PARTE 1**

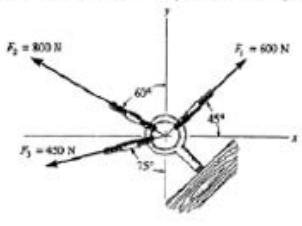
1- Decomponha a força de 200lb que atua sobre o tubo em componentes, nas direções x e y:



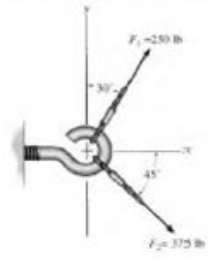
2- A força F que atua sobre a estrutura mostrada na figura tem intensidade de 500N e deve ser decomposta em dois componentes que atuam ao longo dos elementos AB e AC. Determine o ângulo  $\theta$ , medido abaixo da horizontal, de modo que o componente Fac seja orientado de A para C e tenha grandeza de 400 N. Determine Fac.



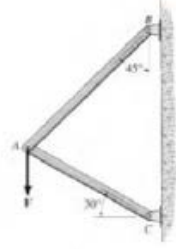
3- Determine a intensidade da força resultante  $F_r = F_1 + F_2$  e sua direção, medida no sentido anti-horário, a partir do eixo x positivo.



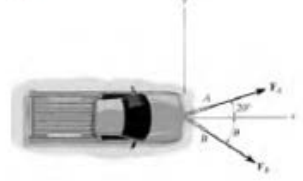
4- Determine a intensidade e a direção da força resultante  $F_r = F_1 + F_2$  e sua direção, medida no sentido anti-horário, a partir do eixo x positivo.



5- A força vertical F atua para baixo em A nos dois elementos da estrutura. Determine as intensidades dos dois componentes de F orientados ao longo dos eixos de AB e AC. Considere que  $F = 500$  N.



6- A caminhonete deve ser rebocada usando-se duas cordas. Determine a intensidade das forças Fa e Fb que atuam em cada corda a fim de produzir uma força resultante de 950 N, orientada ao longo do eixo x positivo. Considere que  $\theta = 50^\circ$ .



Fonte: Material orientador das aulas de Mecânica Geral I.

As aulas de Mecânica Geral I, segundo análise das anotações da pesquisadora a partir do acompanhamento das aulas, seguiram um padrão no decorrer de todo semestre, a professora apresentava o conceito a ser apreendido, realizava uma explanação explicando ideias constitutivas do conceito e, na maioria das vezes, apresentava relações com a futura área de atuação dos estudantes. Ou seja, a partir de exemplos de aplicação na área profissional, desenvolvia situações problemas no quadro, resolvendo passo-a-passo cada questão e explicando os procedimentos utilizados. Nesses momentos a professora questionava os estudantes sobre as situações de aplicação apresentadas, com o intuito de tirar dúvidas e relacionando os conceitos apresentados com situações da área profissional. Os estudantes participavam questionando e tirando dúvidas ou, ainda, trazendo novas situações.

A formação inicial da professora desta disciplina é em Engenharia Civil e mestrado em Engenharia Civil com ênfase na área de construção civil e preservação ambiental, além disso tem experiência na área de Engenharia Civil. Nesse sentido, grande parte dos exemplos da área profissional eram voltados para esta área, mais especificamente, situações práticas relacionadas à construção civil, análise de estruturas, vigas, concreto armado, dentre outros exemplos que eram citados e comentados por ela quando os conceitos poderiam ser mobilizados em situações específicas. Lembrando que a disciplina de Mecânica Geral I é uma disciplina de núcleo comum dos cursos e por isso, é constituída por estudantes de todos os cursos de engenharia oferecidos

na instituição.

As aulas eram, assim, organizadas em dois momentos. O primeiro momento para apresentação, explicação e exemplos que consideravam problemas nos quais eram mobilizados os conceitos apresentados, com discussão e questionamentos aos estudantes. A centralidade era exposição da professora com questionamento desta aos estudantes. E num segundo momento destinado a realização de lista de exercícios envolvendo o(s) conceito(s) e/ou procedimentos em questão. Neste momento, os estudantes eram liberados das aulas, podendo optar por ficarem em sala de aula trabalhando e sanando possíveis dúvidas ou dificuldades ou então ir embora e trabalhar nas questões em outro lugar. A grande maioria dos estudantes optava por ir embora e resolver a lista em outro momento ou lugar. Os estudantes que optavam em permanecer em sala de aula interagem com a professora tirando dúvidas e trabalhando na lista de exercícios. Nesse momento a professora costumava passar nas classes tirando dúvidas e auxiliando nas resoluções das questões da lista de exercícios. As dúvidas mais recorrentes dos estudantes em relação às questões da lista de exercícios eram sanadas no início da aula seguinte, antes da apresentação e discussão do próximo conteúdo.

A Figura 6, acima, apresenta a lista de exercícios proposta como “fechamento” do estudo em relação às discussões teóricas realizadas considerando o conceito Força e o conceito Vetor e suas operações. É importante destacar que estes conceitos assim como as operações que envolvem vetor, principalmente a operação de adição de vetores e a decomposição de vetores no plano cartesiano, já foram trabalhado em disciplinas anteriores - GAV e Física I - e aqui são mobilizados em diferentes contextos, considerando sua apropriação pelos estudantes. Ao analisarmos a lista de exercícios proposta podemos observar que os contextos trabalhados são muito semelhantes aos exemplos resolvidos pela professora. Todas as questões já apresentam a representação figural da situação a partir da qual o estudante realiza a coleta de dados, ou seja, realiza a conversão do registro figural e da língua natural para o registro simbólico.

Organizar o ensino é a principal tarefa do professor. E de acordo com a AOE, este ensino, precisa considerar alguns elementos, tais como necessidade - ensinar os conceitos, motivos - que instigam os estudantes a querer aprender, a partir disso são traçados objetivos, os quais, para serem alcançados dependem das ações e operações que aqui podemos indicar como sendo a metodologia utilizada pelo professor para efetivar o ensino. A AOE sugere a proposição de situações desencadeadoras de aprendizagem como um gatilho para despertar o interesse do estudante, para criar a necessidade de aprender, de se apropriar do conhecimento. A partir desta necessidade que podem surgir os motivos para que os estudantes queiram aprender, e as ações e operações que mediadas pelo professor podem efetivamente desencadear a aprendizagem dos sujeitos.

O Quadro 4, a seguir apresenta a síntese da organização do ensino como atividade de acordo com os pressupostos teóricos da AOE (Moraes e Moura, 2009), a qual consideramos como base teórica para análise do material disponibilizado pela professora. Vale destacar que nossa ênfase aqui é na atividade de ensino, não estamos considerando a atividade de aprendizagem.

**Quadro 4 - Atividade de Ensino e Aprendizagem seguindo os pressupostos da AOE.**

<b>Atividade de Ensino</b>		<b>Atividade de Aprendizagem</b>
<b>Sujeito</b>	Professor	Estudante
<b>Conteúdo</b>	Conhecimentos teóricos	Conhecimentos teóricos
<b>Necessidade</b>	Humanização dos sujeitos envolvidos no processo educativo – Promoção de Aprendizagens	Humanizar-se
<b>Motivo</b>	Organização do ensino	Apropriação dos conhecimentos teóricos
<b>Objeto</b>	Transformação dos conhecimentos teóricos de modo que o sujeito envolvido no processo de ensino e aprendizagem possa apropriar-se dele. Plano de ação – Situação desencadeadora de aprendizagem	Transformação do sujeito no movimento de apropriação dos conhecimentos teóricos – Aprendizagem
<b>Objetivo</b>	Ensinar	Aprender
<b>Ações</b>	Definição dos procedimentos teórico – metodológicos de como trabalhar com conhecimentos teóricos: - Estudo de conteúdos matemáticos e dos referenciais metodológicos; - Elaboração de situações desencadeadoras de aprendizagem (criar necessidade do conceito); - Avaliação (analisar se a atividade de ensino foi adequada, se promoveu a aprendizagem dos escolares, se estes se apropriaram, de um modo geral, a resolução da situação-problema).	Resolução da situação desencadeadora de aprendizagem: - Categorização dos atributos básicos da situação desencadeadora de aprendizagem; - Modelação da situação-problema (representação das relações gerais do conhecimento); - Definição do sistema de relações; - Avaliação.
<b>Operações</b>	Utilização dos recursos metodológicos que auxiliarão o ensino: - Trabalho em grupo; - Organização da sala de aula; - Escolha dos instrumentos a serem disponibilizados aos alunos, por exemplo: pedrinhas; material dourado; ábaco, entre outros;	Utilização dos recursos metodológicos que auxiliarão a aprendizagem: - Leitura da situação-problema; - Utilização de desenho, cálculos ou maquete; - Organização da apresentação da solução para o grupo (oral ou escrita).

**Fonte: Moraes e Moura (2009, p. 104).**

Deste modo, destacamos que as atividades de ensino e de estudo estão interligadas, porém em cada caso, há a marca dos sujeitos em seus processos, na atividade de ensino, enfatiza-se o professor na organização do ensino e, na atividade de estudo, destaca-se o estudante como sujeito que atua no processo de apropriação dos conhecimentos teóricos – conteúdo da atividade de ensino e de estudo. Sendo assim, a partir da análise do material orientador das

aulas de Mecânica Geral I, a organização do ensino proposto pela professora considera como atividade desencadeadora de aprendizagem a apresentação do próprio conceito a ser ensinado.

A necessidade e a criação dos motivos para que os estudantes desenvolvam interesse em se apropriar de tal conceito, pode ser considerado neste formato de organização quando são discutidas situações de aplicação, e principalmente, quando estas situações eram da área profissional, momento, no qual, os estudantes questionavam e interagiam tirando dúvidas e as vezes apresentando novas situações. O desenvolvimento dos exemplos envolvendo a aplicação do conceito com a utilização de fórmulas sempre eram explicados passo-a-passo, ou seja, todos os procedimentos utilizados para a resolução das questões eram demonstrados antes do encaminhamento da lista de exercícios.

Outro aspecto importante a ser destacado nas Figuras 4, 5 e 6, é em relação aos registros de representação que foram utilizados no decorrer do processo de ensino. A representação geométrica do conceito Vetor é predominante, tanto na apresentação do próprio conceito Vetor quanto nas discussões envolvendo o conceito Força. Em relação ao conceito Vetor, apenas dois registros são considerados, o registro figural, na sua representação geométrica e o registro simbólico, na sua representação algébrica. E conseqüentemente são os mesmos registros utilizados na representação de Força, conceito que necessita de vetor para ser representado, tanto geométrica como simbolicamente. O registro da língua natural também foi considerado na apresentação dos conceitos explicitados, a partir da fala da professora e também no enunciado dos problemas.

A disciplina de Mecânica Geral I é apresentada, de modo geral, a partir da análise de ações e reações causadas por uma força, as representações geométricas e gráficas das situações são essenciais para que seja possível analisar, traçar estratégias e buscar soluções de problemas específicos relacionados à área profissional. Este tipo de representação foi mobilizada em todas as aulas da disciplina, ação que indica uma preocupação por parte da professora em possibilitar com que os estudantes consigam realizar tais análises e que desenvolvam a capacidade de traçar estratégias e encontrar soluções. Preocupação que marca a intenção de transformar os conhecimentos teóricos de um modo que os estudantes, ou que os sujeitos envolvidos no processo, possam se apropriar deles.

Um aspecto que chama a atenção considerando os registros mobilizados é que todos os exercícios propostos apresentam como um dos registros de partida o registro da língua natural e o registro figural, em todos os casos os estudantes precisam a partir deste registro fazer a análise da situação, a coleta de dados para então encontrar a solução da situação apresentada. Característica essa, apresentada inclusive pelos livros da bibliografia básica da disciplina. Em momento algum os estudantes precisam representar a situação do zero, eles precisam sim realizar algumas representações figurais do vetor porém, nunca parte do zero, sempre parte de uma construção já dada pelo exercício proposto.

De modo geral, podemos dizer que a organização das aulas de Mecânica Geral I da professora, considerando especialmente a mobilização do conceito Vetor como uma ferramenta para a apropriação dos conceitos de mecânica, se efetivou a partir da organização baseada na seguinte estrutura: definição, explanação, exemplos e exercícios. Além disso, podemos dizer também que a professora apresenta os registros de representação em relação ao Vetor, assim como a viabilização dos tratamentos e conversões entre estes registros também são conside-

rados no processo de ensino proposto, com predomínio do registro figural na representação geométrica e do registro simbólico nas representações algébrica e numérica. De acordo com Duval (2003) é esta articulação dos registros de representação, os tratamentos e conversões, que constitui uma condição de acesso ao conhecimento matemático, de apropriação conceitual dos objetos matemáticos.

## TRATAMENTOS E CONVERSÕES NA MOBILIZAÇÃO DO CONCEITO VETOR EM AULAS DE MECÂNICA GERAL I

A proposição do ensino discutida no item anterior (6) marcou a mobilização de dois registros de representação muito recorrentes na organização do ensino proposto pela professora, o registro figural na representação geométrica do Vetor, utilizado para representar situações envolvendo forças, utilizada praticamente em todas as aulas, e o registro simbólico na representação algébrica e da  $n$ -uplas, necessária para as operações com Vetores, o que fica evidente nos registros dos estudantes apresentados a seguir.

