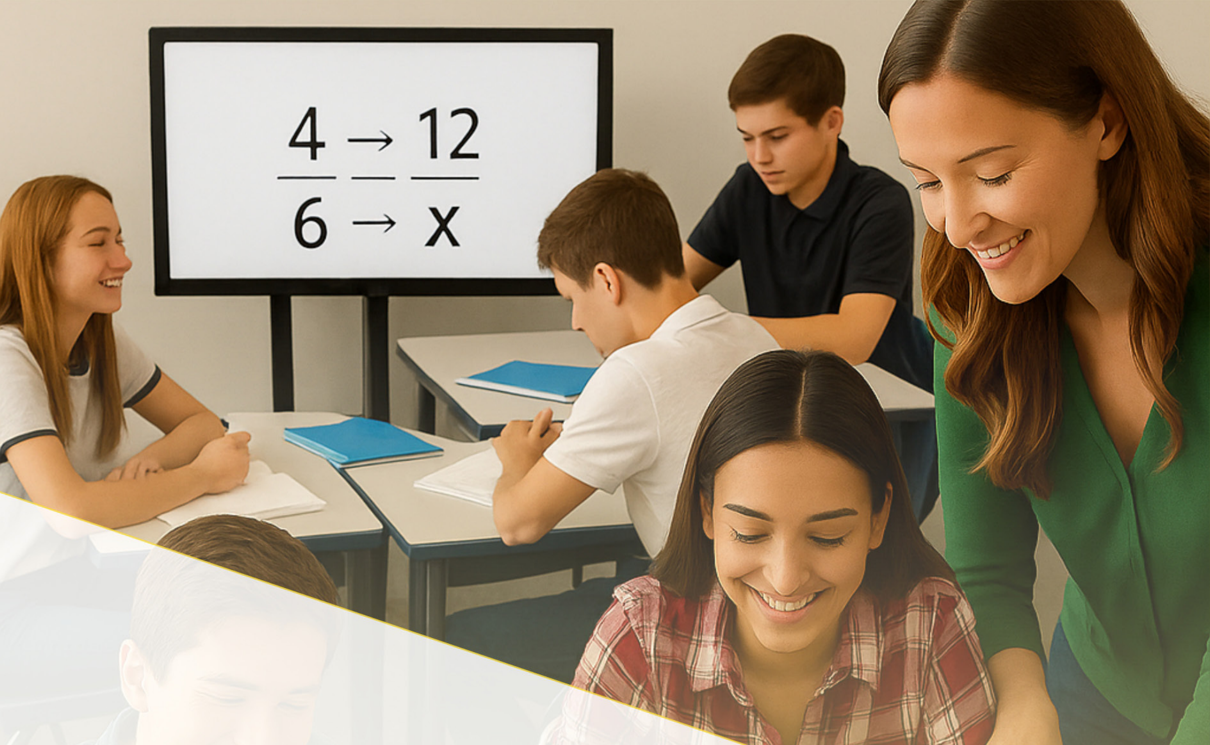


Pensamento Proporcional

nos Anos Finais do Ensino Fundamental

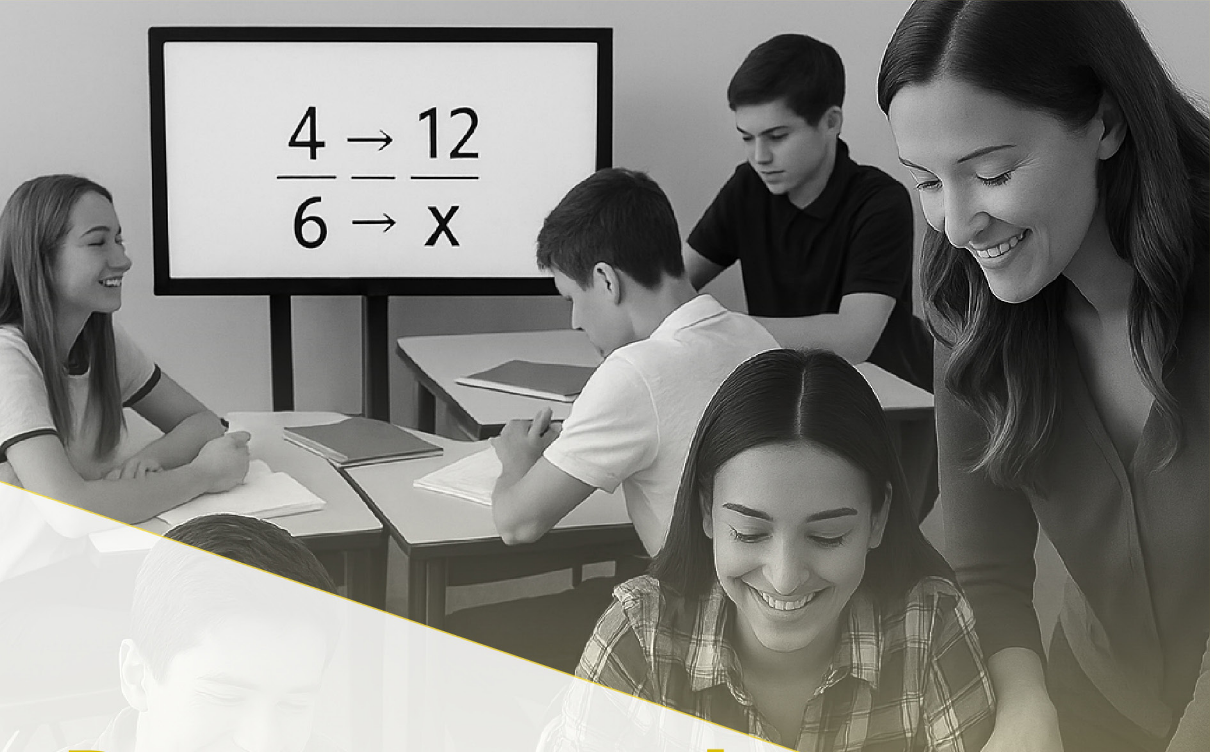
Márcio Urel Rodrigues
Aristimar Roberta de Oliveira
Paulo Marcos Ferreira Andrade
(Organizadores)

GEPEME
Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nas Escolas
UNEMAT
Universidade do Estado de Mato Grosso

AYA EDITORA
2025

Pensamento Proporcional

nos Anos Finais do Ensino Fundamental



Pensamento Proporcional

nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Márcio Urel Rodrigues
Aristimar Roberta de Oliveira
Paulo Marcos Ferreira Andrade
(Organizadores)

GEPEME
Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nas Escolas
UNEMAT
Universidade do Estado de Mato Grosso

AYA EDITORA
2025

Direção Editorial
Prof.° Dr. Adriano Mesquita Soares

Organizadores
Prof.° Dr. Márcio Urel Rodrigues
Prof.ª Ma. Aristimar Roberta de Oliveira
Prof.° Me. Paulo Marcos Ferreira Andrade

Capa
AYA Editora©

Revisão
Os Autores

Executiva de Negócios
Ana Lucia Ribeiro Soares

Produção Editorial
AYA Editora©

Imagens de Capa
br.freepik.com

Área do Conhecimento
Ciências Exatas e da Terra

P418 Pensamento proporcional: anos finais do ensino fundamental [recurso eletrônico]. / Márcio Urel Rodrigues, Aristimar Roberta de Oliveira, Paulo Marcos Ferreira Andrade (organizadores) -- Ponta Grossa: Aya, 2025. 141 p.

Inclui biografia
Inclui índice
Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
ISBN: 978-65-5379-886-1
DOI: 10.47573/aya.5379.2.494

1. Educação. 2. Ensino fundamental. 3. Aprendizagem. 4. Tecnologia educacional. I. Rodrigues, Márcio Urel. II. Oliveira, Aristimar Roberta de. III. Andrade, Paulo Marcos Ferreira. IV. Título

CDD: 370.7

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Bruna Cristina Bonini - CRB 9/1347

International Scientific Journals Publicações de Periódicos e Editora LTDA
AYA Editora©

CNPJ: 36.140.631/0001-53
Fone: +55 42 3086-3131
WhatsApp: +55 42 99906-0630
E-mail: contato@ayaeditora.com.br
Site: https://ayaeditora.com.br
Endereço: Rua João Rabello Coutinho, 557
Ponta Grossa - Paraná - Brasil
84.071-150

Sumário

Apresentação

A proporcionalidade é uma das ideias fundamentais da Matemática. Mais do que um simples tópico curricular, ele representa uma forma de pensar, uma lente através da qual interpretamos o mundo e resolvemos problemas complexos que permeiam nosso cotidiano, desde uma simples receita de bolo até as mais sofisticadas análises financeiras e científicas. Compreender a relação multiplicativa entre grandezas é uma habilidade essencial para o pleno exercício da cidadania no século XXI. Cientes dessa importância e dos desafios que o ensino de Proporcionalidade apresenta em sala de aula, é com grande entusiasmo que apresentamos a obra (E-book) **PENSAMENTO PROPORCIONAL NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.**

Esta obra é fruto de um trabalho colaborativo, nascido do diálogo entre a pesquisa acadêmica e a formação inicial de professores, unindo membros do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática e Estatística (GEPEME/UNEMAT), doutorandos do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM/UNEMAT) em seus estágios de docência na graduação, e acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT) – Campus de Barra do Bugres/MT.

Nosso principal objetivo é oferecer um material de apoio prático, consistente e diretamente aplicável, que sirva como uma ponte entre as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e as práticas letivas dos professores de Matemática em serviço nos anos finais do Ensino Fundamental das escolas. Para isso, estruturamos a obra em oito capítulos que se complementam, conduzindo o leitor em uma jornada que vai da fundamentação teórica à aplicação prática de sequências didáticas alinhadas às habilidades da BNCC.

Nos quatro capítulos iniciais, exploramos o ensino de proporcionalidade na perspectiva da BNCC, reforçamos seu papel como ideia fundamental no ensino de Matemática, investigamos o potencial dos recursos tecnológicos para o ensino de proporcionalidade e apresentamos uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL), que mapeia o cenário da pesquisa sobre a temática no Brasil.

Nos capítulos 5 a 8, dedicamos, para cada um dos anos (6º, 7º, 8º e 9º) do Ensino Fundamental, a proposição de sequências didáticas detalhadas, com atividades, sugestões de abordagens e discussões alinhadas especificamente às habilidades da BNCC para cada nível. Trata-se de um convite para que professores e futuros professores possam adaptar, recriar e implementar práticas letivas com intencionalidade pedagógica que promovam um aprendizado mais contextualizado e significativo.

Este e-book destina-se a todos os educadores matemáticos – professores em atuação, licenciandos, coordenadores pedagógicos e formadores – que acreditam no potencial transformador de uma educação matemática crítica e reflexiva. Esperamos que este material inspire novas práticas, fomente discussões em sala de aula e, acima de tudo, contribua para que os estudantes desenvolvam o pensamento proporcional.

O diferencial deste livro está no fato de proporcionar aos professores de Matemática um material organizado por meio de sequências didáticas que envolvem as habilidades da BNCC e descritores do Novo SAEB relacionados à ideia fundamental de Proporcionalidade. Todo o planejamento didático e as questões apresentadas foram criadas, adaptadas e ajustadas para garantir a intencionalidade pedagógica da prática letiva nos anos finais do Ensino Fundamental.

Os professores de Matemática poderão utilizar este livro de maneira flexível e complementar em diversas atividades, como: Atividades extraclasse – para reforçar os conteúdos abordados em sala de aula; Atividades em sala de aula – permitindo a personalização do ensino conforme as dificuldades dos alunos; Avaliações bimestrais – possibilitando a análise do desempenho dos alunos e a identificação de habilidades que precisam ser reforçadas; Avaliações diagnósticas – para mapear as lacunas de aprendizagem e planejar estratégias de intervenção. Este E-book não se propõe a ser uma receita pronta, mas um instrumento para auxiliar os professores de Matemática a desenvolverem práticas letivas com intencionalidade pedagógica junto aos alunos.

Esperamos que seu uso contribua para o desenvolvimento de práticas letivas pelos professores de Matemática para a melhoria do Pensamento Proporcional dos alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental.

Desejamos a todos uma proveitosa leitura e, principalmente, práticas letivas repletas de aprendizagens!

Organizadores

GEPEME/UNEMAT
PPGECM/UNEMAT
Estagiários do Curso de Licenciatura em
Matemática da UNEMAT – Barra do Bugres/MT

GEPEME
Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nas Escolas
UNEMAT
Universidade do Estado de Mato Grosso

Capítulo 01

Ensino de Proporcionalidade na Perspectiva da Base Nacional Comum Curricular

Márcio Urel Rodrigues
Acelmo de Jesus Brito
Luciana Bertholdi Machado

Neste capítulo discutimos o ensino de Proporcionalidade nos anos finais do Ensino Fundamental na perspectiva da Base Nacional Comum Curricular – BNCC. Procuramos refletir a partir de diferentes referenciais teóricos a respeito da maneira como trabalhar a ideia fundamental de Proporcionalidade nos anos finais do Ensino Fundamental para o desenvolvimento do Pensamento Proporcional dos alunos.

Apresentamos, a seguir, no Quadro 1, as oito habilidades apresentadas pela BNCC para serem desenvolvidas do 6ºaos 9º anos do Ensino Fundamental, os objetos de conhecimento e o Descritor do SAEB direcionado para os anos finais do Ensino Fundamental direcionado para a ideia da proporcionalidade.

Quadro 1 – Articulação Habilidades da BNCC e o Descritor do SAEB – Proporcionalidade

Ano	Habilidades BNCC	Objeto de Conhecimento	Descritor SAEB
6º Ano	(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.	Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três”	9A2.1 Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta ou inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisões proporcionais e taxa de variação.
	(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.	Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo.	

DOI: 10.47573/aya.5379.2.494.X

Ano	Habilidades BNCC	Objeto de Conhecimento	Descritor SAEB
	(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.	Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado	
7º Ano	(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.	Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	
8º Ano	(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais	
	(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.		
9º Ano	(EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.	Razão entre grandezas de espécies diferentes	
	(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.	Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	

Fonte: Organizado pelos Autores

Com base nas habilidades da BNCC apresentadas no quadro anterior, percebemos que o conceito de proporcionalidade é um dos pilares do pensamento matemático nos anos finais do Ensino Fundamental, por meio da resolução de problemas em diversas áreas do conhecimento. A BNCC reconhece esse a proporcionalidade como uma ideia fundamental da Matemática distribuída em oito habilidades específicas do 6º aos 9º anos do Ensino fundamental.

No 6º ano, a BNCC propõe a exploração da proporcionalidade sem o uso formal da "regra de três". O objetivo é construir uma base conceitual sólida a partir de estratégias pessoais e do cálculo mental. Na habilidade (EF06MA13), o aluno compreende a porcentagem como uma relação parte-todo, uma razão de denominador 100. Calcular 50% de um valor como "a metade" ou 25% como "a quarta parte" desenvolve uma compreensão intrínseca da relação proporcional, muito mais significativa do que a aplicação mecânica de uma fórmula. A habilidade (EF06MA15) aborda a partilha em partes desiguais aprofundando a noção de razão e exige um raciocínio multiplicativo que é fundamental para o pensamento proporcional. Já a habilidade (EF06MA29) envolve a articulação da proporcionalidade com conceitos da geometria, pois ao analisar a ampliação de um quadrado, o aluno constata que o perímetro cresce na mesma proporção do lado (uma relação de proporcionalidade direta), mas a área cresce numa proporção quadrática. Essa distinção é fundamental para que o estudante comece a questionar quando uma relação é proporcional, e não assumir que toda variação é.

No 7º Ano, a BNCC apresenta uma introdução formal dos conceitos de proporcionalidade direta e inversa e sua representação algébrica. Na habilidade (EF07MA17), os alunos precisam identificar e diferenciar situações em que as grandezas variam na mesma razão (proporcionalidade direta), daquelas em que o produto entre elas é constante (proporcionalidade inversa). A introdução da sentença algébrica é fundamental para descrever e generalizar essas relações.

No 8º ano, a BNCC apresenta duas habilidades envolvendo a análise da natureza da variação e pela conexão entre diferentes formas de representação. A habilidade (EF08MA12) procura identificar a natureza da variação (direta, inversa ou não proporcional) e representá-la no plano cartesiano. A visualização gráfica — uma reta que passa pela origem para a proporcionalidade direta e uma hipérbole para a inversa — conecta as representações algébrica e geométrica. A (EF08MA13), a ênfase está na resolução de problemas por estratégias variadas para garantir aos alunos não fique restrito a um único método.

No 9º ano, a BNCC apresenta o conceito de proporcionalidade em contextos reais e interdisciplinares, ou seja, explicando fenômenos físicos e sociais. A habilidade (EF09MA07) envolve o trabalho com razões entre grandezas de espécies diferentes, como velocidade (km/h) e densidade demográfica (hab/km²). A habilidade (EF09MA08) propõe que os alunos resolvam e elaborem problemas envolvendo duas ou mais grandezas. Conceitos como escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação são aplicados em contextos socioculturais e ambientais, demandando uma análise crítica da realidade.

Com base no explicitado, podemos afirmar que a sequência de habilidades da BNCC para trabalhar com a proporcionalidade nos anos finais evidencia que a construção deve ser realizada a partir de uma base intuitiva e contextualizada, avançando para a formalização e representação analítica, além da conexão de múltiplas representações para proporcionar aos alunos não apenas a utilização da "regra de três", para o desenvolvimento do pensamento proporcional.

Conteúdos de Aprendizagem - Zabala (1998)

Consideramos que os Conteúdos da Aprendizagem estão relacionadas não somente a questão "o que ensinar?", mas também a questão: "por que ensinar?"

Para Zabala (1998, p. 30), os Conteúdos de Aprendizagem possibilitam aos professores os conhecimentos do tipo de conceito a ser trabalhado em sala de aula, as estratégias e abordagens metodológicas de ensino e também os instrumentos utilizados para avaliar o desenvolvimento estudantes, pois os Conteúdos de Aprendizagem são "todos aqueles que possibilitem o desenvolvimento das capacidades motoras, afetivas, de relação interpessoal e de inserção social"

Para Zabala (1998), os Conteúdos de Aprendizagem podem ser classificados em: factuais, conceituais, procedimentais e atitudinais, e apresentam uma abordagem pedagógica do objeto de estudo de modo a possibilitar aos alunos vivenciar o saber conhecer, saber fazer e saber ser. A seguir, destacamos apenas três deles para trabalhar com o pensamento proporcional.

Os **Conteúdos Conceituais** são relativos aos conceitos e princípios, pois para um aluno para aprender um conceito matemático ele precisa entender o seu significado. Desse modo, é possível identificar que um conteúdo conceitual foi aprendido por um aluno quando ele o relacionar com outros conhecimentos que já possui além de saber utilizá-lo para interpretar, compreender ou expor um fenômeno ou situação de seu contexto. Para Zabala (1998, p. 42), os Conteúdos Conceituais "se referem ao conjunto de fatos, objetos ou símbolos que têm características comuns, e os princípios se referem às mudanças que se produzem num fato, objeto ou situação em relação a outros fatos, objetos ou situações e que normalmente descrevem relações de causa-efeito ou de correlação".

Os Conteúdos Conceituais estão associados aos verbos: identificar, reconhecer, classificar, descrever, comparar, conhecer, explicar, relacionar, situar (no espaço ou no tempo), lembrar, analisar, inferir, generalizar, comentar, interpretar, tirar conclusões, esboçar, indicar, enumerar, assinalar, resumir, distinguir, aplicar. Sintetizando, os Conteúdos Conceituais envolvem o "saber", pois trata-se da apropriação de conceitos, fatos, princípios e teorias. Em Matemática por exemplo, refere-se à compreensão do que é uma porcentagem, fração, figura geométrica etc.

Os **Conteúdos Procedimentais** envolvem várias ações que mobilizadas conjuntamente e de forma ordenada, se empenham na realização de um determinado objetivo. Para Zabala (1998, p. 43) os conteúdos procedimentais incluem entre outras coisas "as regras, as técnicas, os métodos, as destrezas ou habilidades, as estratégias, os procedimentos – é um conjunto de ações ordenadas e com um fim, quer dizer, dirigidas para a realização de um objetivo".

Os Conteúdos Procedimentais estão associados aos verbos: ler, calcular, manejar, confeccionar, utilizar, construir, aplicar, coletar, analisar, representar, observar, experimentar, testar, elaborar, desenhar, simular, demonstrar, reconstruir, qualificar, planejar e executar. Sintetizando, os Conteúdos Procedimentais envolvem o “Saber Fazer”, pois trata-se da aplicação prática do conhecimento, do desenvolvimento de uma ação ordenada para atingir um fim.

Os **Conteúdos Atitudinais** abarcam “uma série de conteúdos que por sua vez podemos agrupar em valores, atitudes e normas” (Zabala, 1998, p. 46) Os valores são entendidos como “os princípios ou as ideias éticas que permitem as pessoas emitir um juízo sobre as condutas e seu sentido”. Zabala (1998, p. 46). A solidariedade, a responsabilidade, e a liberdade são exemplos de valores. As atitudes são tendências ou predisposições na forma de atuar das pessoas, em outras palavras, “são a forma como cada pessoa realiza sua conduta de acordo com valores determinados” (Zabala, 1998, p. 46). Cooperar com o grupo, ajudar os colegas e valorizar a coletividades são exemplos de atitudes. As normas são os padrões e regras de comportamento para vida ideal em sociedade, assim, “as normas constituem a forma pactuada de realizar certos valores compartilhados por uma coletividade e indicam o que pode se fazer e o que não pode se fazer nesse grupo” (ZABALA, 1998, p. 46). Respeitar as regras de trânsito, zelar pela integridade física e moral das pessoas e proteger o meio ambiente são exemplos de normas.

Os Conteúdos Atitudinais estão associados aos verbos: comportar-se (de acordo com), respeitar, tolerar, apreciar, ponderar (positiva ou negativamente), aceitar, praticar, ser consciente de reagir a, conformar-se, conhecer, perceber, estar sensibilizado, sentir, preocupar-se com, ter autonomia, pesquisar, estudar.

Sintetizando, os Conteúdos Atitudinais envolvem o “Saber Ser e Conviver”, pois abrange a forma como o aluno se relaciona com o conhecimento, com os colegas, com o professor e com a sociedade. Desenvolver a perseverança na resolução de problemas, colaborar em trabalhos em grupo e valorizar a precisão e a lógica matemática são objetivos atitudinais.

De acordo com Zabala (1998), essa concepção teórica propõe a formação integral do indivíduo por meio do desenvolvimento de competências, ou seja, de conhecimentos, habilidades e atitudes. Dessa maneira, como o presente capítulo aborda os processos de ensino e aprendizagem da ideia de proporcionalidade nos anos finais do Ensino Fundamental, apresentamos uma relação entre as oito Competências Específicas de Matemática para o Ensino Fundamental (BNCC, 2018) e os Conteúdos de Aprendizagem do referido autor.

Quadro 2 – Relação entre as Competências Específicas de Matemática para o Ensino Fundamental (BNCC) e os Conteúdos de Aprendizagem (Zabala 1998)

Nº	Competências Específicas de Matemática para o Ensino Fundamental	Conteúdos de Aprendizagem
C01	Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.	Conceitual
C02	Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.	Conceitual Atitudinal
C03	Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.	Conceitual Atitudinal Procedimental
C04	Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.	Conceitual Atitudinal Procedimental
C05	Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.	Procedimental
C06	Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens, para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).	Atitudinal Procedimental
C07	Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.	Procedimental Atitudinal

Nº	Competências Específicas de Matemática para o Ensino Fundamental	Conteúdos de Aprendizagem
C08	Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.	Conceitual Atitudinal Procedimental

Fonte: Zabala (1998) e Brasil (2018).

Com base na relação apresentada no quadro 2, compreendemos que os professores de Matemática no Ensino Fundamental não devem priorizar o saber teórico sobre o saber prático, pois o importante para a formação do aluno, é a associação dos conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais para o desenvolvimento das competências que são necessárias para a formação integral dos estudantes. Além disso, acreditamos que a articulação entre os objetivos de aprendizagem, segundo a perspectiva de Zabala, e as competências e habilidades da BNCC permite um planejamento mais completo e intencional.

Desta maneira, a utilização dos Conteúdos de Aprendizagem proporciona um caminho para que os professores de Matemática do estruturem suas aulas para os anos finais do Ensino Fundamental de forma a contemplar as competências previstas pela BNCC, pois a planejar intencionalmente o trabalho com conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais, o professor de Matemática se distancia de uma prática letiva puramente conteudista e se aproxima de uma formação mais humanitária que desenvolve as competências e habilidades necessárias para que os estudantes se tornem cidadãos críticos, autônomos e capazes de utilizar a Matemática para compreender e transformar o mundo ao seu redor.

Ao planejar as aulas de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental sob a ótica dos objetivos de aprendizagem de Zabala (1998), o professor enriquece sua prática e potencializa o desenvolvimento das competências e habilidades previstas na BNCC. Essa abordagem integrada assegura que os alunos não apenas aprendam a "fazer" matemática, mas também compreendam seus conceitos fundamentais e desenvolvam atitudes positivas em relação à disciplina, tornando-se resolvedores de problemas mais críticos, criativos e colaborativos.

Estratégias para Desenvolver o Pensamento Proporcional em Sala de Aula

Para colocar em prática as diretrizes da BNCC e fomentar o pensamento proporcional, o professor pode adotar uma série de estratégias:

- Utilização de tabelas para que os estudantes visualizem a relação entre as grandezas. Ao preencher uma tabela, eles podem perceber as relações escalares (multiplicando ou dividindo os valores de uma linha por um número) e funcionais (identificando a constante que relaciona as duas colunas).

- Exploração de problemas de "Não Proporcionalidade" para que os estudantes aprendam a discernir quando uma relação é proporcional e quando não é. Problemas como "Se um menino de 10 anos mede 1,40m, quanto ele medirá aos 20 anos?" são excelentes para gerar discussões e demonstrar que nem todas as relações de dependência são de proporcionalidade direta.
- Conexões com a realidade para que os estudantes possam resolver e elaborar situações-problemas em sala de aula por meio da análise de contas de consumo (água, energia), interpretação de escalas em aplicativos de mapas, planejamento financeiro e discussões sobre taxas de juros torna a aprendizagem mais significativa e evidencia a utilidade do pensamento proporcional.
- Utilização de múltiplas representações para incentivar os estudantes a representar as relações proporcionais de diversas formas – por meio de tabelas, gráficos (pontos alinhados que partem da origem, no caso da proporcionalidade direta), sentenças algébricas e linguagem verbal – enriquece a compreensão e desenvolve a capacidade de transitar entre diferentes registros de representação.

Por meio das estratégias explicitadas, compreendemos que o ensino de proporcionalidade, na perspectiva da BNCC, representa um avanço em relação a abordagens tradicionais focadas na memorização de técnicas (regra de três). Ao propor uma construção gradual, que valoriza a intuição, as estratégias pessoais e a contextualização, a BNCC abre caminho para o desenvolvimento de um Pensamento Proporcional com significado. Ao final dos anos finais do Ensino Fundamental, o objetivo não é apenas que os estudantes saibam fazer a "regra de três", mas que eles sejam capazes de pensar proporcionalmente. Isso significa reconhecer, analisar e utilizar relações multiplicativas para compreender o mundo à sua volta, tomar decisões informadas e resolver problemas, tornando-se um cidadão matematicamente competente.

Capítulo 02

Pensamento Proporcional nos Anos Finais do Ensino Fundamental: Uma Revisão Sistemática da Literatura no Brasil

Paulo Marcos Ferreira Andrade
Aristimar Roberta de Oliveira
Márcio Urel Rodrigues

Neste capítulo, apresentamos os resultados de uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL) sobre o Pensamento Proporcional, cujo objetivo foi compreender como essa temática vem sendo discutida em pesquisas brasileiras voltadas ao ensino e à aprendizagem da Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental. A investigação buscou identificar as principais tendências teóricas, metodológicas e didáticas que caracterizam o campo, além de apontar contribuições e lacunas que possam orientar novas práticas e estudos na área da Educação Matemática.

A análise dos dados foi conduzida com base na técnica de Análise de Conteúdo, conforme as proposições de Bardin (1977), Rodrigues (2019) e Rodrigues e Brito (2025). Essa técnica compreende um conjunto de procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, voltados à identificação de elementos que permitam inferir significados, padrões e relações subjacentes aos textos analisados.

Como explica Bardin (1979, p. 49), "a Análise de Conteúdo possibilita a exploração de variáveis inferidas, fornecendo subsídios para a compreensão das mensagens em seu contexto de produção e interpretação". Essa abordagem permitiu examinar de forma rigorosa e interpretativa o modo como o Pensamento Proporcional tem sido abordado, descrito e compreendido nas produções acadêmicas selecionadas.

A questão norteadora que guiou esta análise foi: Como o Pensamento Proporcional tem sido evidenciado nas pesquisas acadêmicas sobre o ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental? Para responder a essa questão, foi constituído um corpus formado por oito dissertações selecionadas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), que abordam de diferentes maneiras o desenvolvimento do Pensamento Proporcional. Essas pesquisas foram agrupadas a partir de regularidades temáticas e metodológicas, originando cinco Focos de Análise, a saber: Tarefas – Modelo dos Campos Semânticos (MCS); Pesquisas Bibliográficas/Documentais; Sequência Didática; Recursos Tecnológicos; e Tarefas Investigativas.

O capítulo está estruturado de modo a apresentar, inicialmente, o percurso metodológico da revisão, descrevendo o processo de seleção e organização das dissertações analisadas. Em seguida, desenvolve-se a análise interpretativa dos cinco Focos de Análise, destacando os objetivos, referenciais teóricos e principais conclusões de cada estudo. Por fim, é apresentada uma síntese que reúne as

DOI: 10.47573/aya.5379.2.494.2

principais tendências, convergências e contribuições identificadas, evidenciando como o Pensamento Proporcional tem sido compreendido, ensinado e investigado no contexto da Educação Matemática contemporânea.

CONTEXTUALIZANDO O PENSAMENTO PROPORCIONAL

O **Pensamento Proporcional** pode ser conceituado como uma forma de pensamento matemático que permite compreender e estabelecer relações entre grandezas de maneira relacional, e não apenas numérica. Trata-se da capacidade de perceber como duas quantidades variam conjuntamente, mantendo entre si uma razão constante, o que exige um olhar qualitativo e quantitativo sobre os fenômenos. Esse tipo de pensamento envolve comparar, relacionar e generalizar, constituindo uma base cognitiva essencial para compreender diferentes conceitos matemáticos e científicos.

Nessa perspectiva, o Pensamento Proporcional é reconhecido na literatura especializada como uma estrutura mental de alta complexidade. De acordo com Lesh, Post e Behr (1988, p. 93), "constitui-se em uma das formas mais sofisticadas de raciocínio matemático, pois exige do sujeito a coordenação de duas quantidades de forma relacional e não aditiva." Essa definição reforça que a proporcionalidade não se restringe a técnicas operatórias, mas envolve a análise de relações e interdependências entre grandezas, convidando o estudante a compreender a Matemática como um sistema de relações e significados, e não como mera manipulação de números.

Assim sendo, é possível compreender que o desenvolvimento do Pensamento Proporcional vai muito além da execução de cálculos e da aplicação mecânica de procedimentos. De acordo com Behr, Harel, Post e Lesh (1992, p. 90) "O Pensamento Proporcional é considerado uma habilidade cognitiva complexa, que envolve o raciocínio sobre relações de equivalência e covariação entre grandezas e requer o entendimento de conceitos de razão, proporção e fração".

Nesse sentido, o ensino da proporcionalidade deve propiciar situações que despertem a capacidade de comparar, argumentar e reconhecer padrões, aproximando o raciocínio matemático da realidade vivida pelos estudantes. A compreensão é de que, o desenvolvimento do Pensamento Proporcional ocorre por meio de práticas que privilegiam a resolução de problemas e a reflexão sobre as relações entre grandezas. Como afirma Van de Walle (2009):

> O Pensamento Proporcional é desenvolvido por atividades que envolvem comparar e determinar a equivalência de razões e resolver proporções em uma ampla variedade de contextos e situações baseadas em resolução de problemas sem recurso a regras ou fórmulas (Van de Walle 2009, p. 382).

A partir dessa visão, o papel do professor é o de mediador de experiências significativas que permitam ao aluno construir ativamente o conhecimento matemático, desenvolvendo estratégias próprias e justificando seu raciocínio. Além disso, compreender a proporcionalidade exige ir além da manipulação simbólica. Lamon (2005, p. 3), corrobora com o entendimento ao dizer que, “o desenvolvimento do Pensamento Proporcional está diretamente ligado à capacidade de o aluno compreender a relação entre duas quantidades, identificar quando uma situação é proporcional e utilizar diferentes representações para justificar o raciocínio.

Dessa forma, a aprendizagem torna-se mais significativa quando o estudante é estimulado a utilizar diferentes formas de representação, tabelas, gráficos, expressões algébricas, que o ajudam a estabelecer conexões entre conceitos e contextos. Ao reforçar a natureza relacional e dinâmica desse tipo de raciocínio, Van de Walle (2009, p. 384) destaca que “o Pensamento Proporcional não é uma habilidade isolada, mas um processo de pensamento que envolve compreender como duas quantidades variam juntas e manter constante a relação entre elas.”

Essa visão ressalta que o Pensamento Proporcional constitui uma forma de pensar em movimento, vinculada à ideia de covariação, que estimula o desenvolvimento de um raciocínio mais abstrato e próximo do pensamento algébrico e funcional. No contexto educacional, é consenso que o domínio desse tipo de raciocínio é indispensável para o avanço em diferentes áreas da Matemática.

Assim, “o Pensamento Proporcional é uma das ideias centrais para a compreensão de conceitos como razão, proporção, escala, porcentagem e probabilidade, sendo considerado um eixo estruturante para o desenvolvimento do raciocínio matemático.” (Brasil, 1998, p. 47). Isso evidencia que a proporcionalidade, além de ser um tema curricular, atua como princípio organizador que permite integrar conhecimentos e desenvolver a autonomia intelectual dos alunos.

Essa importância se amplia quando observada em uma perspectiva interdisciplinar. De acordo com Lamon (2012, p. 3), “a noção de pensamento proporcional, indiscutivelmente, é considerada pela comunidade de educadores como fundamental para muitas áreas do conhecimento escolar, como a biologia, física, geografia e química.” Isso demonstra que o Pensamento Proporcional não se restringe à Matemática, mas oferece instrumentos para interpretar fenômenos científicos e situações do cotidiano. No entanto, como a autora também observa, “o Pensamento Proporcional é um conhecimento complexo, que exige um extenso conjunto de conhecimentos necessários para a sua compreensão.” (Lamon, 2012, p. 3).

Para Miranda, (2020, p. 12) argumenta “o Pensamento Proporcional pode ser compreendido como a habilidade de identificar, representar e operar com relações de proporcionalidade, seja em contextos cotidianos, científicos ou matemáticos, constituindo um conhecimento essencial para a aprendizagem ao longo da vida”.

Diante de todas essas perspectivas, é possível compreender que o Pensamento Proporcional ocupa um papel importante nos anos finais do Ensino Fundamental, pois precisamos formar estudantes capazes de interpretar o mundo em termos de relações, variações e proporções, o que constitui um passo fundamental para uma formação crítica, reflexiva e significativa no campo da Matemática.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O processo metodológico deste estudo foi conduzido por meio de uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL), fundamentada no levantamento de pesquisas disponíveis na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). Para direcionar a busca, utilizamos o descritor “pensamento proporcional”, elaborada com o propósito de identificar produções que abordassem o referido conceito em contextos de ensino e aprendizagem da Matemática.

Inicialmente, foram localizadas 70 pesquisas entre teses e dissertações que, em alguma medida, tratavam da temática. Em seguida, procederam-se à aplicação dos critérios de inclusão e exclusão, os quais consideraram, sobretudo, a presença efetiva do termo “pensamento proporcional” no título, resumo ou palavras-chave, além da pertinência teórica e metodológica das produções. Após esse processo de refinamento, foi constituído um corpus final composto por 8 dissertações consideradas relevantes para a análise, conforme apresentado no Quadro 1.

Quadro 1- Pesquisas envolvendo o Pensamento Proporcional

Nº	AUTOR	ANO	NÍVEL	TÍTULO
1	Márcia Regiane Miranda	2009	Dissertação	Pensamento Proporcional: Uma Metanálise Qualitativa de Dissertações
2	Marilia Rios de Paula	2012	Dissertação	Razão Como Taxa: Uma Proposta de Ensino para a Sala de Aula de Matemática
3	Fernanda Silva Carvalho	2013	Dissertação	Pensamento Proporcional: Análise de Atividades do Caderno do Professor do 5º Ano do Ensino Fundamental da Rede Municipal de São Paulo
4	Ana Carla Amâncio Machado Dias	2016	Dissertação	Avaliação de um Objeto de Aprendizagem para a Compreensão do Conceito de Proporcionalidade por Estudantes do 6º Ano do Ensino Fundamental
5	Júlia Rauber Rodrigues	2018	Dissertação	Pensamento Proporcional em Tarefas Investigativas: Um Estudo com Estudantes do 8º Ano do Ensino Fundamental
6	Kaio Cruz e Silva	2024	Dissertação	Pensamento Proporcional na Matemática Escolar: A Noção de Razão
7	Letícia Freitas Fernandes	2024	Dissertação	Uma Sequência Didática para a Introdução do Pensamento Proporcional no Ensino Fundamental I
8	Sinai Elizabeth Ferreira dos Santos	2025	Dissertação	Pensamento Proporcional Na Matemática Escolar: O Ensino da Noção de Grandezas Diretamente e Inversamente Proporcionais.

Fonte: Dados da Pesquisa (2025)

Essas pesquisas subsidiaram a discussão sobre o desenvolvimento do Pensamento Proporcional nos anos finais do Ensino Fundamental, permitindo uma compreensão mais ampla das abordagens e tendências investigativas presentes na literatura acadêmica. A seguir, organizamos as referências completas das 08 dissertações que compõem o corpus desta Revisão Sistemática da Literatura em um arquivo digital, com o intuito de facilitar o acesso às produções analisadas. Para isso, disponibilizamos um QR Code que direciona diretamente ao documento, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1- Referências das Pesquisas - Corpus

Fonte: Dados da Pesquisa (2025)

Optamos pela abordagem qualitativa, com ênfase na organização, categorização dos focos de análise das informações obtidas a partir da Revisão Sistemática da Literatura e da pesquisa documental. A RSL, conforme Pereira e Galvão (2016, p. 183), constitui uma modalidade de pesquisa que “busca identificar, selecionar, avaliar e sintetizar evidências relacionadas a um tema específico, permitindo uma análise estruturada e aprofundada”. Paralelamente, a pesquisa documental, que segundo Appolinário (2009, p. 85), caracteriza-se como “uma estratégia metodológica que utiliza exclusivamente fontes documentais, como livros, revistas, documentos legais e arquivos em mídia eletrônica, para fundamentar o estudo”. Assim, a integração dessas duas metodologias possibilitou a verificação mais consistente e contextualizado das produções identificadas.

A análise dos dados foi conduzida com base na técnica de Análise de Conteúdo, conforme as proposições de Bardin (1977), Rodrigues (2019) e Rodrigues e Brito (2025). Essa técnica compreende um conjunto de procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, voltados à identificação de que permitam inferir significados, padrões e relações subjacentes aos textos analisados. Como explica Bardin (1979, p. 49), “a Análise de Conteúdo possibilita a exploração de variáveis inferidas, fornecendo subsídios para a compreensão das mensagens em seu contexto de produção e interpretação”.

Dessa forma, o percurso metodológico adotado neste estudo buscou garantir rigor científico, transparência e coerência analítica, permitindo compreender como o Pensamento Proporcional tem sido investigado e abordado nas produções acadêmicas voltadas ao ensino de Matemática, especialmente nos anos finais do Ensino Fundamental.

DESCRIÇÃO E ANÁLISE INTERPRETATIVA

Os dados apresentados no Quadro 1 serviram de base para a definição de cinco Unidades de Registro- Focos de Análise, estabelecidas a partir da leitura interpretativa e do alinhamento semântico das dissertações que compõem o corpus desta investigação. Essas Unidades de Registro- Focos de Análise foram organizadas de modo a representar os principais eixos temáticos e metodológicos identificados nas pesquisas, permitindo evidenciar aproximações conceituais, enfoques investigativos e contribuições específicas de cada estudo.

A Tabela 1, a seguir, apresenta a sistematização dessas unidades, que sintetizam as principais tendências de investigação sobre o Pensamento Proporcional no campo da Educação Matemática.

Tabela 1- Unidades de registro

Unidade de Registro - Focos De Análise	Recorrências
Tarefas - Modelo Dos Campos Semânticos (Mcs)	2
Pesquisas Bibliográficas/Documentais	2
Sequência Didática	2
Recursos Tecnológicos	1
Tarefas Investigativas	1
Total	8

Fonte: Dados da Pesquisa (2025)

Com base na Tabela 1, verifica-se que as Unidades de Registro – Focos de Análise evidenciam cinco eixos principais que sintetizam as abordagens predominantes nas dissertações investigadas. Esses eixos revelam a variedade de perspectivas teóricas e metodológicas que caracterizam as pesquisas sobre o Pensamento Proporcional na Educação Matemática, abrangendo desde estudos de natureza bibliográfica até propostas didáticas e o uso de tecnologias educacionais. A partir desse panorama, apresentamos a seguir a análise interpretativa dos focos temáticos identificados.

A Figura 2, a seguir, apresenta a nuvem de palavras elaborada a partir dessas ocorrências, permitindo visualizar graficamente a frequência e a relevância dos conceitos mais abordados nas produções analisadas.

Figura 2- Nuvem de palavras das palavras-chaves

Fonte: Elaborado pelos autores

Ao analisarmos as palavras-chave das dissertações que compõem o corpus desta investigação, observa-se a recorrência de termos como pensamento proporcional, educação matemática, proporcionalidade e ensino fundamental, indicando a centralidade dessas temáticas nas pesquisas analisadas. Outros termos, como sequência didática, tarefas investigativas e modelo dos campos semânticos, também se destacam por expressarem diferentes enfoques metodológicos adotados nos estudos.

Dando continuidade ao processo analítico, direcionamos agora nossa atenção aos títulos das dissertações que integram cada um dos Focos de Análise, conforme apresentados no Quadro 2. Essa etapa busca evidenciar como as temáticas se materializam nas produções acadêmicas que compõem o corpus deste estudo, permitindo identificar padrões de investigação, recorrências conceituais e diversidade metodológica nas abordagens sobre o pensamento proporcional. A análise dos títulos possibilita compreender de que forma cada pesquisa expressa, em seu enfoque, os diferentes caminhos de exploração do Pensamento Proporcional.

Quadro 2- Títulos das pesquisas que compõe os campos de análise

UR - Focos de Análise		Autor
Tarefas - Modelo dos Campos Semânticos (MCS)	Razão como taxa: Uma proposta de ensino para a sala de aula de matemática	Paula (2012)
	Pensamento Proporcional na Matemática Escolar: O Ensino da Noção de Grandezas Diretamente d Inversamente Proporcionais.	Santos (2025).

UR - Focos de Análise		Autor
Pesquisas Bibliográficas/Documentais	Pensamento Proporcional: Análise de Atividades do Caderno do Professor do 5º Ano do Ensino Fundamental da Rede Municipal de São Paulo	Carvalho (2013)
	Pensamento Proporcional: uma Metanálise qualitativa de dissertações	Miranda (2009)
Sequência Didática	Pensamento Proporcional na Matemática Escolar: a noção de razão Uma sequência didática para a introdução do Pensamento Proporcional no Ensino Fundamental I	Silva (2024) e Fernandes (2024)
Recursos Tecnológicos	Pensamento Proporcional na Matemática Escolar: a noção de razão	Dias (2016)
Tarefas investigativas	Pensamento Proporcional em Tarefas Investigativas: um Estudo com Estudantes do 8º Ano do Ensino Fundamental	Rodrigues (2018)

Fonte: Dados da Pesquisa (2025)

A partir da leitura dos títulos apresentados no Quadro 2, constata-se uma coerência temática significativa entre as dissertações, todas convergindo para a compreensão do Pensamento Proporcional como um eixo estruturante da aprendizagem matemática. Ao que se pode perceber, as produções mantêm relação direta com os focos de análise identificados, abordando diferentes formas de investigação, que vão desde estudos teóricos e análises documentais até propostas voltadas ao ensino, com o uso de tarefas, sequências didáticas e recursos educacionais. A partir deste ponto, apresentamos os objetivos de cada pesquisa organizados conforme os Focos de Análise, bem como as conclusões alcançadas por cada autor.

Iniciamos com o Foco de análise 01: Tarefas – Modelo dos Campos Semânticos (MCS), contemplando as pesquisas desenvolvidas por Paula (2012) e Santos (2025), as quais exploram o Pensamento Proporcional a partir da elaboração e aplicação de tarefas voltadas à construção de significados no contexto do ensino de Matemática.

A pesquisa de Paula (2012), teve como objetivo investigar o ensino do tema razão como taxa na sala de aula de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental, por meio da inserção de tarefas que estimulassem a produção de significados pelos estudantes. De acordo com a autora, “produzir significados refere-se ao que o sujeito efetivamente diz sobre um objeto no interior de uma atividade. Não se trata de tudo o que ele poderia ou deveria dizer, mas do que ele realmente expressa durante a atividade” (Paula, 2012, p. 17). Fundamentada no Modelo dos Campos Semânticos (MCS), a pesquisa buscou compreender como os alunos constroem sentidos e significados ao trabalhar com a noção de razão e taxa em contextos reais de aprendizagem. A autora concluiu que o ensino da razão como taxa, quando desenvolvido por meio de tarefas contextualizadas e fundamentado no Modelo dos Campos Semânticos (MCS), contribui significativamente para a compreensão do pensamento proporcional. Constatou também que, apesar das dificuldades conceituais dos alunos em relação a frações, razões e proporções, o diálogo e a escuta em sala de aula favorecem a construção de significados. Assim, reafirma, com base em Lins (2008), que a Educação Matemática deve ser entendida como uma educação através da Matemática, voltada à formação integral do estudante e ao compartilhamento das diferenças como oportunidades de aprendizagem.

O trabalho de Santos (2025) constitui um produto educacional elaborado no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora. Teve como objetivo a produção de um conjunto de tarefas voltadas ao desenvolvimento do pensamento proporcional, com ênfase na noção de grandezas diretamente e inversamente proporcionais, fundamentado no Modelo dos Campos Semânticos (MCS) como referencial teórico-epistemológico e metodológico. De acordo com a autora, “é recomendado que o educador utilize este conjunto de tarefas associado à metodologia baseada no Modelo dos Campos Semânticos para que ocorra o processo da produção de significados por parte dos estudantes” (Santos, 2025, p. 4). Essa relação entre teoria e prática caracteriza o produto como uma proposta formativa que busca romper com o ensino tradicional da proporcionalidade, substituindo a mera aplicação de algoritmos pela construção de significados. A autora se apropria do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), formulado por Romulo Campos Lins, como base teórica e epistemológica de seu trabalho, compreendendo o conhecimento matemático como um processo de produção de significados em contextos enunciativos. No produto desenvolvido, o conjunto de tarefas atua como mediador entre o estudante e o objeto matemático, favorecendo a reflexão e a construção de sentidos por meio da linguagem. Assim, o desenvolvimento do Pensamento Proporcional é entendido não como a aplicação mecânica de regras, mas como um processo de elaboração conceitual, no qual o aluno interpreta e estabelece relações entre as grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

As pesquisas de Paula (2012) e Santos (2025) convergem ao compreender o Pensamento Proporcional como resultado da produção de significados em sala de aula, fundamentadas no Modelo dos Campos Semânticos (MCS). Paula (2012) investiga o ensino da razão como taxa por meio de tarefas contextualizadas que favorecem a construção de sentidos pelos alunos, enquanto Santos (2025) propõe um conjunto de tarefas sobre grandezas diretamente e inversamente proporcionais, orientadas pela mesma abordagem teórica. Em ambas, o Pensamento Proporcional é entendido como um processo de reflexão e elaboração conceitual, no qual o estudante constrói significados e compreende as relações entre as grandezas de forma crítica e contextualizada.

O Foco de Análise 02: Pesquisas Bibliográficas/Documentais, foi composto pelos trabalhos de Carvalho (2013) e Miranda (2009).

A pesquisa de Carvalho (2013) teve como objetivo investigar as atividades voltadas ao desenvolvimento do Pensamento Proporcional presentes no Caderno de Apoio e Aprendizagem de Matemática do 5º Ano, material adotado pela Rede Municipal de Educação de São Paulo em 2011 como orientação para o professor. A autora analisou as propostas contidas no caderno, buscando compreender em que medida elas contribuíam para o desenvolvimento do Pensamento Proporcional entre os alunos. Em suas conclusões, Carvalho (2013 p. 94) destaca que “dos cinco descritores indicados por Maranhão e Machado (2011), as atividades selecionadas no caderno investigado possibilitam o desenvolvimento de apenas três”, o que evidencia limitações no trabalho com a proporcionalidade nesse material. A autora observa ainda que “as atividades que poderiam favorecer a ideia de covariação e comparações numéricas não são exploradas de forma consistente” (p. 95), comprometendo, assim, o avanço dos alunos na construção desse tipo de raciocínio. Carvalho (2013) enfatiza a importância de “valorizar a conversão de enunciados em forma de tabela, pois essa forma de registro pode auxiliar a visualização das regularidades e a generalização do coeficiente de proporcionalidade” (p. 97). Com base em sua análise, conclui que o material didático investigado não favorece plenamente o desenvolvimento do pensamento proporcional, restringindo-se a abordagens pontuais e descontextualizadas.

O trabalho de Miranda (2009) teve como objetivo realizar uma síntese de investigações sobre as expressões matemáticas relacionadas à manifestação e ao desenvolvimento do pensamento proporcional, tomando como corpus dissertações de mestrado produzidas no Estado de São Paulo. A autora estruturou sua análise a partir de dois momentos: inicialmente, um mapeamento das produções existentes sobre o tema e, em seguida, uma análise mais aprofundada das atividades propostas em duas dissertações selecionadas, buscando responder às questões: “A realização de atividades propostas em dissertações e tese do Estado de São Paulo tem favorecido a expressão e o desenvolvimento do Pensamento Proporcional em estudantes? Quais aspectos do Pensamento Proporcional têm sido privilegiados nestas pesquisas?” (Miranda, 2009, p. 71). Em suas conclusões, Miranda (2009 p. 72) afirma que “a realização de atividades propostas nestas duas dissertações do Estado de São Paulo favoreceu a expressão e o desenvolvimento do Pensamento Proporcional em estudantes”, destacando que os aspectos mais trabalhados foram aqueles voltados à representação de situações proporcionais por meio de gráficos, tabelas, desenhos e diagramas, bem como o uso de ideias centrais associadas ao número racional e suas relações. A autora enfatiza que o Pensamento Proporcional deve ser compreendido como “um tipo de pensamento matemático que envolve conhecimentos que pressupõem o uso da razão e da proporção, bem como a distinção entre o que resulta ou não em proporção, a ideia de covariação e as comparações numéricas e não numéricas” (Miranda, 2009, p. 23)

As pesquisas de Carvalho (2013) e Miranda (2009) convergem ao evidenciar a importância de práticas que favoreçam a compreensão do Pensamento Proporcional de forma significativa. Ambas destacam que o ensino ainda carece de abordagens que explorem adequadamente a covariação, a comparação e as múltiplas formas de representação, o que limita a aprendizagem dos alunos. As autoras defendem que o desenvolvimento do Pensamento Proporcional requer atividades que promovam a reflexão, a construção de significados e o raciocínio relacional, superando o ensino centrado apenas na aplicação de procedimentos.

No Foco de Análise 03: Sequência Didática, destacam-se as pesquisas de Silva (2024) e Fernandes (2024), que investigam o desenvolvimento do Pensamento Proporcional por meio da elaboração e aplicação de sequências didáticas voltadas ao ensino da proporcionalidade nos anos finais do Ensino Fundamental. A partir deste ponto, voltamos nosso olhar para essas produções, analisando seus objetivos, fundamentos teóricos e conclusões, de modo a compreender como cada uma contribui para o avanço das discussões sobre o ensino e a aprendizagem do Pensamento Proporcional na Educação Matemática.

A pesquisa de Silva (2024) constitui um produto educacional desenvolvido no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora. Teve como objetivo "investigar o desenvolvimento da noção de razão como parte constitutiva do Pensamento Proporcional a partir da elaboração e aplicação de uma sequência didática organizada em tarefas de sala de aula" (Silva, 2024, p. 4). O trabalho foi estruturado em cinco grupos de tarefas, denominadas disparadoras, que buscaram provocar nos alunos a produção de significados sobre o objeto razão e, progressivamente, favorecer a compreensão das relações proporcionais. Durante a aplicação, Silva (2024) observa que "é importante proporcionar a esses estudantes espaços de apresentação e escuta dos seus modos de pensar [...] pois através de algumas dessas falas pode surgir um questionamento, apontamento, que possibilite a produção de significado dos alunos na direção da qual o professor está falando" (Silva, 2024, p. 5). Em suas considerações finais, o autor destaca que o papel do professor é central, uma vez que a proposta "não se limita ao docente corrigir ou dizer se está certo ou errado. Em cada tarefa, espera-se que o estudante tenha tempo de refletir e pensar, inclusive desenvolver seus próprios modos de resolver e pensar" (Silva, 2024, p. 13). Assim, o produto educacional propõe uma nova forma de organização da sala de aula, pautada no diálogo e na cooperação entre os estudantes, na qual o professor atua como mediador do processo de produção de significados. A sequência didática, portanto, visa à construção da noção de razão como fundamento do pensamento proporcional, possibilitando que os alunos avancem da manipulação numérica para a compreensão relacional das grandezas envolvidas.

A pesquisa de Fernandes (2024) constitui um produto educacional desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora. Teve como objetivo "desenvolver e propor um conjunto de tarefas didáticas, referenciadas pelo Modelo dos Campos Semânticos (MCS) e pela Teoria Histórico-Cultural de Vygotsky, voltadas à introdução do Pensamento Proporcional em alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental" (Fernandes, 2024, p. 4). As tarefas foram planejadas para promover a produção de significados dos estudantes, considerando a interação, o diálogo e a mediação docente como elementos centrais do processo de aprendizagem. Em suas considerações, Fernandes (2024) afirma que "as tarefas foram elaboradas com o objetivo de mostrar que é possível trabalhar a matemática sem cálculos numéricos [...] mostrando que a matemática está em todos os lugares, mesmo quando não apresenta números" (Fernandes, 2024, p. 39). A autora conclui que o uso de atividades lúdicas, como o desenho e as comparações de grandezas, favorece o desenvolvimento do Pensamento Proporcional desde os primeiros anos escolares, permitindo que os alunos construam significados a partir de suas vivências e compreendam a proporcionalidade como parte natural de suas experiências cotidianas.

As pesquisas de Silva (2024) e Fernandes (2024) convergem ao compreender o Pensamento Proporcional como resultado da produção de significados em contextos de aprendizagem mediados pelo diálogo e pela interação. Ambas propõem sequências didáticas que valorizam a reflexão e a compreensão das relações entre grandezas, defendendo que o ensino da proporcionalidade deve ir além dos cálculos, favorecendo a construção de sentidos e a interpretação das variações presentes nas situações matemáticas.

O Foco de Análise 04: Recursos Tecnológicos é representado pela pesquisa de Dias (2016), que teve como objetivo avaliar o Objeto de Aprendizagem "Equilibrando Proporções" na compreensão do pensamento proporcional, à luz da Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud. A investigação, desenvolvida com 32 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Fortaleza, buscou compreender de que forma o uso de recursos digitais pode favorecer a construção de significados sobre a proporcionalidade.

Segundo Vergnaud (1990, p. 136), "um campo conceitual é um conjunto de situações, conceitos, relações e representações que estão interligados e se desenvolvem conjuntamente", sendo a aprendizagem um processo que ocorre por meio da mobilização de diferentes esquemas de pensamento aplicados a variadas situações-problema. A autora também ressalta que "os conceitos não se constroem de forma isolada, mas dentro de um campo conceitual, por meio de sucessivas coordenações de ações e representações" (Vergnaud, 1990, p. 141). Essa perspectiva fundamentou a análise de Dias, permitindo interpretar como os alunos constroem relações proporcionais ao interagir com o objeto digital.

Nas conclusões, Dias (2016) aponta que o uso do recurso tecnológico contribuiu para favorecer a compreensão das relações de proporcionalidade, uma vez que possibilitou aos estudantes testar hipóteses e visualizar os resultados de suas ações. A autora afirma que o ambiente digital proporcionou "um espaço de experimentação e reflexão, em que o aluno pode visualizar e manipular as relações proporcionais, compreendendo a ideia de equilíbrio entre grandezas" (Dias, 2016, p. 89). Destaca, ainda, que o Pensamento Proporcional se consolida de forma mais efetiva "quando o uso de objetos digitais é integrado a uma proposta pedagógica mediada e orientada pelo professor" (Dias, 2016, p. 91), reforçando o papel docente como mediador do processo de construção de significados matemáticos.

O Foco de Análise 05: Tarefas Investigativas envolve a pesquisa de Rodrigues (2018), que teve como objetivo analisar as contribuições das tarefas investigativas para o desenvolvimento do Pensamento Proporcional em estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. O estudo foi desenvolvido no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa

Catarina e fundamentou-se nos pressupostos da Educação Matemática Crítica e nas abordagens de investigação em sala de aula. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 15), "as tarefas investigativas são atividades que envolvem o aluno em processos de exploração, formulação de conjecturas e justificativas, exigindo raciocínio e argumentação matemática". Essa concepção embasou o trabalho de Rodrigues, que buscou compreender como os estudantes constroem estratégias e generalizações ao se envolverem em situações-problema abertas, relacionadas à proporcionalidade. A autora destaca que "as tarefas investigativas favorecem o Pensamento Proporcional por possibilitar ao estudante compreender as relações entre grandezas e desenvolver a autonomia intelectual no processo de resolução" (Rodrigues, 2018, p. 87). Em suas conclusões, Rodrigues (2018) afirma que as tarefas investigativas "se mostraram potentes para a promoção de interações discursivas em sala de aula, permitindo que os alunos explicitem seus raciocínios e construam significados sobre as relações proporcionais" (p. 92). Além disso, ressalta que o trabalho com esse tipo de tarefa contribui para o desenvolvimento da argumentação, da reflexão e da capacidade de análise dos alunos, aproximando o ensino de Matemática de práticas mais significativas e participativas. A pesquisa conclui, portanto, que o uso de tarefas investigativas é um caminho promissor para o fortalecimento do pensamento proporcional, pois permite que o aluno compreenda a proporcionalidade como uma relação dinâmica entre grandezas, e não apenas como um procedimento algorítmico.

CONSIDERAÇÕES

As considerações finais desta Revisão Sistemática da Literatura sobre o Pensamento Proporcional permitem afirmar que o desenvolvimento dessa competência constitui um eixo estruturante da formação matemática nos anos finais do Ensino Fundamental. As pesquisas analisadas evidenciam que compreender o Pensamento Proporcional vai além da aplicação mecânica de algoritmos ou da simples utilização da regra de três, exigindo a mobilização de conceitos, representações e significados que possibilitam ao estudante reconhecer e interpretar relações entre grandezas em diferentes contextos.