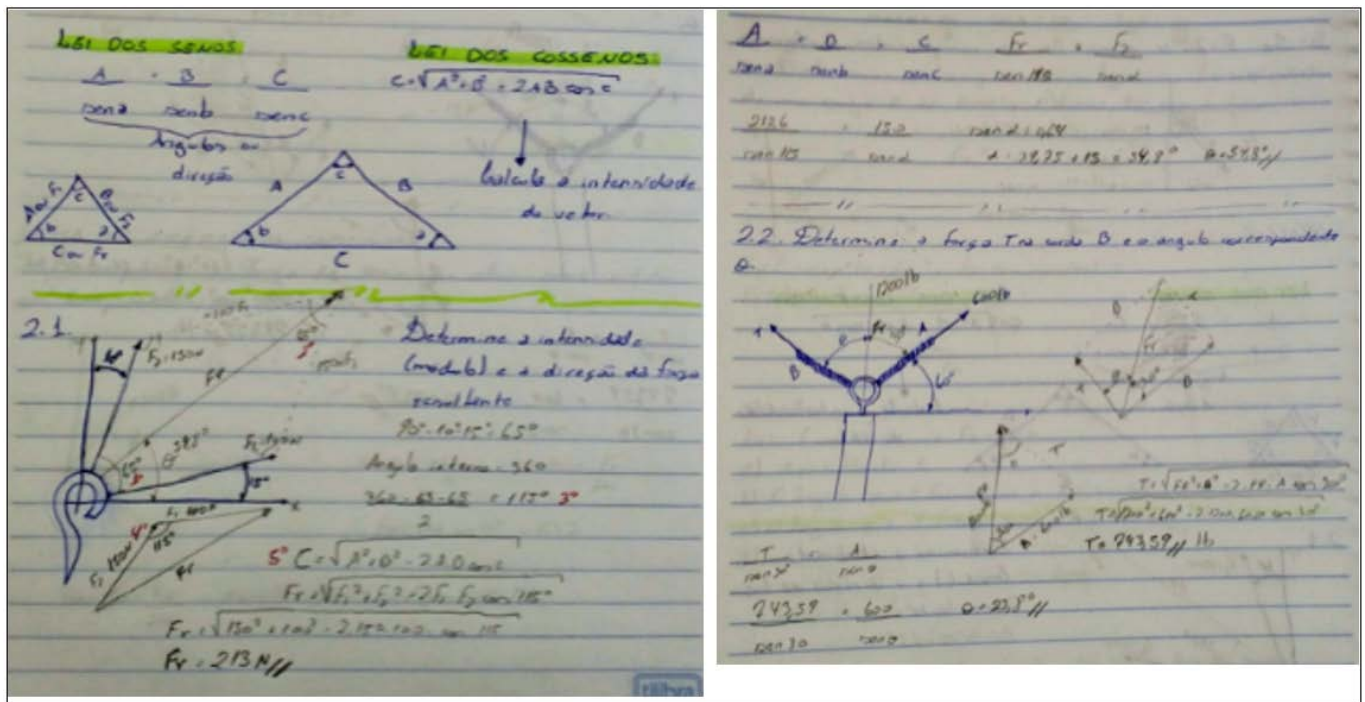
A Figura 7 a seguir, traz as anotações do Estudante 1 referente às explicações das definições, além das resoluções dos exemplos, apresentadas nas Figuras 4 e 5. A partir desta, podemos inferir que o estudante inicia o registro da aula anotando as fórmulas da Lei do Seno e Cosseno, conteúdo da educação básica, para a determinação dos ângulos diretores e para o cálculo da intensidade do vetor, ou seja, o módulo do vetor, ou então para determinar a intensidade da força que está sendo aplicada, a qual é representada, geometricamente, por vetor. Faz, parcialmente, as mesmas anotações que estão no slide apresentado à turma pela professora (Figura 5), anotando apenas as fórmulas matemáticas.

Na sequência traz a resolução de dois exemplos (Figura 5). Nestes fica evidente a importância do conceito Vetor, principalmente, a sua representação geométrica, na representação da grandeza vetorial força. As propriedades do vetor - elementos de constituição, possibilitam que o conceito Força possa ser representado, ou seja, permite a visualização dessa grandeza, que é base no estudo da mecânica. Nestes exemplos, são apresentados como registro de partida o registro da língua natural, o figural e o simbólico, e o registro de chegada o registro simbólico na representação algébrica e numérica. O primeiro exemplo solicitou a determinação da intensidade e a direção de uma força resultante aplicada em um parafuso, e o segundo exemplo a determinação de uma força que atua sobre um ponto fixo e o ângulo diretor. Sabemos que a intensidade da força resultante é determinada pela Lei dos Cossenos e sua direção pela Lei dos Senos.

Em ambos os casos é necessário realizar a decomposição das forças, ou seja, a decomposição dos vetores, uma das operações com vetores que é definida com a determinação dos componentes de um vetor escrito sobre os eixos  $x$  e  $y$  do plano cartesiano, são as componentes vetoriais da força  $F$  nas direções de  $x$  e  $y$ . O desenvolvimento dos exemplos mobilizou tratamentos e conversões entre os registros, tratamentos quanto a resolução das equações e conversões quanto a coleta de dados do registro figural para a constituição e resolução das equações no registro simbólico.



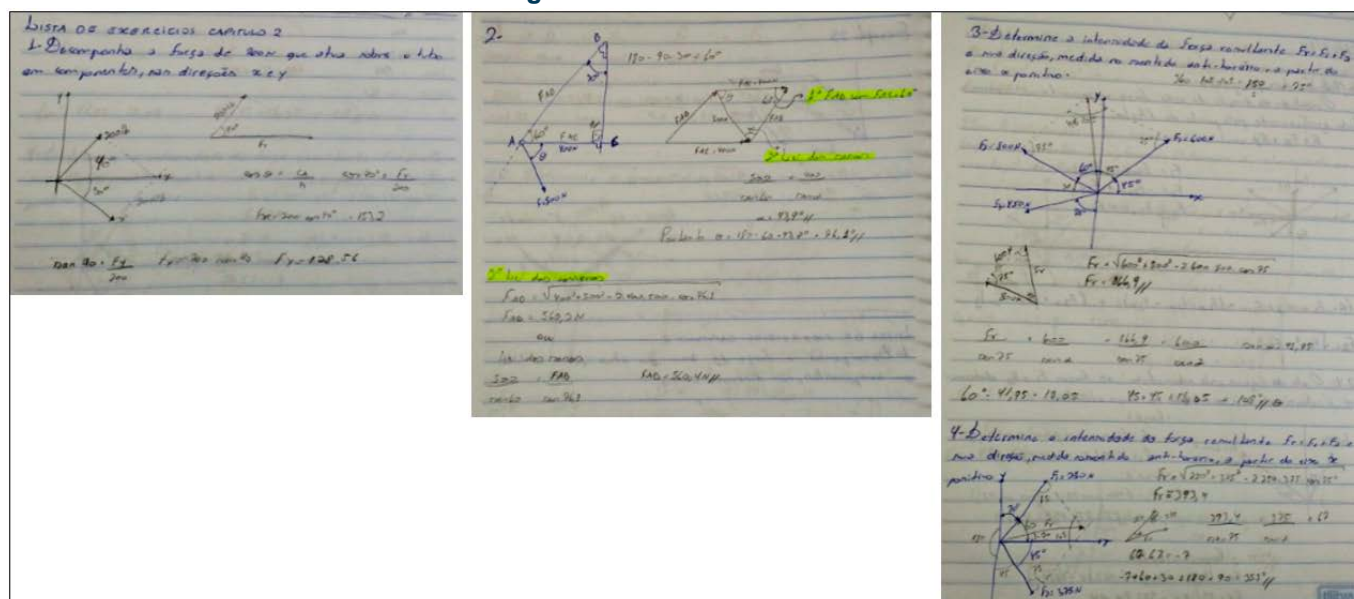
Figura 7 - Anotações das explicações e resolução de exemplos referentes aos conceitos discutidos nas Figuras 4 e 5 do Estudante 1.



Fonte: Caderno do Estudante 1.

A Figura 8 a seguir, apresenta as imagens da resolução da lista de exercícios envolvendo os conceitos discutidos nas Figuras 4 e 5, pelo Estudante 1. Os exercícios propostos na lista de exercícios seguem o mesmo padrão, em relação aos registros de partida e chegada, dos exemplos apresentados. O registro de partida, sendo o registro da língua natural, o registro figural e o simbólico, e como registro de chegada o registro simbólico. O ensino proposto viabiliza a mobilização dos diferentes registros de representação do Vetor, por meio da representação de Força. Os estudantes realizam tratamentos e conversões entre os diversos registros de representação, por meio das situações que envolvem força. Ou seja, o conceito Vetor é mobilizado para que a Força que necessita ser analisada seja representada considerando as características do contexto apresentado.

Figura 8 - Resolução da lista (Figura 6) de exercícios referentes aos conceitos discutidos nas Figuras 4 e 5 do Estudante 1.



Fonte: Caderno do Estudante 1.

As anotações dos Estudantes 2, 3 e 4, considerando os conceitos discutidos nas Figuras 4 e 5, são semelhantes ao do Estudante 1, trazendo as fórmulas da Lei dos Senos e Cossenos e na sequência o desenvolvimento dos exemplos e da lista de exercícios. Identificamos três anotações recorrentes dos estudantes: as fórmulas ou as regras que irão utilizar para as questões envolvendo o conteúdo a ser discutido; o desenvolvimento de exemplos e na sequência a lista de exercícios com aplicação do que foi apresentado anteriormente, o que marca a proposição de ensino proposto pela professora.

Considerando os registros mobilizados nos exemplos e nas próprias listas de exercícios podemos ainda fazer as seguintes observações, todos os exemplos e os exercícios da lista de exercício apresentam o registro da aplicação da força no objeto, ou seja, os estudantes já têm o registro figural de vetor que representa força, eles precisam a partir da análise deste registro fazer a coleta de dados e resolver o que pede no enunciado da questão. Característica que se apresenta em praticamente todas as listas de exercícios. Vale destacar que os livros da bibliografia básica desta disciplina também fazem este movimento, a grande maioria das questões apresentam o registro na língua natural e a representação da situação envolvida na forma de um registro figural e a compreensão destes registros viabiliza a resolução da questão mobilizando registros algébricos.

O ensino proposto aqui, viabiliza que o estudante mobilize uma série de outros conceitos matemáticos e físicos. O registro figural, por exemplo, dependendo do contexto exige uma elaboração conceitual por parte do estudante, uma vez que este precisa considerar, além do conceito Força, o conceito Vetor, suas propriedades e as propriedades das operações com vetores, conhecimento este que necessita ser apropriado na disciplina de Geometria Analítica e Vetores. Não é função da Mecânica Geral I ensinar Vetor ou Força, porém para que os conceitos de Mecânica sejam apreendidos é necessário mobilizar Força e conseqüentemente o conceito Vetor. Para tanto, se faz tão necessário que ambos os conceitos, Força e Vetor, sejam significados nas disciplinas de Física I e GAV, discutidas nos primeiros semestres dos cursos de Engenharia.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O problema de investigação desta escrita foi: de que forma Vetor, como um conceito matemático que representa força, é tratado em uma proposição de organização de ensino na disciplina Mecânica Geral I, considerando o material orientador das aulas apresentado pelo professor, anotações da pesquisadora do acompanhamento das aulas e registros de estudantes? Para tanto, analisamos o material orientador das aulas de Mecânica Geral I proposto por uma professora, as anotações da pesquisadora que acompanhou as aulas no decorrer do semestre e o caderno de quatro estudantes que voluntariamente disponibilizaram seus registros para este estudo. As análises tiveram como fundamentação teórica a AOE e a teoria dos RRS.

A partir das análises realizadas nos instrumentos apresentados destacamos as seguintes considerações, em relação ao material orientador das aulas de Mecânica Geral I: as aulas seguem um padrão de organização, divididas em dois momentos, um primeiro momento de apresentação dos conceitos e demonstração de exemplos, nestes momentos ocorre uma maior participação dos estudantes, marcada por questionamentos levantados pela professora e em alguns momentos levantados pelos próprios estudantes, eles questionam, tiram dúvidas e alguns ainda contribuem com exemplos ou situações da prática profissional, e um segundo momento de resolução de atividades envolvendo a aplicação dos conceitos estudados, na forma de problemas e exercícios propostos.

Neste segundo momento, os estudantes são liberados para realizar a lista podendo optar por ficarem em sala de aula trabalhando e sanando possíveis dúvidas ou dificuldades ou então ir embora e trabalhar nas questões em outro lugar. O ensino proposto apresenta como atividade desencadeadora de aprendizagem a apresentação do próprio conceito a ser estudado, e a partir disso a professora explica o conceito, apresenta exemplos, os quais são resolvidos passo-a-passo e na maioria dos casos trazendo situações em que o conceito pode ser aplicado no contexto profissional, em especial, no contexto profissional do Engenheiro Civil.

Esta análise nos permitiu destacar que em relação aos registros de representação semiótico do conceito Vetor, mais de uma representação é considerada, o que, de acordo com a teoria dos RRS é uma condição para que ocorra a apreensão dos conceitos matemáticos pelos estudantes. Em praticamente todas as questões propostas nas listas de exercícios, inclusive nos exercícios dos livros da bibliografia básica da disciplina, o registro figural foi considerado. Nestes o estudante, para resolver as questões, precisa fazer a análise do registro figural, coletar os dados e a partir disso mobilizar as ferramentas necessárias para encontrar a solução do problema.

Os registros mais recorrentes no processo de ensino foram os registros da língua natural e o registro figural como registro de partida e como registro de chegada o registro simbólico. Outro aspecto a ser destacado é que, os exercícios propostos nas listas são muito semelhantes aos exemplos desenvolvidos pela professora no decorrer das aulas, não exigindo do estudante um processo de desenvolvimento conceitual mais complexo. Em muitos casos, basta seguir o exemplo discutido em aula.

E em relação aos registros dos estudantes: as anotações realizadas pelos estudantes, considerando o ensino proposto, foram de fórmulas, de desenvolvimento de exemplos, procedimentos passo-a-passo para resolução das questões e de resolução de listas de exercícios. Apesar de o ensino proposto pela professora viabilizar a mobilização de mais de um registro de

representação e de ocorrer tratamentos e conversões entre os registros, a grande maioria das questões propostas nas listas de exercícios apresentavam contextos muito semelhantes dos exemplos resolvidos pela professora, o que pode indicar que os estudantes, ao resolverem as listas, apenas repetiam os procedimentos ensinados e podem não ter se apropriado conceitualmente dos conceitos apresentados.

De modo geral, podemos concluir que, considerando a análise do material orientador das aulas, o conceito Vetor é tratado como uma ferramenta matemática no processo de ensino, sendo utilizado para representar força nas situações relacionadas à mecânica geral. O conceito é apresentado/definido no início da disciplina e no decorrer da mesma mobilizado para representar força. O registro figural é recorrente, justamente pela função que desempenha na representação da grandeza vetorial força.

## REFERÊNCIAS

- CASTRO, Samira Choukri de. Os vetores do plano e do espaço e os registros de representação. 2001. 111f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2001.
- DAMM, Regina Flemming. Registros de representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. Educação Matemática: uma (nova) introdução. 3.ed. São Paulo: EDUC, 2012.
- DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica. Campinas: Papyrus, 2003.
- DUVAL, Raymond. Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.
- FERREIRA, Cezar Augusto. A aprendizagem da docência em matemática a partir da elaboração de uma situação desencadeadora de aprendizagem. 2019. 160f. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2019.
- LEONTIEV, Alexis N. O Desenvolvimento do Psiquismo. Livros Horizontes, 1978.
- MORAES, S. P. G. de. A avaliação do processo de ensino e aprendizagem em matemática: contribuições da teoria histórico-cultural. 2008. 260f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.
- MORAES, Silvia Pereira Gonzaga de; MOURA, Manoel Oriosvaldo de. Avaliação do Processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática: contribuições da teoria histórico-cultural. Bolema, Rio Claro – São Paulo, Ano 22, n.33, p.97-116, 2009.
- MORETTI, Vanessa Dias. Professores de matemática em atividade de ensino: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente. 2007. 206f. Tese (Doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.
- MOURA, M.O. A construção do signo numérico em situação de ensino. 1992. 158f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.
- MOURA, M.O. A atividade de ensino como unidade formadora. Bolema, Rio Claro – São Paulo, v.11, n. 12, 1997.
- MOURA, M.O. O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública. Tese (Livre-Docência em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo 2000.

MOURA, M. O. de.; SFORNI, M. S. de F.; ARAÚJO, E. S. Objetivação e Apropriação de Conhecimentos na Atividade Orientadora de Ensino. *Revista Teoria e Prática da Educação*, v. 14, n. 1, p. 39-50, jan./abr. 2011. Disponível em: <http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/TeorPratEduc/article/view/15674/8500>. Acessado em: 18/01/2021.

MOURA, M.O.; *et al.* A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: MOURA, M.O. (coord.). *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural*. - 2. ed. - Campinas, SP: Autores Associados, 2016.

NEHRING, Cátia Maria. A multiplicação e seus registros de representação nas séries iniciais. 1996. 249f. Dissertação (Mestrado em Educação: Educação e Ciência) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1996.

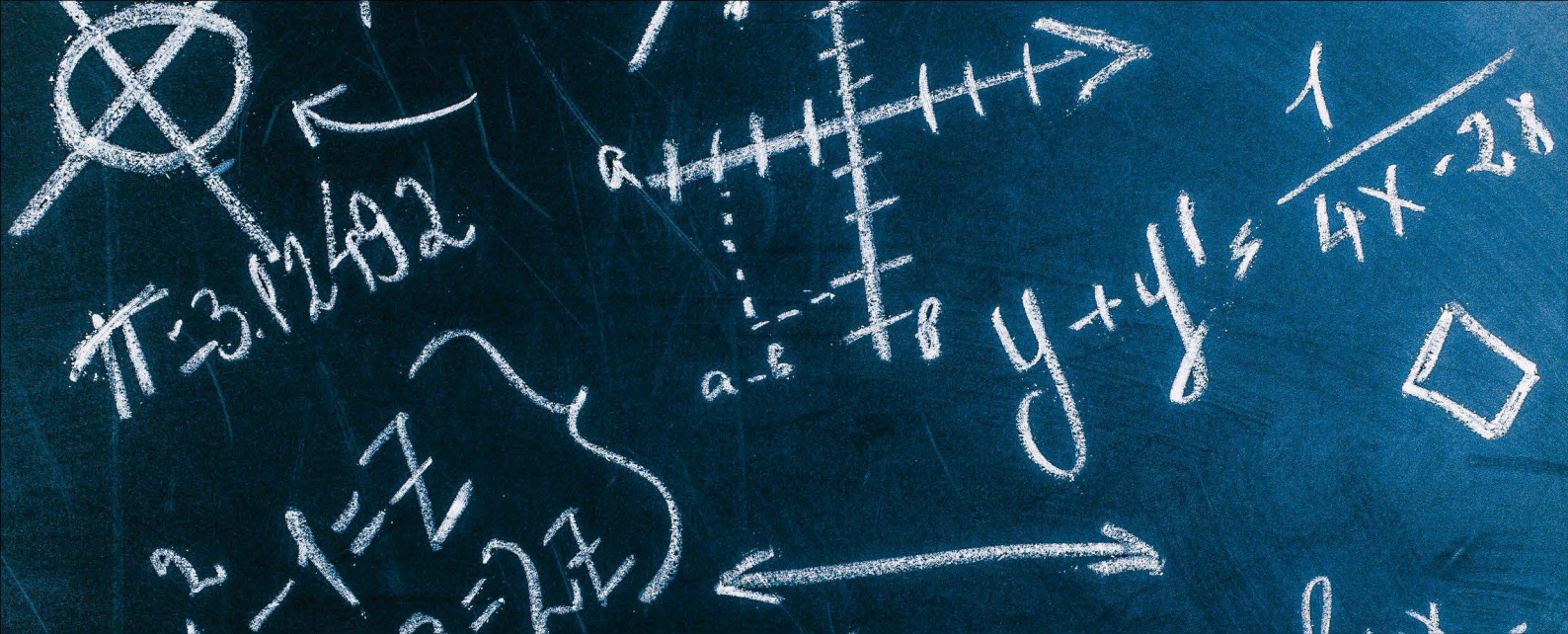
PROJETO PEDAGÓGICO DE CURSO DE ENGENHARIA (PPC Engenharia Civil). Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - UNIJUÍ, 2017.

RONCAGLIO, Viviane; NEHRING, Cátia M.; BATTISTI, Isabel K.. O Conceito de Vetor a partir da análise de livros didáticos de Matemática, Física e Engenharia. In: SCHEWTSCHIK, Annaly (org.). *Universo dos segmentos envolvidos com a educação matemática 2*. Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2020. p. 135-148. Disponível em: <https://www.atenaeditora.com.br/post-ebook/3015>. Acesso em: 28/11/2020.

RONCAGLIO, Viviane; BATTISTI, Isabel K.; NEHRING, Cátia M.. Formação do engenheiro: o conceito vetor no programa curricular de um curso de engenharia civil. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, v. 23, n. 1, p. 263-296, 2021. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/49595/pdf>. Acesso em: 25/04/2021.

SANTOS, S. M. P. dos. Sentidos e significados do conceito de divisão provenientes de Atividade Orientadora de Ensino. 2016. 132f. Dissertação (Mestre em Docência para Educação Básica) – UNESP, Faculdade de Ciências, Bauru, 2016.

STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. *Geometria Analítica*. São Paulo: Person Makron Books, 1987.



# **Tecnologias digitais no ensino da matemática: o uso do app "Google Sala de Aula" como facilitador do processo ensino-aprendizagem**

## **Digital technologies in the teaching of mathematics: the use of the "Google Classroom" app as a facilitator of the teaching-learning process**

---

**Francisco Ronilso Rocha da Silva**  
Centro de Educação Aberta e a Distância – (CEAD)  
**Cleidiane de Carvalho Pereira**  
Universidade Federal do Piauí - UFPI

DOI: 10.47573/aya.88580.2.23.3

# Resumo

---

O uso de tecnologias digitais no ensino da matemática é um dos caminhos utilizados por algumas escolas e professores a fim de promover uma interação melhor aos seus alunos. Várias ferramentas auxiliam na prática docente a fim de organizar e compartilhar atividades e materiais de forma dinâmica com o uso, por exemplo, da ferramenta “Google Sala de Aula”, uma espécie de ambiente virtual que por meio dele professores tornam as aulas mais interativas. A presente pesquisa teve o objetivo de desenvolver uma nova metodologia de ensino da Matemática através do uso do Aplicativo “Google Sala de Aula” como forma de complementar as aulas presenciais e melhorar a relação professor aluno. Para a realização desse trabalho foi aplicado em termos básicos de pesquisa, uma análise de vários autores sobre a mesma temática que é o uso de ferramentas tecnológicas como facilitador do processo de ensino e aprendizagem no ensino da matemática. A pesquisa é de abordagem qualitativa e natureza básica, com objetivos descritivos e procedimentos bibliográficos, visto que foi elaborada a partir de material já publicado, como livros, artigos, periódicos e Internet, através de observações e relatos sobre experiências de autores sobre o mesmo tema como: Araújo (2016), Veludo (2018), Mercado (2002), Valente (1999) entre outros autores. Conclui-se que com a inclusão de plataformas online é possível perceber uma melhor interação entre os alunos e alunos e professor que antes era mais tímida chegando a uma real conclusão de que os objetivos antes propostos tinham sido atingidos.

**Palavras-chave:** ferramentas tecnológicas. ensino de matemática. Google sala de aula.

# Abstract

---

The use of digital technologies in the teaching of mathematics is one of the ways used by some schools and teachers in order to promote a better interaction to their students. Several tools assist in teaching practice in order to organize and share activities and materials dynamically with the use, for example, of the tool “Google Classroom”, a kind of virtual environment that, through it, teachers make classes more interactive. This research aimed to develop a new methodology for teaching Mathematics through the use of the “Google Classroom” App as a way to complement the face-to-face classes and improve the teacher-student relationship. In order to carry out this work, an analysis by several authors on the same theme, which is the use of technological tools as a facilitator of the teaching and learning process in the teaching of mathematics, was applied in basic research terms. The research has a qualitative approach and basic nature, with descriptive objectives and bibliographic procedures, since it was elaborated from material already published, such as books, articles, journals and the Internet, through observations and reports on the experiences of authors on the same theme. such as: Araújo (2016), Veludo (2018), Mercado (2002), Valente (1999) among other authors. It is concluded that with the inclusion of online platforms it is possible to perceive a better interaction between students and students and a teacher who was previously more timid reaching a real conclusion that the objectives previously proposed had been achieved.

**Keywords:** technological tools. mathematics teaching. Google Classroom.

## INTRODUÇÃO

Apesar de seus aprendizes sentirem muita dificuldade na sua compreensão, o ensino da matemática é um dos pontos mais cruciais para a formação do cidadão. De acordo com a BNCC (2020) – Base Nacional Comum Curricular - o conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais.

Diante da grande necessidade e importância para a sociedade no aprendizado dos alunos na área da matemática, o professor terá uma grande responsabilidade em buscar novas metodologias de ensino, qualificar suas aulas e utilizar meios tecnológicos a fim de atrair a atenção dos alunos em manter o interesse pelo conhecimento.

Segundo Araújo (2016, p.26) “O uso de tecnologias de informação e comunicação, enquanto ferramenta metodológica, no processo ensino aprendizagem, tem assumido papel cada vez mais importante no cenário educacional brasileiro”.

Para a autora, a introdução da tecnologia nas escolas tem inovado de forma significativa os processos metodológicos de ensino, visto que no mundo informatizado que vivemos hoje, a utilização dessas ferramentas seria inevitável devido ao processo de evolução natural das metodologias de ensino aprendizagem.

Souza e Souza (2016) relatam que:

Através da plataforma os alunos terão a oportunidade de acessar recursos de apoio, conversar com o professor para promover uma maior interação entre eles e tirar suas dúvidas. A mediação do professor é importante para que o processo de aprendizagem ocorra de forma efetiva e identificar problemas ocorridos durante a aplicação das atividades para correção dos problemas que podem ocorrer durante a mesma. (SOUZA E SOUZA, 2016, p.2).

Portanto, o uso dessa plataforma foi de grande proveito no processo de gestão escolar, auxiliando professores e alunos na aprendizagem, proporcionando uma educação mais efetiva e de qualidade.

Partindo da motivação adquirida por meio da experiência do pesquisador como aluno da Educação a Distância e como professor de Matemática na educação pública municipal de Castelo do Piauí/PI, propôs-se a realizar a seguinte pesquisa com o objetivo de sair um pouco do tradicional e dar uma nova visão no conceito de Sala de aula, e com a evolução cada vez mais crescente da tecnologia, a utilização de suas ferramentas voltadas para o meio educacional ficou cada vez mais evidente e necessário, visto que os jovens de hoje estão cada vez mais inserido nesse mundo virtual.

Um dos motivos da escolha da utilização do aplicativo “Google Sala de Aula” deve-se ao fato de que é uma ferramenta gratuita e de fácil acesso que disponibiliza várias funções, desde o compartilhamento de materiais didático de forma dinâmica até a relação em tempo real entre professor-aluno. Outro motivo pela utilização do Aplicativo no ano corrente foi pela minimização dos impactos causados pela quarentena para escola e alunos devido à pandemia do Covid-19, doença causada pelo novo coronavírus que assola todo o mundo.



Atualmente existem várias ferramentas tecnológicas e uma delas e de grande valia é a plataforma “Google Sala de Aula”, que pode auxiliar os professores na sua prática docente e melhorar suas técnicas de ensino e aprendizagem dos alunos através de um ambiente virtual e prazeroso, que disponibiliza uma melhor interação entre professores e alunos através de recursos multimídias como vídeos, imagens, textos e animações possibilitando uma inovação no que tange a gestão das aulas através de ações pedagógicas voltada para essas mídias tecnológicas.

Nessa perspectiva, diante da enorme vantagem em se utilizar a tecnologia na educação, percebe-se a necessidade de se avaliar os efeitos dessa ferramenta tecnológica e desenvolver novas metodologias auxiliando no processo de ensino aprendizagem na área da Matemática.

Portanto, indaga-se: a utilização de ferramentas tecnológicas para o ensino da Matemática como o Aplicativo “Google Sala de Aula” promoverá uma melhor interação entre professores e alunos e auxiliará no processo de ensino aprendizagem dos mesmos dentro da Educação?

Então, o objetivo geral da presente pesquisa é desenvolver uma nova metodologia de ensino da Matemática através do uso do Aplicativo “Google Sala de Aula” como forma de complementar as aulas presenciais e melhorar a relação professor-aluno.

Para tanto, foram delineados os seguintes objetivos específicos: Aplicar novas metodologias de ensino da Matemática com o auxílio de ferramentas tecnológicas com o intuito de despertar o interesse dos alunos pela disciplina; Avaliar o desempenho dos alunos com a utilização do Aplicativo “Google Sala de Aula” através do gerenciamento de tarefas e compartilhamento de arquivos e utilizar o modelo de ensino híbrido com a utilização do “Google Sala de Aula” como forma de melhorar a motivação e o aprendizado dos alunos.

O presente artigo foi desenvolvido através de pesquisa de natureza básica e abordagem qualitativa, com objetivos descritivos e procedimentos bibliográficos a parti de levantamentos de dados em que, por meio dessa metodologia foi possível constatar uma evolução no novo conceito de sala de aula através do uso da tecnologia, uma ferramenta cada vez mais inserida na sociedade e que agora chega às escolas e foi de grande importância na relação entre professor e aluno, que veiculado com o processo educacional, proporcionou uma ascendência no processo ensino aprendizagem dos alunos.

O tipo de pesquisa levantada foi à revisão teórica de vários autores ao fazer buscas por respostas pelo problema proposto através da leitura de livros, artigos, dissertações, observações e relatos sobre experiências desses autores sobre o mesmo tema.

Dentre os principais teóricos pesquisados podemos destacar Araújo (2016), Mercado (2002) e Valente (1999). Este trabalho ficou estruturado da seguinte forma: na seção dois o referencial teórico; na seção três a metodologia; na seção quatro os resultados e discussões e na seção cinco a conclusão.

## REFERENCIAL TEÓRICO

Em pleno século XXI na era digital, ainda se discute muito sobre as metodologias de ensino nas escolas, principalmente na área da matemática, por ser uma disciplina tão desafiadora e que muitos professores ainda utilizam métodos tradicionais para lecioná-la, não tendo êxito na

maioria das vezes no ensino e aprendizagem de seus alunos, pois esse método não desperta o interesse dos alunos na busca pelo conhecimento da matéria.

Araújo e Santos (2015) falam que:

a maioria dos autores entendem que as tecnologias são de grande utilidade, pois permitem facilitar o trabalho docente ou modificar a dinâmica da sala de aula. Ressaltam a importância de que seu uso não seja apenas como elemento de motivação, mas que possam ser usadas para transformar o processo de ensino e aprendizagem. (ARAÚJO e SANTOS, 2015, p.23).

Os autores relatam a importância do uso da tecnologia como uma ferramenta que dará uma nova “cara” a educação, uma ferramenta que permitirá não somente uma melhor interação entre professores e alunos, mas também uma evolução nos métodos de lecionar aulas.