De modo convergente, as dissertações revisadas apontam que o Pensamento Proporcional é uma forma complexa de raciocínio matemático, caracterizada pela capacidade de coordenar quantidades de modo relacional. Essas definições sustentam a ideia de que o ensino da proporcionalidade deve favorecer a compreensão de relações e variações, e não apenas a execução de procedimentos numéricos.

As análises revelaram que as diferentes abordagens, como as tarefas baseadas no Modelo dos Campos Semânticos (MCS), as sequências didáticas, o uso de objetos digitais e as tarefas investigativas, convergem no entendimento de que o Pensamento Proporcional se constrói pela mediação, pelo diálogo e pela produção de significados. Paula (2012) conclui que as tarefas contextualizadas, fundamentadas no MCS, favorecem a produção de significados e a compreensão da razão como taxa, destacando o papel mediador do professor na escuta e valorização das diferentes formas de pensar dos estudantes.

Santos (2025) reforça essa perspectiva ao afirmar que o desenvolvimento do Pensamento Proporcional ocorre por meio da linguagem e da interação, sendo suas tarefas “compostas por itens distintos, todos envolvem a noção de pensamento proporcional, cada uma com seus objetivos específicos” (Santos, 2025, p. 13), o que demonstra a intencionalidade pedagógica de promover aprendizagens significativas. De forma complementar, Carvalho (2013) observa que o material didático oficial analisado não favorece plenamente o desenvolvimento do pensamento proporcional, por abordar de forma restrita as ideias de covariação e comparação numérica, sugerindo maior uso de representações e situações contextualizadas. Miranda (2009) confirma que as atividades analisadas em dissertações paulistas favoreceram a expressão e o desenvolvimento do pensamento proporcional, especialmente por meio de gráficos, tabelas e diagramas, ressaltando o papel das representações na construção desse raciocínio. Silva (2024) e Fernandes (2024) evidenciam que as sequências didáticas são espaços férteis para o diálogo e a cooperação, possibilitando que os alunos avancem de estratégias empíricas para compreensões relacionais das grandezas. Dias (2016) destaca que os recursos tecnológicos favorecem a experimentação e a visualização das relações proporcionais, quando articulados à mediação docente. Rodrigues (2018), por sua vez, demonstra que as tarefas investigativas promovem a argumentação, a autonomia e o pensamento crítico, ao posicionar o aluno como protagonista na construção de significados matemáticos.

Essas convergências reforçam a compreensão do Pensamento Proporcional como um processo relacional, dinâmico e interdisciplinar, que articula linguagem, representação e raciocínio. Conforme Lamon (2012), esse tipo de pensamento é fundamental não apenas para o domínio da Matemática, mas também para compreender fenômenos em áreas como Física, Biologia e Geografia. Assim, fortalecer essa competência requer práticas pedagógicas que estimulem o raciocínio relacional, a argumentação e a construção de significados.

Conclui-se, portanto, que o desenvolvimento do Pensamento Proporcional nos anos finais do Ensino Fundamental deve ser entendido como um processo contínuo e interativo, sustentado por experiências investigativas e reflexivas. O ensino da proporcionalidade, quando pautado na produção de significados e na exploração de relações entre grandezas, torna-se um espaço de construção conceitual e crítica, capaz de formar estudantes que compreendam a Matemática como linguagem, pensamento e instrumento de interpretação do mundo.

REFERÊNCIAS

APPOLINÁRIO, Fábio. **Dicionário de metodologia científica:** um guia para a produção do conhecimento científico. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo.** Lisboa: Edições 70, 1977.

BEHR, M.; HAREL, G.; POST, T.; LESH, R. **Proportional reasoning.** In: HIEBERT, J.; BEHR, M. (org.). Number concepts and operations in the middle grades. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates/NCTM, 1992. p. 90-118.

BEN-CHAIM, D.; KERET, Y.; ILANY, B. **Ratio and proportion:** research and teaching in mathematics teachers' education. Rotterdam: Sense Publishers, 2008.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília: MEC, 2018.

CARVALHO, Fernanda Silva. **Pensamento Proporcional:** Análise de Atividades do Caderno do Professor do 5º Ano do Ensino Fundamental da Rede Municipal de São Paulo. 2013. 103 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

DIAS, Ana Carla Amâncio Machado. **Avaliação de um Objeto de Aprendizagem para a Compreensão do Conceito de Proporcionalidade por Estudantes do 6º Ano do Ensino Fundamental.** 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Computação Aplicada) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2016.

FERNANDES, Letícia Freitas. **Uma sequência didática para a introdução do Pensamento Proporcional no Ensino Fundamental I**. 2024. Produto Educacional (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2024.

LAMON, Susan J. **Teaching Fractions and Ratios for Understanding:** Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers. 2. ed. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2005.

LAMON, Susan J. **Teaching Fractions and Ratios for Understanding.** 3. ed. Nova Iorque: Routledge, 2012.

LESH, Richard; POST, Thomas; BEHR, Merlyn. **Proportional Reasoning.** In: HIEBERT, J.; BEHR, M. (Eds.). Number Concepts and Operations in the Middle Grades. Reston, VA: Lawrence Erlbaum; NCTM, 1988. p. 93-118.

LINS, Rômulo Campos. **A diferença como oportunidade para aprender.** In: XIV ENDIPE, 2008, Porto Alegre. Trajetórias e processos de ensinar e aprender: sujeitos, currículos e culturas. Porto Alegre: EdiPUCRS, v. 3, p. 530-550, 2008.

MARANHÃO, Maria Cristina de Souza; MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **O desenvolvimento do Pensamento Proporcional e as estratégias de resolução de problemas de proporcionalidade.** In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara; MOURA, Manoel Oriosvaldo de (orgs.). Educação Matemática: pesquisas em psicologia da educação matemática. Campinas: Papirus, 2011. p. 101-123.

MIRANDA, Márcia Regiane. **Pensamento Proporcional:** uma metanálise qualitativa de dissertações. 2009. 156 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

MIRANDA, Márcia Regiane. **O Pensamento Proporcional e o Ensino de Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental.** 2020. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2020.

PAULA, Marília Rios de. **Razão como taxa: uma proposta de ensino para a sala de aula de matemática.** 2012. 80 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

PEREIRA, Mauricio Gomes; GALVÃO, Taís Freire. **Etapas de busca e seleção de artigos em revisões sistemáticas da literatura.** Epidemiologia e Serviços de Saúde, v. 23, p. 369-371, 2014.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

RODRIGUES, Júlia Rauber. **Pensamento Proporcional em Tarefas Investigativas:** um estudo com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2018.

RODRIGUES, Márcio Urel. **Análise de conteúdo em pesquisas qualitativas na área de educação matemática.** Curitiba: CRV, 2019.

RODRIGUES, Márcio Urel; BRITO, Acelmo de Jesus. **Análise de conteúdo não é só contar palavras:** análise de conteúdo como procedimento de análise interpretativa de dados em pesquisas qualitativas nas áreas de ensino e educação. Curitiba: CRV, 2025.

SANTOS, Sinai Elizabeth Ferreira dos; OLIVEIRA, Rosana; SILVA, Amarildo Melchiades da. **Tarefas sobre pensamento proporcional:** a noção de grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2025.

SILVA, Kaio Cruz e. **Pensamento Proporcional na Matemática Escolar:** a noção de razão. 2024. Produto Educacional (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2024.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no Ensino Fundamental:** Formação de Professores e Aplicações em Sala de Aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERGNAUD, Gérard. **La théorie des champs conceptuels.** Recherches en Didactique des Mathématiques, v. 10, n. 2/3, p. 133-170, 1990.

Capítulo 03

Fundamentos do Pensamento Proporcional nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Luciana Bertholdi Machado
Márcio Urel Rodrigues
Acelmo de Jesus Brito

O Pensamento Proporcional constitui uma das bases do pensamento matemático e desempenha papel importante na compreensão de relações entre grandezas, razão, proporção e variação. Nos anos finais do ensino fundamental, o desenvolvimento desse raciocínio favorece a transição do pensamento aritmético para o pensamento algébrico, contribuindo para que o estudante compreenda regularidades, compare quantidades e resolva problemas em contextos diversos.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), os conhecimentos que envolvem proporcionalidade, como frações, porcentagens, razões, proporções, escalas, grandezas diretamente e inversamente proporcionais, regras de três, entre outros, constituem elementos estruturantes da área de Matemática e devem ser explorados de forma articulada, desenvolvendo no aluno a capacidade de analisar relações quantitativas e multiplicativas presentes em fenômenos do cotidiano.

Neste capítulo, objetivamos apresentar os fundamentos conceituais e matemáticos que sustentam o pensamento proporcional. Para isso, são abordados inicialmente os números fracionários, seguidos dos conceitos de porcentagem, razão e proporção, grandezas proporcionais e regras de três. Em seguida, apresentamos algumas aplicações específicas, que ilustram a presença e a relevância desses conceitos.

Números fracionários

Em Matemática, diversas operações e propriedades envolvem conjuntos numéricos. O conjunto dos números fracionários é indicado pela letra Q, representando o conjunto dos números racionais. Todo número racional pode ser escrito na forma $\frac{p}{q}, q \neq 0$ em que $\boldsymbol{p}$ recebe o nome de **numerador** e $\boldsymbol{q}$ recebe o nome denominador.

Exemplos de frações:

$$\frac{5}{10}; \frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{7}{11}; \frac{100}{5}.$$

Um significado importante do número fracionário é compreendê-lo como quociente, ou seja, como resultado da divisão entre dois números. Nesse caso, o numerador corresponde ao dividendo e o denominador ao divisor, de modo que, $\frac{p}{q} = p \div q, q \neq 0$. Essa interpretação amplia o conceito de fração e permite reconhecer que toda fração pode ser entendida como um número racional, ainda

DOI: 10.47573/aya.5379.2.494.3

que nem sempre corresponda a um número inteiro. Por exemplo:

$$\frac{7}{4} = 7 \div 4 = 1{,}75.$$

As frações podem ser classificadas segundo a relação entre numerador e denominador e de acordo com o tipo de número que representam. Como mencionado por Dante e Viana (2022a), as principais classificações são:

- **Frações aparentes:** são aquelas que representam números naturais e/ ou inteiros. Por exemplo: $\frac{6}{3} = 6 \div 3 = 2$.
- **Frações próprias:** são aquelas que têm valor maior do que 0 (zero) e menor do
- que 1 (um) inteiro. Nelas, o numerador é diferente de 0 e menor do que o denominador. Por exemplo: $\frac{2}{3}$.
- **Frações impróprias:** são aquelas que valem 0 (zero), 1 inteiro ou mais do que 1 (um) inteiro. Nelas o numerador pode ser 0 ou pode ser igual ou maior do que o denominador. Por exemplo: $\frac{4}{3}$.
- **Número misto:** essa representação é formada por um número natural e uma fração própria. Por exemplo: $1\frac{1}{3}$ (um inteiro e um terço), onde $1\frac{1}{3} = \frac{3 \times 1 + 1}{3} = \frac{4}{3}$.
- **Frações equivalentes:** têm o mesmo valor em relação à mesma unidade (equivalente: igual valor). Por exemplo: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{9}{18} = \frac{27}{54}$.

Outro aspecto importante é compreender as operações aritméticas que podem ser realizadas com números fracionários: adição, subtração, multiplicação e divisão, uma vez que elas são a base para problemas de proporcionalidade, porcentagens e raciocínio algébrico. Vamos considerar dois números fracionários $\frac{a}{m}$ e $\frac{b}{n}$, em que $m \neq 0$ e $n \neq 0$.

Adição e subtração: Para realizar a soma ou subtração de frações, é necessário que ambas tenham o mesmo denominador, para que, assim, possamos somar ou subtrair as partes. Caso as frações tenham denominadores diferentes, será necessário encontrar um múltiplo comum entre eles, ou o mínimo múltiplo comum (MMC) (Araújo *et al.,* 2018, p. 106). Assim, para denominadores iguais:

Por exemplo:

$$\frac{a}{m} \pm \frac{b}{m} = \frac{a \pm b}{m},$$

Para denominadores diferentes: caso as frações tenham denominadores diferentes, será necessário encontrar um múltiplo comum entre eles, ou o mínimo múltiplo comum (MMC) (Araújo *et al.,* 2018):

$$\frac{a}{m} \pm \frac{b}{n} = \frac{an \pm bm}{mn}$$

Considerando que seja o MMC, para determinar a soma ou subtração, você deverá dividir o MMC pelo denominador da primeira fração e multiplicar pelo numerador dessa fração. Depois, você deverá repetir em todas as frações que estiverem presentes na adição ou subtração. Por exemplo, determinar

$$\frac{5}{2} + \frac{2}{3} - \frac{7}{5} = ?$$

Neste caso, temos que o MMC. Assim, em cada parcela, faremos 30 dividido pelo denominador e multiplicaremos o resultado pelo numerador:

$$\frac{75}{30} + \frac{20}{30} - \frac{42}{30} = \frac{75 + 20 - 42}{30} = \frac{53}{30}.$$

Multiplicação: Para realizar a multiplicação entre números fracionários, basta multiplicar numerador por numerador e denominador por denominador:

$$\frac{a}{m} \times \frac{b}{n} = \frac{ab}{mn}.$$

Por exemplo:

$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{2} = \frac{5 \times 3}{6 \times 2} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}.$$

Divisão: A divisão de frações consiste em transformar a operação de divisão em uma multiplicação. Para isso, é necessário compreender o conceito de inverso de uma fração. Dada uma fração $\frac{a}{m}, m \neq 0$, o inverso (ou recíproco) dessa fração é obtido trocando-se o numerador pelo denominador e o denominador pelo numerador, ou seja, basta fazer $\frac{m}{a}, a \neq 0$. Assim, para calcular a divisão entre duas frações, basta conservar a primeira fração e multiplicar pelo inverso da segunda fração (Araújo *et al.,* 2018):

$$\frac{a}{m} \div \frac{c}{n} = \frac{a}{m} \times \frac{n}{c} = \frac{an}{mc}.$$

Por exemplo:

$$\frac{7}{6} \div \frac{3}{5} = \frac{7}{6} \times \frac{5}{3} = \frac{7 \times 5}{6 \times 3} = \frac{35}{18}.$$

De acordo com Dante e Viana (2022a), é importante compreender a fração sob diferentes significados (como exemplificado na Figura 1), entre eles destacamos:

- **Fração como parte/todo:** representa uma ou mais partes de um inteiro que foi dividido em partes iguais. O denominador indica em quantas partes o todo foi dividido, enquanto o numerador indica quantas dessas partes foram tomadas.

- **Fração como razão:** expressa uma comparação entre duas grandezas, estabelecendo uma relação de proporcionalidade. Nesse caso, o numerador e o denominador não precisam se referir ao mesmo todo, mas sim a quantidades comparáveis.
- **Fração de uma quantidade:** usada como operador multiplicativo, indicando uma parte de uma quantidade qualquer, não necessariamente um todo dividido.

Figura 1: Diferentes significados para números fracionários

Parte/todo: $\frac{1}{4}$ (uma parte de quatro) — Razão: $\frac{1}{2}$ (uma chance em duas) — Quantidade: $\frac{1}{3} \times 12 = 4$ (um terço de 12 bananas são 4 bananas)

Fonte: Dante e Viana (2022a, p. 174-178)

Porcentagem

No nosso quotidiano o uso de porcentagem aparece com bastante frequência: determinar descontos, juros, impostos, rendimentos, proporção de ingredientes em uma receita, são exemplos (Araújo *et al.,* 2018). Quando uma fração é expressa por uma razão cujo denominador é igual a 100, recebe o nome de fração centesimal. Frações com essa característica são denominadas porcentagens (Dante, Viana, 2022a, p. 199) e elas indicam quantas partes de cada cem estão sendo consideradas. O símbolo representa justamente essa ideia de "por cento", ou seja, a cada cem. Por exemplo:

$$15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20} = 0{,}15.$$

Para calcular a porcentagem de uma quantidade, basta converter a porcentagem em fração centesimal (ou fração equivalente) ou em número decimal e multiplicá-la pela quantidade considerada. Esse procedimento mostra que a porcentagem funciona como um operador multiplicativo, determinando uma parte específica de um valor (Araújo *et al.,* 2018; Dante, Viana, 2022a). Por exemplo, para obter de 80, podemos fazer:

$$25\% \text{ de } 80 = \frac{25}{100} \times 80 = 20 \textbf{ ou } \frac{1}{4} \times 80 = 20 \textbf{ ou } 0{,}25 \times 80 = 20.$$

Os cálculos de porcentagem também podem ser realizados mentalmente, explorando estratégias simples e ágeis. Vejamos o exemplo: suponha que, em uma palestra, haja 80 estudantes. Nesse caso:

- 100% correspondem a 80 estudantes (o total).
- 50% correspondem à metade, ou seja, 80 $\div$ 2 = 40.
- 25% correspondem à quarta parte, ou seja, 80 $\div$ 4 = 20.
- 10% correspondem à décima parte, ou seja, 80 $\div$ 10 = 8.
- 5% correspondem à metade de 10%, logo 8 $\div$ 2 = 4.
- 20% representam o dobro de 10%, logo 2 $\times$ 8 = 16.
- 70% representam 7 vezes 10%, isto é, pois 7 $\times$ 8 = 56.

Razão e proporção

Como mencionado anteriormente, razão é a comparação entre duas grandezas de mesma natureza, expressa na forma de quociente (Araújo *et al.,* 2018, Dante, Viana, 2022a). Segundo Dante e Viana (2022b), a razão entre dois números e , com , é o quociente de por , expresso por

$$\frac{a}{b} \text{ ou } a\!:b \text{ (lê} - \text{se: } a \text{ está para } b\text{).}$$

Por exemplo: Em uma determinada turma, há 15 alunos com 11 anos e 20 alunos com 12 anos. Neste caso, a razão entre a quantidade de estudantes com 11 e 12 anos é de 15 em 20, ou seja, $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$, ou podemos dizer $\frac{3}{4} = 0{,}75 = \frac{75}{100} = \mathbf{75\%}.$. Esse resultado mostra que, para cada 3 alunos de 11 anos, há 4 alunos de 12 anos.

Já a proporção é definida como a igualdade entre duas razões (Araújo *et al.,* 2018; Dante, Viana, 2022b, 2022d). Conforme Dante e Viana (2022b, p. 196), “em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios”. Assim, sejam *a,b ,c* e *d*, com *b* ≠ 0 e *d* ≠ 0, dizemos que eles estão em proporção quando

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \textbf{ ou } a\!:b = c\!:d,$$

onde *a* e *d* são os extremos e *b* e *c* são os meios, e, neste caso, vale a propriedade fundamental da proporção:

$$ad = bc.$$

Uma igualdade entre duas razões forma uma relação de proporcionalidade (Araújo *et al.,* 2018, p. 160). Por exemplo: se uma receita de bolo usa a razão entre ovos e farinha de trigo como 2 para 3, e desejarmos triplicar a receita, a proporção 2 para 3 deverá ser preservada, ou seja,

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}.$$

Assim, ao triplicar a quantidade de ingredientes, a razão entre ovos e farinha de trigo passa de 2:3 para 6:9, mantendo-se a mesma relação proporcional. Compreender a razão como comparação entre duas grandezas e a proporção como igualdade entre duas razões permite aplicar esses conceitos em diversas situações práticas do cotidiano. Um exemplo comum é a regra da sociedade, que se baseia na partilha proporcional de um total, como lucros, prejuízos ou investimentos, entre diferentes participantes.

Conforme Cabral e Nunes (2023, p. 317, grifo nosso) "a regra de sociedade tem por finalidade a distribuição proporcional entre vários sócios, dos lucros ou prejuízos da associação". Assim, em contextos de parceria ou colaboração, cada participante recebe (ou arca) com uma parte correspondente à razão entre o que investiu e o total investido, respeitando o princípio de proporcionalidade.

Por exemplo: Vamos supor que dois sócios A e B invistam respectivamente R$ 2.000,00 e R$ 3.000,00 em um negócio, e que o lucro obtido seja de R$ 3.500,00. O investimento total realizado foi de R$ 5.000,00. Assim, a razão entre o investimento de cada sócio e o total é de:

$$\frac{2000}{5000} = \frac{2}{5} \text{ para o sócio A e } \frac{3000}{5000} = \frac{3}{5} \text{ para o sócio B.}$$

Aplicando essa razão de participação de cada sócio no lucro, teremos:

$$A = \frac{2}{5} \times 3500 = \frac{7000}{5} = 1700 \text{ e } B = \frac{3}{5} \times 3500 = \frac{10500}{5} = 2100.$$

Portanto, o sócio A receberá R$ 1.700,00 e o sócio B receberá R$2.100,00, mantendo a proporcionalidade em relação ao valor investido por cada um.

Grandezas diretamente e inversamente proporcionais

Regra de três é o nome utilizado para representar o processo de resolução de problemas entre grandezas, no qual se pode determinar um valor desconhecido dado três conhecidos (Araújo *et al,* 2018). Para compreender esse processo é necessário identificar previamente se as grandezas em questão são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais, conforme definidas por Araújo *et al.* (2018) e Dante e Viana (2022b):

- **Grandezas diretamente proporcionais:** quando o aumento de uma grandeza implica o aumento da outra na mesma razão, ou seja, se o valor de uma grandeza dobra, triplica ou é reduzido à metade, o valor da outra grandeza, que é diretamente proporcional a ela, também dobra, triplica ou é reduzido à metade, respectivamente.
- **Grandezas inversamente proporcionais:** quando o aumento de uma implica a redução da outra, na razão inversa, ou seja, quando o valor de uma grandeza é multiplicado por um número, o valor da outra grandeza, que é inversamente proporcional a ela, é dividido pelo mesmo número.

De acordo Araújo *et al.* (2018) para analisar se duas grandezas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais, é preciso observar a relação entre elas, e não apenas os valores apresentados em uma situação específica, como apresentamos no Tabela 1. Por exemplo, se para produzir uma peça de roupa são necessários 1,20 metros de tecido, então, para confeccionar 3 peças idênticas, serão gastos 3 x 1,20 = 3,60 metros. Neste caso, a quantidade de peças triplicou, e a quantidade de tecidos também triplicou, caracterizando uma situação de grandezas diretamente proporcionais.

Por outro lado, considere o caso da velocidade média em um percurso fixo. Acelmo, ao se deslocar a 15 Km/h, levou 120 minutos para concluir o trajeto. Já ao percorrer o mesmo caminho de carro, a uma velocidade média de 90 Km/h, gastou apenas 20 minutos. Nesse exemplo, podemos observar que, quando a velocidade aumenta, o tempo gasto diminui, evidenciando uma relação de grandezas inversamente proporcionais. De fato, ao multiplicar a velocidade por 6 (de 15 Km/h para 90 Km/h), o tempo foi reduzido à sexta parte (de 120 minutos para 20 minutos).

Quadro 1- Grandezas diretamente e inversamente proporcionais

Peça de roupa (quantidade × tecido)		Percurso (velocidade × tempo)	
$\times 3$ 1 3	1,20 3,60 $\times 3$	$\times 6$ $15\ km/h$ $90\ km/h$	120 min 20 min $\div \frac{1}{6}$

Fonte: Elaborado pelos autores

Conforme Dante e Viana (2022c, p. 143), se duas grandezas e são diretamente proporcionais, então

$$\frac{a}{b} = k$$

onde *k* é chamado de **constante de proporcionalidade**. Por outro lado, sendo duas grandezas *a* e *b* são inversamente proporcionais, então

$$a.b = k,$$

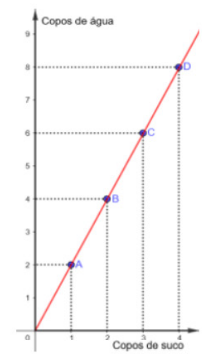
e *k* também é denominado de constante de proporcionalidade. No exemplo da Tabela 1, a constante de proporcionalidade direta é *k* = 1,20, o que significa que, para cada peça de roupa, foram utilizados 1,20 metros de tecido, mantendo-se a razão invariável, pois $\frac{1,20}{1} = \frac{3,60}{3} = 1,20$. Já no caso do percurso, a constante de proporcionalidade inversa é *k* = 1800, pois ao multiplicar a velocidade pelo tempo correspondente, o resultado se mantém inalterado, visto que, ao multiplicar a velocidade pelo tempo correspondente, o produto se mantém constante 15 x 120 = 90 x 20 = 1800.

Conforme mencionado por Dante e Viana (2022c, 146), o gráfico envolvendo uma situação de “grandezas diretamente proporcionais é sempre uma reta (ou parte dela) que passa pela origem dos eixos cartesianos”. Já o gráfico de uma situação que envolve “grandezas inversamente proporcionais é sempre uma curva (não é parábola) que não intersecta os eixos cartesianos” (ibid., p. 146).

Para exemplificar, vejamos a situação da Figura 2: para preparar um refresco usando suco concentrado, é importante manter a proporção correta entre o suco e a água. Conforme ilustrado na figura (tabela e gráfico), o aumento no volume de suco exige um aumento proporcional no volume de água, caracterizando uma relação de grandezas diretamente proporcionais. Ao observar os dados, notamos que a razão entre a água e o suco é sempre a mesma, o que define a constante de proporcionalidade *k* = 2 , pois são necessários 2 copos de água para cada 1 copo de suco.

Figura 2 – Representação gráfica de grandezas diretamente proporcionais

Receita: suco versus água	
Copos de suco concentrado	Copos de água
1	2
2	4
3	6
4	8

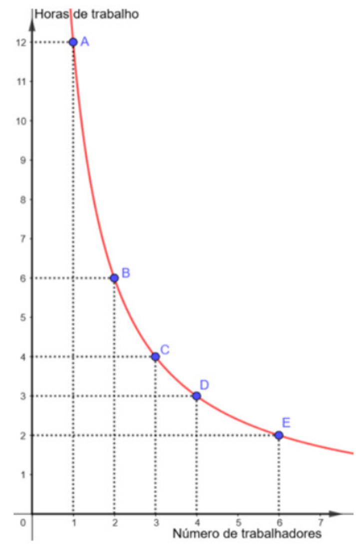


Fonte: Elaborado pelos autores

Na Figura 3: uma equipe de trabalhadores precisa montar um palco para um evento, e o volume total de trabalho é constante (o trabalho a ser feito é sempre o mesmo). Conforme observado na tabela e no gráfico, quanto mais trabalhadores forem adicionados, menor será o tempo total gasto, caracterizando uma relação de proporcionalidade inversa. Ao analisar os dados, notamos que o produto do número de trabalhadores pelas horas de trabalho é sempre o mesmo, o que define a constante de proporcionalidade *k* = 12, que representa o volume total de trabalho em horas-trabalhador.

Figura 3 – Representação gráfica de grandezas inversamente proporcionais

Trabalhadores versus tempo	
Números de trabalhadores	Horas de trabalho
1	12
2	6
3	4
4	3
6	2



Fonte: Elaborado pelos autores

Nem todas as situações que envolvem grandezas apresentam uma relação de proporcionalidade. Existem casos em que o aumento ou a diminuição de uma grandeza não provoca variação constante na outra, caracterizando situações de não proporcionalidade (Dante, Viana, 2022b, p. 200). Um exemplo clássico é a relação entre idade e altura de uma pessoa. Embora seja intuitivo perceber que a altura tende a aumentar com o tempo, esse crescimento não segue uma razão constante. Assim, o aumento da idade não implica um aumento proporcional da altura, pois a variação ocorre de forma desigual ao longo dos anos, maior nas fases iniciais da vida e menor na fase adulta.

Regra de Três

Agora, dada uma proporção entre duas razões, conhecidos três de seus valores, será possível obter um quarto valor. “Chama-se quarta proporcional a três números dados, um quarto número, que forma com os mesmos uma proporção simples” (Cabral, Nunes, 2013, p. 270). A regra de três é, portanto, o procedimento utilizado para resolver problemas envolvendo grandezas, nos quais se busca determinar um valor desconhecido a partir de três conhecidos (Araújo *et al.,* 2018).

Denominamos regra de três simples quando envolve apenas duas grandezas. A regra de três composta ocorre quando envolve três ou mais grandezas (Araújo *et al.,* 2018). Em ambos os casos, o raciocínio consiste em organizar os dados, analisar se cada grandeza é diretamente ou inversamente proporcional em relação à incógnita (o valor desconhecido que se deseja determinar) e, por fim, resolver a proporção resultante. Vejamos alguns exemplos.

Regra de três simples: a) Uma impressora realiza 120 cópias em 4 minutos. Desejamos saber quantas cópias ela fará em 10 minutos, mantendo a mesma velocidade de impressão. Como o tempo aumenta e o número de cópias também aumenta, se trata de uma proporcionalidade direta. Logo, indicando pela letra , a quantidade desconhecida teremos:

$$\text{Se } 120 \text{ cópias} \xrightarrow{\text{são impressas}} \text{em } 4 \text{ minutos}$$

$$\text{Então } x \text{ cópias} \xrightarrow{\text{serão impressas}} \text{em } 10 \text{ minutos}$$

Ou seja,

Cópias	**Tempo (minutos)**
120	4
x	10

Vimos que em uma relação diretamente proporcional, a razão entre as grandezas é constante $\left(\frac{a}{b} = k\right)$, portanto para representar a proporção faremos:

$$\frac{\text{Cópias inicias}}{\text{Cópias finais}} = \frac{\text{Tempo inicial}}{\text{Tempo final}}$$

Assim:

$$\frac{120}{x} = \frac{4}{10} \Rightarrow 4x = 1200 \Rightarrow x = \frac{1.200}{4} = 300.$$

Portanto, em 10 minutos, a impressora realizará 300 cópias. Exemplo b) Uma torneira enche um tanque em 6 horas. Se forem abertas duas torneiras idênticas, em quanto tempo o tanque ficará cheio? Neste caso, aumentando o número de torneiras, o tempo necessário diminui, logo se trata de uma proporcionalidade inversa. Indicando pela letra x, a quantidade desconhecida teremos:

$$\text{Se } 1 \text{ torneira} \xrightarrow{\text{enche um tanque}} \text{em } 6 \text{ horas}$$

$$\text{Então } 2 \text{ torneiras} \xrightarrow{\text{encherão um tanque}} \text{em } x \text{ horas}$$

Ou seja:

Torneira	**Tempo (minutos)**
1	6
2	x

Em uma relação inversamente proporcional, vimos que o produto das grandezas é constante (*a.b* = *k*), assim, para representar a proporção precisaremos inverter a razão que não possui a incógnita:

$$\frac{\text{Torneias finais}}{\text{Torneiras iniciais}} = \frac{\text{Tempo inicial}}{\text{Tempo final}}$$

Assim:

$$\frac{2}{1} = \frac{6}{x} \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{2} = 3.$$

Portanto, com duas torneiras idênticas abertas, o tanque será enchido em 3 horas.