Veludo (2018) relata que:

No século XX, o conhecimento era adquirido apenas em salas de aula, bibliotecas, encontros entre amigos, entre outros meios. No final do século XX, a infraestrutura da internet, mesmo ainda em ascendência, já permitia a aquisição de conhecimento por meio da leitura de textos longos e imagens. Com a tecnologia da próxima era, torna-se possível aprender várias coisas sem ao menos sair de casa, apenas com um notebook ou smartphone em mãos. (VELUDO, 2018, p.18).

Segundo o autor o processo de ensino aprendizagem da Matemática através do uso das ferramentas tecnológicas, como por exemplo, notebooks ou smartphone, será possível inovar as técnicas de ensino, apesar das dificuldades da maioria das escolas ainda não ter esses recursos disponíveis em sala de aula. No entanto, verifica-se que com a utilização dessas ferramentas, a qualidade de ensino melhorou substancialmente, visto que são de grande importância como meio para auxiliar na docência do professor e na aprendizagem dos alunos.

Segundo Araújo (2016):

atualmente, com os recursos tecnológicos disponíveis, podemos tornar a Matemática uma disciplina envolvente e instigante para nossos alunos. Com a difusão do computador como ferramenta no processo de ensino aprendizagem, vários aplicativos foram desenvolvidos para essa finalidade, possibilitando uma revolução em termos da habitual forma de ministrar aulas. (ARAÚJO, 2016, p.16).

A autora relata experiências bem sucedidas com a inserção do uso da plataforma “Google Sala de Aula” de forma paralela com as aulas presenciais incorporando uma nova metodologia de ensino e auxiliando no ensino da Matemática.

Schiehl e Gasparini (2016, p.9), falam que:

o foco da aula está na aprendizagem do estudante que se percebe como parte da turma quando é atendido em suas dificuldades, seja pelo professor ou pelos próprios colegas que tem mais facilidade. Fato que corroborou com um aumento no engajamento dos estudantes nas aulas de matemática. (SCHIEHL e GASPARINI. 2016. p.9)

De fato, o foco é a aprendizagem dos alunos e as ferramentas tecnológicas no meio educacional veio para auxiliar nessa aprendizagem contribuindo para uma melhor interação entre professores, alunos e o objeto de estudo.

De acordo com Aquino (2013):

A era da tecnologia fez com que a estrutura pedagógica de diversas instituições de ensino fosse repensada, adequando o processo de ensino e aprendizagem no âmbito de vivência

dos alunos. Não obstante a isto, a tecnologia disponibilizou inúmeras inovações, facilidades e vantagens que detêm influência direta ao aluno em suas percepções de aprendizado. (AQUINO, 2013, p.8).

Ao analisar essa adequação dos processos de ensino e aprendizagem através da inserção das novas tecnologias adaptadas para o mundo escolar e o professor como uma figura importante nesse cenário como mediador dessas ferramentas tecnológicas. Pude compreender também que essa evolução nos métodos de ensino aprendizagem é natural e os professores não tem outra escolha senão acompanhá-la, pois estamos na era digital onde “tudo” é informatizado, então é normal que ideias, métodos e técnicas de ensino estejam em constante adaptação com os tempos para acompanhar a evolução natural da vida.

Segundo Souza e Souza (2016):

seu trabalho de pesquisa mostrou que a inclusão de plataformas online utilizadas no ensino médio, tende a despertar o interesse dos alunos pela disciplina que está sendo estudada, conseqüentemente, haverá uma interação maior entre os alunos, aumentando assim o espaço colaborativo entre eles, contribuindo no processo de ensino e aprendizagem. (SOUZA e SOUZA, 2016, p.11).

Ao refletir a respeito da inclusão dessas plataformas online como uma nova ferramenta de auxílio no ensino aprendizagem, foi possível notar que a educação se tornou mais rica em termos didáticos, possibilitando uma nova reflexão na construção do conhecimento.

Mercado (2002) ressalta que:

Com as novas tecnologias, novas formas de aprender, novas competências são exigidas, novas formas de se realizar o trabalho pedagógico são necessárias formar continuamente o novo professor para atuar nesse ambiente telemático, em que a tecnologia serve como mediador do processo ensino-aprendizagem. (MERCADO, 2002. p.13).

Visto que nesse período de quarentena devido à pandemia do Covid-19, doença causada pelo novo coronavírus, muitas escolas estão utilizando o processo de aulas remotas para que os alunos não sejam prejudicados, além disso, o uso dessas plataformas online foi de grande importância, que só tem a agregar valor ao processo ensino aprendizagem até mesmo ao período pós-pandemia.

Valente (1999) infere que:

A sociedade atual passa por grandes mudanças, exigindo cidadãos críticos, criativos, reflexivos, com capacidade de aprender a aprender, de trabalhar em grupo, de se conhecer como indivíduo e como membro participante de uma sociedade que busca o seu próprio desenvolvimento, bem como o de sua comunidade. Cabe à educação formar este profissional. Por essa razão, a educação não pode mais restringir-se ao conjunto de instruções que o professor transmite a um aluno passivo, mas deve enfatizar a construção do conhecimento pelo aluno e o desenvolvimento de novas competências necessárias para sobreviver na sociedade atual (VALENTE, 1999, p.113).

A educação passa por grandes mudanças e uma delas é o desenvolvimento de competências que abordam novas concepções de ensino aprendizagem na sociedade como um todo com a inserção do computador e de outras ferramentas tecnológicas na escola, possibilitando novas metodologias de ensino aprendizagem enfatizando novas competências e habilidades de ensino, reflexão e construção do conhecimento e do saber contribuído para uma sociedade mais crítica e informatizada.

Segundo Gomes (2015):

Os novos desafios, conteúdos e linguagens trazidos pelo cinema, rádio e televisão deram a impressão de que a educação mudaria a escola iria incorporar tudo isso e assim surgiria uma nova prática educacional. Porém, infelizmente, essas mídias foram colocadas à margem, sempre usadas apenas como forma de ilustração. A aula continua igual, tradicional e muitas vezes maçante. O advento da tecnologia deve ser encarado como algo para transformar o ambiente escolar, dinamizar a relação entre o aluno e o que se pretende ensinar. (GOMES, 2015, p.11).

É notório perceber que, com a inserção da tecnologia de forma proveitosa na educação ainda é um empecilho para muitos professores, pois os mesmos ainda se sentem inseguro com essa nova prática de ensino e também por não haver uma formação adequada para os professores em utilizar essas ferramentas tecnológicas ocasionando esse desconforto no uso dessa tecnologia em sala aula.

Vejamos a seguir na Figura 1 no qual apresenta as principais características do Google Sala de Aula, uma ferramenta muito utilizada pelas escolas nos tempos atuais nesse processo de aulas remotas devido a esse período de pandemia.

**Figura 1. Característica do Google Sala de Aula**



**Fonte: Site// Professor Edigley Alexandre. Acesso em 08 de julho de 2020**

Apesar de ser uma ferramenta bem simples de se gerenciar, o “Google Sala de Aula” oferece um leque de opções. Essa plataforma é um serviço da web gratuito para escolas e qualquer pessoa que tenha uma conta do Google pessoal e com ela alunos e professores se conectam facilmente, dentro e fora da escola.

Para Schiehl e Gasparini (2016):

O Google Sala de Aula é uma sala virtual, onde o professor organiza as turmas e direciona os trabalhos, usando ou não as demais ferramentas do Google Apps. O professor acompanha o estudante no desenvolvimento das atividades e, se necessário, atribui comentários e notas nas produções realizadas. (SCHIEHL e GASPARINI, 2016, p. 6).

Segundo os autores, o “Google Sala de Aula” é uma ferramenta tecnológica de gerenciamento de turmas, onde os professores acompanham o desenvolvimento de seus alunos bem como suas atividades realizadas, além de uma melhor interação entre professores e alunos.

Portanto, partiu-se da hipótese de que com a utilização dessa plataforma de ensino o

professor teria uma relação mais próxima e de forma dinâmica com seus alunos, visto que a mesma oferece suporte para várias atividades e ferramentas de interação entre os envolvidos auxiliando professores, alunos e escolas com um espaço para a realização de aulas virtuais, criando um ambiente de ensino aprendizagem de forma comunicativo e colaborativo possibilitando uma melhor interação, organização e orientação ao aluno, integrando o homem com a tecnologia.

## METODOLOGIA

O presente artigo foi desenvolvido através de uma abordagem qualitativa com procedimentos bibliográficos em que, por meio dessa metodologia foi possível constatar uma evolução no novo conceito de sala de aula através do uso da tecnologia, uma ferramenta cada vez mais inserida na sociedade e que agora chega às escolas e foi de grande importância na relação entre professor e aluno, que veiculado com o processo educacional, proporcionou uma ascendência no processo ensino aprendizagem dos alunos.

De acordo com Gil (2002):

A pesquisa é desenvolvida mediante o concurso dos conhecimentos disponíveis e a utilização cuidadosa de métodos, técnicas e outros procedimentos científicos. Na realidade, a pesquisa desenvolve-se ao longo de um processo que envolve inúmeras fases, desde a adequada formulação do problema até a satisfatória apresentação dos resultados. (GIL, 2002, p. 17).

Segundo o autor uma pesquisa é realizada mediante conhecimento sobre um problema adquirido com uso de procedimentos científicos e é desenvolvida em várias fases, desde a formulação do problema até a resolução do mesmo.

A finalidade desse trabalho foi aplicar em termos básicos de pesquisa em análise de vários autores sobre o mesmo tema que é o uso de ferramentas tecnológicas como facilitador do processo de ensino e aprendizagem no ensino da matemática.

Desta forma, ao fazer essas buscas por respostas através da leitura de livros, artigos, dissertações, observações e relatos sobre experiências de outros autores sobre o mesmo tema, puderam chegar à conclusão da real importância da formação pedagógica do professor em melhorar suas técnicas de ensino, buscando novas metodologias e principalmente inserindo o uso de ferramentas tecnológicas na sua prática docente, visto que o método tradicional já não tem mais tanto efeito no mundo globalizado que vivemos hoje.

Os objetivos dessa pesquisa foram de cunho descritivo, visto que um dos principais questionamentos da pesquisa está relacionado com a inserção de ferramentas tecnológica no meio educacional, principalmente com o uso do aplicativo Google Sala de Aula, um ambiente virtual de sala de aula onde professores e alunos podem compartilhar materiais didáticos, além de uma interação mais próxima e em tempo real.

O método utilizado para a pesquisa foi o hipotético – dedutivo, pois de acordo com o tema parte-se da hipótese em resolver um problema que afete a aprendizagem dos alunos na área da matemática e que foi resolvido no final, seguindo os objetivos propostos através do uso das ferramentas tecnológicas no processo ensino aprendizagem chegando a um resultado positivo diante do problema levantado no início da pesquisa.

## **Delimitação da pesquisa**

Este trabalho foi desenvolvido através de pesquisas bibliográficas de cunho descritivo através da revisão teórica de diversos autores que abordaram sobre a mesma temática. Rigorosamente, um projeto só pode ser definitivamente elaborado quando se tem um problema claramente formulado, os objetivos bem determinados, assim como o plano de coleta e análise dos dados. (GIL, 2002, p.21).

Por meio desta metodologia o pesquisador buscou uma análise e reflexão a respeito da inserção da tecnologia na educação como um meio de auxiliar o processo de ensino aprendizagem e sua importância para o meio educacional, visto que a leitura de livros, artigos, teses e dissertações abrem a mente e proporcionam novas ideias e informações que será de grande relevância para novas práticas de ensino aprendizagem.

## **Processo de Coletas de Dados**

No processo de coleta de dados, foram utilizados diversos materiais como artigos, livros, teses e dissertações retiradas de vários autores e sites da internet que tratavam de informações relacionadas a tecnologias na educação. Partindo disso, buscou-se a leitura e o aprimoramento da revisão bibliográfica através da pesquisa utilizando as palavras-chaves: “Ferramentas Tecnológicas; Ensino da Matemática; Google Sala de Aula”. A coleta contou com uma seleção de Bibliografias que abrangem o período de 1999 a 2018.

Durante a coleta, utilizaram-se meios de leituras criteriosa e reflexiva com o intuito de atingir os objetivos citados inicialmente e compreender a importância das ferramentas tecnológicas para a construção do saber no ensino-aprendizagem dos alunos.

## **Processo de Análise de Dados**

### **Tipo de pesquisa**

Este trabalho foi desenvolvido através de pesquisa de natureza básica e abordagem qualitativa, visto que objetiva gerar conhecimentos novos para avanço da ciência sem aplicação prática prevista e com objetivos descritivos e procedimentos bibliográficos, já que foram elaboradas a partir de material já publicado, como livros, artigos, periódicos, dissertações e sites da Internet, através da análise de relatos das experiências de outros autores sobre o mesmo tema.

### **Coleta de Dados**

A técnica utilizada na coleta de dados da pesquisa foi à análise de conteúdo, que tem os documentos como livros, artigos, periódicos, dissertações e a Internet como fontes de pesquisa, onde foi levantado informações de 10 (dez) autores, que relataram em suas obras experiências sobre o mesmo tema abordado nesta pesquisa.

### **Público-Alvo**

Alunos e professores em geral, como forma de produzir conhecimentos compartilhados entre os mesmos e melhorar a autoestima, qualidade de ensino e interação durante as aulas

através do uso dessas ferramentas tecnológicas voltadas para a educação.

## Análise de dados

Após o levantamento dos dados coletados da pesquisa, foi necessário realizar sua análise que envolveu vários procedimentos, desde a leitura criteriosa e reflexiva das obras pesquisadas com o intuito de compreender o uso das tecnologias na educação até a elaboração de uma tabela para a validação desses dados de abordagem qualitativa fundamentados por autores que abordaram sobre o mesmo tema da pesquisa.

A seguir será apresentada o quadro 1 mostrando o referencial teórico da pesquisa, os trabalhos dos autores que abordaram o uso da tecnologia e suas contribuições para a educação.

**Quadro 1 – Referencial Teórico da Pesquisa**

Trabalhos	Contexto	Objetivos	Contribuição Diferencial
Monografia: AQUINO, Alisson Ferreira de (2013).	O uso das novas mídias tecnológicas no processo pedagógico escolar: o caso do Centro de Ensino Fundamental 04 de Ceilândia.	Analisar a percepção dos professores sobre como as novas tecnologias de informação e comunicação podem ser utilizadas para promover o ensino e aprendizagem.	Sua contribuição está relacionada com a identificação dos principais fatores que coíbem a efetividade nos processos pedagógicos nos centros de ensino fundamental, possibilitando uma avaliação da direção sobre tais premissas, para que se encontrem os meios de melhoria contínua no processo de ensino e aprendizado em sua unidade.
TCC: ARAÚJO, Adriano Jones Sá; SANTOS, Reginaldo Silva (2014).	O Uso de Tecnologias Digitais no Ensino da Matemática.	Verificar se os professores de matemática utilizam tecnologias digitais como instrumento de ensino e aprendizagem.	A obra do autor contribui para que os alunos tivessem mais autonomia no processo de ensino em expressarem sua criatividade, juízo de valor, desenvolverem o raciocínio e o senso crítico e aumentarem sua autoestima, transformando as tarefas difíceis, complicadas e sem sentido em algo, fácil, dinâmico e com significado.
Dissertação: ARAÚJO, Helenice Maria Costa (2016)	O Uso das Ferramentas do Aplicativo “Google Sala de Aula” no Ensino de Matemática.	Inserir Tecnologias de Informação e Comunicação na prática docente e a utilização de ferramentas para ambiente de sala de aula do aplicativo “Google Sala de Aula”, com vistas à criação de um ambiente interativo onde se possa compartilhar materiais didáticos de forma dinâmica bem como propiciar a interação em tempo real entre professores e alunos.	A autora contribui para o aprimoramento da Linguagem Matemática contribuindo de forma significativa para a aprendizagem dos conteúdos Matemáticos abordados.