Regra de três composta: a) Em uma gráfica, 4 impressoras trabalhando durante 6 horas produzem 12.000 folhetos. Quantos folhetos serão produzidos por 6 impressoras, funcionando durante 8 horas, mantendo o mesmo ritmo de trabalho? Vamos observar as grandezas que aparecem no problema:

Impressora	**Tempo**	**Produção**
4	6	12.000
6	8	x

Comportamento das grandezas: se aumentarmos o número de impressoras (de 4 para 6), a produção de folhetos (o resultado) irá aumentar, mantendo o tempo constante, logo a grandeza impressora é diretamente proporcional à grandeza produção. Se aumentarmos o tempo de funcionamento (de 6 para 8 horas), a produção de folhetos (o resultado) também irá aumentar, mantendo o número de impressoras constante, logo a grandeza tempo é diretamente proporcional à grandeza produção. Como todas as grandezas são diretamente proporcionais à produção, não é necessário inverter nenhuma das razões:

$$\frac{\text{Produção inicial}}{\text{Produção final}} = \frac{\text{Impressora inicial}}{\text{Impressora final}} \times \frac{\text{Tempo inicial}}{\text{Tempo final}}$$

Dessa forma:

$$\frac{12.000}{x} = \frac{4}{6} \times \frac{6}{8} \Rightarrow \frac{12.000}{x} = \frac{24}{48} \Rightarrow 24x = 576.000 \Rightarrow x = 24.000.$$

Portanto, serão produzidos 24.000 folhetos por 6 impressoras funcionando durante 8 horas.

Exemplo b) Uma equipe de 5 pedreiros trabalha 6 horas por dia e consegue construir um muro de 40 metros de comprimento em 15 dias. Se o dono da obra precisar de um muro de 60 metros, quantos dias levarão 8 pedreiros trabalhando 5 horas por dia? Vamos observar as grandezas utilizadas no problema:

Pedreiros	Horas/dia	Muro	Dias
5	6	40	15
8	5	60	x

Comportamento das grandezas: se aumentarmos o número de pedreiros (de 5 para 8), o tempo em dias para terminar o serviço diminuirá, logo a grandeza pedreiros é inversamente proporcional a grandeza dias. Se diminuirmos as horas trabalhadas por dia (de 6 para 5), o tempo em dias para terminar o serviço aumentará, logo a grandeza horas/dia é inversamente proporcional a grandeza dias. Se aumentarmos o tamanho do muro (de 40 para 60 metros), o tempo em dias para terminar o serviço aumentará, logo a grandeza muro é diretamente proporcional a grandeza dias. Assim, isolamos a razão da incógnita (dias) e a igualamos ao produto das razões das demais grandezas, onde a relação entre grandezas inversamente proporcionais deve ser invertida na multiplicação:

$$\frac{\text{Dias iniciais}}{\text{Dias finais}} = \frac{\text{Hora s/d ia final}}{\text{Hora s/d ia inicial}} \times \frac{\text{Muro inicial}}{\text{Muro final}} \times \frac{\text{Pedreiros finais}}{\text{Pedreiros iniciais}}$$

Dessa forma:

$$\frac{15}{x} = \frac{5}{6} \times \frac{40}{60} \times \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{15}{x} = \frac{1.600}{1.800} \Rightarrow \frac{15}{x} = \frac{8}{9} \Rightarrow 8x = 135 \Rightarrow x \cong 17.$$

Portanto, para construir um muro de 60 metros, 8 pedreiros trabalhando 5 horas por dia levarão aproximadamente 17 dias.

Aplicações Específicas

As aplicações do Pensamento Proporcional envolvem a interpretação e o uso de razões, proporções e variações entre grandezas em contextos como escalas cartográficas e arquitetônicas, densidade demográfica, taxas de crescimento e juros financeiros, entre outros. Cada uma dessas situações demanda do aluno a capacidade de estabelecer relações entre quantidades para analisar, comparar e prever resultados.

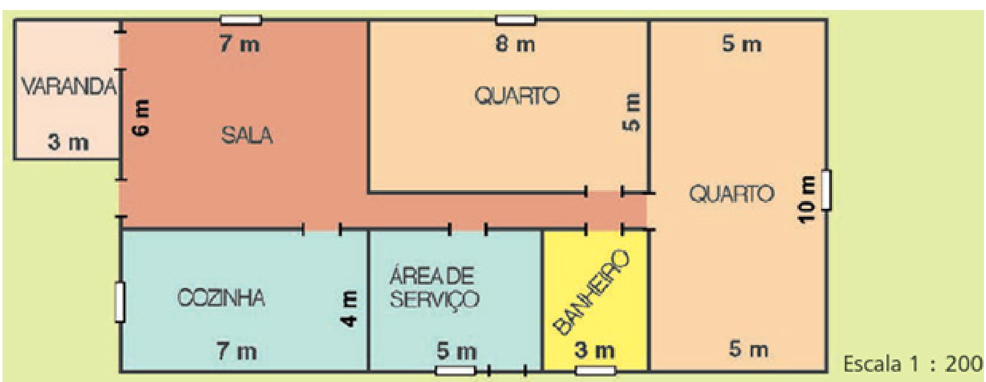
Escala

"Escala é a representação de uma razão entre duas grandezas de medidas, em que o antecedente representa a medida a ser utilizada (ou representada) e o consequente, a medida real" (Cabral, Nunes, 2013, p. 252, grifo nosso). Conforme os autores, na escala natural, a representação possui as mesmas dimensões do objeto real, sendo indicada por 1:1 (lê-se: um para um). Na escala de redução, a representação é menor que o objeto, por exemplo 1:3 (um para três), o que significa que 1 unidade no desenho representa 3 unidades do objeto real. Por outro lado, na escala de ampliação, a representação é maior que o objeto, como em 3:1 (três para um), indicando que 3 unidades no desenho correspondem a 1 unidade do objeto real. Em todos os casos, é importante manter as mesmas unidades de medida nas duas grandezas envolvidas, garantindo a coerência da proporção e a fidelidade da representação. Assim,

$$\text{escala} = \frac{\text{comprimento na representação}}{\text{comprimento real}}.$$

Vejamos o exemplo da Figura onde está representado uma planta baixa de uma residência, ou seja, uma representação gráfica de uma construção (como a casa) vista de cima, como se o observador estivesse olhando o ambiente a partir de um corte horizontal. A escala utilizada foi de 1:200 (um para duzentos), o que significa que cada 1 centímetro no desenho corresponde a 200 centímetros reais. Assim, por exemplo, um comprimento de 4 cm na planta representa 4 x 200 = 800 cm, ou seja, 8 metros no tamanho real. Da mesma forma, um cômodo que mede 7 metros na casa corresponderá a 7 $\text{m} = 700\ \text{cm}$, o que, dividido pela escala (200), resulta em 3,5 cm no desenho. Esse tipo de representação permite compreender de forma proporcional as dimensões reais de cada ambiente da casa, facilitando a leitura e o planejamento do espaço construído.

Figura 4 – Representação da planta baixa de uma residência



Fonte: Andrini e Vasconcellos (2012, p. 92)

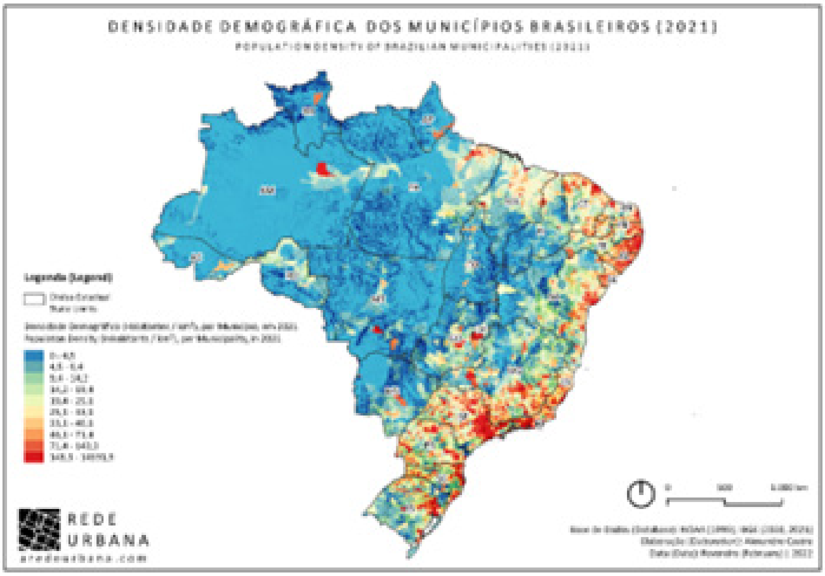
Densidade demográfica

Conforme Cabral e Nunes (2013, p. 253, grifo nosso), a “densidade demográfica (ou populacional) é dada pelo quociente da divisão entre a quantidade de habitantes de uma determinada região pela grandeza que exprime a área dessa região”. Em termos matemáticos, essa relação pode ser expressa por:

$$\text{densidade} = \frac{\text{número de habitantes da região}}{\text{área da região}}.$$

Essa razão indica quantos habitantes existem, em média, por unidade de área, geralmente, habitantes por quilômetro quadrado (hab./km²). Quanto maior for o valor da densidade, mais populosa é a região; quanto menor, mais dispersa é a população. Na Figura 5, observamos o mapa da densidade demográfica dos municípios brasileiros (2021).

Figura 5 – Densidade demográfica do Brasil em 2021



Fonte: https://aredeurbana.com.br/wp-content/uploads/2022/02/dens_mun_2021.png

Conforme a figura, as áreas em tons de vermelho indicam alta concentração populacional, especialmente nas regiões litorâneas e sudeste do país, enquanto as áreas em azul representam baixa densidade demográfica, característica de regiões com grandes extensões territoriais e menor ocupação, como o Centro-Oeste e o Norte do Brasil. Essa análise evidencia como a razão entre população e área permite compreender aspectos da distribuição espacial dos habitantes e das condições socioeconômicas das diferentes regiões do país.

Taxa de variação

A taxa de variação expressa a relação entre a variação de uma grandeza e a variação correspondente de outra grandeza, indicando o quanto uma delas cresce ou decresce em função da outra. Refere-se a um conceito que integra a proporcionalidade com a análise de como as grandezas mudam ao longo do tempo ou em relação a outra quantidade. Ela indica o quanto a grandeza dependente (*Y*) muda para cada unidade de mudança na grandeza independente (*X*), ou seja,

$$\text{Taxa de variação} = \frac{\text{variação da grandeza Y}}{\text{variação da grandeza X}}.$$

Por exemplo: o conceito de velocidade média está relacionado à razão entre a distância percorrida pelo tempo gasto para percorrê-la, ou seja:

$$v_m = \frac{\text{variação do espaço}}{\text{variação do tempo}}.$$

Se um carro percorre 300 quilômetros (Km) em horas (h). Qual é a taxa de variação da distância percorrida em relação ao tempo, ou seja, a velocidade média do carro? Neste caso,

$$\text{Taxa de variação} = v_m = \frac{300\ \mathrm{km}}{5\ \mathrm{h}} = 60\ km/h\,.$$

Isso significa que, para cada hora de viagem, o carro percorre 60 quilômetros. Esse valor representa a constante de proporcionalidade da relação entre distância e tempo, assumindo velocidade constante. De modo geral, a taxa de variação constitui uma medida da intensidade da mudança e permite compreender relações proporcionais em fenômenos que envolvem aumento, diminuição ou estabilidade entre grandezas.

Outro exemplo muito utilizado no cotidiano é o de juros, que pode ser entendido como a variação do valor de um capital em relação ao tempo. Conforme Dante e Viana (2022d, p. 95), "o juro é uma compensação em dinheiro que a loja cobra por parcelar a dívida do comprador", ilustrando uma situação em que o valor inicial sofre acréscimo proporcional em função do tempo e da taxa estabelecida. De acordo com os autores, "a quantia que uma pessoa investe ou toma emprestado é o capital. A soma do capital com os juros é chamada de montante (capital mais juros). A taxa de porcentagem que se paga pelo investimento ou pelo empréstimo do dinheiro é chamada de taxa de juros" (ibid., p.95, grifos do autor).

Ainda segundo os autores, "o juro simples é sempre calculado em relação ao capital inicial, período a período. Assim, o juro é constante em cada período de tempo" (ibid., p. 96, grifos dos autores). Por exemplo, suponha que uma pessoa invista 2.000 reais a uma a taxa de juros simples de 1% ao mês durante 5 meses. Ao final desse período os juros obtidos serão de juros = 2000 x 0,01 x 5 = 100 reais, ou seja, ao final dos 5 meses a pessoa terá um montante de 2.100 reais. Já os juros compostos não seguem uma proporcionalidade linear, pois os juros são calculados sobre o montante acumulado a cada período, e torna-se um exemplo para ilustrar as grandezas não proporcionais.

REFERÊNCIAS

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando matemática**, 7. 3. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

ARAÚJO, Luciana Maria Margoti; FERRAZ, Mariana Sacrini Ayres; LOYO, Tiago; STEFANI, Rafael; PARENTI, Tatiana Marques da Silva. **Fundamentos de matemática**. Porto Alegre: SAGAH, 2018. E-book. Disponível em: https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788595027701/ . Acesso em: 22 set. 2025.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Teláris essencial**: Matemática: 6º ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2022a.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Teláris essencial**: Matemática: 7º ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2022b.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Teláris essencial**: Matemática: 8º ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2022c.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Teláris essencial**: Matemática: 9º ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2022d.

Capítulo 04

Tecnologias Digitais e o Ensino do Pensamento Proporcional no Ensino Fundamental

William Vieira Gonçalves
Márcio Urel Rodrigues
Acelmo de Jesus Brito

INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, as tecnologias digitais tornaram-se parte intrínseca da prática docente, influenciando de modo significativo o ensino da matemática. Em especial, o pensamento proporcional, que constitui base estruturante para o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo e da compreensão de funções, escalas e razões, tem se beneficiado de ambientes digitais interativos, capazes de favorecer representações dinâmicas e significativas. O avanço das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) tem demandado da escola um reposicionamento epistemológico e didático, no qual o aluno assume o papel de construtor de significados por meio da experimentação e da colaboração em ambientes mediados tecnologicamente.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) explicita que a aprendizagem matemática nos anos iniciais deve priorizar o desenvolvimento do pensamento proporcional, articulado ao uso de tecnologias que ampliem a compreensão de relações entre grandezas e fenômenos cotidianos. Dessa forma, as TDIC, quando integradas de maneira planejada ao contexto da sala de aula, constituem um poderoso instrumento de mediação entre a experiência concreta e a abstração simbólica.

A Contribuição das TDIC ao Ensino de Proporcionalidade

Estudos como os de Castro *et al.* (2022) e Herbert *et al.* (2024) apontam que o uso de tecnologias digitais potencializa a aprendizagem da proporcionalidade ao permitir múltiplas representações de um mesmo conceito matemático — seja por meio de animações, simulações manipuláveis, aplicativos ou infográficos. Essas ferramentas criam cenários exploratórios que favorecem a relação entre número e grandeza, aspecto essencial à compreensão de proporcionalidade.

O artigo “A utilização das tecnologias digitais no ensino da proporcionalidade”, publicado em 2024, destaca que ambientes digitais como simuladores e softwares interativos proporcionam oportunidades para que os alunos possam comparar e generalizar relações, estabelecendo conexões entre razão e proporção. A variedade de representações com movimento e feedback imediato contribui para a significação conceitual e o desenvolvimento de estratégias cognitivas próprias, especialmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A pesquisa “Projeto Pensar, Conectar e Fazer”, desenvolvida por Castro e

DOI: 10.47573/aya.5379.2.494.4

Castro Filho (2020) com alunos do 6º ano, demonstra que ferramentas digitais como vídeos, aplicativos e produções colaborativas fortaleceram a compreensão dos estudantes sobre proporcionalidade. O estudo evidencia que as TDIC potencializam a habilidade de modelar situações-problema e de elaborar justificativas matemáticas por meio de processos de comunicação multimodal, unindo linguagem verbal, visual e algébrica.

A Proporcionalidade como Estrutura Cognitiva Fundamental

A perspectiva de ensino da proporcionalidade assumida por Oliveira Nascimento (2025), em dissertação recente da Universidade do Estado do Pará, propõe a introdução intuitiva do conceito como uma função linear desde os primeiros anos escolares. Esse enfoque propicia a transição natural entre raciocínio aditivo e multiplicativo, sustentando a noção de co-variância e relação funcional. Em consonância com pesquisas internacionais, a autora argumenta que o trabalho com tecnologias digitais amplia a possibilidade de visualizar padrões lineares e escalas, favorecendo a construção de um Pensamento Proporcional robusto.

Além disso, a proporcionalidade deve ser entendida não apenas como um conteúdo temático, mas como estrutura cognitiva transversal que fundamenta outras áreas da matemática, como frações, porcentagem, razão e geometria. Nesse sentido, as tecnologias favorecem a exploração de problemas contextualizados e abertos, aproximando o ensino escolar das práticas matemáticas da vida cotidiana — aspectos essenciais para o letramento matemático contemporâneo.

Abordagens Pedagógicas e Metodológicas Recentes

Entre as experiências pedagógicas mais significativas está a proposta de Souza e Peretti (2025), que desenvolveu uma sequência didática para o ensino de proporção com apoio das plataformas Telegram e Padlet, buscando promover a aprendizagem colaborativa e inclusiva. A pesquisa demonstrou que o uso de TDIC favoreceu a participação de alunos com deficiência e fomentou a cooperação entre pares, mostrando-se ferramenta eficaz tanto em contextos presenciais quanto híbridos. A atividade de construir representações de proporção com recursos digitais estimulou o raciocínio relacional e o pensamento lógico, essenciais ao domínio da proporcionalidade.

Outra contribuição relevante aparece nos estudos sobre gamificação e uso de vídeos educativos para sensibilizar os estudantes, promovendo engajamento e motivação na abordagem de razão e proporção. Trabalhos como o de Costa *et al.* (2024) indicam que a integração de jogo, desafio e feedback digital cria ambientes que promovem pensamento conjectural, essencial à resolução de problemas matemáticos complexos.

Desafios e Perspectivas da Integração das TDIC

Apesar das evidências positivas, a integração das TDIC no ensino da matemática ainda enfrenta desafios estruturais e formativos. O artigo “A formação de professores para o ensino de matemática frente às tecnologias digitais" (Revista FT, 2022) ressalta que muitos educadores relatam insegurança quanto ao uso pedagógico das ferramentas digitais, sobretudo pela ausência de políticas de formação continuada que articulem tecnologia e didática da matemática. A formação docente deve promover não apenas o domínio técnico das ferramentas, mas, sobretudo, uma reflexão epistemológica sobre a natureza da aprendizagem matemática mediada pelas TDIC.

Pesquisas recentes também destacam a necessidade de garantir acessibilidade digital e equidade pedagógica, assegurando que o uso das tecnologias não amplie desigualdades, mas contribua para democratizar o acesso a materiais e experiências de aprendizagem diversificadas. Trabalhos como o de Nascimento Silva (2024) alertam para o risco da dependência instrumental das TDIC sem o respaldo pedagógico necessário, enfatizando a importância de projetos colaborativos e investigativos pautados no construtivismo digital.

Há uma infinidade de propostas e problemas, reunimos algumas para evidenciar aspectos cognitivos relevantes e associados a ambientes digitais disponibilizados em grande parte das secretarias de educação.

1. Desafio "Razões em Ação" com Kahoot

Atividade inspirada em práticas relatadas por Elaine (2024), que utilizou o Kahoot em um campeonato de problemas matemáticos com turmas do 4º ano.

Descrição:

- Monte um quiz com 10 perguntas sobre razões e proporções contextualizadas (ex: "Se 2 lápis custam R$ 4, quanto custarão 5?").
- Use a função de ranking para estimular uma competição saudável entre os grupos.
- Após cada rodada, promova uma discussão reflexiva sobre as estratégias usadas pelos alunos para comparar grandezas e resolver as proporções.

Objetivo didático: desenvolver o pensamento proporcional, atenção aos múltiplos e relação entre grandezas diretamente proporcionais.

2. "Proporção do Dia" com Mathfic

O Mathfic, plataforma de storytelling e inteligência artificial para problemas matemáticos interativos, pode ser usado para contextualizar a proporcionalidade de forma narrativa.

- Crie uma história interativa (story-problem) no Mathfic, como:
- "A turma de Ana vai preparar sucos para a festa. A cada 2 copos de suco de uva, misturam 3 de laranja. Se quiser fazer 10 copos, quantos serão de cada sabor?"
- Os alunos respondem dentro da narrativa e recebem feedback imediato da IA.

Objetivo didático: associar tecnologia narrativa à resolução de problemas reais que envolvem proporção e frações.

Extensão: peça aos grupos que criem seus próprios problemas interativos no Mathfic.

3. Quiz de Escalas e Medidas com Kahoot

- Projete escalas e imagens digitalizadas no quadro (ex: mapa ou planta de casa).
- No Kahoot, insira questões baseadas na interpretação de escalas, proporções e ampliações ("Se 1 cm representa 50 cm, quanto mede uma parede de 3 cm?").

Objetivo: favorecer a leitura visual e numérica de proporções e a conexão entre conteúdos digitais e práticas espacializadas.

4. Missão "Cozinha Proporcional" com Mathfic e Kahoot

- No Mathfic, os alunos exploram uma receita digital em que dobram ou reduzem medidas.
- No Kahoot, respondem perguntas de múltipla escolha sobre equivalência entre frações e proporções.

Exemplo de pergunta: "Se 3 xícaras geram 12 biscoitos, quantos biscoitos 5 xícaras produzirão?"

Integração: os resultados do Kahoot são projetados em tempo real, permitindo debate coletivo sobre diferentes estratégias.

5. Torneio "Quem Pensa Proporcional?"

- Série de 5 rodadas no Kahoot integradas a desafios criados no Mathfic.
- Cada rodada corresponde a um subtópico (razão, proporção, escala, frações equivalentes, variação direta).

Objetivo: consolidar o conceito de proporcionalidade de forma gamificada, aumentando motivação e promovendo cooperação em pares.

Dica: exibir os rankings parciais e valorizar explicações dos alunos, não apenas rapidez de resposta.

6. Brincando com escalas

Lia desenhou uma casa em miniatura. Cada 1 cm no desenho representa 50 cm na construção real.

- Qual a altura real de uma parede que, na tela, mede 4 cm?
- Se Lia aumentar a escala para que 1 cm represente 80 cm, qual deverá ser a nova altura do desenho da parede?

(Habilidade: compreender relações proporcionais e aplicar raciocínio multiplicativo em contextos de escala.)

7. Concurso de robôs com razão 3:2

Em um desafio gamificado, dois robôs (Azul e Laranja) percorrem uma pista. O robô Azul anda 3 blocos para cada 2 blocos percorridos pelo robô Laranja.

- Se o robô Laranja percorreu 16 blocos, quantos o robô Azul percorreu?
- Um gráfico linear mostra uma linha reta crescente representando o movimento dos dois. Que tipo de relação essa linha representa?

(Habilidade: identificar proporcionalidade direta e representá-la graficamente.)

8. Montando uma plantação virtual

Em um jogo de simulação agrícola, cada 5 sementes plantadas produzem 20 frutos digitais.

- Quantos frutos são produzidos ao plantar 15 sementes?
- E quantas sementes são necessárias para se obter 100 frutos?

(Habilidade: resolver proporções em situações multiplicativas e compreender regras de três simples.)

9. O desafio da turma digital

Em uma oficina com tablets, a turma resolveu um desafio coletivo: “Para cada grupo de 7 alunos, há 4 meninas e 3 meninos.”

- Quantas meninas há em uma turma de 21 alunos com a mesma proporção?
- Como um gráfico linear ajudaria a visualizar essa relação?

(Habilidade: interpretar e justificar proporções em contextos de grupo, número e representação visual.)

Estes roteiros e problemas articulam situações cotidianas e digitais, incentivando o uso de plataformas interativas para representar graficamente relações proporcionais, simular multiplicações de medidas e jogos gamificados para reforçar o aprendizado ativo e o raciocínio lógico proporcional dos alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O panorama atual das pesquisas sobre ensino do Pensamento Proporcional nas séries iniciais revela um movimento em direção à alfabetização matemática digital, que une pensamento proporcional, linguagem tecnológica e prática pedagógica inovadora. As TDIC desempenham papel fundamental ao permitir a visualização dinâmica dos conceitos, fomentar a interação social e ampliar as possibilidades inclusivas de ensino.

Contudo, a efetividade dessas práticas depende do preparo docente, do acesso equitativo às ferramentas e de políticas educacionais sustentáveis. O desafio contemporâneo consiste em garantir que a tecnologia não seja mero adereço metodológico, mas se converta em alicerce epistemológico para o desenvolvimento do Pensamento Proporcional e para a consolidação de uma matemática mais humana, interativa e significativa.

É preciso pensar como crianças para conseguir fazer algo que sirva para elas. É assim que podemos dialogar com elas, escolhendo termos que elas entendam e consigam lidar. Assim, quando trabalhamos com tecnologias digitais não estamos acrescentando nada que é útil se elas não entendem. Mais que trazer novidades que sejam dinâmicas e interativas precisamos escolher exemplos e situações que as provoque e as motive a resolver a situação, porquê assim o querem. Os problemas precisam de contexto a que estão acostumadas e que sentem necessidade de entender e encontrar soluções. Não é simples, exige muita observação e interpretação. Nos lugares em que vivem e nas escolas é que provavelmente estas situações irão emergir.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília/DF. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 2 nov. 2025.

BRAGA DE CASTRO, J.; AIRES, J.; FILHO, C. PROJETO PENSAR, CONECTAR E FAZER: O USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS PARA A APRENDIZAGEM DA PROPORCIONALIDADE. Interfaces Científicas - Educação, v. 9, n. 2, p. 95–109, 15 jul. 2020. Disponível em: <https://periodicos.set.edu.br/educacao/article/view/6937>. Acesso em: 2 nov. 2025.

CASTRO, E. M. DE M.; MAIA, L. E. DE O.; VASCONCELOS, F. H. L. A UTILIZAÇÃO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DA PROPORCIONALIDADE: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA. Research, Society and Development, v. 11, n. 10, p. e105111032409–e105111032409, 24 jul. 2022. Disponível em: <https://rsdjournal.org/rsd/article/view/32409>. Acesso em: 2 nov. 2025.

FERRARI MENEGAT, M. UMA NOVA FORMA DE ENSINAR RAZÃO E PROPORCIONALIDADE. 2010. 1–54 f. MONOGRAFIA – UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL, PORTO ALEGRE, 2010. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/31572/000783440.pdf>. Acesso em: 2 nov. 2025.

GUIMARÃES, U. A. *et al.* A FORMAÇÃO DE PROFESSORES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA FRENTE ÀS TECNOLOGIAS DIGITAIS: ABORDAGENS E DESAFIOS. Revista ft, v. 29, n. 146, p. 49–50, 30 maio 2025. Disponível em: <https://revistaft.com.br/a-formacao-de-professores-para-o-ensino-de-matematica-frente-as-tecnologias-digitais-abordagens-e-desafios/>. Acesso em: 2 nov. 2025.

NASCIMENTO, I. O. Ensino de razão e proporção por meio da resolução de problemas para alunos do 7o ano do ensino fundamental. 2024. 225 f. Dissertação – Universidade do Estado do Pará, BELÉM, 2024. Disponível em: <https://propesp.uepa.br/ppged/wp-content/uploads/2025/04/DISSERTACAO-MESTRADO-PPGED-UEPA-IALES-OLIVEIRA-NASCIMENTO.pdf>. Acesso em: 2 nov. 2025.

SANTOS, J. M. DE A.; FARIA, M. D. F. Uma Proposta de Abordagem de Proporção no Ensino Fundamental na Perspectiva da Educação Inclusiva. 2024, [S.l: s.n.], 2024. p. 1–11. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/editora/anais/cintedi/2024/TRABALHO_COMPLETO_EV196_MD1_ID3617_TB922_08062024231534.pdf>. Acesso em: 2 nov. 2025.

SILVA, Y. C. DO N. Explorando o Potencial da Tecnologia no Ensino de Matemática nos Anos Iniciais: Estratégias e Experiências. 2024, [S.l: s.n.], 2024. p. 1–11. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2024/TRABALHO_COMPLETO_EV200_MD1_ID12595_TB6609_16102024161433.pdf>. Acesso em: 2 nov. 2025.]