Livro: GIL, Antônio Carlos (2002).	Como Elaborar Projetos de Pesquisa.	Apresentar aos iniciantes, de maneira simples e acessível, os princípios básicos para a elaboração de um projeto de pesquisa científica e garantir ao profissional de pesquisa, bem como ao estudante dos níveis mais avançados, inclusive de pós-graduação, elementos para a organização de conhecimentos dispersos obtidos ao longo da vida acadêmica ou do contato direto com a prática da pesquisa.	A obra do autor contribui para a apresentar estratégias e táticas de pesquisa adequadas aos objetivos tanto das pesquisas “puras” quanto das “aplicadas”.
Dissertação: GOMES, Renata (2015).	Uso de recursos tecnológicos para o ensino de matemática nos ensinamentos fundamental e médio.	Fazer uso de recursos tecnológicos para a implementação das aulas de matemática e também realizar atividades de cunho investigativo, onde haja uma maior interação do aluno com a ferramenta matemática a ser estudada.	A obra do autor possui como contribuição dar subsídios aos professores da educação básica para a inserção da tecnologia em suas aulas.
Livro: MERCADO, Luís Paulo Leopoldo (2002).	Novas tecnologias na educação: reflexões sobre a prática.	Aprofundar os estudos sobre a utilização das novas tecnologias no processo educativo, tendo em vista a formação e a pesquisa sobre o uso das novas tecnologias em informática como mediadora da aprendizagem, buscando favorecer novas formas de aprender a pensar e de ensiná-lo.	A obra do autor contribui para apresentar o papel do professor frente as novas tecnologias no contexto da Sociedade do Conhecimento, as novas formas de aprender com as tecnologias e as exigências colocadas na formação de professores frente as novas tecnologias.
Artigo: SCHIEHL, Edson Pedro; GASPARINI, Isabela. (2016)	Contribuições do Google Sala de Aula para o Ensino Híbrido.	Apresentar o conceito de ensino híbrido e seus diferentes modelos, além das potencialidades do Google Sala de Aula e a utilização de suas ferramentas para o auxílio no processo de ensino aprendizagem.	A obra do autor contribuiu com um modelo de ensino híbrido que se adapta às possibilidades estruturais e funcionais de cada instituição de ensino público que desenvolvem o ensino tradicional em sala de aula.
Artigo: SOUZA, Affonso; SOUZA, Flávia. (2016)	Uso da Plataforma Google Classroom como ferramenta de apoio ao processo de ensino e aprendizagem: Relato de aplicação no ensino médio.	Investigar como o uso do Google Classroom em uma turma de matemática no ensino médio de uma escola pública pode melhorar a interação e a aprendizagem em colaboração dos alunos.	A obra do autor contribuiu para que os alunos interagissem mais entre si e com o professor através da observação do uso da plataforma Google Classroom.
Livro: VALENTE, José Armando. (1999)	O computador na sociedade do conhecimento.	Reunir um conjunto de artigos de cunho teórico, fundamentando as ações de formação de educadores na área de Informática Educação e contextualizando a abordagem pedagógica que temos incentivado na introdução do computador nas atividades de sala de aula.	A obra do autor contribuiu para uma educação que não pode mais restringir-se ao conjunto de instruções que o professor transmite a um aluno passivo, mas deve enfatizar a construção do conhecimento pelo aluno e o desenvolvimento de novas competências necessárias para sobreviver na sociedade atual.



Dissertação: VELUDO, Marco Antonio Manzan. (2018)	Google Sala de Aula: Aplicado para discentes do ensino fundamental de uma escola particular de Uberaba-MG.	Investigar a viabilidade do uso de um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) em uma escola particular de ensino fundamental.	A contribuição do autor nos permite afirmar que a utilização da plataforma Google Sala de Aula, aliada às aulas presen- ciais, foi de grande proveito aos docentes, que conseguiram uma ferramenta de fácil utiliza- ção, por meio da qual podem inserir as atividades de forma simples e prática, além de ter total mobilidade de acesso.
---	---	---	--

Fonte: Pesquisador, 2020.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção é realizada a apresentação e análise dos resultados obtidos da pesquisa que implica os objetivos proposto pelo pesquisador e as ideias dos autores sobre a temática.

Em pleno século XXI na era digital, ainda se discute muito sobre as metodologias de ensino nas escolas, principalmente na área da matemática, por ser uma disciplina tão desafiadora e que muitos professores ainda utilizam métodos tradicionais para lecioná-la, não tendo êxito na maioria das vezes no ensino e aprendizagem de seus alunos, pois esse método não desperta o interesse dos alunos na busca pelo conhecimento da matéria.

Araújo e Santos (2015) falam da importância do uso da tecnologia como uma ferramenta que dará uma nova “cara” a educação, uma ferramenta que permitirá não somente uma melhor interação entre professores e alunos, mas também uma evolução nos métodos de lecionar aulas.

Segundo Araújo (2016), a autora relata experiências bem sucedidas com a inserção do uso da plataforma “Google Sala de Aula” de forma paralela com as aulas presenciais incorporando uma nova metodologia de ensino e auxiliando no ensino da Matemática.

De fato, o foco é a aprendizagem dos alunos e as ferramentas tecnológicas no meio educacional veio para auxiliar nessa aprendizagem contribuindo para uma melhor interação entre professores, alunos e o objeto de estudo, além de avaliar os mesmos através da realização das atividades via plataforma e participação em chat e fóruns de discussão.

Segundo Schiehl e Gasparini (2016) o “Google Sala de Aula” é uma ferramenta tecnológica de gerenciamento de turmas, onde os professores acompanham o desenvolvimento de seus alunos bem como suas atividades realizadas, além de uma melhor interação entre professores e alunos.

O “Google Sala de Aula” é uma ferramenta gratuita do Google e de fácil acesso que disponibiliza várias funções, desde o compartilhamento de materiais didáticos de forma dinâmica até a relação em tempo real entre professor-aluno.

Esse aplicativo irá permitir aos professores uma melhor comunicação com os alunos, além da verificação das atividades postadas pelos mesmos, auxiliando-os nas suas dificuldades e explorando nos seus pontos fortes, colaborando para que a aprendizagem dos conteúdos seja cada vez mais significativa.

Com o advento desse aplicativo, novas ferramentas poderão ser explorada como o Google driver no compartilhamento de arquivos diversos, google forms na realização de atividades online, o Youtube no compartilhamento de vídeos via link, entre outras possibilidades trazendo uma nova “cara” no conceito de ensino aprendizagem e despertando a curiosidade e o apreços dos alunos.

Valente (1999) infere que a sociedade passa por grandes mudanças e uma delas é o desenvolvimento de competências que abordam novas concepções de ensino aprendizagem na sociedade como um todo com a inserção do computador e de outras ferramentas tecnológicas na escola.

Mercado (2002) ressalta que com novas tecnologias, novas formas de aprender e novas competências são exigidas, visto que nesse período de quarentena devido à pandemia do Covid-19 o uso dessas plataformas online será de grande importância, que só tem a agregar valor ao processo ensino aprendizagem até mesmo ao período pós-pandemia.

Outra metodologia de ensino que está em ascensão é o ensino híbrido que se refere ao ensino regular e ao ensino remoto juntos, que poderá ganhar “caras” nesse período de pandemia, visto que será um método de ensino de grande importância nessa transição do ensino remoto que estamos atualmente ao ensino regular após a pandemia cessar.

Após a análise desses resultados pode perceber que, apesar de estarmos no mundo conectado com as tecnologias ainda há uma numerosa população que desconhece o uso dessas ferramentas tecnológicas, pois tem receio de usá-la, mas que quando entraram em contato com ela desenvolveram habilidades rapidamente, visto que as ferramentas tecnológicas venham para facilitar nossas ações e sua aprendizagem é rápida e de suma importância.

Num mundo informatizado que vivemos hoje é de fundamental importância que apreendamos a utilizarmos ela de forma proveitosa na nossa vida e na educação principalmente, pois é o ambiente onde precisa ser inovado com novas metodologias de ensino e aprendizagem através da utilização de ferramentas tecnológicas, para que tenhamos uma educação de qualidade.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho foi realizado com o propósito de analisar o uso de ferramentas tecnológicas dentro da educação com um olhar especial para a área da Matemática, visto que é uma disciplina que os alunos têm mais dificuldade. Com a utilização de plataformas digitais como o “Google Sala de Aula” a aprendizagem ficou mais informatizada e atraente para os alunos, além do mais essa plataforma auxilia os professores no gerenciamento de tarefas e compartilhamento de arquivos com os alunos, além de outras ferramentas que podem ser utilizadas melhorando a interação entre professor-aluno e contribuindo para a motivação dos mesmos.

Com o advento dessas ferramentas tecnológicas, é notório perceber uma melhor interação entre os alunos e entre alunos e professor que antes era mais tímida chegando a uma real conclusão de que meus objetivos tinham sido atingidos.

Apesar de termos vários pontos positivos com uso dessas aplicações existem pontos negativos que é a falta de laboratórios de informática nas escolas e a questão da internet que

é de baixa qualidade na nossa região dificultando os trabalhos e um melhor acesso ao “Google Sala de Aula”.

## REFERÊNCIAS

AQUINO, Alisson Ferreira de. O uso das novas mídias tecnológicas no processo pedagógico escolar: o caso do Centro de Ensino Fundamental 04 de Ceilândia. 2013. 47 f., il. Monografia (Especialização em Coordenação Pedagógica) - Universidade de Brasília, Brasília, 2013.

ARAÚJO, Adriano Jones Sá; SANTOS, Reginaldo Silva. O Uso de Tecnologias Digitais no Ensino da Matemática [TCC] – Curso de Licenciatura Plena em Matemática – Macapá – AP, 2015. 76p

ARAÚJO, Helenice Maria Costa. O USO DAS FERRAMENTAS DO APLICATIVO “GOOGLE SALA DE AULA” NO ENSINO DE MATEMÁTICA. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Goiás Regional. Catalão. 93 f. 2016.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2020. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase>. Acesso em: 03 de julho de 2020.

Gil, Antônio Carlos, 1946- Como elaborar projetos de pesquisa/Antônio Carlos Gil. - 4.ed. - São Paulo: Atlas, 2002

GOMES, Renata. Uso de recursos tecnológicos para o ensino de matemática nos ensinos fundamental e médio/Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. PROFMAT- Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2015. 63 f.

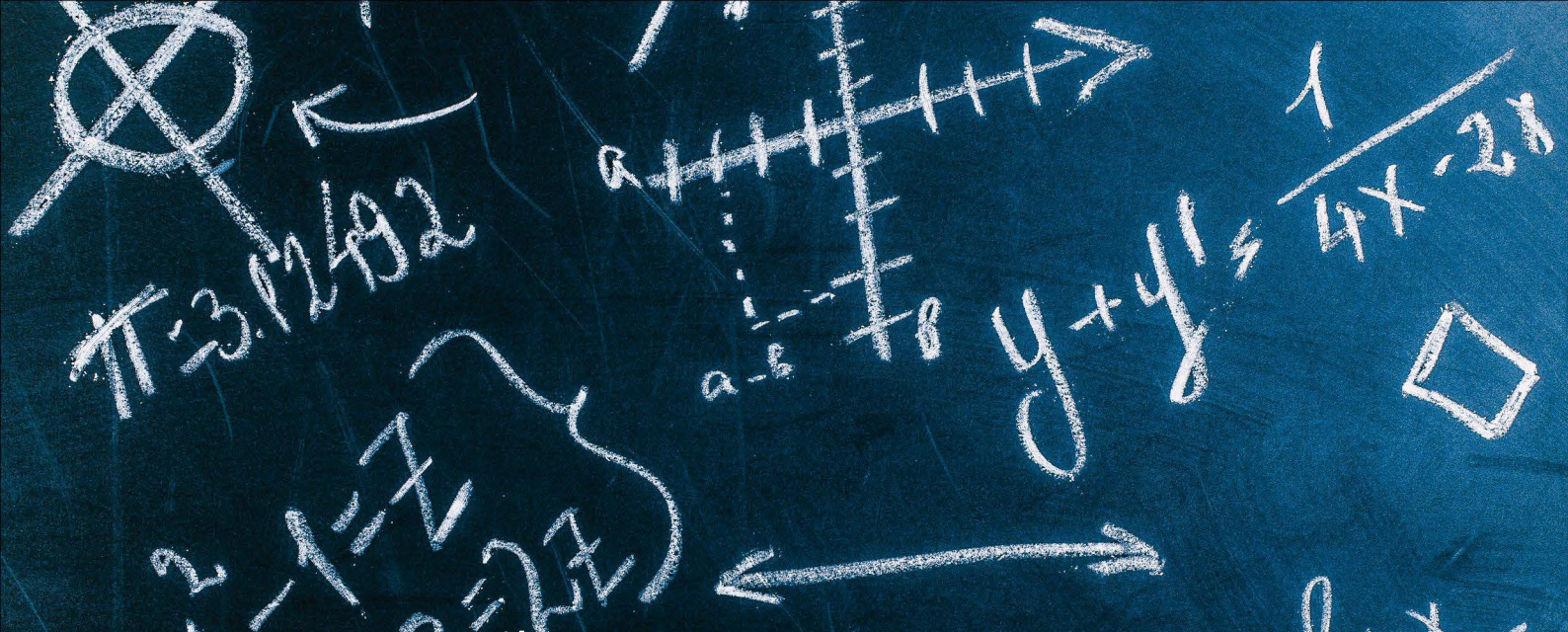
MERCADO, Luís Paulo Leopoldo. Novas tecnologias na educação: reflexões sobre a prática. Maceió: Edufal, 2002. 210 p.

SCHIEHL, Edson Pedro; GASPARINI, Isabela. Contribuições do Google Sala de Aula para o Ensino Híbrido. 2016 [Artigo] – Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC) – Joinville, SC – Brasil, 2016. 10p.

SOUZA, Affonso; SOUZA, Flávia. Uso da Plataforma Google Classroom como ferramenta de apoio ao processo de ensino e aprendizagem: Relato de aplicação no ensino médio [Artigo] - Universidade Federal da Paraíba –(UFPB) – Rio Tinto, PB –Brasil, 2016. 27p.

VALENTE, José Armando. O computador na sociedade do conhecimento/José Armando Valente, organizador – Campinas, SP:UNICAMP/NIED, 1999. 156p.

VELUDO, Marco Antonio Manzan. Google Sala de Aula: Aplicado para discentes do ensino fundamental de uma escola particular de Uberaba-MG/Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Triângulo Mineiro - Campus Uberaba. 2018. 92 f.



# Reflexões sobre o processo ensino-aprendizagem de matemática básica na escola e em cursos superiores de graduação no Brasil contemporâneo

## Reflections on the teaching-learning process of basic mathematics in school and in higher undergraduate courses in contemporary Brazil

---

*Marcos Pereira dos Santos*  
Faculdade Rachel de Queiroz - FAQ

DOI: 10.47573/aya.88580.2.23.4

# Resumo

---

Este artigo científico tem como objetivo principal realizar reflexões críticas sobre o processo ensino-aprendizagem de Matemática Básica na escola e em cursos superiores de graduação no Brasil contemporâneo. Numa abordagem metodológica qualitativa de pesquisa científica e aportes teóricos bibliográficos e eletrônicos, o trabalho investigativo em pauta está didaticamente estruturado em três partes distintas: Em primeira instância, são efetuados breves comentários acerca de que eixo basilar consiste o (currículo) básico da Matemática Básica. A seguir, trazemos a lume questões atinentes à Matemática Básica na educação escolar no Brasil desde a Educação Infantil até o Ensino Médio. Na terceira e última parte, faz-se apontamentos alusivos à Matemática Básica no contexto universitário brasileiro, especificamente em cursos de graduação. Nas considerações finais, enfatizamos algumas ideias centrais que gravitam em torno do tema em foco, dadas as suas contribuições didático-pedagógicas e metodológicas para a (Educação) Matemática na atualidade.

**Palavras-chave:** matemática básica. processo ensino-aprendizagem. escola. universidade. educação matemática.

# Abstract

---

The main objective of this scientific article is to carry out critical reflections on the teaching-learning process of Basic Mathematics at school and in higher undergraduate courses in contemporary Brazil. In a qualitative methodological approach to scientific research and bibliographic and electronic theoretical contributions, the investigative work on the agenda is didactically structured in three distinct parts: In the first instance, brief comments are made about what basic axis is the basic (curriculum) of Basic Mathematics. Next, we bring to light questions related to Basic Mathematics in school education in Brazil from Early Childhood Education to High School. In the third and final part, notes are made alusive to Basic Mathematics in the Brazilian university context, specifically in undergraduate courses. In the final considerations, we emphasize some central ideas that gravitate around the theme in focus, given its didactic-pedagogical and methodological contributions to (Education) Mathematics nowadays.

**Keywords:** basic mathematics. teaching-learning process. school. university. mathematics education.

Botini e Barraca (2008, p.90) apregoam que:

O nosso dia a dia nos cobra um conhecimento mínimo de Matemática, assim como a maioria das profissões exige também competências e habilidades matemáticas. Desde as compras em um supermercado até o estudo mais complexo, a todo o momento somos obrigados a compreender conceitos matemáticos, bem como a ler e interpretar dados numéricos [...] que se aplicam às diversas atividades rotineiras e profissionais [...].

Com base em tais argumentos, optou-se em elaborar este artigo científico, de abordagem qualitativa de pesquisa e referenciais teóricos (bibliográficos e eletrônicos), visando trazer a lume apontamentos crítico-reflexivos concernentes ao processo ensino-aprendizagem de Matemática Básica na escola – da Educação Infantil até o Ensino Médio – e em cursos superiores de graduação (bacharelado, licenciatura e tecnologia), junto a acadêmicos ingressantes, nos dias atuais.

Para tanto, o *corpus* textual do presente trabalho investigativo encontra-se didática e metodologicamente dividido em três partes distintas: 1ª) O (currículo) básico da Matemática Básica: de que base se trata?; 2ª) Matemática Básica na educação escolar no Brasil: da Educação Infantil ao Ensino Médio; e 3ª) Matemática Básica no contexto universitário brasileiro: os cursos de graduação em foco.

Ao apresentarmos, em suma, algumas ideias-chave da temática abordada à guisa de considerações finais, almeja-se sinceramente que o estudo em questão possa contribuir, de maneira direta ou indireta, para a ampliação do arcabouço teórico existente na área de Matemática, subcampo Educação Matemática, e servir de fonte auxiliar de leitura analítica, melhoria da prática pedagógica profissional docente e desenvolvimento de futuras pesquisas acadêmico-científicas sobre a disciplina de Matemática Básica em termos de ensino e aprendizagem de seus conteúdos curriculares básicos, seja nas escolas brasileiras de Educação Básica e/ou nas instituições de Educação Superior.

### O (CURRÍCULO) BÁSICO DA MATEMÁTICA BÁSICA: DE QUE BASE SE TRATA?

A Matemática é uma Ciência milenar (BOYER, 1999; EVES, 1997), a qual tem evoluído qualiquantitativamente ao longo dos séculos em termos de conceitos, conhecimentos, saberes, nomenclaturas, descobertas, fórmulas matemáticas, experiências, experimentos, técnicas, métodos, procedimentos, pedagogias, pesquisas acadêmico-científicas e aplicações à vida cotidiana, escolar e profissional.

Trata-se de um cabedal de conhecimentos e saberes científicos, de cunho teórico e prático, concreto e abstrato, simples e complexo, que foi sendo histórica, cultural e socialmente (re)construído pela humanidade a partir de suas reais necessidades de sobrevivência, desenvolvimento e progresso.

Nos dias atuais, a Matemática (ainda) continua sendo considerada por muitos estudantes universitários e da escola de Educação Básica (desde a Educação Infantil até o Ensino

Médio) como um “bicho-papão”, um “bicho-de-sete-cabeças”, haja vista que, segundo Carraher, Carraher e Schliemann (1988), esta disciplina curricular muitas vezes é ensinada de forma mnemônica, mecanicista, “platônica”, formalista, desintegrada, descontextualizada, “pronta e acabada”, sem inter/multi/pluri/transdisciplinaridade, ausente de significados, estruturada em conteúdos curriculares “engessados” e moldes arcaicos pré-estabelecidos, treinamento, repetição de exercícios-modelos e desvinculada de situações-problemas próprias da realidade social objetiva existencial concreta; o que causa inúmeras dificuldades de aprendizagem, altos índices de reprovação estudantil e/ou evasão escolar.

A Matemática é importantíssima para a leitura de mundo, a compreensão dos fatos/acontecimentos sociais, o desenvolvimento do raciocínio lógico, o despertar da atenção e imaginação criativa, e o progresso científico e tecnológico.

No entanto, para bem entender a Matemática em todas as suas facetas, matizes, nuances, teorizações e aplicabilidades práticas, torna-se mister que, na escola de Educação Básica e em cursos superiores de graduação (bacharelado, licenciatura e tecnologia), ela seja ensinada e apre(e)ndida a partir de conceitos, pensamentos, experiências e práticas didático-pedagógicas basilares.

Quando se pensa, fala ou escreve sobre algo basilar, significa que estamos fazendo alusão direta ou convergente a algo que é base, básico, firme, útil, essencial, elementar, fundamental, fundante, fundamentado, principal, constituinte, estruturante, imprescindível, indispensável, (pré-)requisito, de origem ou que serve de sustentação (BRASIL, 2017; SOARES AMORA, 2009) para a realização de determinada(s) atitude(s) a *posteriori*.

Em linhas gerais, é possível afirmar, então, que base diz respeito a:

Tudo que suporta peso e mantém um corpo em pé. Princípio, fundamento, apoio. Camada de tinta ou maquiagem sobre a qual se põe uma definitiva. Conjunto de construções e instalações para fins científicos e militares. Substância que ao ser misturada com um ácido forma um sal. Conjunto de militantes que dão sustentação política de um partido. (BRASIL, 2017, p. 42)

Neste sentido, pode-se dizer que a Matemática tem origem na Filosofia, tendo como principais pilares de sustentação a Antropologia, a História, a Sociologia e a Psicologia; conforme mostram pesquisas científicas desenvolvidas por Bicudo e Garcia (2003) e D’Ambrosio (1986). Eis a base científica da Matemática!

É sabido que a Matemática possui vários desdobramentos, ramos ou subáreas; quais sejam: Aritmética, Álgebra (Linear, Booleana, etc.), Geometria (Plana, Métrica, Analítica, Vetorial, Espacial, Descritiva, etc.), Trigonometria, Probabilidade, Estatística (também chamada de Métodos Quantitativos ou Tratamento da Informação), Estatística Educacional, Matemática Comercial e Financeira, Análise (Matemática, Real, Numérica, etc.), Matemática Básica, Matemática Atuarial, Matemática Discreta, Matemática Industrial, Matemática Computacional, Matemática Aplicada, Matemática Superior, Educação Matemática, Programação Linear, Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Cálculo Numérico, Cálculo Vetorial, Cálculo Avançado, Lógica Matemática, Física Matemática, entre outros.

Mas, por que até os dias de hoje a Matemática é tida como uma disciplina curricular básica?

[...] Juntamente com a Língua Portuguesa é a disciplina que prepondera no currículo escolar. Essa relevância, junto à Língua Materna, é a mesma em outros países. [...] Nesta concepção, entende-se como fundamental a revisão dos critérios para a seleção e organização dos conteúdos e a forma de transmissão-assimilação desses conteúdos, pois são questões indissociáveis do currículo. (VIANNA *et al*, 1990, p.63-65)

Ao ser considerada uma disciplina curricular básica, a Matemática faz-se presente na escola (desde a Educação Infantil, passando pelo Ensino Fundamental de Nove Anos, até o Ensino Médio) e nos cursos universitários de graduação (bacharelado, licenciatura e tecnologia), pós-graduação lato sensu (MBA e especialização) e pós-graduação *stricto sensu* (mestrado e doutorado, seja em nível acadêmico ou profissional).

Sendo assim, em cada um destes níveis educacionais – Educação Infantil, Ensino Fundamental I (1º ao 5º ano), Ensino Fundamental II (6º ao 9º ano), Ensino Médio (técnico-profissionalizante ou não) e Educação Superior (cursos de graduação e de pós-graduação *lato* e *stricto sensu*) – existe um determinado “currículo básico de matemática” e, neste contexto, um rol de conteúdos curriculares programáticos que compõem a denominada “Matemática básica” (CARVALHO, 2017), que é composta, como o próprio nome o diz, por matérias (temas e assuntos) que servem de base para o ensino e a aprendizagem de Matemática em geral, a alfabetização matemática (ler, escrever e contar matematicamente), o aprendizado de novos conteúdos, conhecimentos e saberes matemáticos, a realização de concursos públicos (vestibulares, carreiras profissionais, etc.) e a vida em sociedade.

Outrossim, a “Matemática básica” encontra-se contida em livros didáticos escolares, apostilas escolares, apostilas e minimanuais compactos (“memorex”) de concursos vestibulares, apostilas de cursos preparatórios para concursos públicos específicos, cards de matemática (“resumões”), guias e compêndios de matemática, entre outros materiais didático-pedagógicos produzidos por editoras tanto na versão impressa quanto digital.

## MATEMÁTICA BÁSICA NA EDUCAÇÃO ESCOLAR NO BRASIL: DA EDUCAÇÃO INFANTIL AO ENSINO MÉDIO

Na atual escola brasileira de Educação Básica, que, de acordo com o Artigo 21, Inciso I, da vigente Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) – Lei federal nº 9.394/96, é “[...] formada pela educação infantil, ensino fundamental e ensino médio” (BRASIL, 1996), o currículo de “Matemática básica” de cada um destes níveis escolares, bem como o das diferentes modalidades de ensino – Educação de Jovens e Adultos (EJA), Educação Profissional e Educação Especial/Inclusiva (*idem, ibidem*) –, está estruturado segundo princípios jurídicos norteadores da LDBEN/96 e sob orientação didático-pedagógica e metodológica do recente documento legal intitulado Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que foi homologado pelo então ministro da Educação, Mendonça Filho, em 20 de dezembro de 2017.

Semelhantemente aos documentos legais que norteavam a Educação Básica, no Brasil, antes da criação da BNCC, a exemplo das Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCNEBs), do Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil (RCNEI), dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de 1º ao 5ª ano, dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de 6º ao 9º ano e dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), a Base Nacional Comum Curricular consiste em:



[...] um documento normativo para as redes de ensino e suas instituições públicas e privadas, sendo referência obrigatória para elaboração dos currículos escolares e das propostas pedagógicas para a Educação Infantil, o Ensino Fundamental (I e II) e o Ensino Médio no Brasil. A BNCC tem como proposta organizar o que todo estudante da Educação Básica deve saber em termos de conteúdos curriculares. [...] Em outras palavras, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. [...] Trata-se, pois, de um documento que regulamenta quais são as aprendizagens essenciais a serem trabalhadas nas escolas brasileiras públicas e particulares de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio para garantir o direito à aprendizagem e o desenvolvimento pleno de todos os estudantes. [...] A Base estabelece conhecimentos, competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica. Orientada pelos princípios éticos, políticos e estéticos traçados pelas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCNEBs), a BNCC soma-se aos propósitos que direcionam a educação brasileira para a formação humana integral e para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. (BRASIL, 2021)

No que tange especificamente à BNCC, o processo de ensino-aprendizagem de Matemática é assim considerado no âmbito de cada nível de escolarização básica:

Em relação à *Educação Infantil*, que é a fase inicial do processo de escolarização na Educação Básica, a Matemática não é somente entendida como um manancial de números, operações e formas geométricas; mas, também, um jogo, uma linguagem, uma forma de ver e modelar realidades, uma estrutura de pensamento, um exercício criativo e um campo de desenvolvimento de múltiplas habilidades.

Assim, os objetivos de aprendizagem para trabalhar Matemática na Educação Infantil, em conformidade com cada faixa etária ou subgrupo proposto pela BNCC (bebês – de 0 a 1 ano e 6 meses, crianças menores – de 1 ano e 7 meses a 3 anos e 11 meses, e crianças maiores – de 4 anos a 5 anos e 11 meses), são elencados por Oliveira (2018, p.30) no que concerne a: “ampliar as habilidades matemáticas das crianças, aumentar sua capacidade de resolver problemas, desenvolver sua argumentação por meio de questionamentos sobre resultados e construir a autonomia dos infantes”.

A Matemática na escola de Educação Infantil integra, pois, a primeira fase de um ciclo de alfabetização, o qual serve para ampliar na criança as capacidades de analisar, comparar, observar, decidir, concluir, propor e resolver problemas.

Sobre a Matemática no contexto do *Ensino Fundamental*, que é subdividido em *Ensino Fundamental I* (Anos Iniciais – 1º ao 5º ano) e *Ensino Fundamental II* (Anos Finais – 6º ao 9º ano), a BNCC faz alusão às competências e habilidades ligadas a raciocínio lógico, representação, comunicação e argumentação matemática. Aprender Matemática é, portanto, reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e atuação no mundo globalizado.