Capítulo 05

Ensino de Proporcionalidade no 6º Ano na Perspectiva das Habilidades da BNCC

Guilherme dos Santos Chaveira
Fabio Santos Oenning
Aristimar Roberta de Oliveira

O conceito de proporcionalidade é uma das ideias fundamentais da Matemática, com aplicações que perpassam a própria Matemática devido a sua presença em inúmeras situações do cotidiano. Por muito tempo, o ensino de proporcionalidade de uma maneira tradicional e descontextualizada da vida real associou à aplicação mecânica da “regra de três”, um algoritmo eficaz, mas que, não proporcionava o desenvolvimento do Pensamento Proporcional dos alunos.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o 6º ano do Ensino Fundamental propõe uma mudança de perspectiva. O foco desloca-se da simples aplicação de fórmulas para o desenvolvimento do pensamento proporcional. Trata-se de uma abordagem que valoriza a construção de estratégias pessoais, o cálculo mental e a resolução de problemas em contextos significativos, especialmente os direcionados para à educação financeira.

Este capítulo tem como objetivo oferecer aos professores de Matemática em serviço nas turmas de 6º ano do Ensino Fundamental reflexões e uma sequência didática com encaminhamentos metodológicos para trabalhar em sala de aula, o ensino da proporcionalidade, alinhado às habilidades da BNCC e descritor do SAEB.

Das 34 habilidades apresentadas pela BNCC para serem desenvolvidas no 6º ano do Ensino Fundamental, identificamos duas habilidades direcionadas para o trabalho a ideia de Proporcionalidade. Apresentamos, a seguir, no quadro abaixo, a correlação dessas habilidades da BNCC com o Descritor do SAEB para os anos finais do Ensino Fundamental.

Quadro 1 – Articulação Habilidades da BNCC e o Descritor do SAEB – Proporcionalidade – 6º Ano

Descritor SAEB	Habilidades BNCC	Objeto de Conhecimento
9A2.1 Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta ou inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisões proporcionais e taxa de variação.	(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.	Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três”

DOI: 10.47573/aya.5379.2.494.5

	(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.	Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo.
	(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.	Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado

Fonte: Organizado pelos Autores

Com base nas habilidades descritas no quadro, anteriormente, identificamos duas habilidades para trabalhar com a ideia de proporcionalidade, sendo o a habilidade EF06MA13 da unidade temática de Números e a habilidade EF06MA13 da unidade temática de Álgebra.

Em relação ao trabalho com proporcionalidade no 6º ano a habilidade EF06MA13, a BNCC destaca que:

- A base está na ideia de proporcionalidade, pois a porcentagem é tratada como uma aplicação da relação proporcional, e não como um tópico isolado.
- O uso de “estratégias pessoais” e “cálculo mental” coloca o aluno como protagonista de sua aprendizagem.
- A “regra de três” não pode ser utilizada como ponto de partida, pois a BNCC sugere que os alunos primeiro desenvolvam uma compreensão intuitiva, para que, futuramente, a regra de três faça sentido como uma sistematização de um Pensamento Proporcional já construído.
- A referência à “Educação Financeira” como um contexto relevante, pois procura relacionar o aprendizado a partir de situações do cotidiano e de relevância social.

Acreditamos que o desenvolvimento do Pensamento Proporcional deve ser gradual, partindo de situações concretas e intuitivas para, progressivamente, chegar a uma maior abstração. A seguir, apresentamos algumas estratégias didáticas para desenvolver o Pensamento Proporcional com os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental.

O ensino da proporcionalidade no 6º ano, na perspectiva da BNCC, é uma oportunidade de transformar a aprendizagem Matemática em uma atividade de investigação, raciocínio e construção de sentido. Ao reduzir a memorização de algoritmos e procedimentos e focar no desenvolvimento de estratégias pessoais e cálculo mental envolvendo o pensamento proporcional, o professor capacitará os alunos não apenas a resolver problemas de porcentagem, mas a pensar proporcionalmente, contribuindo assim para a formação de cidadãos mais críticos, autônomos e preparados para os desafios de um mundo repleto de relações quantitativas.

Encaminhamentos Metodológicos – Habilidade BNCC - EF06MA13

Apresentamos, a seguir, no Quadro 2, a articulação entre o descritor 9A2.1 do Novo SAEB com a habilidade da BNCC envolvendo a ideia de proporcionalidade.

Quadro 2– Articulação Habilidade da BNCC e Descritores do SAEB – ideia de Proporcionalidade

Código	Descritores - SAEB	Código	Habilidades BNCC	Objeto de Conhecimento
9A2.1	Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta ou inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisões proporcionais e taxa de variação.	EF06MA13	Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.	Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três”

Fonte: Elaborado pelos autores

A porcentagem é um dos conceitos matemáticos mais presentes no cotidiano das pessoas, especialmente em contextos financeiros como descontos, promoções, acréscimos e análise de dados. Para muitos alunos do 6º ano, essa será a primeira interação formal com o conceito de porcentagem. Desta maneira, sugerimos uma abordagem através da resolução de problemas, partindo de situações do dia a dia dos estudantes para proporcionar uma aprendizagem mais significativa desmistificando o cálculo de porcentagens, incentivando o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental e o pensamento proporcional, ao mesmo tempo em que introduz noções básicas de Educação Financeira, como planejamento de gastos e a importância de fazer escolhas conscientes.

Para o desenvolvimento desta habilidade da BNCC, os professores devem trabalhar com os processos de resoluções e elaborações de problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

Conteúdos de Aprendizagem

Este plano de aula visa ao desenvolvimento integral do aluno, contemplando os Conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais.

Conteúdos Conceituais (Saber)

- Compreender o que é porcentagem e sua representação (fração centesimal, número decimal).
- Relacionar a porcentagem com a ideia de proporcionalidade (parte de um todo).
- Identificar a aplicação da porcentagem em diferentes contextos, com ênfase na Educação Financeira (descontos, acréscimos, juros simples).

Conteúdos procedimentais (Saber Fazer)

- Calcular porcentagens de um valor utilizando estratégias diversas (cálculo mental, calculadora, representações gráficas).
- Desenvolver e aplicar estratégias diversas para calcular porcentagens de um valor (cálculo de 10%, 20%, 25%, 50% como referência).
- Resolver problemas que envolvam o cálculo de porcentagens em situações cotidianas (acréscimo e decréscimo).
- Elaborar problemas envolvendo porcentagens a partir de situações-problema propostas, e organizar e analisar dados em tabelas.

Conteúdos Atitudinais (Saber Ser e Conviver)

- Desenvolver a confiança para utilizar a matemática na resolução de problemas práticos.
- Valorizar o trabalho em equipe, a troca de ideias e o respeito às diferentes estratégias de resolução.
- Demonstrar responsabilidade e criticidade ao analisar situações de consumo que envolvem porcentagens.
- Trabalhar de forma colaborativa, comunicando, e defendendo ideias e estratégias matemáticas.

Dinâmica Metodológica da Sequência Didática – Habilidade EF06MA13

Apresentamos, a seguir uma proposta de dinâmica metodológica para ser desenvolvida a presente sequência didática em 4 horas/aulas com os alunos do 6º não do Ensino Fundamental

Quadro 3 – Dinâmica Metodológica da Sequência Didática – Habilidade EF06MA13

<table>
<tr><th>Momentos/ Aulas</th><th>Atividades - Possibilidades</th></tr>
<tr><td>Aulas 1 e 2</td><td>
Momento 1 - Apresentação da Habilidade – O professor deve iniciar a aula apresentando os objetivos de aprendizagem que serão desenvolvidos nas duas aulas. Antes de introduzir formalmente o conceito de porcentagem, é fundamental sondar o que os alunos já sabem e pensam sobre o assunto. A porcentagem está presente em diversas situações do dia a dia, como em promoções, notícias sobre economia etc.
Momento 2 – Discussão conceitual do objeto de conhecimento – O professor poder apresentar exemplos para encaminhar a formalização do conceito de que a porcentagem é uma razão com denominador 100.
Antes de formalizar o conceito de razão ou proporção, é fundamental que os alunos explorem a ideia de covariação – a noção de que duas grandezas podem variar de forma relacionada.
Atividade Sugerida: A Receita de um Bolo
O professor pode apresentar aos alunos uma receita de bolo simples que sirva, por exemplo, 10 pessoas.
Exemplo: 4 copos de farinha, 2 copos de açúcar, 6 ovos, 1 copo de óleo. A partir disso, o professor pode problematizar:
E se quiséssemos fazer um bolo para 20 pessoas? Que quantidade de cada ingrediente precisaríamos?
E para apenas 5 pessoas?
Se eu usar 30 ovos, para quantas pessoas será o bolo? E quanto de farinha, açúcar e óleo precisarei?
Nesta atividade, os alunos são incentivados a perceber que, ao dobrar o número de pessoas, todos os ingredientes também devem ser dobrados (relação multiplicativa). Ao reduzir pela metade, o mesmo acontece. Eles estão, intuitivamente, trabalhando com a constante de proporcionalidade.
Outro aspecto importante é o professor incentivar o uso de tabelas para organizar o pensamento proporcional:
<table>
<tr><th>Pessoas</th><th>Copos de Farinha</th><th>Copos de Açúcar</th><th>Copos de Óleo</th><th>Ovos</th></tr>
<tr><td>10</td><td>4</td><td>2</td><td>1</td><td>6</td></tr>
<tr><td>20</td><td>8</td><td>4</td><td>2</td><td>12</td></tr>
<tr><td>5</td><td>2</td><td>1</td><td>1/2</td><td>3</td></tr>
</table>
A porcentagem pode ser introduzida e explorada como uma forma padronizada de expressar uma razão especial, cujo denominador é sempre 100. Isso facilita a comparação entre diferentes situações, pois razão é uma “comparação entre duas grandezas”.
</td></tr>
</table>

	Atividade Sugerida: Suco Concentrado Apresente a seguinte situação-problema: “Para fazer um suco, a recomendação é usar 1 copo de polpa para cada 3 copos de água.” A partir disso, o professor pode problematizar: *1. Se eu usar 2 copos de polpa, de quantos copos de água precisarei para manter o mesmo sabor?* *2. E se eu tiver 12 copos de água, quanta polpa devo usar?* Antes de resolver problemas mais elaborados, o professor deve verificar se os alunos já aprenderam a transitar entre as diferentes representações de Frações, Decimais e Porcentagens. Por exemplo: • 50% é o mesmo que 50/100 ou 1/2, que equivale a 0,5. • 25% é o mesmo que 25/100 ou 1/4, que equivale a 0,25. • 20% é o mesmo que 20/100 ou 1/5, que equivale a 0,2. • 10% é o mesmo que 10/100 ou 1/10, que equivale a 0,1. • 75% é o mesmo que 75/100 ou 3/4, que equivale a 0,75. Estratégias para o Cálculo de Porcentagens (sem regra de três): Uso de Frações Equivalentes: Calcular 25% de R$ 80,00. O aluno pode pensar: 25% é o mesmo que 1/4. Então, quero calcular 1/4 de 80. Basta dividir 80 por 4, que dá R$ 20,00. Cálculo a partir de 10%: Calcular 25% de R$ 80,00. O aluno pode raciocinar: 10% de 80 é 8 (basta dividir por 10). Se 10% é 8, então 25% será igual a 10% + 10% + 5%, ou seja, 8 + 8 + 4 = R$ 20,00. Uso de Decimais: Calcular 25% de R$ 8000. O aluno pode converter 25% para 0,25 e multiplicar: 0,25×80 = 20. O uso da calculadora aqui pode ser um ótimo recurso para verificar e explorar padrões. **Momento 3** - Desenvolvimento das Atividades em grupos pelos alunos: duplas, trios, quartetos. Podem ser trabalhadas Situações Problemas da Habilidade EF06MA13 como as que sugerimos na presente sequência didática **Momento 4** - Socialização e Discussão das atividades realizadas nos grupos. Alguns grupos compartilham suas descobertas com a turma.
Atividade para Casa - opcional	Pesquisar em folhetos de propaganda (físicos ou online) dois produtos com desconto em porcentagem. Anotar o preço original, a porcentagem de desconto e calcular, no caderno, o preço final de cada um. Os professores podem analisar juntamente com os alunos em sala de aula as embalagens de produtos, folhetos de supermercado e notícias que contenham porcentagens. Peça que, em grupos, os alunos identifiquem esses valores e discutam o que eles representam em cada contexto.

Aulas 3 e 4	Nestas duas aulas os professores podem Explorar as Aplicações em Educação Financeira, pois a BNCC destaca a importância de aplicar a porcentagem em contextos de Educação Financeira. Explore problemas que envolvam descontos, acréscimos e análise de promoções: Descontos - Uma camiseta custa R$ 60,00, mas está com 20% de desconto. Qual o valor do desconto? Qual o preço final? Acréscimos - Uma conta de R$ 120,00 paga com atraso sofreu um acréscimo de 10%. Qual o novo valor da conta? Análise de promoções - Qual a melhor oferta: 'Leve 4 e Pague 3' ou '25% de desconto no preço total'? Os professores podem propor ou elaborar juntos com os alunos outros problemas para serem resolvidos envolvendo a Habilidade EF06MA13. Esses problemas não apenas concretizam o aprendizado, mas também desenvolvem competências socioemocionais, como o consumo consciente e o planejamento financeiro. Situação Problema 1. O mesmo tênis de R$ 150,00, se for pago a prazo, tem um acréscimo de 10%. Qual será o valor final?". Discutir o conceito de acréscimo e resolver o problema em conjunto. Situação Problema 2 Um jogo custa R$ 150,00, mas hoje está com 20% de desconto. Qual o valor do desconto? Qual o preço final do jogo?" Situação Problema 3. Sua mesada é de R$ 150,00 e você vai receber um aumento de 10%. Qual será o valor da sua nova mesada?" Situação Problema 4. Uma TV custa R$ 2.450,00. O desconto para pagamento à vista é de 12%. Qual o preço final? Introdução à calculadora: O professor explica que para porcentagens "quebradas" como 12%, a calculadora é uma ótima ferramenta. Mostra como transformar a porcentagem em decimal: 12% = 0,12. Os professores podem explicar como calcular porcentagens na calculadora, transformando a porcentagem em número decimal (ex: 35% de 200 = 0,35 x 200). Além disso, podem propor uma lista de exercícios para que os alunos resolvam em duplas, utilizando a calculadora para porcentagens não notáveis (ex: 17% de 350, 42% de 800). Os Professores podem dividir a turma em grupos e pedir que cada grupo crie de 2 a 3 problemas envolvendo porcentagens com base na habilidade explorada. Os problemas devem ser claros e ter solução. A seguir, pode acontecer a troca de problemas, onde cada grupo entrega seus problemas para outro grupo resolver. Os alunos devem registrar as resoluções. Para finalizar, alguns grupos apresentam um dos problemas que receberam e como o resolveram. O professor faz a mediação e o fechamento da aula, reforçando a importância da porcentagem no cotidiano e a diversidade de estratégias para a resolução de problemas. Os professores podem focar em construir o Pensamento Proporcional sem mencionar a "regra de três"" O Todo (100%): "Se uma pizza inteira tem 8 fatias, as 8 fatias representam 100% da pizza." Metade (50%):"E se eu comer metade da pizza? Comi 4 fatias. Que porcentagem isso representa?" Conduzir ao entendimento de que 50% é sempre a metade de algo. A conta é simplesmente dividir por 2. Exemplo na lousa: 50% de R$ 60,00 = R$ 30,00 (porque 60/2 = 30).

	Um Quarto (25%): “Se 50% é a metade, o que seria 25%?” Levar os alunos a perceberem que 25% é a metade da metade. A conta é dividir por 4 (ou dividir por 2 duas vezes). Exemplo na lousa: 25% de R$ 60,00 = R$ 15,00 (porque 60/4 = 15, ou 30/2 = 15). A Décima Parte (10%): “E para achar 10%? Se porcentagem é ‘por 100’, 10% é o mesmo que 10 de 100. É como dividir o todo em 10 partes iguais.” A conta é dividir por 10. Exemplo na lousa: 10% de R$ 60,00 = R$ 6,00 (porque 60/10 = 6). A Centésima Parte (1%): “Seguindo a mesma lógica, como achamos 1%?” A conta é dividir por 100. Exemplo na lousa: 1% de R$ 200,00 = R$ 2,00 (porque 200 / 100 = 2).

Fonte: Elaborado pelos Autores

Materiais e Recursos Didáticos

Consideramos fundamental os professores diversificarem os materiais e recursos didáticos para tornar as aulas mais dinâmicas e atender a diferentes ritmos de aprendizagem dos alunos.

- Embalagens de produtos diversos que contenham informações em porcentagem (sucos, iogurtes, etc.).
- Folhetos promocionais de supermercado ou lojas de departamento.
- Lousa, giz/caneta e projetor.
- Calculadoras (uma por dupla ou aluno). A BNCC incentiva o uso da calculadora. Ela não deve ser apenas para obter a resposta final, mas para investigar padrões. Por exemplo, peça que os alunos multipliquem um número por 0,5, depois por 0,25 e por 0,10 e comparem os resultados com o cálculo de 50%, 25% e 10% desse mesmo número.
- Lista de situações-problemas;
- Explorar plataformas online, vídeos e aplicativos que oferecem atividades interativas sobre porcentagem.

Avaliação da Aprendizagem

A avaliação do Pensamento Proporcional deve ir além da verificação de respostas corretas. É preciso avaliar o processo, as estratégias utilizadas e a capacidade de argumentação do aluno. Assim sendo, a avaliação será processual e formativa, a partir dos seguintes instrumentos, conforme consta no quadro, a seguir:

Instrumentos	Descrição
Observação em sala de aula	Observe como os alunos discutem em grupo, quais estratégias utilizam para resolver os problemas propostos e quais dificuldades apresentam. Participação e engajamento dos alunos nas discussões e atividades propostas.

Registros Escritos dos Alunos	Peça que os alunos registrem por escrito como resolveram um determinado problema, explicando seu raciocínio. Isso revela a compreensão conceitual por trás do cálculo. A capacidade de argumentação ao explicar as estratégias de cálculo utilizadas (avaliação atitudinal).
Elaboração de problemas	Desafie os alunos a criarem seus próprios problemas envolvendo porcentagem e proporcionalidade. A capacidade de elaborar um problema coerente é um forte indicativo de compreensão do conceito e sua aplicação (avaliação procedimental e conceitual).
Verificação a Aprendizagem – Situação--Problema para Avaliação	Em uma loja, uma jaqueta que custava R$ 250,00 foi vendida com um desconto de R$ 50,00. Em outra loja, uma calça de R$ 220,00 foi vendida com um desconto de R$ 40,00. Qual dos dois produtos teve o maior desconto percentual? Explique como você pensou. Este problema exige que o aluno não apenas calcule, mas compare as razões (desconto/preço original) e justifique sua resposta, demonstrando um entendimento mais profundo de proporcionalidade. A resolução de um problema ao final das aulas pode servir como instrumento de verificação da aprendizagem individual. Ao adotar esses encaminhamentos metodológicos, o professor de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental poderá criar um ambiente de aprendizagem ativo e investigativo, permitindo que os alunos não apenas “calculem porcentagens”, mas compreendam seu significado e aplicação, desenvolvendo uma habilidade de Matemática essencial para a vida em sociedade.

A seguir, são apresentadas 18 situações-problema envolvendo porcentagem, desenvolvidas de acordo com a habilidade EF06MA13 da BNCC. O objetivo é que os estudantes resolvam as questões com base na ideia de proporcionalidade, utilizando estratégias de cálculo mental, frações equivalentes e o raciocínio lógico, sem a necessidade de aplicar a “regra de três” de forma mecânica.

Situações Problemas – Habilidade EF06MA13

QUESTÃO 1 - Mariana comprou uma bicicleta que custava R$ 500,00. Ela conseguiu um desconto de 10% por pagar à vista. Quanto Mariana pagou pela bicicleta?

a) R$ 400,00

b) R$ 450,00

c) R$ 490,00

d) R$ 50,00

QUESTÃO 2 - Um tablet custava R$ 800,00 e teve um aumento de 5% em seu preço. Qual é o novo valor do tablet?

a) R$ 805,00

b) R$ 820,00

c) R$ 840,00

d) R$ 850,00

QUESTÃO 3 - Dos 80 bombons de uma caixa, 20 são de morango. Qual é a porcentagem de bombons de morango na caixa?

a) 25%

b) 40%

c) 50%

d) 80%

QUESTÃO 4 - Uma loja de roupas anunciou uma promoção: “Leve 4 camisetas e pague apenas 3!”. Isso equivale a um desconto de quantos por cento no valor total da compra?

a) 10%

b) 25%

c) 30%

d) 75%

QUESTÃO 5 - Em uma horta, foram plantadas 200 sementes de alface. Após uma semana, 90% delas germinaram. Quantas sementes não germinaram?

a) 10 sementes

b) 20 sementes

c) 90 sementes

d) 180 sementes

QUESTÃO 6 - Uma barra de chocolate de 100 gramas tem 30% de cacau. Se uma pessoa comer metade da barra, quantas gramas de cacau ela terá consumido?

a) 15 gramas

b) 30 gramas

c) 50 gramas

d) 60 gramas

QUESTÃO 7 - Uma loja de videogames está oferecendo um desconto de 25% em um jogo que custa R$ 120,00. Qual é o valor do desconto em reais?

a) R$ 2000

b) R$ 25,00

c) R$ 30,00

d) R$ 40,00

QUESTÃO 8 - Um pacote de biscoitos informa que uma porção de 40 gramas contém 20% de açúcares. Quantos gramas de açúcares existem nessa porção?

a) 4 gramas

b) 8 gramas

c) 10 gramas

d) 20 gramas

QUESTÃO 9 - O salário de Carlos era de R$ 1.500,00. Ele recebeu um aumento de 5% por bom desempenho. Qual o valor do aumento que Carlos recebeu?

a) R$ 25,00

b) R$ 50,00

c) R$ 75,00

d) R$ 150,00

QUESTÃO 10 - A conta de energia de uma família foi de R$ 250,00 em um mês. No mês seguinte, eles conseguiram uma redução de 30% no valor da conta. Qual foi o valor da economia?

a) R$ 30,00

b) R$ 50,00

c) R$ 65,00

d) R$ 75,00

QUESTÃO 11 - Uma camiseta que custava R$ 50,00 teve um aumento e passou a custar R$ 55,00. Qual foi o percentual de aumento?

a) 5%

b) 10%

c) 15%

d) 20%

QUESTÃO 12 - Uma loja de eletrônicos está oferecendo um desconto de 20% em um fone de ouvido que custa R$ 200,00. Qual é o valor do desconto?

a) R$ 20,00

b) R$ 30,00

c) R$ 40,00

d) R$ 50,00

QUESTÃO 13 - Pedro tinha R$ 80,00 e gastou 10% desse valor na cantina da escola. Com quanto dinheiro ele ficou?

a) R$ 8,00

b) R$ 70,00

c) R$ 72,00

d) R$ 75,00

QUESTÃO 14 - Um produto que custava R$ 150,00 sofreu um acréscimo de 10%. Qual é o novo preço do produto?

a) R$ 155,00

b) R$ 160,00

c) R$ 165,00

d) R$ 170,00

QUESTÃO 15 - Na promoção de uma loja, uma camiseta de R$ 60,00 foi vendida por R$ 45,00. Qual foi a porcentagem de desconto?

a) 25%

b) 30%

c) 50%

d) 60%

QUESTÃO 16 - Uma barra de chocolate de 100 gramas tem 30% de cacau. Quantos gramas de cacau há nessa barra?

a) 10 gramas

b) 30 gramas

c) 50 gramas

d) 70 gramas

QUESTÃO 17 - Um pacote de biscoitos de 200g informa na embalagem que está com “20% a mais de biscoito grátis”. Quantos gramas de biscoito há na embalagem promocional?

a) 210g

b) 220g

c) 240g

d) 250g

QUESTÃO 18 - Ana economizou R$ 500,00. Ela decidiu usar 40% desse valor para comprar um presente para sua mãe. Qual o preço do presente?

a) R$ 100,00

b) R$ 150,00

c) R$ 200,00

d) R$ 250,00

Gabaritos – Habilidade EF06MA13

QUESTÃO 1 - B
QUESTÃO 2 - C
QUESTÃO 3 - A
QUESTÃO 4 - B
QUESTÃO 5 - B
QUESTÃO 6 - A
QUESTÃO 7 - C
QUESTÃO 8 - B
QUESTÃO 9 - C
QUESTÃO 10 - D
QUESTÃO 11 - B
QUESTÃO 12 - C
QUESTÃO 13 - C
QUESTÃO 14 - C
QUESTÃO 15 - C
QUESTÃO 16 - B
QUESTÃO 17 - C
QUESTÃO 18 - C

Encaminhamentos Metodológicos – Habilidade BNCC - EF06MA15

Encaminhamentos Metodológicos – Habilidade BNCC - EF06MA15

Apresentamos, a seguir, no Quadro, a articulação entre o descritor 9A2.1 do Novo SAEB com a habilidade da BNCC EFMA0615 envolvendo a ideia de proporcionalidade.

Quadro – Articulação Habilidade da BNCC e Descritores do SAEB – Proporcionalidade

Descritores - SAEB	Habilidades BNCC	Objeto de Conhecimento
9A2.1 - Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta ou inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisões proporcionais e taxa de variação.	EF06MA15 - Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.	Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo.

Fonte: Elaborado pelos autores

Para o desenvolvimento desta habilidade da BNCC, os professores devem trabalhar com Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo.

Conteúdos de Aprendizagem

Este plano de aula visa ao desenvolvimento integral do aluno, contemplando os conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais.

Conteúdos Conceituais (Saber)

- Compreender o significado de dividir uma quantidade em partes, reconhecendo que nem sempre essa divisão é igualitária.
- Identificar e diferenciar situações de partilha em partes iguais e desiguais.
- Entender as relações aditivas (“mais que”, “menos que”) e multiplicativas (“o dobro de”, “a metade de”, “o triplo de”, etc.), são aplicadas na divisão desigual.
- Conceituar razão como a relação entre duas grandezas, incluindo a razão entre as partes de uma divisão e a razão entre uma das partes e o todo.
- Introduzir a ideia de que na partilha desigual, as partes mantêm uma proporção definida.

Conteúdos procedimentais (Saber Fazer)

- Ler, interpretar e extrair as informações essenciais de problemas que envolvem a partilha desigual.
- Utilizar diferentes formas de representação (desenhos, esquemas, barras, linguagem matemática) para visualizar e resolver os problemas.
- Aplicar operações de adição, subtração, multiplicação e divisão para determinar o valor de cada parte em uma divisão desigual.
- Estabelecer e calcular a razão entre as partes e entre uma parte e o todo em um problema de partilha.
- Criar situações-problema originais que envolvam a partilha de quantidades em partes desiguais, utilizando relações aditivas e multiplicativas.

Conteúdos Atitudinais (Saber Ser e Conviver)

- Demonstrar interesse em explorar e descobrir diferentes maneiras de resolver um mesmo problema.
- Participar ativamente de discussões em grupo, compartilhando ideias e estratégias para a resolução das situações-problemas.
- Persistir na busca por soluções das situações-problemas, mesmo diante de desafios e dificuldades iniciais.
- Desenvolver a capacidade de organizar o raciocínio e apresentar as soluções de forma clara.
- Reconhecer a aplicabilidade dos conceitos de partilha desigual em situações do dia a dia, como divisão de despesas, receitas culinárias, entre outros.

Dinâmica Metodológica da Sequência Didática – Habilidade EF06MA15

Apresentamos, a seguir uma proposta de dinâmica metodológica para ser desenvolvida a presente sequência didática em 6 horas/aulas com os alunos do 6º não do Ensino Fundamental

Quadro – Dinâmica Metodológica da Sequência Didática – Habilidade EF06MA13

Momentos/ Aulas	Atividades - Possibilidades
Aulas 1 e 2	O professor pode apresentar aos alunos uma situação-problema de fácil visualização para a introduzir a partilha desigual. Exemplo: “Ana e Beatriz ganharam juntas 15 bombons. Como Ana chegou primeiro para ajudar, elas combinaram que ela ficaria com o dobro de bombons de Beatriz. Quantos bombons cada uma ganhou?”. Os alunos devem discutir em duplas e tentar resolver a situação-problema com suas próprias estratégias (desenhos, tentativa e erro, etc.). após, acontece a socialização das diferentes estratégias utilizadas pela turma no quadro, valorizando todas as formas de pensamento. A partir da resolução do problema, o professor deve formalizar o conceito de partilha desigual. Para isso, ele poderá utilizar diferentes materiais concretos (blocos de montar, fichas, balas de goma) para representar a divisão em partes desiguais, facilitando a visualização da relação multiplicativa (o dobro). Os alunos deverão registrar no caderno o problema inicial e a forma como o resolveram, juntamente com a conceituação de partilha desigual. Após, o professor pode pedir para eles resolverem algumas situações problemas em grupos para sistematização da ideia.
Aulas 3 e 4	O professor deve começar a aula explorando as relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e o todo Dividir a turma em grupos e entregar a cada grupo diferentes problemas que envolvam tanto relações aditivas (“um tem 5 a mais que o outro”) quanto multiplicativas (“um tem o triplo do outro”). Exemplos de problemas: (1)”Dois irmãos juntaram R$ 50,00. O mais velho contribuiu com R$ 10,00 a mais que o mais novo. Quanto cada um deu? (2) Para fazer um suco, a receita pede que a quantidade de água seja o triplo da quantidade de polpa de fruta. Se o suco tem um total de 800 ml, qual a quantidade de água e de polpa? O professor deve atuar como mediador, incentivando a discussão sobre as diferentes estratégias e a eficiência de cada uma. Cada grupo resolve um problema e, em seguida, um representante do grupo explica para a turma como chegaram à solução. O professor deve incentivar o uso de barras ou retângulos para representar as partes do todo, o que facilita a visualização das relações aditivas e multiplicativas. O professor poderá retomar os problemas da aula anterior para introduzir o conceito de razão. “Ana e Beatriz ganharam juntas 15 bombons. Como Ana chegou primeiro para ajudar, elas combinaram que ela ficaria com o dobro de bombons de Beatriz. Quantos bombons cada uma ganhou?”. Neste problema, (Ana com o dobro de Beatriz), perguntar: Qual a razão entre a quantidade de bombons de Beatriz e a de Ana? (1 para 2 ou 1/2). E entre a de Ana e o total de bombons? (10 para 15 ou 2/3).