Desse modo, em Matemática, a BNCC propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades e competências deveras específicas a serem desenvolvidas ao longo de cada um dos nove anos do Ensino Fundamental. São estas as unidades-temas: 1) Números; 2) Álgebra; 3) Geometria; 4) Grandezas e Medidas; e 5) Probabilidade e Estatística. (CURY; REIS; ZANARDI, 2018)

A partir de tais temas centrais, pode-se assegurar que a Matemática no Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido por

Fayol (2012, p.33) como as “[...] competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente”, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de situações reais e também hipotéticas.

No tocante à Matemática no *Ensino Médio* (etapa final de escolarização no âmbito da Educação Básica e com duração mínima obrigatória de três anos), a BNCC, particularmente no que se refere à área ou habilidade de “Matemática e suas Tecnologias”,

[...] propõe a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental. [...] Em continuidade a essas aprendizagens, no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos. Consequentemente, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio – impactados de diferentes maneiras pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pelos projetos de bem viver dos seus povos, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros. Nesse contexto, destaca-se ainda a importância do recurso a tecnologias digitais e aplicativos tanto para a investigação matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional, iniciado na etapa anterior. Diante dessas considerações, a área de Matemática e suas Tecnologias tem a responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído por esses estudantes no Ensino Fundamental, para promover ações que ampliem o letramento matemático iniciado na etapa anterior. Isso significa que novos conhecimentos específicos devem estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos. Para que esses propósitos se concretizem nessa área, os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos **processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas**. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados. (BRASIL, 2021a; destaques no original)

Outrossim, isto significa dizer que a Matemática ensinada durante os três anos no Ensino Médio não deve apenas preparar tecnicamente os educandos para os concursos vestibulares e/ou para o ingresso no (competitivo) mercado de trabalho dos dias atuais.

A Matemática apresentada nesta fase de escolarização precisa ser integrada, significativa, contextualizada e inter/multi/pluri/transdisciplinar, de maneira a ampliar os conhecimentos matemáticos adquiridos pelos alunos no Ensino Fundamental (I e II), letrando-os matematicamente para bem realizarem operações matemáticas mais complexas com e sem o uso de calculadoras, computadores, *softwares* educacionais, aplicativos midiáticos, planilhas eletrônicas e outros recursos tecnológicos digitais, interpretar adequadamente os resultados obtidos, desenvolverem o raciocínio lógico-matemático e aplicarem a Matemática aprendida na escola aos diversos contextos da realidade cotidiana, empírica, profissional e social.

No Ensino Médio, a Matemática deve também, de acordo com Gaertner (2001), contribuir positivamente para a investigação científica por meio de experiências e experimentos laboratoriais, o aprofundamento de leituras dirigidas, a realização de interpretações e análises crítico-reflexivas, e o desenvolvimento de pesquisas escolares acerca de temas relacionados aos campos de Aritmética, Álgebra, Geometria (Plana, Espacial, Descritiva e Analítica), Matemática Comercial e Financeira, Trigonometria, Probabilidade e Estatística.

## MATEMÁTICA BÁSICA NO CONTEXTO UNIVERSITÁRIO BRASILEIRO: OS CURSOS DE GRADUAÇÃO EM FOCO

De modo similar ao que ocorre na escola de Educação Básica, o processo ensino-aprendizagem de Matemática nos diversos cursos de graduação (bacharelado, licenciatura e tecnologia), em específico, também está envolto por muitos tabus, mitos e estereótipos que insistem em (re)afirmar, de forma categórica, que esta disciplina curricular é deveras difícil, complexa e abstrata.

A maioria de os estudantes da Educação Superior, ainda nos dias atuais, apresenta uma “má impressão” da Matemática, considerando a mesma um “bicho-papão”, um “bicho-de-sete-cabeças” ou algo “fantasmagórico”; concepções estas decorrentes, inclusive, dos medos, dos temores e das dificuldades de aprendizagem manifestadas pelos alunos no que tange à Matemática do Ensino Fundamental (I e II) e, conseqüentemente, à Matemática do Ensino Médio. (MASOLA; ALEVATTO, 2016; SANTOS, 2011; 2012; SANTOS *et al*, 2020)

Nossa vasta experiência profissional como docente de Matemática na Educação Básica e, nos últimos dez anos, no Ensino Superior tem identificado que os acadêmicos dos cursos superiores de graduação em geral, notadamente os ingressantes ou iniciantes (calouros), apresentam vários problemas de aprendizagem matemática, e de forma bastante pontual no que concerne aos conteúdos curriculares da denominada “Matemática básica”, tais como: expressões numéricas, divisão com números decimais, operações com frações, sistema métrico decimal, percentagem, regra de três (simples e composta), regra de sinais, potenciação, radiciação, resolução de equações algébricas e cálculo de áreas de figuras planas.

As “justificativas” expostas pelos alunos quanto às suas ausências de ‘familiaridade’ com a Matemática são inúmeras. As mais recorrentes giram em torno dos fatos de que eles ‘não tiveram uma boa base de Matemática na escola’ ou que ‘o professor de matemática não ensinava direito’.

Analisando meticulosamente estas duas assertivas (‘explicativas’), é possível asseverar que:

A escola não tem dado conta de socializar o conhecimento, ou seja: não tem cumprido a sua função básica. Essa constatação assume características mais acentuadas em relação ao conhecimento matemático, já que não se consideram incorretas as estatísticas que mostram que ela é a *disciplina que mais reprova os alunos no primeiro grau*. [...] Apesar das críticas à *Matemática tradicional* (assim chamada por não incorporar os avanços da Ciência Matemática ocorridos principalmente durante o século XIX) e ao *ensino mecânico* dessa disciplina caracterizada por uma pedagogia tradicional (que enfatizava a memória em detrimento da compreensão), a concepção de Matemática continuou fundamentalmente inalterada durante e após o Movimento de Matemática Moderna. (VIANNA *et al*, 1990, p.63; grifos nossos)

Trata-se de uma visão platônica, reducionista, conservadora, formalista e newtoniana-cartesiana de Matemática, cuja Ciência Matemática encontra-se encoberta com um “véu de mistérios”, conforme argumenta Caraça (1978, p.13) nos seguintes termos:

A Matemática é geralmente considerada como uma Ciência à parte, desligada da realidade, vivendo na penumbra do gabinete fechado onde não entram os ruídos do mundo exterior, nem o Sol, nem os clamores dos homens. Isto, só em parte é verdadeiro. Sem dúvida, a Matemática possui problemas próprios, que não têm ligação imediata com os outros problemas da vida social. Mas, não há dúvida também de que os seus fundamentos

mergulham tanto como os de outro qualquer ramo da Ciência, na vida real; uns e outros entroncam na mesma madre.

No intuito de sanar completamente ou, em certa medida, minimizar as dificuldades de aprendizagem em “Matemática básica” apresentadas pelos estudantes universitários, muitas faculdades particulares e universidades (públicas e privadas), no Brasil, têm ofertado gratuitamente (de modo presencial ou on-line), antes do início de cada semestre letivo ou durante a primeira semana de aulas, atividades extracurriculares como oficinas pedagógicas, minicursos, cursos de ambientação ou cursos de nivelamento, com ou sem uso de apostilas, intitulados Matemática Básica, perfazendo um total de, no máximo, 30 horas-aulas.

Em contrapartida, há algumas outras instituições de Educação Superior que possuem a disciplina específica de Matemática Básica inclusa em sua grade curricular própria, a qual é ofertada ao longo do primeiro ano ou durante o primeiro semestre letivo do curso de graduação, com duração variando entre 36; 45; 60 ou 72 horas de atividades pedagógicas curriculares e apresentando diferentes nomações, a saber: *Matemática, Matemática I, Matemática Básica, Noções de Matemática, Noções de Matemática Básica, Tópicos de Matemática, Tópicos de Matemática Básica, Tópicos Especiais de Matemática, Tópicos Especiais de Matemática Básica, Introdução à Matemática, Introdução à Matemática Básica, Iniciação à Matemática, Iniciação à Matemática Básica, Princípios de Matemática, Princípios de Matemática Básica, Fundamentos de Matemática, Fundamentos de Matemática Básica, Elementos de Matemática, Elementos de Matemática Básica, Matemática Geral, Matemática Fundamental, Matemática Elementar, Matemática Instrumental, Matemática Heurística, Matemática Aplicada, Matemática Geral e Aplicada, Iniciação ao Cálculo, Introdução ao Cálculo, Tópicos de Cálculo, Tópicos Especiais de Cálculo, Tópicos Elementares de Cálculo, Elementos de Cálculo, Fundamentos de Cálculo, Laboratório de Matemática, Laboratório de Cálculo, Pré-Cálculo, Laboratório de Pré-Cálculo, Cálculo Geral, Cálculo Aplicado, Cálculo Geral e Aplicado, Instrumentação Matemática*, entre outras.

Independentemente do nome que se possa atribuir à disciplina curricular, a Matemática Básica é composta por um rol de matérias, assuntos ou conteúdos estudados ao longo do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Engloba, inclusive, vários temas cobrados no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e nos concursos vestibulares, podendo apresentar também alguns tópicos básicos de Matemática Financeira.

Neste sentido, Gonçalves (2007, p. 21) destaca que a Matemática Básica em cursos superiores de graduação tem como principais finalidades didático-pedagógicas:

[...] revisar e aprofundar conceitos básicos de Matemática do Ensino Fundamental e Médio, proporcionando aos alunos um melhor aproveitamento do seu curso; sanar possíveis déficits de aprendizagem que os estudantes universitários possam ter sobre conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental e Médio; contribuir para uma melhor formação dos acadêmicos; fornecer aos educandos subsídios para interpretar e resolver problemas matemáticos; e servir de base para o estudo de outras disciplinas curriculares que envolvam cálculos matemáticos mais ou menos complexos, tais como: Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Analítica, Álgebra Linear, Estatística Aplicada, Cálculo Numérico, Matemática Financeira, Lógica Matemática, Métodos Quantitativos, Física Básica, Física Experimental, Métodos Numéricos, entre outras.

Recorrendo à literatura científica especializada (livros didáticos, apostilas escolares, apostilas de cursinhos pré-vestibulares, apostilas preparatórias para concursos públicos em geral, cadernos-resumos, minimanuais compactos, *sites de internet, blogs*, etc.), é possível identificar que, grosso modo, os conteúdos curriculares da disciplina de Matemática Básica são pratica-

mente os mesmos apresentados por estes referenciais teóricos, podendo-se citar, por exemplo: aritmética básica; expressões numéricas; teoria dos conjuntos; números decimais; sistemas de medidas; razões e proporções; regra de três (simples e composta); frações; dízimas periódicas; notações científicas; porcentagem; juros (simples e compostos); potenciação; radiciação; produtos notáveis; fatoração; equações, sistemas de equações, inequações e problemas do 1º e 2º grau; equações irracionais; relações trigonométricas no triângulo retângulo; ângulos notáveis; e áreas de figuras planas. (APOSTILA, 1996; 2000; 2005; 2013; BOTINI; BARRACA, 2008; FARIA, 2016; OLIVEIRA, 2020)

Ainda sobre este assunto, é interessante ressaltar que alguns livros didáticos, a exemplo da obra científica de autoria de Antar Neto (1984), trazem como conteúdos curriculares de Matemática Básica os seguintes temas, nesta ordem: progressões, funções, trigonometria, logaritmos, matrizes e determinantes, geometria analítica, binômio de Newton, análise combinatória, geometria métrica, números complexos, e polinômios; os quais fazem alusão – especificamente – à Matemática ensinada e aprendida no Ensino Médio.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Educação é a base de tudo! E, nesse contexto, podemos considerar também como elementos basilares do processo ensino-aprendizagem o currículo básico escolar, os conteúdos curriculares programáticos básicos, a atual LDBEN/96, a vigente BNCC/2017 e, no escopo do presente artigo científico, a disciplina curricular de Matemática Básica.

Aprender e apreender conceitos-chave e fórmulas-base práticas de Matemática é condição imprescindível para ver, conhecer, ler e interpretar matematicamente o mundo em que vivemos, bem como realizar cálculos matemáticos desde os mais simples até os mais complexos e resolver diversos problemas matemáticos. Assim, fazemos nossas as palavras de Oliveira (2020, p.3) ao salientar que “[...] com um pouco de dedicação, a Matemática pode até se tornar uma boa diversão”.

Todavia, deve-se atentar para o fato de que os materiais didáticos de Matemática Básica, organizados tanto na versão impressa quanto digital, precisam:

[...] levar em consideração não somente as necessidades da escola, mas também as características de cada região do país e do alunado. Nesse sentido, se estará estudando [...] de acordo com o currículo de cada escola e, conseqüentemente, de cada região brasileira e de cada clientela escolar. [...] Os materiais didáticos, como livros e apostilas escolares, necessitam ser elaborados com a intenção de despertar a curiosidade dos alunos, de estimulá-los a pensar, a problematizar e a se expressar em diversas linguagens, adquirindo autonomia intelectual. Por meio deles e do trabalho pedagógico realizado pelos professores, cremos que resultará em aprendizagens significativas. O uso adequado dos materiais didáticos precisa trazer muita satisfação a todos aqueles que ensinam e aprendem. (FARIA, 2016, p.3)

Além disto, concordamos também com Antar Neto (1984, p.5) ao frisar o seguinte:

MATEMÁTICA BÁSICA contém [...] o que há de fundamental do programa do primeiro e segundo graus; e deve ser pensado para que professores e alunos possam desenvolver um curso bastante abrangente de Matemática, mesmo que eventualmente disponham de menos tempo e menor número de aulas do que seria ideal. [...] Profícuo se torna fazer uma obra de bom nível e de leitura acessível também para os estudantes que se inclinam mais para disciplinas em que a Matemática não é aplicada diretamente – além, é claro, daqueles naturalmente versados em Ciências Exatas. É importante que uns e outros, com

a orientação nunca dispensável dos professores, adquiram e sedimentem a ideia de que a Matemática lhes é e será útil, como algo não necessariamente frio, algo no mínimo inteligente e que pode ajudá-los a ter clareza e raciocínio em setores não prioritariamente técnicos. [...] Deve-se utilizar, sem prejuízo do rigor, uma linguagem simples na apresentação e abordagem dos tópicos, acompanhando cada exposição de conceitos com exemplos e aplicações em exercícios resolvidos [...] para que os blocos teóricos não se mostrem muito extensos. Com isso, esperamos que a utilização dos materiais didáticos de Matemática Básica represente aprendizado e evolução para os estudantes, e tranquilidade e liberdade de ação para os professores, que podem escolher, a seu critério, a ordem de estudo da matéria.