	O professor pode resolver no quadro alguns problemas envolvendo a razão entre as partes e entre as partes e o todo. Exemplo: Uma quantia de R$ 120,00 foi dividida entre duas pessoas de forma que uma recebeu R$ 80,00 e a outra R$ 40,00. Qual a razão entre a parte menor e a maior? E qual a razão entre a parte maior e o todo? O professor pode propor algumas situações-problemas para que os alunos pratiquem a resolução e o cálculo de razões.
Aulas 5 e 6	Nestas aulas, o professor deve solicitar que os alunos em grupos elaborem suas próprias situações-problema envolvendo a partilha desigual. Eles devem estipular a quantidade total e a relação (aditiva ou multiplicativa) entre as partes. O professor deve ir circulando pela sala, auxiliando as duplas e garantindo que as situações-problemas sejam coerentes e possíveis de resolver. Os grupos devem trocam as situações-problemas elaborados entre si e tentam resolver os problemas criados pelos colegas. Essa atividade promove a autonomia, a criatividade e a capacidade de argumentação, pois os alunos precisarão defender a lógica de seus problemas. O professor deve recolher as situações-problemas elaboradas e resolvidos para avaliação. Poderá ainda finalizar com uma discussão envolvendo toda a turma sobre as principais dificuldades encontradas e as aprendizagens mais significativas. Realizar um jogo de perguntas e respostas rápidas (quiz) para revisar os conceitos de forma lúdica.

Fonte: Elaborado pelos Autores

Materiais e Recursos Didáticos

Consideramos fundamental os professores diversificarem os materiais e recursos didáticos para tornar as aulas mais dinâmicas e atender a diferentes ritmos de aprendizagem dos alunos.

Material/ Recurso	Descrição e Aplicação Pedagógica
Materiais Manipuláveis	Fichas coloridas, tampinhas, palitos de sorvete ou blocos de montar: Serão utilizados para representar concretamente a divisão de uma quantidade total em partes desiguais. Por exemplo, para dividir 20 unidades de forma que uma parte tenha o dobro da outra, os alunos podem formar um grupo com uma quantidade de fichas e outro com o dobro, ajustando até que o total seja 20. Isso facilita a visualização da relação multiplicativa e da razão (2 para 1).
Recursos Visuais	Barras de Chocolate (reais ou representações em papel): Útil para introduzir a ideia de partilha e razão de forma contextualizada. Pode-se dividir uma barra em partes desiguais (ex: um pedaço com o dobro do tamanho do outro) e discutir a relação entre os tamanhos e a barra inteira. Tiras de papel colorido: Os alunos podem dobrar e cortar tiras para representar visualmente as partes de um todo. Por exemplo, para representar uma divisão na razão de 1 para 3, eles podem dividir uma tira em 4 partes iguais e pintar uma parte de uma cor e três de outra.

Tecnologia Educacional	Calculadora: Pode ser utilizada em momentos específicos para verificar cálculos e agilizar a resolução de problemas com números maiores, permitindo que o foco permaneça na interpretação e na estratégia de resolução. Plataformas de matemática online (Khan Academy, Matific, etc.): Podem oferecer exercícios interativos e lúdicos sobre razão, servindo como atividade complementar Projetor multimídia: Para exibir exemplos de problemas, vídeos curtos que contextualizem o tema (como a preparação de uma receita) e para a socialização das resoluções dos alunos.
Materiais Impressos	Listas de problemas contextualizados: Com situações do cotidiano dos alunos, como divisão de figurinhas, despesas entre amigos, preparo de sucos (receitas), etc. Os problemas devem progredir em nível de dificuldade. Folhas de papel quadriculado: Auxiliam na criação de representações gráficas e modelos de barras para a resolução de problemas, facilitando a visualização das partes e do todo.
Materiais Imóveis	Lousa ou quadro branco: Para o registro coletivo das estratégias de resolução, formalização de conceitos e discussão das soluções encontradas pelos alunos.

Avaliação da Aprendizagem

A nossa proposta é que a avaliação seja contínua e processual, realizada ao longo de todas as aulas, por meio de:

- Observar a participação e engajamento dos alunos nas discussões, a colaboração nos trabalhos em grupo e a perseverança na resolução das situações-problemas
- Verificar os registros dos alunos nos cadernos, observando a organização, a clareza das resoluções e a apropriação dos conceitos.
- Avaliar a resolução das situações-problemas contidas na presente sequência didática.
- Ao final do processo, os professores podem pedir que os alunos elaborem uma situação problema como um importante indicador da compreensão da habilidade e respondam para verificação da aprendizagem.

Apresentamos na presente sequência didática, 18 questões contextualizadas, que auxiliam o professor a explorar, com os alunos a ideia de Proporcionalidade envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, abordando relações aditivas, multiplicativas e a razão entre as partes e o todo, conforme a habilidade EF06MA15 da BNCC. Logo após, apresentamos a resolução detalhada de cada situação problema.

Situações-Problemas – Habilidade EF06MA15

QUESTÃO 1 - Ana e Beatriz colecionam juntas 45 adesivos. Sabe-se que Ana tem 5 adesivos a mais que Beatriz. Quantos adesivos cada uma possui?

a) Ana possui 25 e Beatriz possui 20

b) Ana possui 20 e Beatriz possui 25

c) Ana possui 22 e Beatriz possui 23

d) Ana possui 30 e Beatriz possui 15

QUESTÃO 2 - Dois irmãos, Carlos e Daniel, devem dividir R$ 80,00 de forma que Carlos receba R$ 12,00 a mais que Daniel. Qual a quantia que cada um receberá?

a) Carlos R$ 46,00 e Daniel R$ 34,00

b) Carlos R$ 50,00 e Daniel R$ 30,00

c) Carlos R$ 40,00 e Daniel R$ 40,00

d) Carlos R$ 34,00 e Daniel R$ 46,00

QUESTÃO 3 - A soma das idades de um pai e seu filho é 52 anos. O pai é 26 anos mais velho que o filho. Qual a idade de cada um?

a) Pai 40 anos e filho 12 anos

b) Pai 39 anos e filho 13 anos

c) Pai 30 anos e filho 22 anos

d) Pai 35 anos e filho 17 anos

QUESTÃO 4 - Um segmento de reta de 30 cm foi dividido em duas partes, de modo que uma parte tem 8 cm a mais que a outra. Qual o comprimento de cada parte?

a) 15 cm e 15 cm

b) 19 cm e 11 cm

c) 20 cm e 10 cm

d) 18 cm e 12 cm

QUESTÃO 5 - João e Pedro têm juntos 60 figurinhas. O número de figurinhas de João é o dobro do número de figurinhas de Pedro. Quantas figurinhas cada um possui?

a) João 40 e Pedro 20

b) João 30 e Pedro 30

c) João 20 e Pedro 40

d) João 35 e Pedro 25

QUESTÃO 6 - Para fazer um suco, a receita indica que a quantidade de água deve ser o triplo da quantidade de suco concentrado. Se foram utilizados 800 ml de mistura no total, qual a quantidade de água e de suco concentrado?

a) 600 ml de água e 200 ml de suco

b) 400 ml de água e 400 ml de suco

c) 200 ml de água e 600 ml de suco

d) 500 ml de água e 300 ml de suco

QUESTÃO 7 - Em uma turma de 35 alunos, o número de meninas é o quádruplo do número de meninos. Quantos meninos e meninas há na turma?

a) 7 meninos e 28 meninas

b) 5 meninos e 30 meninas

c) 10 meninos e 25 meninas

d) 8 meninos e 27 meninas

QUESTÃO 8 - Uma herança de R$ 150.000,00 foi dividida entre dois irmãos, de modo que o mais velho recebeu o quíntuplo do que o mais novo recebeu. Quanto cada um herdou?

a) R$ 30.000,00 e R$ 120.000,00

b) R$ 25.000,00 e R$ 125.000,00

c) R$ 50.000,00 e R$ 100.000,00

d) R$ 75.000,00 e R$ 75.000,00

QUESTÃO 9 - Dois sócios, Lucas e Mateus, lucraram R$ 12.000,00. O lucro foi dividido na razão de 2 para 3, respectivamente. Quanto cada um recebeu?

a) Lucas R$ 6.000,00 e Mateus R$ 6.000,00

b) Lucas R$ 4.800,00 e Mateus R$ 7.200,00

c) Lucas R$ 7.200,00 e Mateus R$ 4.800,00

d) Lucas R$ 4.000,00 e Mateus R$ 8.000,00

QUESTÃO 10 - Uma liga metálica de 70 kg é composta por cobre e zinco na razão de 5 para 2, respectivamente. Qual a massa de cada metal na liga?

a) 50 kg de cobre e 20 kg de zinco

b) 20 kg de cobre e 50 kg de zinco

c) 35 kg de cobre e 35 kg de zinco

d) 40 kg de cobre e 30 kg de zinco

QUESTÃO 11 - As idades de dois irmãos estão na razão de 4 para 5. A soma de suas idades é 27 anos. Qual a idade de cada um?

a) 12 e 15 anos

b) 10 e 17 anos

c) 9 e 18 anos

d) 13 e 14 anos

QUESTÃO 12 - Dois agricultores colheram juntos 1.200 kg de laranjas. A colheita foi dividida na razão de 1 para 4. Quantos quilos cada um colheu?

a) 240 kg e 960 kg

b) 300 kg e 900 kg

c) 600 kg e 600 kg

d) 200 kg e 1.000 kg

QUESTÃO 13 - Em uma cesta com 36 frutas, a razão entre o número de maçãs e o número total de frutas é de 1 para 4. Quantas maçãs e quantas outras frutas há na cesta?

a) 9 maçãs e 27 outras frutas

b) 12 maçãs e 24 outras frutas

c) 6 maçãs e 30 outras frutas

d) 10 maçãs e 26 outras frutas

QUESTÃO 14 - De um total de 50 questões de uma prova, a razão entre as questões que um aluno acertou e o total de questões foi de 4 para 5. Quantas questões ele acertou e quantas errou?

a) 40 acertos e 10 erros

b) 30 acertos e 20 erros

c) 35 acertos e 15 erros

d) 45 acertos e 5 erros

QUESTÃO 15 - Uma empresa tem 120 funcionários. A razão entre o número de funcionários do setor administrativo e o total de funcionários é de 1 para 6. Quantos funcionários trabalham no setor administrativo e quantos nos outros setores?

a) 30 no administrativo e 90 nos outros

b) 25 no administrativo e 95 nos outros

c) 20 no administrativo e 100 nos outros

d) 40 no administrativo e 80 nos outros

QUESTÃO 16 - Divida o número 90 em duas partes, de tal forma que uma seja metade da outra. Quais são essas partes?

a) 30 e 60

b) 40 e 50

c) 45 e 45

d) 20 e 70

QUESTÃO 17 - A diferença entre dois números é 15. O maior deles é o quádruplo do menor. Quais são esses números?

a) 5 e 20

b) 10 e 25

c) 3 e 12

d) 6 e 21

QUESTÃO 18 - Em uma votação para representante de turma, com 42 alunos votando, a razão entre os votos do candidato A e do candidato B foi de 3 para 4. Quantos votos cada um recebeu?

a) 18 votos para A e 24 votos para B

b) 20 votos para A e 22 votos para B

c) 21 votos para A e 21 votos para B

d) 15 votos para A e 27 votos para B

Gabaritos – Habilidade EF06MA15

QUESTÃO 1 - A
QUESTÃO 2 - A
QUESTÃO 3 - B
QUESTÃO 4 - B
QUESTÃO 5 - A
QUESTÃO 6 - A
QUESTÃO 7 - A
QUESTÃO 8 - B
QUESTÃO 9 - B
QUESTÃO 10 - A
QUESTÃO 11 - A
QUESTÃO 12 - A
QUESTÃO 13 - A
QUESTÃO 14 - A
QUESTÃO 15 - C
QUESTÃO 16 - A
QUESTÃO 17 - A
QUESTÃO 18 - A

Encaminhamentos Metodológicos – Habilidade BNCC - EF06MA29

Apresentamos, a seguir, no Quadro, a articulação entre o descritor 9A2.1 do Novo SAEB com a habilidade da BNCC EFMA0615 envolvendo a ideia de proporcionalidade.

Quadro – Articulação Habilidades da BNCC e o Descritor do SAEB – Proporcionalidade – 6º Ano

Objeto de Conhecimento	Habilidades BNCC	Descritor SAEB
Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado	(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.	9A2.1 Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta ou inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisões proporcionais e taxa de variação.

Fonte: Organizado pelos Autores

Para o desenvolvimento desta habilidade da BNCC, os professores devem trabalhar com Problemas que tratam do perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado.

Conteúdos de Aprendizagem

Este plano de aula visa ao desenvolvimento integral do aluno, contemplando os conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais.

Conteúdos Conceituais (Saber)

- Diferenciar os conceitos de perímetro (contorno) e área (superfície).
- Identificar a relação entre a medida do lado de um quadrado e seu perímetro.
- Identificar a relação entre a medida do lado de um quadrado e sua área.
- Compreender o conceito de proporcionalidade direta (quando um dobra, o outro dobra).

Conteúdos procedimentais (Saber Fazer)

- Calcular o perímetro de quadrados com diferentes medidas de lados.
- Calcular a área de quadrados com diferentes medidas de lados.
- Organizar dados (lado, perímetro, área) em uma tabela de forma sistemática.
- Analisar e comparar as razões de aumento do lado com as razões de aumento do perímetro e da área.
- Utilizar malha quadriculada para visualizar as ampliações e reduções.

Conteúdos Atitudinais (Saber Ser e Conviver)

- Desenvolver rigor e precisão nos cálculos e registros.
- Colaborar com os colegas durante a atividade investigativa.
- Demonstrar curiosidade e postura investigativa ao buscar padrões nos dados.
- Valorizar a organização (uso de tabelas) como ferramenta para a descoberta matemática.

Dinâmica Metodológica da Sequência Didática – Habilidade EF06MA15

Apresentamos, a seguir uma proposta de dinâmica metodológica para ser desenvolvida a presente sequência didática em 4 horas/aulas com os alunos do 6º não do Ensino Fundamental

Quadro – Dinâmica Metodológica da Sequência Didática – Habilidade EF06MA13

<table>
<tr><th>Aulas</th><th>Atividades - Possibilidades</th></tr>
<tr><td>Aulas 1 e 2</td><td>Momento 1: Sensibilização e Levantamento Prévio
Contextualização: O professor inicia com um problema:
“Imaginem que vocês têm uma pequena horta quadrada na escola, com 1 metro de lado. Para protegê-la, vocês usam uma cerca (perímetro). Ela cobre um espaço no chão (área). Agora, a diretora gostou tanto que pediu para vocês fazerem uma horta nova, com o DOBRO do lado (2 metros).
Perguntas-chave (Hipóteses):
“Será que vamos gastar o dobro de cerca?” (Testando a ideia de perímetro).
“Será que teremos o dobro de espaço para plantar?” (Testando a ideia de área).
Registro: O professor anota as hipóteses iniciais dos alunos no quadro, sem corrigi-las. (Atitudinal: Valorização do conhecimento prévio).

Momento 2: A Investigação na Malha
Formação de Grupos: Os alunos são organizados em pequenos grupos (Atitudinal: Colaboração).
Materiais: Cada grupo recebe papel quadriculado e uma ficha de atividade.
Instrução (Procedimental):
“Vamos investigar o que acontece. Usem o papel quadriculado. Cada ‘quadradinho’ tem lado 1.”
Passo A (Base): Desenhem um Quadrado A com lado 1. Calculem seu Perímetro (P) e sua Área (A).
Passo B (Ampliação 1): Desenhem um Quadrado B com lado 2 (o dobro do lado A). Calculem P e A.
Passo C (Ampliação 2): Desenhem um Quadrado C com lado 3 (o triplo do lado A). Calculem P e A.
Passo D (Redução): Desenhem um Quadrado D com lado 4. Agora, desenhem um Quadrado E com lado 2 (metade do lado D). Calculem P e A de ambos.
Atividade Central (Procedimental): Os alunos devem preencher a seguinte tabela na ficha de atividade:
<table>
<tr><th>Quadrado</th><th>Medida do Lado (L)</th><th>Perímetro (P)</th><th>Área (A)</th></tr>
<tr><td>A</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>B</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>C</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>D</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>E</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
</table>
(Atitudinal: O professor circula, mediando, incentivando o rigor nos cálculos e a organização).</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Aulas
3 e 4</td>
<td>Momento 1: Socialização e Análise dos Dados
Preenchimento Coletivo: O professor desenha a tabela no quadro e a preenche com os dados dos grupos, resolvendo eventuais discrepâncias.
<table>
<tr><th>Quadrado</th><th>Medida do Lado (L)</th><th>Perímetro (P)</th><th>Área (A)</th></tr>
<tr><td>A</td><td>1</td><td>4</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B</td><td>2</td><td>8</td><td>4</td></tr>
<tr><td>C</td><td>3</td><td>12</td><td>9</td></tr>
<tr><td>D</td><td>4</td><td>16</td><td>16</td></tr>
<tr><td>E</td><td>2</td><td>8</td><td>4</td></tr>
</table>
Análise Guiada (Conceitual): O professor guia a turma para analisar as relações (BNCC):
Foco no PERÍMETRO:
“O que aconteceu com o lado do Quadrado A para o B?” (Dobrou, 1 -> 2).
“O que aconteceu com o Perímetro?” (Dobrou, 4 -> 8).
“E do A para o C?” (Lado triplicou, 1 -> 3). “E o Perímetro?” (Triplicou, 4 -> 12).
“E da redução, do D para o E?” (Lado caiu pela metade, 4 -> 2). “E o Perímetro?” (Caiu pela metade, 16 -> 8).
Conclusão 1 (Conceitual): O que acontece com o lado, acontece igual com o perímetro. O perímetro é proporcional à medida do lado.
Foco na ÁREA:
“Vamos voltar ao A e B. O lado dobrou (x2).”
“O que aconteceu com a Área?” (Foi de 1 para 4). “Ela dobrou?” (Não!) “Ela... quadruplicou! (x4)”.
“E do A para o C? O lado triplicou (x3).”
“E a Área?” (Foi de 1 para 9). “Ela triplicou?” (Não!) “Ela ficou 9 vezes maior! (x9)”.
Conclusão 2 (Conceitual): O que acontece com o lado, não acontece igual com a área. A área NÃO é proporcional à medida do lado. (Para os mais avançados: 4 é 2^2; 9 é 3^2. A área é proporcional ao quadrado do lado).
Momento 2: Sistematização e Fechamento
Retomada do Problema: O professor volta ao problema da horta (Momento 1).
“Então, voltando à nossa horta: se o lado dobrou...”
“Gastamos o dobro de cerca (perímetro)?” (Sim!)
“Tivemos o dobro de espaço (área)?” (Não! Tivemos 4 vezes mais espaço!)
Registro (Conceitual): Os alunos registram as duas conclusões principais no caderno.
Desafio Final (Avaliação Formativa): “Se eu tenho um adesivo quadrado e compro um novo cujo lado é 5 vezes maior. O que acontece com o contorno (perímetro) dele? E com a área que ele cobre?”
(Espera-se: Perímetro fica 5x maior; Área fica 25x maior)</td>
</tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelos Autores

Materiais e Recursos Didáticos

Consideramos fundamental os professores diversificarem os materiais e recursos didáticos para tornar as aulas mais dinâmicas e atender a diferentes ritmos de aprendizagem dos alunos.

- Folhas de malha quadriculada (essencial para a visualização).
- Lápis de cor (para destacar perímetro e área).
- Régua.
- Quadro branco ou lousa.
- Projetor (opcional).
- Ficha de atividade (com a tabela a ser preenchida).

Avaliação da Aprendizagem

A nossa proposta é que a avaliação seja contínua e processual, realizada ao longo de todas as aulas, conforme consta no quadro, a seguir:

Instrumentos	Descrição
Avaliação Conceitual	Pela capacidade do aluno de explicar, na Etapa 3, por que o perímetro é proporcional e a área não é, usando os dados da tabela. Respostas às perguntas na Etapa 4 (verificação).
Avaliação Procedimental	Correção dos cálculos de Perímetro e Área na ficha de atividade (tabela). Precisão nos desenhos feitos na malha quadriculada.
Avaliação Atitudinal	Observação direta do professor durante o trabalho em grupo (Etapa 2): O aluno colaborou? Manteve-se focado na tarefa? Demonstrou rigor ao preencher a tabela?

Apresentamos na presente sequência didática, 18 questões contextualizadas, que auxiliam o professor a explorar, com os alunos a ideia de Proporcionalidade conforme a habilidade EF06MA29 da BNCC. Logo após, apresentamos o gabarito de cada situação problema.

Situações-Problemas – Habilidade EF06MA29

QUESTÃO 1 - Mariana tem um canteiro quadrado em seu jardim com 2 metros de lado. Ela decidiu ampliar o canteiro, dobrando a medida de seus lados. Qual será o novo perímetro e a nova área do canteiro?

a) Perímetro: 8 m, Área: 8 m²

b) Perímetro: 16 m, Área: 16 m²

c) Perímetro: 16 m, Área: 8 m²

d) Perímetro: 8 m, Área: 16 m²

QUESTÃO 2 - Um artista está pintando um mural em uma parede quadrada. Se ele triplicar a medida dos lados do quadrado que está pintando, o que acontecerá com a área do mural?

a) A área será triplicada.

b) A área será multiplicada por 6.

c) A área será multiplicada por 9.

d) A área não mudará.

QUESTÃO 3 - A tela de um tablet antigo é quadrada com lado de 10 cm. Um novo modelo foi lançado, e a medida do lado da tela foi reduzida pela metade. Como a área da nova tela se compara à área da tela antiga?

a) A nova área é a metade da área antiga.

b) A nova área é um quarto da área antiga.

c) A nova área é um terço da área antiga.

d) A nova área é a mesma.

QUESTÃO 4 - Um fazendeiro tem um terreno quadrado e decide comprar mais terras para quadruplicar a medida do lado de seu terreno. O que acontecerá com o perímetro do terreno?

a) O perímetro será quadruplicado.

b) O perímetro será multiplicado por 8.

c) O perímetro será multiplicado por 16.

d) O perímetro aumentará em 4 metros.

QUESTÃO 5 - A área de um adesivo quadrado é de 25 cm^2. Se a medida do lado desse adesivo for dobrada, qual será a área do novo adesivo?

a) 50 cm^2

b) 75 cm^2

c) 100 cm^2

d) 250 cm^2

QUESTÃO 6 - O perímetro de uma toalha de mesa quadrada é de 200 cm. Se a toalha for lavada e encolher, de modo que seus lados se reduzam a um quarto da medida original, qual será o novo perímetro?

a) 25 cm

b) 50 cm

c) 100 cm

d) 150 cm

QUESTÃO 7 - Um quadrado A tem lado de 5 cm e um quadrado B tem lado de 15 cm. Quantas vezes a área do quadrado B é maior que a área do quadrado A?

a) 3 vezes

b) 5 vezes

c) 9 vezes

d) 10 vezes

QUESTÃO 8 - Ao ampliar uma foto quadrada, a sua área passou de 9 cm² para 36 cm². O que aconteceu com a medida do lado da foto?

a) O lado foi triplicado.

b) O lado foi quadruplicado.

c) O lado foi dobrado.

d) O lado aumentou 27 cm.

QUESTÃO 9 - Se a medida do lado de um quadrado for reduzida em 1/3 (ou seja, multiplicada por 1/3), o que acontece com seu perímetro e sua área?

a) O perímetro é reduzido em 1/3 e a área é reduzida em 1/3.

b) O perímetro é reduzido em 1/3 e a área é reduzida em 1/6.

c) O perímetro é reduzido em 1/3 e a área é reduzida em 1/9.

d) O perímetro é reduzido em 1/9 e a área é reduzida em 1/3.

QUESTÃO 10 - Um piso quadrado com área de 81 m² será trocado por outro piso quadrado com lados medindo 1/3 da medida dos lados do piso original. Qual a área do novo piso?

a) 9 m²

b) 27 m²

c) 3 m²

d) 18 m²

QUESTÃO 11 - Júlia desenhou um quadrado. Depois, desenhou um segundo quadrado com o triplo do perímetro do primeiro. A área do segundo quadrado é:

a) O triplo da área do primeiro.

b) Seis vezes a área do primeiro.

c) Nove vezes a área do primeiro.

d) Doze vezes a área do primeiro.

QUESTÃO 12 - Qual das afirmações abaixo descreve corretamente a relação entre o lado de um quadrado e seu perímetro e área?

a) O perímetro e a área são diretamente proporcionais à medida do lado.

b) Apenas a área é diretamente proporcional à medida do lado.

c) Apenas o perímetro é diretamente proporcional à medida do lado.

d) Nem o perímetro nem a área são proporcionais à medida do lado.

QUESTÃO 13 - O tapete quadrado da sala de Ana tem 4 m². Ela comprou um tapete novo, também quadrado, com o dobro da medida do lado do tapete antigo. Qual o perímetro do tapete novo?

a) 8 m

b) 16 m

c) 32 m

d) 4 m

QUESTÃO 14 - A área de um mosaico quadrado aumentou 25 vezes. O que isso significa para o perímetro do mosaico?

a) O perímetro foi multiplicado por 5.

b) O perímetro foi multiplicado por 25.

c) O perímetro foi multiplicado por 12,5.

d) O perímetro foi multiplicado por 625.

QUESTÃO 15- Um quadrado de lado 6 cm é reduzido de tal forma que seu novo lado é 2 cm. A nova área é que fração da área original?

a) 1/3

b) 1/4

c) 1/6

d) 1/9

QUESTÃO 16 - Se o perímetro de um campo de futebol quadrado é reduzido pela metade, o que acontece com a sua área?

a) A área é reduzida pela metade.

b) A área é reduzida a um quarto.

c) A área é reduzida a um oitavo.

d) A área permanece a mesma.

QUESTÃO 17 - Uma moldura quadrada tem perímetro de 40 cm. Uma versão em miniatura dessa moldura foi feita com os lados medindo 1/5 dos lados da moldura original. Qual a área da moldura em miniatura?

a) 4 cm²

b) 8 cm²

c) 10 cm²

d) 20 cm²

QUESTÃO 18 - Um terreno quadrado tem 100 m de perímetro. O proprietário decide ampliar a área em 9 vezes. Qual será a medida do lado do novo terreno?

a) 25 m

b) 50 m

c) 75 m

d) 90 m

Habilidade EF06MA29

QUESTÃO 1 - B

QUESTÃO 2 - C

QUESTÃO 3 - B

QUESTÃO 4 – A

QUESTÃO 5 - C

QUESTÃO 6 - B

QUESTÃO 7 - C

QUESTÃO 8 - C

QUESTÃO 9 - C

QUESTÃO 10 - A

QUESTÃO 11 - C

QUESTÃO 12 - C

QUESTÃO 13 - B

QUESTÃO 14 - A

QUESTÃO 15- D

QUESTÃO 16 - B

QUESTÃO 17 - A

QUESTÃO 18 - C

Ensino de Proporcionalidade no 7º Ano na Perspectiva das Habilidades da BNCC

Caio Rodrigo Souza Xavier
Karen Raphaelli Rocha Boin
Paulo Marcos Ferreira Andrade

O conceito de proporcionalidade representa um dos pilares centrais do currículo de Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Apesar disso, o seu ensino é reduzido a uma aplicação mecânica de algoritmos, notadamente a “regra de três”. Embora eficaz para encontrar um valor desconhecido, essa abordagem procedimental muitas vezes falha em construir o alicerce conceitual que o tema exige: a compreensão da relação funcional entre duas grandezas. É precisamente nesse ponto que a habilidade (EF07MA17) intervém, propondo que os estudantes do 7º ano do Ensino fundamental sejam capazes de “Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.” (Brasil, 2018, p. 306)

A referida habilidade não está apenas na resolução de problemas, mas na capacidade de modelar essa relação através de uma linguagem algébrica e não simplesmente no pensamento aritmético, nos quais os estudantes aprendem a identificar se as grandezas são direta ou inversamente proporcionais para, em seguida, “montar a regra de três”. Desta maneira, compreendemos que a habilidade (EF07MA17) exige um salto qualitativo: a transição do pensamento aritmético para o pensamento algébrico.

Com base na BNCC apresentamos três aspectos argumentativos que devem nortear a prática letiva dos professores de Matemática no 7º ano do Ensino Fundamental:

O primeiro aspecto é considerar a sentença algébrica como um fim, no qual o objetivo vai além do “achar o valor de “x”, pois os estudantes devem identificar a constante de proporcionalidade (k) e generalizar a relação. Ao invés de apenas resolver $\frac{3}{5}=\frac{x}{10}$, os estudantes devem ser capazes de expressar que, para aquela situação, a relação entre as grandezas y e x é y = k.x (no caso, y = 0.6x). Da mesma forma, em uma proporcionalidade inversa, o foco se desloca do cálculo para a compreensão de que o produto entre as grandezas é constante (x.y = k). Desenvolver essa habilidade no 7º ano do ensino Fundamental será importante para a compreensão do conceito de função, que será trabalhado nos anos seguintes.

O segundo aspecto é a distinção entre a proporcionalidade direta e inversa, no qual os estudantes devem além de diferenciar os dois tipos de variação, compreender a natureza de suas relações. O ensino deve focar na análise da covariação: o que acontece com uma grandeza enquanto a outra varia? Na proporcionalidade direta, ambas aumentam ou diminuem juntas, mantendo a razão constante. Na inversa,

DOI: 10.47573/aya.5379.2.494.6

enquanto uma aumenta, a outra diminui, mantendo o produto constante. A sentença algébrica y = k.x (proporcionalidade direta) e $y = \frac{k}{x}$ (proporcionalidade inversa) torna-se a ferramenta que sintetiza essa análise.