## REFERÊNCIAS

- ANTAR NETO, A. Matemática básica. São Paulo: Atual, 1984.
- APOSTILA. Colégio Dom Bosco Pré-vestibular. Matemática básica. Curitiba: Editora Dom Bosco, 1996.
- \_\_\_\_\_. Pré-vestibular Dinâmico. Matemática básica. Curitiba, 2000. mimeo.
- \_\_\_\_\_. Pró-Master Vestibulares. Fundamentos de matemática. Ponta Grossa, 2005. mimeo.
- \_\_\_\_\_. Colégio III Milênio. Matemática básica. Curitiba, 2013. mimeo.
- BICUDO, M. A. V.; GARCIA, A. V. M. Filosofia da educação matemática. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. (Coleção Tendências em Educação Matemática – v.4).
- BOTINI, J.; BARRACA, R. Matemática instrumental. Rio de Janeiro: Editora Senac Nacional, 2008.
- BOYER, C. B. História da matemática. 2.ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1999.
- BRASIL. Congresso Nacional. Lei federal nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília: Diário Oficial da União, de 23/12/1996.
- BRASIL. Minidicionário escolar: língua portuguesa. 2.ed. Barueri: Ciranda Cultural, 2017.
- \_\_\_\_\_. Base nacional comum curricular. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br>>. Acesso em: 27/05/2021.
- \_\_\_\_\_. BNCC matemática e suas tecnologias. Disponível em: <<https://www.alex.pro.br/BNCCMatematicaesuasTecnologias.pdf>>. Acesso em: 28/05/2021a.
- CARAÇA, B. J. Conceitos fundamentais da matemática. Lisboa: Editora Manoel A. Pacheco, 1978.
- CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. Na vida, dez; na escola, zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática. In: \_\_\_\_\_. (Orgs.). Na vida dez, na escola zero. 2.ed. São Paulo: Cortez, p.23-43, 1988.
- CARVALHO, T. J. G. Um novo olhar para o ensino da matemática. In: Revista de Divulgação Interdisciplinar do Núcleo das Licenciaturas. Itajaí: Editora da UNIVALI, p.1-10, jan./jun., 2017.
- CURY, C. R. J.; REIS, M.; ZANARDI, T. A. C. Base nacional comum curricular: dilemas e perspectivas. São Paulo: Cortez, 2018.
- D'AMBROSIO, U. Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática. 4.ed. São Paulo: Summus Editorial, 1986.
- EVES, H. Introdução à história da matemática. 2.ed. Campinas: Editora da UNICAMP, 1997. (Coleção Repertórios).

FARIA, P. C. Matemática básica. Curitiba: Gráfica e Editora Posigraf S. A., 2016. (Coleção Material Modular Positivo).

FAYOL, M. Numeramento: aquisição das competências matemáticas. São Paulo: Editora Parábola, 2012.

GAERTNER, R. Laboratório de matemática: um espaço para aprender. In: \_\_\_\_\_. (Org.). Tópicos de matemática para o ensino médio. Blumenau: Edifurb, p.11-20, 2001. (Coleção Arithmos – v.2).

GONÇALVES, C. F. Dificuldades em matemática ao ingressar no ensino superior. Canoas, 2007. 74 f. (Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática – Centro Universitário La Salle). mimeo.

MASOLA, W. J.; ALEVATTO, N. S. G. Dificuldades de aprendizagem matemática de alunos ingressantes na educação superior. In: Revista Brasileira de Ensino Superior. Passo Fundo: Editora da UPF, v.2, n.1, p.64-74, jan./mar., 2016.

OLIVEIRA, A. S. P. Matemática fácil: minimanual. 5.ed. São Paulo: Editora Minuano, 2020.

OLIVEIRA, E. F. M. Os conceitos matemáticos na educação infantil: concepções e práticas a partir da BNCC – uma experiência numa escola do campo. João Pessoa, 2018. 80 f. (Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Pedagogia – Universidade Federal da Paraíba). mimeo.

SANTOS, E. M. O. *et al.* Dificuldades dos acadêmicos ingressantes nos cursos de engenharia e arquitetura na resolução de problemas geométricos. In: Journal of Exact Sciences. Maringá: Master Editora, v.25, n.1, p.5-8, abr./jun., 2020.

SANTOS, M. P. Recursos didático-pedagógicos na educação matemática escolar: uma abordagem teórico-prática. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda, 2011.

\_\_\_\_\_. Dificuldades de aprendizagem na escola: um tratamento psicopedagógico. Rio de Janeiro: Wak, 2012.

SOARES AMORA, A. Minidicionário Soares Amora da língua portuguesa. 19.ed. São Paulo: Saraiva, 2009.

VIANNA, C. R. *et al.* Matemática. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. Departamento de Ensino de Primeiro Grau. Currículo básico para a escola pública do Estado do Paraná. Curitiba: SEED-PR, p.63-80, 1990.

# Organizador

## Marcos Pereira dos Santos

Pós-doutor (PhD) em Ensino Religioso. Doutor em Teologia - Ênfase em Educação Religiosa. Mestre em Educação. Especialista em várias áreas da Educação. Bacharel em Teologia. Licenciado em: Pedagogia, Matemática, Letras - Habilitação Língua Portuguesa e suas Respectivas Literaturas, Filosofia e Ciências Biológicas. Possui formação técnico-profissionalizante de Ensino Médio em Curso de Magistério (Formação de Docentes) - Habilitação Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Pesquisador em Ciências da Educação, tendo como principais subáreas de interesse: Formação Inicial e Continuada de Docentes, Gestão Escolar, Tecnologias Educacionais, Educação Matemática, Estatística Educacional, Educação a Distância e Educação Literária. Literato fundador, efetivo, titular e correspondente imortal de várias Academias de Ciências, Letras e Artes em nível (inter) nacional. Membro do Conselho Editorial e do Conselho Consultivo de várias Editoras no Brasil. Parecerista/Avaliador "ad hoc" de livros, capítulos de livros e artigos científicos na área educacional de Editoras e Revistas Científicas brasileiras. Participante de Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação. Literato profissional (escritor, poeta, cronista, contista, trovador, aldravianista, indrisonista, haicaísta, antologista, ensaísta e articulista). Na área literária é (re)conhecido nacional e internacionalmente pelo pseudônimo artístico-literário (ou nome-fantasia) de "Quinho Cal(e) idoscópio". Tem vários livros, coletâneas, antologias, capítulos de livros, ensaios e artigos acadêmico-científicos publicados em autoria/organização solo e em coautoria, nas versões impressa e digital. Possui ampla experiência profissional docente na Educação Infantil, Ensino Fundamental (I e II), Ensino Médio e Educação Superior (assessoria pedagógica institucional e docência na graduação e pós-graduação lato sensu). Leciona várias disciplinas curriculares pertencentes à área educacional. Atualmente é professor universitário junto a cursos de graduação (bacharelado, licenciatura e tecnologia) e de pós-graduação lato sensu na área educacional.

Contato: mestrepedagogo@yahoo.com.br



# Índice Remissivo

## A

*aprendizagem* 8, 9, 10, 12, 13, 14, 18, 21, 22, 23, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 34, 40, 44, 45, 46, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66

*ATD* 26, 37, 38

*atividade* 12, 13, 18, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 34, 39, 44, 45, 46, 50, 51, 52

*aulas* 15, 18, 26, 30, 35, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 46, 47, 50, 51, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 63, 64

## B

*Brasil* 3, 10, 11, 17, 23, 66, 70

## C

*cálculo* 11, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 30, 31, 47

*conceito* 11, 20, 25, 26, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 39, 40, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 55, 56, 60, 63, 65

*conhecimentos* 9, 14, 27, 28, 29, 32, 45, 46, 60, 61, 63

*Covid-19* 55, 58, 65

*curso* 13, 25, 35, 36, 37, 38, 52

## D

*digitais* 53, 54, 62, 65

## E

*educação* 11, 23, 28, 29, 40, 47, 52, 55, 56, 57, 58, 59, 61, 62, 63, 64, 65, 66

*engenharia* 11, 22, 25, 36, 37, 43, 52

*ensinar* 9, 13, 23, 27, 28, 30, 44, 49, 59

*ensino* 3, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 18, 21, 22, 23, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 34, 35, 37, 39, 40, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66

*escolar* 12, 28, 55, 58, 59, 62, 66

*estudantes* 10, 13, 14, 26, 27, 28, 30, 31, 32, 34, 35, 37, 38, 39, 40, 43, 44, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 57

## F

*facilitador* 8, 53, 54, 60

*fenômenos* 12, 13, 36

*ferramenta* 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 21, 34, 35, 40, 46, 51, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 63, 64, 66

*ferramentas* 27, 28, 29, 37, 50, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65

*forças* 36, 37, 39, 40, 47

## **G**

*Geral* 17, 25, 26, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 46, 49, 50  
*Google* 53, 54, 55, 56, 57, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66  
*governo* 17

## **I**

*instrumento* 8, 9, 21, 36, 62

## **M**

*matemática* 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 18, 21, 22, 23, 24, 30, 31, 32, 36, 37, 51, 52, 54, 55, 56, 57, 61, 62, 64, 65, 66, 70  
*matemático* 8, 10, 11, 12, 13, 14, 18, 26, 31, 32, 35, 36, 37, 47, 50, 51, 55  
*Mecânica* 25, 26, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 46, 49, 50  
*método* 9, 13, 57, 60, 64, 65  
*metodologias* 27, 55, 56, 58, 60, 64, 65  
*mobilização* 25, 29, 31, 34, 35, 39, 46, 47, 48, 50  
*Modelagem* 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 21, 22, 23, 24  
*modelo* 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 18, 32, 56, 63  
*modelos* 10, 11, 12, 13, 14, 21, 63

## **N**

*natural* 31, 32, 33, 34, 44, 46, 47, 48, 49, 50, 55, 58

## **P**

*pedagógica* 7, 12, 13, 14, 21, 28, 29, 52, 57, 60, 63, 70  
*prática* 9, 21, 27, 28, 29, 50, 54, 56, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 66  
*problemas* 7, 8, 9, 11, 12, 14, 15, 21, 22, 31, 36, 43, 44, 46, 50, 55  
*processo* 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 18, 19, 21, 23, 26, 27, 28, 29, 30, 32, 37, 40, 45, 46, 47, 50, 51, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 65, 66  
*professor* 12, 13, 14, 15, 26, 27, 28, 29, 30, 34, 37, 39, 40, 44, 45, 50, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 63, 64, 65, 70  
*profissional* 43, 46, 50, 58, 63, 70

## **R**

*reais* 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 21, 22

## **S**

*sala de aula* 10, 13, 14, 15, 20, 23, 27, 29, 44, 45, 50, 53, 54, 56, 57, 60, 62, 63  
*solução* 7, 8, 13, 28, 29, 34, 40, 45, 46, 50

## T

*tecnologias* 53, 54, 55, 57, 58, 61, 62, 63, 65, 66

*tecnológicas* 54, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 64, 65, 66

## V

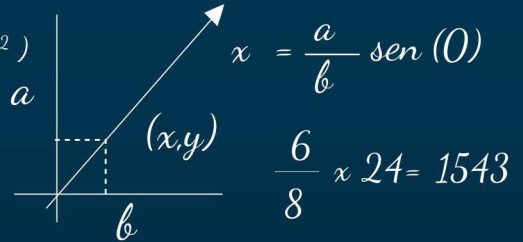
*vetor* 25, 26, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 39, 44, 46, 47, 49, 52

*Vetor* 26, 33, 35, 36, 37, 39, 40, 44, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52

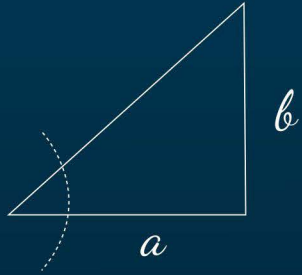
*vetores* 32, 34, 39, 44, 47, 49, 51

$$B = 3x^2(2x^2 + 2y^2) + (4y^2 + 7z^2) + (3x^2 + 2y^2) + (5y^2 + z^2)$$

$$a = 2x(x + yz) + 2x$$



$$\text{sen}(\theta) = \frac{b \cdot x}{c} \quad \text{tag}(\theta) = \frac{b \cdot x}{a} \quad \text{sen} - \text{cos} = \frac{x}{a} \quad x = \frac{a}{c} \text{cos}(17 + 655)$$

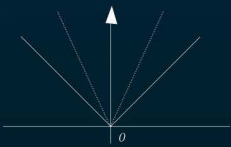
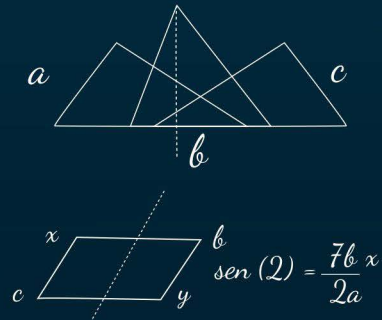
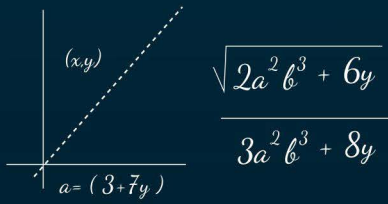


$$\left[ \frac{\frac{n}{8} - x}{x} \right] - 124 = x$$

$$b \quad a = 2b(2x + 3y) + 3y + (4x + 85y) \sqrt{3} + \sqrt{6}$$

$$a = 5x^2(x^2 + 2y^2) + (5y^2 + 3z^2) + (2x^2 + 97y^2) + (4y^2 + z^2)$$

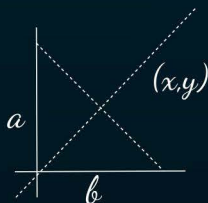
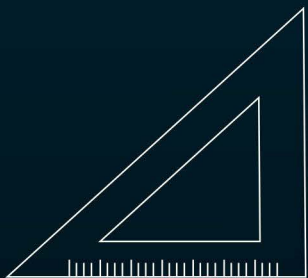
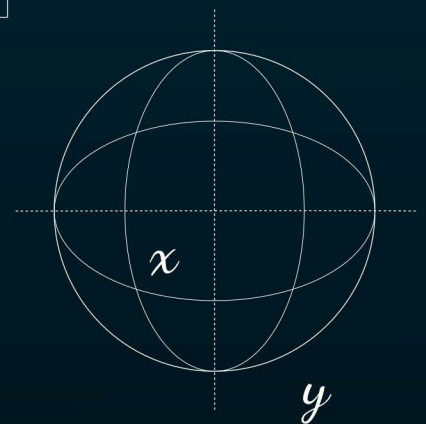
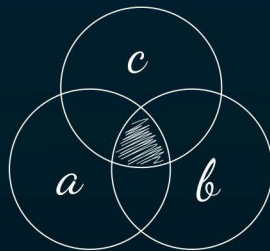
$$ABC = 23x + 34a$$



$$x = 5x8(x + 9y) + 2x + (8x + 6y)$$

$$\left[ \frac{\frac{a}{c} - 5x}{276ac} \right] + 8a^2 b^3 + 4y - \sqrt{4a^2 b^3 + 5y}$$

$$\frac{43}{5} x 4 = 1543 \quad x = \frac{a}{b} \text{sen}(\theta)$$



$$b = 6x(x + y) + 76x$$

$$a = 3x + 4x - 8x(x - 6)$$