O terceiro aspecto é a elaboração de problemas como uma evidência de proficiência pelos estudantes, pois a habilidade (EF07MA17) coloca a elaboração de problemas no mesmo patamar da resolução de problemas. Este é um aspecto que geralmente é negligenciado no ensino tradicional cujo foco é cumprir o currículo prescrito, no qual os estudantes devem apenas resolver os problemas apresentados pelo professor. A referida habilidade destaca que os estudantes ao criarem situações problemas envolvendo proporcionalidade demonstra que internalizaram a estrutura da relação, compreendem o papel da constante de proporcionalidade e conseguem aplicar o modelo algébrico a um contexto prático.

Com base nos três aspectos elencados, compreendemos que abordar a habilidade (EF07MA17) no 7º ano do Ensino fundamental exige uma mudança metodológica, pois os professores devem mover-se de um instrutor de algoritmos para um mediador de investigações. O uso de tabelas, a exploração de gráficos e, acima de tudo, a pergunta: “Qual é a sentença algébrica que descreve como estas grandezas se relacionam?” – tornam-se centrais.

Na nossa visão, não desenvolver a sentença algébrica da proporcionalidade no 7º ano do Ensino Fundamental dificultará o aprendizado futuro dos estudantes em conceitos da Matemática como funções, bem como de outras ciências como: física e química. O 7º ano não é o momento de encerrar o estudo da proporcionalidade com a regra de três; é o momento de usá-la como trampolim para o pensamento funcional e abstrato, exatamente como a (EF07MA17) propõe.

Encaminhamentos Metodológicos – Habilidade BNCC - EF07MA17

Para o desenvolvimento desta habilidade da BNCC, os professores devem trabalhar com situações-problemas que envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. Apresentamos, a seguir, no quadro, a articulação entre o descritor 9A2.1 do SAEB com a habilidade da BNCC EF07MA17 envolvendo a ideia de proporcionalidade.

Quadro – Articulação Habilidade da BNCC e Descritores do SAEB – ideia de Proporcionalidade

Descritores - SAEB	Habilidades BNCC	Objeto de Conhecimento
9A2.1 - Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta ou inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisões proporcionais e taxa de variação.	(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.	Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais

Fonte: Elaborado pelos Autores

Conteúdos de Aprendizagem

Este plano de aula visa ao desenvolvimento integral do aluno, contemplando os Conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais na perspectiva de Zabala (1998).

Conteúdos Conceituais (Saber)

- Compreender a noção de grandezas e sua variação (tempo, velocidade, quantidade, preço etc.).
- Distinguir a proporcionalidade direta da proporcionalidade inversa.
- Representar a proporcionalidade por tabelas, gráficos e sentenças algébricas.
- Reconhecer aplicações no cotidiano, como por exemplo, em receitas, escalas, mapas, repartição proporcional e taxas de variação.

Conteúdos procedimentais (Saber Fazer)

- Identificar, em situações-problema, se a relação entre duas grandezas é direta ou inversa.
- Resolver problemas de proporcionalidade utilizando sentenças algébricas.
- Resolver problemas contextualizados que envolvam escala, repartição proporcional e taxas de variação.
- Formular problemas próprios de proporcionalidade direta e inversa.

Conteúdos Atitudinais (Saber Ser e Conviver)

- Desenvolver a confiança em si mesmo para acreditar na capacidade de resolver problemas matemáticos.
- Respeitar a diversidade de estratégias, reconhecendo que diferentes caminhos podem levar à mesma solução.
- Colaborar nas atividades coletivas, contribuindo com ideias e apoiando colegas quando necessário.
- Persistir diante de desafios, buscando novas tentativas até alcançar uma resposta satisfatória.
- Exercitar a autonomia intelectual, tomando iniciativa na construção de soluções próprias.
- Valorizar o diálogo, ouvindo com atenção, respeitando opiniões diferentes.

Dinâmica Metodológica da Sequência Didática – Habilidade EF07MA17

Apresentamos, a seguir uma proposta de dinâmica metodológica para ser desenvolvida a presente sequência didática em 4 horas/aulas com os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental

Quadro – Dinâmica Metodológica da Sequência Didática – Habilidade EF07MA17

Aulas	Atividades - Possibilidades
Aulas 1 e 2	Momento 1 – Introdução A aula pode começar com uma conversa informal e provocativa. O professor lança algumas perguntas simples, próximas do dia a dia dos alunos: • “Se dobrarmos a quantidade de chocolate em uma receita, o que acontece com o número de porções?” • “Se aumentarmos a velocidade de um carro, o tempo da viagem aumenta ou diminui?” Essas questões despertam a curiosidade e ajudam os estudantes a perceber que a proporcionalidade está presente em situações muito comuns Momento 2 – Contextualização Depois de ouvir as hipóteses apresentadas pela turma, o professor introduz o conceito de grandezas e suas variações, trazendo exemplos ligados à realidade dos jovens, como culinária, viagens, compras ou até mesmo atividades manuais. Na sequência, ocorre a formalização dos conceitos: • Proporcionalidade Direta: quando uma grandeza aumenta, a outra também aumenta na mesma razão. Representada por $y = ax$, em que a é a taxa de variação constante. • Proporcionalidade Inversa: quando uma grandeza aumenta e a outra diminui proporcionalmente, mantendo o produto constante. Representada por $y = a/x$. O professor pode construir no quadro tabelas e gráficos simples para cada Caso, mostrando o comportamento das grandezas e, ao mesmo tempo, introduzindo a linguagem algébrica de forma natural, como uma ferramenta para generalizar situações reais. Momento 3 – Jogo “Direta ou Inversa” Para tornar a aprendizagem mais dinâmica, os alunos recebem dois cartões: um vermelho, que representa proporcionalidade direta, e um verde, que representa proporcionalidade inversa. O professor apresenta situações-problema e cada estudante deve levantar o cartão correspondente. Exemplos de situações-problema: • Cada caderno custa R$ 5,00. Escreva uma expressão para o valor de x cadernos. • Resolução: Proporcionalidade direta. $y = 5x$. Se forem 10 cadernos: $5 \times 10 =$ R$ 50,00. • Dois pedreiros concluem uma obra em 6 dias. Em quantos dias x pedreiros farão a mesma obra? • Resolução: Proporcionalidade inversa. Produto constante: $x \cdot y = 12$. Para 4 pedreiros: $y = 12 \div 4 = 3$ dias. • Para fazer um bolo são necessários 3 ovos. Quantos ovos serão necessários para x bolos? • Resolução: Proporcionalidade direta. $y = 3x$. Para 5 bolos: $3 \times 5 = 15$ ovos.

	Momento 4 – Sistematização Coletiva Após as atividades, a turma se reúne para discutir as classificações realizadas. As respostas são analisadas e eventuais erros são corrigidos de maneira colaborativa. O professor atua como mediador, incentivando os alunos a justificarem suas escolhas e a explicarem seus raciocínios. Nesse processo, reforça-se a relação entre representações algébricas, gráficos e interpretações contextuais, garantindo que os estudantes compreendam a proporcionalidade de forma integrada e significativa
	Situações problemas para casa: 1. Uma planta de uma casa, 1 cm equivale a 2 metros na realidade. Se o comprimento da sala é de 6 cm na planta, qual é o comprimento real da sala? 2. Você deverá investigar e registrar pelo menos duas situações reais do seu dia a dia que envolvam proporcionalidade direta ou proporcionalidade inversa. Observe sua casa, a escola, o bairro, compras no mercado, atividades em família, esportes ou receitas culinárias. Para cada situação, descreva o contexto em que a proporcionalidade aparece. 1. Identifique se é uma relação direta ou inversa. 2. Escreva a sentença algébrica que representa a relação. 3. Se possível, faça uma tabela de valores ou um gráfico simples.
Aulas 3 e 4	Momento 1 - Retomada dos Conceitos É importante relembrar os conceitos antes de aplicar novas atividades, especialmente quando há um intervalo de tempo entre uma aula e outra. Esse momento de revisão ajuda os alunos a retomarem o raciocínio, recuperarem informações já trabalhadas e criarem uma base sólida para avançar no conteúdo. Sem essa retomada, muitos estudantes podem apresentar dificuldades em conectar o que foi visto anteriormente com as novas propostas, comprometendo a compreensão e a aprendizagem. Assim, a revisão funciona como uma ponte entre as aulas, tornando o processo de ensino mais contínuo e eficaz. Momento 2– Aplicações, Jogos e Consolidação Para consolidar o aprendizado, o professor propõe atividades contextualizadas, seguidas de resolução coletiva. Momento 3 – Jogo de Criação e Troca de Problemas Neste momento, os alunos devem ser divididos em grupos de 3 a 5 integrantes. Após a organização dos grupos, o professor explica a dinâmica: cada equipe deverá criar uma situação-problema original envolvendo proporcionalidade direta ou inversa. A situação deve ser contextualizada no cotidiano (como receitas, tempo de viagem, velocidade, consumo, produção, escalas ou repartição proporcional). Quando todos os grupos terminarem de criar seus problemas, o professor organiza uma troca entre as equipes: cada grupo recebe o problema criado por outro e deve resolvê-lo. Em seguida, os grupos retornam o problema ao grupo criador para que todos confiram e discutam as soluções. Momento 4 – Discussão, Demonstração e Sistematização Cada grupo escolhe um problema resolvido e apresenta à turma. O professor orienta para que a apresentação contenha:

	1. Identificação do tipo de proporcionalidade; 2. A sentença algébrica correspondente. 3. Uma tabela ou gráfico para representar os dados; 4. Explicação da taxa de variação ou do produto constante. Durante as apresentações, o professor faz perguntas para estimular justificativas: • “Que evidência prova que a relação é direta ou inversa?” • “Qual é a constante que relaciona as grandezas?” • “Como essa relação se parece com uma função matemática?” Nesse momento, o professor sistematiza os conteúdos: • Proporcionalidade direta como uma função linear (y = ax); • Proporcionalidade inversa como uma função hiperbólica (y = a/x); A importância da linguagem algébrica e de gráficos como ferramentas para compreender relações numéricas. Assim, garante-se que todos os alunos, inclusive os que tiveram dificuldades, compreendam as estratégias e valorizem a organização dos cálculos.

Fonte: Elaborado pelos Autores

Materiais e Recursos Didáticos

Para desenvolver a habilidade (EF07MA07) é fundamental que os professores de Matemática diversifiquem os materiais utilizados, proporcionando experiências visuais, práticas e colaborativas. Abaixo, sugerimos recursos que podem ser incorporados às atividades:

- Quadro e pincéis atômicos ou giz: Essenciais para sistematizar ideias, escrever equações, construir tabelas e gráficos durante a aula. O quadro pode ser utilizado como um espaço coletivo para que os alunos também apresentem suas soluções.
- Cartões coloridos (verde/vermelho) para o jogo “Direta ou Inversa?” esses cartões simples tornam a atividade lúdica e interativa, permitindo que os alunos participem ativamente e demonstrem rapidamente suas respostas. Além disso, estimulam a atenção e a tomada de decisão.
- Folhas individuais ou cadernos para resolução de problemas: Garantem que cada aluno registre seus cálculos e raciocínios, permitindo acompanhar o desenvolvimento individual e identificar dificuldades específicas.

Avaliação da Aprendizagem

A observação em sala de aula permite ao professor ao acompanha o envolvimento dos alunos nas discussões, jogos e dinâmicas de grupo, registrando atitudes como participação, colaboração, argumentação e clareza de raciocínio. A observação constante permite identificar dificuldades e orientar intervenções pedagógicas em tempo real.

- Elaboração de situações problemas pelos estudantes é um instrumento importante para avaliar a criatividade e a autonomia, além de indicar se o estudante compreendeu de fato a relação entre as grandeza diretamente proporcional e inversamente proporcional.

- Atividades de Consolidação e/ou desafios e tarefas para casa para verificação do domínio do conteúdo de forma contextualizada, sem o peso de uma avaliação tradicional.

Situações-Problemas – Habilidade EF07MA17

Apresentamos na presente sequência didática, 10 questões contextualizadas, que auxiliam o professor a explorar, com os alunos a ideia de Proporcionalidade.

QUESTÃO 1 - Um quilo de tomate custa R$ 8,00. Qual sentença algébrica representa o valor a ser pago (P) em função da quantidade de quilos (q) comprados?

a) P = 8 + q

b) P = 8/q

c) P = 8q

d) P = q - 8

QUESTÃO 2 - Um carro se move a uma velocidade constante de 90 km/h. Qual expressão relaciona a distância percorrida (d) em quilômetros com o tempo de viagem (t) em horas?

a) d = 90/t

b) d = t/90

c) d= 90t

d) d = 90 + t

QUESTÃO 3 - Um trabalhador recebe R$ 120,00 por dia de trabalho. Qual sentença representa o salário total (S) a receber em função do número de dias trabalhados (d)?

a) S = 120.d

b) S = 120/d

c) S = d + 120

d) S = d/120

QUESTÃO 4 - Uma máquina produz 250 peças por hora. Qual é a expressão algébrica que relaciona o número total de peças produzidas (P) com o tempo de funcionamento da máquina (h) em horas?

a) P = h/250

b) P = 250+ h

c) P = 250.h

d) P = 250 – h

QUESTÃO 5 - Um veículo consome 1 litro de gasolina para percorrer 15 quilômetros. Qual sentença representa a distância total percorrida (d) em função da quantidade de litros de gasolina (L) consumida?

a) d = 15.L

b) d = 15/L

c) d = L/15

d) d = L + 15

QUESTÃO 6 - Para fazer um bolo, são necessários 3 ovos para cada 500 gramas de farinha. Qual expressão relaciona a quantidade de ovos (o) com a quantidade de farinha (f) em gramas?

a) o = 3f/500

b) o = 500f/3

c) o = 500 + 3f

d) o = 3 + 500f

QUESTÃO 7 - Uma impressora imprime 40 páginas por minuto. Qual sentença algébrica relaciona o número de páginas impressas (p) com o tempo (t) em minutos?

a) p = t/40

b) p = 40/t

c) p = 40.t

d) p = t + 40

QUESTÃO 8 - Uma torneira despeja água a uma vazão constante de 15 litros por minuto. Qual expressão representa o volume total (V) de água despejado em função do tempo (t) em minutos?

a) V = t/15

b) V = 15/t

c) V = 15.t

d) V = t + 15

QUESTÃO 9 - Em uma gráfica, o custo para imprimir uma foto é de R$ 1,50. Qual sentença relaciona o custo total (C) com o número de fotos impressas (n)?

a) C = 1,50.n

b) C = 1,50/n

c) C = n/1,50

d) C = n + 1,50

QUESTÃO 10 - Em um jogo, cada acerto vale 50 pontos. Qual expressão algébrica representa a pontuação total (P) de um jogador em função do número de acertos (a)?

a) P = 50/a

b) P = a/50

c) P = a + 50

d) P = 50.a

QUESTÃO 11 - Para percorrer uma distância de 300 km, qual sentença algébrica relaciona o tempo de viagem (t) em horas com a velocidade média (v) em km/h?

a) t = 300.v

b) t = v/300

c) t = 300/v

d) t = 300 – v

QUESTÃO 12 - Uma obra é realizada em 120 dias por um certo número de trabalhadores. Qual expressão relaciona o tempo (t) em dias para concluir a obra com o número de trabalhadores (n), considerando que o trabalho total é constante?

a) t = 120.n

b) t = n/120

c) t = 120 + n

d) t = 120/n

QUESTÃO 13 - Para encher um tanque de 1000 litros, qual sentença relaciona o tempo (t) em minutos com a vazão (v) da torneira em litros por minuto?

a) t = 1000.v

b) t = 1000/v

c) t = v/1000

d) t = 1000 – v

QUESTÃO 14 - Mantendo a temperatura constante, a pressão (P) de um gás é inversamente proporcional ao seu volume (V). Qual expressão representa essa relação? (k é a constante de proporcionalidade)

a) P = k.V

b) P =k/V

c) P = V/k

d) P = k + V

QUESTÃO 15 - Um prêmio de R$ 5.000,00 será dividido igualmente entre os ganhadores. Qual sentença relaciona o valor (V) que cada pessoa receberá com o número de ganhadores (g)?

a) V = 5000.g

b) V = g/5000

c) V = 5000/g

d) V = 5000 – g

QUESTÃO 16 - Uma pizza é dividida em um total de 8 fatias. Qual expressão relaciona o número de fatias (f) que cada pessoa come com o número de pessoas (p) que dividem a pizza igualmente?

a) f = 8.p

b) f = 8/p

c) f = p/8

d) f = 8 – p

QUESTÃO 17 - Para produzir um lote de peças, o tempo de produção (t) é inversamente proporcional ao número de máquinas (m) funcionando. Qual é a expressão que descreve essa relação? (k é a constante de trabalho total)

a) t = k.m

b) t = k – m

c) t = m/k

d) t = k/m

QUESTÃO 18 - O tempo (t) para ler um livro de 400 páginas é inversamente proporcional à velocidade de leitura (v) em páginas por hora. Qual sentença representa essa relação?

a) t = 400/v

b) t = 400.v

c) t = v/400

d) t = 400 + v

Gabarito - Habilidade EF07MA17

QUESTÃO 1 - C
QUESTÃO 2 - C
QUESTÃO 3 - A
QUESTÃO 4 - C
QUESTÃO 5 - A
QUESTÃO 6 - A
QUESTÃO 7 - C
QUESTÃO 8 - C
QUESTÃO 9 - A
QUESTÃO 10 - D
QUESTÃO 11 - C
QUESTÃO 12 - D
QUESTÃO 13 - B
QUESTÃO 14 - B
QUESTÃO 15 - C
QUESTÃO 16 - B
QUESTÃO 17 - D
QUESTÃO 18 - A

Ensino de Proporcionalidade no 8º Ano na Perspectiva das Habilidades da BNCC

Marcos Paulo Ribeiro Zark
Wagner Ferreira Lemes Junior
Márcio Urel Rodrigues

No presente capítulo apresentamos uma abordagem didática para o ensino de proporcionalidade no 8º ano do Ensino Fundamental, utilizando como base as habilidades EF08MA12 e EF08MA13 da BNCC.

Apresentamos, a seguir, no Quadro, as habilidades da BNCC envolvendo proporcionalidade para o 8º ano do Ensino Fundamental.

Quadro – Habilidades da BNCC – Proporcionalidade no 8º Ano do Ensino Fundamental

Habilidades BNCC	Objeto de Conhecimento
EF08MA12 - Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais
EF08MA13 - Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.	

Fonte: (Brasil, 2018, p. 312).

A habilidade EF08MA12 exige que os estudantes sejam capazes de: (i) Identificar a natureza da variação (direta, inversa ou não proporcional); (ii) Expressar a relação por meio de sentença algébrica; (iii) Representar no plano cartesiano.

Em relação a natureza da variação, os professores podem iniciar com a análise de tabelas e situações-problema onde os estudantes devem investigar o que acontece com uma grandeza (y) quando a outra (x) dobra, triplica ou é reduzida à metade.

- Variação Direta: A análise não para ao notar que “ambas crescem”, mas exige a verificação da constante de proporcionalidade (k = y/x).
- Variação Inversa: O foco é a constância do produto (k = x/y).
- Não Proporcional: Exploração de relações afins (y = a.x + b, com b ≠ 0), onde há uma taxa de variação constante, mas não há proporcionalidade (pois y/x não é constante e a reta não passa pela origem).

Em relação a sentença algébrica, a BNCC destaca que os estudantes devem abstrair e modelar as situações-problemas, pois a sentença algébrica (y = k.x para

DOI: 10.47573/aya.5379.2.494.7

direta e y = k/x ou x.y = k para inversa) é a verdadeira compreensão do fenômeno. Sem essa compreensão, os estudantes apenas resolvem um problema; com ela, ele entende a função subjacente.

Em relação a visualização no plano cartesiano, identificamos que a habilidade EF08MA12 da BNCC conecta a álgebra à geometria. O capítulo certamente explora como o plano cartesiano atua como uma ferramenta de verificação visual:

- Proporcionalidade Direta: Resulta em uma reta que obrigatoriamente passa pela origem (0,0).
- Proporcionalidade Inversa: Resulta em um ramo de hipérbole (no primeiro quadrante), onde se visualiza que, enquanto “x” cresce, “y” decresce, mas nunca chega a zero.
- Não Proporcional (Afim): Resulta em uma reta que não passa pela origem.

Com base na análise da habilidade EF08MA12, identificamos que a tríade (natureza, álgebra, gráfico) deve ser abordada no 8º ano do Ensino fundamental para construir a noção de função, que será formalizado no 9º ano do ensino Fundamental.

Enquanto a habilidade EF08MA12 foca no conceito, a habilidade EF08MA13 foca no procedimental “Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas”, pois destaca o uso de estratégias Variadas (além da regra de três) e a necessidade de elaboração de problemas como comprovação da compreensão dos estudantes.

Em relação as estratégias variadas, a habilidade explicita que a dependência exclusiva da regra de três, pode ser realizada sem significado, pois ela pode ser aplicada sem qualquer compreensão da natureza da variação (o estudante “monta as proporções e realiza a multiplicação cruzada” sem saber se a relação é direta ou inversa, apenas “inverte as setas” se for o caso). Além disso, as diferentes estratégias demonstram a compreensão de que:

- Redução à unidade: Descobrir o valor de “k” (quanto vale 1 unidade da grandeza “x”).
- Tabelas de valores: Utilizar o fator multiplicativo (se “x” triplicou, “y” também triplica na direta; ou “y” é dividido por 3 na inversa).
- Uso da sentença algébrica: Uma vez encontrado a constante “k” (via habilidade EF08MA12), usar a fórmula y = k.x ou y= k/x para encontrar qualquer valor.

O domínio dessas estratégias é o que diferencia o estudante que desenvolveu o Pensamento Proporcional daquele que apenas aplica um algoritmo (regra de três). Além disso, a elaboração de problemas deve ser incentivada pelos professores de Matemática para os estudantes do 8º ano do ensino fundamental. Para criar um problema de proporcionalidade (direta ou inversa) que seja coerente, o aluno precisa (i) Escolher duas grandezas; (ii) Definir a natureza da relação entre elas (ex: velocidade e tempo para uma distância fixa = inversa); (iii) Estabelecer uma constante de proporcionalidade (k); (iv) Criar um contexto (a narrativa do problema) e uma pergunta cuja resposta dependa dessa relação.

Com base no apresentado, compreendemos que o ensino de proporcionalidade no 8º ano na perspectiva das duas habilidades da BNCC propõe que os professores de Matemática não utilizem apenas um tópico (a regra de três) e realizem a introdução do pensamento funcional para os estudantes. Desta maneira, as habilidades EF08MA12 e EF08MA13, oferecem um roteiro claro que os estudantes precisam desenvolver: (i) Partir da análise de dados (tabelas) para identificar a natureza da variação; (ii) Traduzir essa natureza em linguagem algébrica (y = k.x ou y = k/x); (iii) Visualizar essa relação no plano cartesiano; (iv) Resolver problemas com múltiplas estratégias; (v) Consolidar o saber através da elaboração de novos problemas. Assim sendo, compreendemos que a BNCC não apenas orienta sobre o que ensinar, mas sobre como sequenciar o ensino para garantir que, ao final do 8º ano, os estudantes não saibam apenas realizar a aplicação mecânica de algoritmos, como a "regra de três", mas compreendam a fundo uma das ideias fundamentais da Matemática ao desenvolverem o pensamento proporcional.

Encaminhamentos Metodológicos – Habilidade BNCC - EF08MA12

Apresentamos, a seguir, no quadro, a articulação entre o descritor 9A2.1 do Novo SAEB com a habilidade da BNCC EF08MA12 envolvendo a ideia de proporcionalidade.

Quadro - Articulação Habilidade da BNCC e Descritor do SAEB – Proporcionalidade – 8º Ano

Descritor - SAEB	Habilidade BNCC	Objeto de Conhecimento
9A2.1 - Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta ou inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisões proporcionais e taxa de variação.	EF08MA12 - Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais

Fonte: Elaborado pelos Autores

Conteúdos de Aprendizagem

O plano de aula proposto busca promover o desenvolvimento integral do aluno, contemplando os conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais na perspectiva apresentada por Zabala (1998).

Conteúdos Conceituais (Saber)

- Compreender o que é grandezas diretamente proporcionais.
- Identificar grandezas inversamente proporcionais.
- Perceber grandezas não proporcionais.
- Verificar funções lineares e hiperbólicas como representações.

Conteúdos procedimentais (Saber Fazer)

- Identificar em situações práticas se há proporcionalidade.
- Formular sentenças algébricas a partir de tabelas.
- Construir gráficos no plano cartesiano.

Conteúdos Atitudinais (Saber Ser e Conviver)

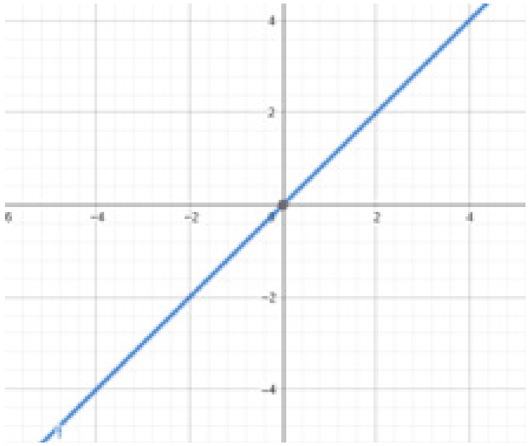
- Reconhecer a Matemática como ferramenta para compreender e resolver situações do cotidiano.
- Cooperar e dialogar em trabalhos de grupo, respeitando diferentes ideias.
- Analisar informações e relações de maneira crítica, refletindo sobre suas implicações.

Dinâmica Metodológica – Habilidade BNCC - EF08MA12

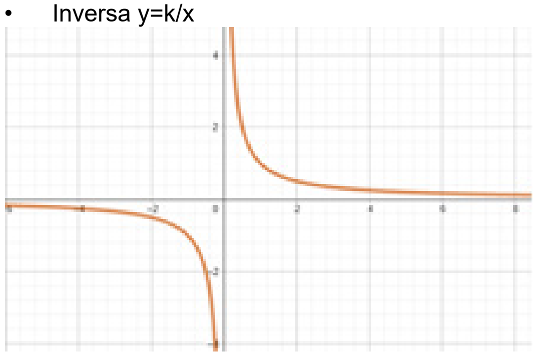
Apresentamos, a seguir uma proposta de dinâmica metodológica para ser desenvolvida a presente sequência didática em 4 horas/aulas com os alunos do 8º ano do Ensino Fundamental

Quadro 2 - Dinâmica Metodológica da Sequência Didática – Habilidade EF09MA08

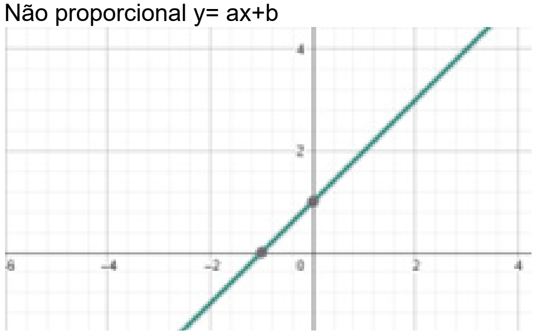
Momentos/Aulas	Atividades - Possibilidades
Aulas 1 e 2	Momento 1 - Inicie a aula propondo situações do cotidiano que envolvem proporcionalidade. Sugira perguntas como: • “Se dobrarmos a quantidade de maçãs compradas, o preço também dobra?” • “Se aumentarmos a velocidade de um carro, o tempo de viagem aumenta ou diminui?” O objetivo é ativar o conhecimento prévio dos alunos e despertar o interesse. Não se preocupe ainda em formalizar conceitos, apenas incentive que os alunos tragam hipóteses. Momento 2 – Explicação guiada: Construa tabelas simples no quadro para três tipos de situações: • Grandezas diretamente proporcionais (ex.: preço x quantidade). • Grandezas inversamente proporcionais (ex.: nº de trabalhadores x tempo de obra). • Grandezas não proporcionais (ex.: conta de água com taxa fixa + consumo). Mostre passo a passo como identificar o padrão nas tabelas e em seguida escreva a sentença algébrica correspondente: • Direta $y= kx$



• Inversa y=k/x



Não proporcional y= ax+b



Ao desenhar no quadro o gráfico de cada caso, explique que o gráfico é uma "fotografia visual" da relação: reta pela origem (direta), curva decrescente (inversa), reta que não passa na origem (não proporcional).

Momento 3 - Prática em grupo
Divida a turma em pequenos grupos e entregue 3 problemas (um de cada tipo). Peça que façam a tabela, escrevam a sentença e representem no gráfico. Enquanto circula pela sala, observe se os alunos estão apenas aplicando fórmulas ou se compreendem o "porquê" da relação.

	Momento 4 - Fechamento Peça a cada grupo que compartilhe uma resposta em voz alta. Reforce a diferença entre os três tipos de variação. Se houver tempo, proponha uma reflexão: “Na vida real, vocês acham que todas as situações seguem exatamente uma dessas três relações?”
Atividade para Casa - opcional	Solicite que cada aluno traga um exemplo do cotidiano que envolva grandezas proporcionais (diretas ou inversas).
Aulas 3 e 4	Momento 1 - Comece retomando os exemplos trazidos pelos alunos como lição de casa. Classifique-os coletivamente: diretos, inversos ou não proporcionais. Momento 2 – Distribua problemas contextualizados (dos mais simples aos mais complexos). Oriente que sejam resolvidos em duplas para estimular a troca de ideias. Momento 3 – Proponha uma situação problema que envolva uma relação direta e outra inversa. Peça que cada aluno resolva individualmente, com tabela e gráfico. Momento 4 – Finalize a sequência pedindo aos alunos que comparem as três representações (tabela, fórmula e gráfico) e expliquem, em suas palavras, como identificar se duas grandezas são proporcionais ou não. Esse momento garante a metacognição (o aluno pensando sobre o que aprendeu).

Fonte: Elaborado pelos Autores

Materiais e Recursos Didáticos

- Quadro/lousa, pincel e Geogebra
- Papel milimetrado ou caderno quadriculado.

Avaliação de Aprendizagem

Para a avaliação do pensamento proporcional, os professores devem entender como os estudantes pensam, que estratégias utilizam e de que forma conseguem justificar suas soluções. Por isso, a avaliação será contínua e voltada para o processo de aprendizagem, por meio de diferentes instrumentos conforme consta no quadro, a seguir:

Instrumentos	Descrição
Observação direta	Acompanhar como o aluno organiza suas ideias, participa das discussões e utiliza recursos para resolver os problemas
Registro escrito	Analisar anotações, cálculos e justificativas no caderno ou nas folhas de atividades, observando clareza e consistência no raciocínio.
Trabalho em grupo	Perceber a cooperação, o diálogo e a capacidade de argumentar entre os colegas durante a resolução das atividades.
Análise de percurso	Incentivar o aluno a explicar, oralmente ou por escrito, como chegou à resposta, destacando as estratégias utilizadas e os desafios enfrentados.

Situações-Problemas – Habilidade EF08MA12

QUESTÃO 1 - Uma loja vende camisetas por R$ 50,00 cada. Um cliente comprou 2 camisetas e pagou R$ 100,00. Essa situação é proporcional?

a) Sim, porque o preço aumenta proporcionalmente ao número de camisetas.

b) Sim, porque quanto mais camisetas, mais desconto.

c) Não, porque o preço não depende da quantidade.

d) Não, porque deveria ser R$ 90,00.

QUESTÃO 2 - A conta de água de uma casa aumenta R$ 10,00 a cada mês, independentemente do consumo. Isso significa que:

a) A conta é proporcional ao tempo.

b) A conta aumenta sempre proporcionalmente ao consumo.

c) O aumento não é proporcional, pois é fixo.

d) O aumento depende do número de moradores.

QUESTÃO 3 - Qual a natureza da variação entre a idade (i) e a altura

(a) de uma pessoa ao longo de sua vida?

a) Diretamente proporcionais

b) Inversamente proporcionais

c) Não proporcionais

d) Proporcionais com constante negativa

QUESTÃO 4 - Um carro consome, em média, 1 litro de gasolina para percorrer 12 km. Qual sentença algébrica relaciona o volume de gasolina consumido (L) e a distância percorrida (d)?

a) d = 12L

b) L = 12d

c) d = L/12

d) Não há relação proporcional.

QUESTÃO 5 - Uma pizza será dividida igualmente entre um grupo de amigos (n). Qual a relação entre o número de amigos e a fração da pizza (f) que cada um receberá?

a) Diretamente proporcionais, f = n/8

b) Inversamente proporcionais, f = 1/n

c) Não proporcionais, f = 1 – n

d) Diretamente proporcionais, f = n

QUESTÃO 6 - Um serviço de streaming cobra uma mensalidade fixa de R$ 39,90, independentemente do número de horas assistidas. Qual a relação entre as horas assistidas (h) e o valor pago por mês (P)?

a) Diretamente proporcionais

b) Inversamente proporcionais

c) Não proporcionais

d) A relação é $P = 39{,}90h$

QUESTÃO 7 - Uma máquina produz 50 peças por hora. Qual o gráfico que melhor representa a relação entre o tempo de trabalho da máquina (t) e o número de peças produzidas (p)?

a) Uma parábola com a concavidade para cima.

b) Uma reta que passa pela origem.

c) Uma reta que não passa pela origem.

d) Uma hipérbole.

QUESTÃO 8 - A relação entre a medida do lado (l) de um quadrado e sua área (A) é:

a) Diretamente proporcional, pois se o lado aumenta, a área também aumenta.

b) Inversamente proporcional

c) Não proporcional, pois a área é dada por $A = l^2$.

d) Diretamente proporcional, com $A = 4l$.

QUESTÃO 9 - Para encher um tanque, 5 torneiras de mesma vazão levam 4 horas. Se o número de torneiras (T) variar, o tempo (h) para encher o mesmo tanque também irá variar. Qual a sentença que relaciona T e h?

a) $h = 0{,}8T$

b) $T = 4h$

c) $h = 20/T$

d) $h = T + 1$

QUESTÃO 10 - Um táxi cobra R$ 5,00 pela bandeirada (valor fixo) mais R$ 2,50 por quilômetro rodado (d). A relação entre o valor total da corrida (V) e a distância percorrida é:

a) Diretamente proporcional.

b) Inversamente proporcional.

c) Não proporcional, expressa por $V = 5 + 2{,}50d$.

d) Não proporcional, expressa por $V = 7{,}50d$.

QUESTÃO 11 - Uma loja oferece 20% de desconto em todos os seus produtos. Qual a relação entre o preço original (P) e o valor do desconto (D)?

a) Diretamente proporcional, D = 0,20P

b) Inversamente proporcional, D = P/20

c) Não proporcional, D = P – 20

d) Diretamente proporcional, P = 0,20D

QUESTÃO 12 - Um soro fisiológico é administrado a uma taxa constante de 15 gotas por minuto. A relação entre o número de gotas (g) e o tempo em minutos (t) é:

a) Inversamente proporcional, g = t/15

b) Diretamente proporcional, g = 15t

c) Não proporcional, g = t + 15

d) Diretamente proporcional, t = 15g

QUESTÃO 13 - Uma piscina com capacidade para 30.000 litros está sendo esvaziada. Qual a relação entre a vazão (v), em litros por hora, da bomba de esvaziamento e o tempo (t), em horas, para esvaziá-la completamente?

a) Diretamente proporcionais, t = 30000v

b) Inversamente proporcionais, v.t = 30000

c) Não proporcionais, v = 30000 – t

d) Inversamente proporcionais, v/t = 30000

QUESTÃO 14 - Uma vela de 20 cm de altura queima a uma taxa constante de 2 cm por hora. Qual a relação entre a altura da vela (h) e o tempo (t) em que ela está acesa?

a) Diretamente proporcional, h = 2t

b) Inversamente proporcional, h = 20/t

c) Não proporcional, h = 20 - 2t

d) Não proporcional, h = 20 + 2t

QUESTÃO 15 - O tempo (t) para baixar um arquivo de tamanho fixo da internet varia com a velocidade da conexão (v). Que tipo de relação é essa?

a) Diretamente proporcional.

b) Não proporcional.

c) A relação depende do tamanho do arquivo.

d) Inversamente proporcional.

QUESTÃO 16 - Em uma padaria, o preço de um pão francês é R$ 0,75. Qual a relação entre a quantidade de pães comprados (q) e o valor total a pagar (V)?

a) Inversamente proporcionais, V = 0,75/q

b) Diretamente proporcionais, V = 0,75q

c) Não proporcionais, V = q + 0,75

d) Diretamente proporcionais, q = 0,75V

QUESTÃO 17 - Para percorrer uma distância de 240 km, um carro leva um determinado tempo (t) a uma certa velocidade média (v). Qual a relação entre a velocidade e o tempo para realizar este percurso?

a) Diretamente proporcionais, v = 240t

b) Não proporcionais, v = t – 240

c) Inversamente proporcionais, v = 240/t

d) Inversamente proporcionais, t = v/240

QUESTÃO 18 - Uma padaria vende pão de queijo por R$ 2,50 a unidade. Para facilitar os pedidos, o gerente montou uma tabela que relaciona a quantidade de pães de queijo com o preço a pagar. Qual sentença algébrica representa o preço a pagar (P) em função da quantidade de pães de queijo (q) e qual a natureza da variação entre essas duas grandezas?

a) P = 2,50 +q As grandezas são não proporcionais.

b) P. q = 2,50 As grandezas são inversamente proporcionais.

c) P = 2,50.q As grandezas são diretamente proporcionais.

d) P = q/2,50 As grandezas são diretamente proporcionais.

Gabaritos – Habilidade EF08MA12

QUESTÃO 1 – A
QUESTÃO 2 – C
QUESTÃO 3 – C
QUESTÃO 4 – A
QUESTÃO 5 – B
QUESTÃO 6 – C
QUESTÃO 7 – B
QUESTÃO 8 – C
QUESTÃO 9 – C
QUESTÃO 10 – C
QUESTÃO 11 – A
QUESTÃO 12 – B
QUESTÃO 13 – B
QUESTÃO 14 – C
QUESTÃO 15 – D
QUESTÃO 16 – B
QUESTÃO 17 – C
QUESTÃO 18 – C

Encaminhamentos Metodológicos – Habilidade BNCC - EF08MA13

Apresentamos, a seguir, no quadro, a articulação entre o descritor 9A2.1 do Novo SAEB com a habilidade da BNCC EF08MA13 envolvendo a ideia de proporcionalidade.

Quadro – Articulação Habilidade da BNCC e Descritores do SAEB – ideia de Proporcionalidade

Descritor - SAEB	Habilidade BNCC	Objeto de Conhecimento
9A2.1 - Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta ou inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisões proporcionais e taxa de variação.	EF08MA13 - Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais

Fonte: Elaborado pelos autores

Para o desenvolvimento desta habilidade da BNCC, os professores devem trabalhar com situações-problemas que tratam da variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais

Conteúdos de Aprendizagem

Este plano de aula visa ao desenvolvimento integral do aluno, contemplando os Conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais na perspectiva apresentada por Zabala (1998).

Conteúdos Conceituais (Saber)

- Compreender a variação entre grandezas e a ideia de covariação.
- Reconhecer proporcionalidade direta, inversa e não proporcional.
- Entender taxa de variação e interpretar suas unidades.
- Compreender escala como razão de semelhança.
- Estabelecer correspondências entre tabelas, gráficos e expressões.

Conteúdos Procedimentais (Saber Fazer)

- Classificar situações de proporcionalidade (direta, inversa, não proporcional).
- Construir tabelas e gráficos, identificando o fator constante.
- Resolver problemas de escala e de taxa de variação.
- Elaborar e resolver problemas contextualizados.

Conteúdos Atitudinais (Saber Ser e Conviver)

- Desenvolver confiança para utilizar a matemática em situações cotidianas.
- Valorizar o trabalho em equipe e a troca de ideias.
- Demonstrar criticidade ao analisar problemas práticos (tarifas, escalas, rateios).
- Comunicar ideias matemáticas com clareza e fundamentação.

Dinâmica Metodológica da Sequência Didática – Habilidade EF08MA13

Apresentamos, a seguir uma proposta de dinâmica metodológica para ser desenvolvida a presente sequência didática em 4 horas/aulas com os alunos do 8º ano do Ensino Fundamental

Quadro – Dinâmica Metodológica da Sequência Didática – Habilidade EF08MA013

Momentos/ Aulas	Atividades - Possibilidades
Aulas 1 e 2	Momento 1 – Sondagem Inicial O professor apresentará 3 a 4 itens breves para classificação, solicitando que os estudantes indiquem se a situação representa proporcionalidade direta, inversa ou não proporcional. Será obrigatória uma justificativa curta (1 a 2 frases), de modo a explicitar o raciocínio. Exemplos de Itens para o Quadro: • “Se dobramos o número de porções do bolo, o que acontece com a quantidade de farinha?” • “Se dobramos o número de confeiteiros decorando o mesmo bolo, o tempo total de decoração aumenta ou diminui?” • “Preço de entrega = taxa fixa + valor por quilômetro: ao dobrar a distância, o preço dobra?” Momento 2 – Discussão conceitual do objeto de conhecimento O professor conduzirá uma discussão inicial explorando situações do dia a dia, estimulando os alunos a identificarem e classificarem os casos de proporcionalidade. Essa conversa funcionará como ponte entre os saberes prévios e o conteúdo matemático formal. Proporcionalidade Direta: preparo de uma receita (se dobrar os ingredientes, dobra-se o rendimento). Modelo: $y=kx$ Gráfico: reta passando pela origem. Proporcionalidade Inversa: produção em um forno (quanto mais fornos, menor o tempo). Modelo: $xy=k$ Gráfico: hipérbole. Não Proporcional: cobrança de energia ou corrida de táxi (taxa fixa + valor variável). Modelo: $y=kx+b$ Gráfico: reta que não passa pela origem.

	Momento 3 – Registro/avaliação Ao final da atividade, será elaborado coletivamente um quadro-síntese no quadro ou em cartaz, organizado em três colunas (Direta, Inversa e Não Proporcional), contendo: • Exemplos cotidianos. • Modelo matemático. • Representação gráfica. O professor questionará os estudantes sobre o que compreenderam em cada caso, incentivando que eles verbalizem com suas próprias palavras os significados construídos.
Aulas 3 e 4	Momento 1 – Escala e Semelhança em utensílios/embalagens O professor apresenta dois utensílios reais (ex.: formas de bolo de 20 cm e 30 cm de diâmetro) ou mostra um molde impresso em escala (ex.: desenho de embalagem com escala 1:2). O professor apresenta dois utensílios reais (ex.: formas de bolo de 20 cm e 30 cm de diâmetro) ou mostra um molde impresso em escala (ex.: desenho de embalagem com escala 1:2). Problematizações: • “Se esta forma tem 20 cm de diâmetro e a outra 30 cm, a área também é 1,5 vez maior?” • “Se ampliamos o comprimento em 150%, o que acontece com a área?” • “Dobrar o lado de um quadrado dobra a área?” Momento 2 – Divisão Proporcional (direta e inversa) O professor poderá propor aos estudantes uma situação de rateio direto relacionada a investimentos. Por exemplo: três colegas contribuem com R$ 100, R$ 150 e R$ 250 para a compra de ingredientes, totalizando R$ 500. O lucro obtido é de R$ 600, que deve ser repartido proporcionalmente ao valor investido. A razão entre os aportes é 100:150:250, simplificada para 2:3:5. Assim, o rateio é calculado da seguinte forma: • R$ 600 × (2/10) = R$ 120 • R$ 600 × (3/10) = R$ 180 • R$ 600 × (5/10) = R$ 300 Na sequência, o professor pode apresentar uma situação de rateio inverso, em que a distribuição ocorre de forma contrária à grandeza envolvida. Por exemplo: três alunos realizam a decoração de uma mesma bandeja de cupcakes em 6, 8 e 12 minutos, respectivamente. O prêmio de R$ 1.260 deve ser repartido de forma inversamente proporcional ao tempo de execução, isto é, quanto menor o tempo, maior a parcela recebida. Calculando os pesos: • 1/6 = 0,166… → razão equivalente a 4 • 1/8 = 0,125 → razão equivalente a 3 • 1/12 = 0,083… → razão equivalente a 2 Logo, os pesos formam a proporção 4:3:2, que totaliza 9 partes. O rateio é: • R$ 1.260 × (4/9) = R$ 560 • R$ 1.260 × (3/9) = R$ 420 • R$ 1.260 × (2/9) = R$ 280

	O professor deve orientar os alunos a justificar por que se trata de uma proporcionalidade direta ou inversa, e pode estimular a utilização de diferentes estratégias de resolução (cálculo unitário, uso de razões ou regra de três com explicitação). Momento 4 – Produção Autoral e Avaliação • Produção: em duplas, elaborar um problema original (direta ou inversa) no contexto do bolo, incluindo unidades e as três representações: tabela, gráfico e lei (y=kx ou y=kx+b). • Troca entre pares: resolver e dar feedback (clareza do enunciado, coerência de unidades, justificativa do tipo).

Fonte: Elaborado pelos Autores

Materiais e Recursos Didáticos

Consideramos fundamental os professores diversificarem os materiais e recursos didáticos para tornar as aulas mais dinâmicas e atender a diferentes ritmos de aprendizagem dos alunos.

- Quadro/projetor
- folhas quadriculadas e de registro
- calculadoras
- cartolina para pôsteres

Avaliação da Aprendizagem

A avaliação do Pensamento Proporcional não deve se restringir à conferência de respostas corretas. É fundamental considerar o processo de resolução, as estratégias mobilizadas e a capacidade de argumentação dos estudantes, valorizando tanto os acertos quanto as tentativas e justificativas apresentadas. Nesse sentido, propomos uma avaliação processual e formativa, realizada de maneira contínua ao longo da sequência, a partir dos seguintes instrumentos:

Instrumentos	Descrição
Observação em sala de aula	Acompanhamento das interações, das justificativas verbais e da participação dos estudantes durante a realização das atividades.
Registros escritos	Análise das tabelas, gráficos e resoluções produzidas pelos alunos, verificando se conseguem articular representações diferentes para o mesmo problema.
Elaboração de situações-problemas	Criação de situações autorais pelos estudantes, que evidenciem a compreensão da proporcionalidade direta, inversa ou não proporcional.
Situações--problema avaliativas	Aplicação de questões de verificação da aprendizagem, em que os estudantes devem identificar o tipo de proporcionalidade envolvida, selecionar estratégias adequadas e justificar a coerência das soluções.

Situações-Problemas – Habilidade EF08MA13

Apresentamos na presente sequência didática, 18questões contextualizadas, que auxiliam o professor a explorar, com os alunos a ideia de Proporcionalidade no 8º ano do Ensino Fundamental.

1. Um carro percorre 240 km em 4 horas. Mantendo a mesma velocidade, quantos quilômetros percorrerá em 7 horas?

QUESTÃO 1 - Uma impressora imprime 150 páginas em 5 minutos. Quantas páginas ela imprimirá em 12 minutos, mantendo a mesma velocidade?

a) 300 páginas

b) 360 páginas

c) 450 páginas

d) 600 páginas

QUESTÃO 2 - Para fazer um bolo para 10 pessoas, são necessários 400g de farinha de trigo. Quantos gramas de farinha seriam necessários para fazer um bolo para 15 pessoas?

a) 500g

b) 550g

c) 600g

d) 800g

QUESTÃO 3 - Uma torneira despeja 20 litros de água por minuto e leva 3 horas para encher uma piscina. Se a vazão da torneira fosse de 30 litros por minuto, quanto tempo levaria para encher a mesma piscina?

a) 1 hora

b) 1,5 horas

c) 2 horas

d) 4,5 horas

QUESTÃO 4 - Se 5 pacotes de biscoito custam R$ 12,50, qual será o preço de 8 pacotes do mesmo biscoito?

a) R$ 18,00

b) R$ 20,00

c) R$ 22,50

d) R$ 25,00

QUESTÃO 5 - Três máquinas idênticas produzem 900 peças em um dia. Se duas dessas máquinas quebrassem, quantas peças seriam produzidas em um dia pela máquina restante?

a) 300 peças

b) 150 peças

c) 450 peças

d) 600 peças

QUESTÃO 6 - Um agricultor colhe 20 caixas de laranjas em 4 horas. Quantas caixas ele colherá em 6 horas, mantendo o mesmo ritmo?

a) 25 caixas

b) 30 caixas

c) 35 caixas

d) 40 caixas

QUESTÃO 7 - Um estoque de ração alimenta 15 cavalos durante 10 dias. Se 5 cavalos forem vendidos, para quantos dias o mesmo estoque de ração será suficiente?

a) 12 dias

b) 15 dias

c) 20 dias

d) 30 dias

QUESTÃO 8 - Seis pintores levam 8 dias para pintar uma casa. Quantos pintores seriam necessários para pintar a mesma casa em apenas 4 dias?

a) 8 pintores

b) 10 pintores

c) 12 pintores

d) 16 pintores

QUESTÃO 9 - Com um litro de suco concentrado, é possível fazer 5 litros de refresco. Quantos litros de suco concentrado são necessários para fazer 30 litros de refresco?

a) 6 litros

b) 5 litros

c) 4 litros

d) 7 litros

QUESTÃO 10 - Um carro consome 1 litro de gasolina para percorrer 12 km. Quantos litros de gasolina serão consumidos para percorrer 180 km?

a) 10 litros

b) 12 litros

c) 15 litros

d) 18 litros

QUESTÃO 11 - Uma vela de 20 cm de altura leva 4 horas para queimar completamente. Se uma vela do mesmo material, mas com 30 cm de altura, for acesa, quanto tempo ela levará para queimar completamente?

a) 5 horas

b) 6 horas

c) 7 horas

d) 8 horas

QUESTÃO 12 - Para encher um tanque, 5 torneiras idênticas levam 90 minutos. Se utilizarmos apenas 3 dessas torneiras, quanto tempo levará para encher o mesmo tanque?

a) 120 minutos

b) 135 minutos

c) 150 minutos

d) 180 minutos

QUESTÃO 13 - Uma roda dá 40 voltas em 2 minutos. Quantas voltas ela dará em 7 minutos?

a) 100 voltas

b) 120 voltas

c) 140 voltas

d) 160 voltas

QUESTÃO 14 - Um grupo de 8 amigos tem comida suficiente para 6 dias em um acampamento. Se mais 4 amigos se juntarem ao grupo, para quantos dias a comida será suficiente, considerando a mesma porção por pessoa?

a) 3 dias

b) 4 dias

c) 5 dias

d) 9 dias

QUESTÃO 15 - Para digitar um trabalho, 2 digitadores levaram 6 horas. Se fossem 3 digitadores com a mesma capacidade, em quanto tempo o trabalho seria concluído?

a) 3 horas

b) 4 horas

c) 5 horas

d) 9 horas

QUESTÃO 16 - Se 3 kg de batata custam R$ 9,60, quanto custarão 5 kg de batata?

a) R$ 12,80

b) R$ 14,40

c) R$ 15,00

d) R$ 16,00

QUESTÃO 17 - Uma pizzaria utiliza 800 g de farinha para fazer 4 pizzas. Quantos gramas de farinha serão necessários para preparar 10 pizzas?

A) 1.500 g

B) 1.800 g

C) 2.000 g

D) 2.200 g

QUESTÃO 18 - Um grupo de 8 amigos gastou R$ 240,00 em um jantar, dividindo igualmente a conta. Se o grupo tivesse apenas 6 amigos, quanto cada um pagaria?

A) R$ 30,00

B) R$ 35,00

C) R$ 45,00

D) R$ 40,00

Gabaritos – Habilidade EF08MA13

QUESTÃO 1 - B
QUESTÃO 2 - C
QUESTÃO 3 - C
QUESTÃO 4 - B
QUESTÃO 5 - A
QUESTÃO 6 - B
QUESTÃO 7 - B
QUESTÃO 8 - C
QUESTÃO 9 - A
QUESTÃO 10 - C
QUESTÃO 11 - B
QUESTÃO 12 - C
QUESTÃO 13 - C
QUESTÃO 14 - B
QUESTÃO 15 - B
QUESTÃO 16 - D
QUESTÃO 17 - C
QUESTÃO 18 - D

Capítulo 08

Ensino de Proporcionalidade no 9º Ano na Perspectiva das Habilidades da BNCC

João Victor Alves Frota
Weverlly Franciely da Silva Almeida
Márcio Urel Rodrigues

No 9º ano do Ensino Fundamental, o conceito de proporcionalidade é fundamental para a formação matemática dos estudantes, servindo como uma ponte entre o pensamento aritmético e o desenvolvimento do pensamento algébrico funcional. Historicamente, o ensino de proporcionalidade tem sido frequentemente reduzido à aplicação mecânica de algoritmos, como a "regra de três", um procedimento que, embora possa levar a respostas corretas em problemas padronizados, limita a compreensão conceitual do que é o pensamento proporcional.

Neste capítulo destacamos a necessidade de uma abordagem pedagógica centralizada na produção de significados para trabalhar com a proporcionalidade no 9º ano do Ensino Fundamental, conforme orientado pelas habilidades (EF09MA07) e (EF09MA08) da BNCC, pois compreendemos que apenas através dessa perspectiva os estudantes desenvolverão o letramento matemático necessário para interpretar o mundo de forma crítica.

Apresentamos, a seguir, no Quadro, as habilidades da BNCC envolvendo proporcionalidade para o 9º ano do Ensino Fundamental.

Quadro – Habilidades da BNCC – Proporcionalidade no 9º Ano do Ensino Fundamental

Habilidades BNCC	Objeto de Conhecimento
(EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.	Razão entre grandezas de espécies diferentes
(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.	Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais

Fonte: (Brasil, 2018, p. 317).

Na habilidade (EF09MA07), o foco não é apenas a divisão de dois números, mas sim a interpretação, pois quando um estudante o calcula a densidade demográfica, ele não está apenas encontrando um "número"; ele está construindo um significado para a taxa "habitantes por quilômetro quadrado". Compreender a velocidade média (km/h) como uma taxa de variação constante em um modelo, e

DOI: 10.47573/aya.5379.2.494.8

não apenas como: $\frac{Distância}{Tempo}$ é o que permitirá aos estudantes analisarem criticamente a viabilidade de uma viagem ou a eficiência de um transporte. Já na habilidade (EF09MA08) o foco da BNCC está na “elaboração de problemas” e nos “contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas”. Na nossa visão esse é o ponto mais crítico do problema.

No 9º ano do ensino Fundamental, ensinar proporcionalidade na perspectiva da BNCC significa, portanto, fazer com que o aluno investigue três aspectos:

O primeiro aspecto é a natureza da relação, quando o professor questiona: O que acontece com o tempo de uma obra se eu dobrar o número de trabalhadores (inversa)? O que acontece com o custo total se eu comprar o triplo de um produto (direta)?

O segundo aspecto é a aplicação contextual, quando o professor questiona: como a escala de um mapa (ambiental) nos ajuda a entender o desmatamento? Como a divisão de lucros de uma cooperativa (sociocultural) reflete a justiça proporcional?

O terceiro aspecto é a modelagem, quando o aluno analisa a taxa de variação do crescimento de uma planta ou o consumo de combustível de um veículo, ele está usando a proporcionalidade como um conceito para modelar o mundo real.

O 9º ano do Ensino Fundamental é o momento de consolidar a diferença fundamental entre uma relação aditiva (tenho 10 anos a mais que você) e uma relação multiplicativa (tenho o dobro da sua idade), que é a essência da proporcionalidade. Quando o ensino se foca apenas na “regra de três”, os estudantes frequentemente não identificam que quando uma situação é, de fato, proporcional. Ele tenta aplicar o algoritmo em situações aditivas ou em relações não lineares, demonstrando a fragilidade de seu aprendizado. Portanto, neste capítulo argumentamos que o papel do professor de Matemática do 9º ano é o de ser um organizador de situações-problema significativas. O ensino de escalas, taxas de variação e divisões proporcionais, pautado pelas habilidades (EF09MA07) e (EF09MA08), deve ser a ferramenta pela qual o estudante deixa de ser um mero calculista para se tornar um leitor de mundo, capaz de identificar, analisar e modelar as inúmeras relações de proporcionalidade que governam os fenômenos naturais, sociais e econômicos. A “regra de três” deve ser a consequência do entendimento da relação, e não o ponto de partida.

Encaminhamentos Metodológicos – Habilidade BNCC - EF09MA07

Apresentamos, a seguir, no Quadro, a articulação entre o descritor 9A2.1 do Novo SAEB com a habilidade da BNCC EF09MA07 envolvendo proporcionalidade nos 9º anos do Ensino Fundamental.

Quadro – Articulação Habilidade da BNCC e Descritores do SAEB – ideia de Proporcionalidade

Descritores - SAEB	Habilidade BNCC	Objeto de Conhecimento
9A2.1 - Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta ou inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisões proporcionais e taxa de variação.	EF09MA07 - Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.	Razão entre grandezas de espécies diferentes

Fonte: Elaborado pelos autores

Conteúdos de Aprendizagem

O objetivo principal da Habilidade EF09MA07 é que os estudantes sejam capazes de resolver problemas (habilidade procedimental) com base na compreensão dos conceitos (habilidade conceitual) de velocidade e densidade, valorizando a aplicação da matemática no cotidiano (habilidade atitudinal).

Conteúdos Conceituais (Saber)

- Compreender o que é uma “grandeza” (distância, tempo, área, população).
- Definir “razão” como uma comparação pela divisão (a/b).
- Conceituar “razão entre grandezas de espécies diferentes” como uma taxa que cria uma nova grandeza (ex: km e hora criam km/h).
- Definir formalmente Velocidade Média ($Vm = \Delta S / \Delta t$).
- Definir formalmente Densidade Demográfica (D = População/ Área)

Conteúdos Procedimentais (Saber Fazer)

- Identificar as grandezas envolvidas em um problema (dados e incógnitas).
- Montar corretamente a estrutura da razão (fração) para cada situação (velocidade ou densidade).
- Realizar os cálculos de divisão necessários para encontrar a taxa.
- Interpretar e expressar corretamente a unidade de medida resultante (ex: km/h, hab/km²).
- Aplicar os conceitos para resolver situações-problema do cotidiano.

Conteúdos Atitudinais (Saber Ser e Conviver)

- Valorizar a precisão e o rigor na leitura do problema, na montagem dos cálculos e na expressão das unidades.
- Desenvolver persistência na busca pela solução de problemas, testando diferentes abordagens se necessário.

- Demonstrar curiosidade sobre como a matemática é usada para descrever fenômenos do mundo real (trânsito, geografia, urbanismo).
- Colaborar com os colegas na discussão e resolução de problemas, respeitando diferentes formas de pensar.

Dinâmica Metodológica da Sequência Didática – Habilidade EF09MA07

Apresentamos, a seguir uma proposta de dinâmica metodológica para ser desenvolvida a presente sequência didática em 6 horas/aulas com os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental

Quadro – Dinâmica Metodológica da Sequência Didática – Habilidade EF09MA07

Aulas	Atividades - Possibilidades
Aulas 1 e 2	Momento 1: Sensibilização e Ativação- (Foco Atitudinal e Conceitual) Pergunta Disparadora: O professor inicia a aula com perguntas para “ativar” o conhecimento prévio dos estudantes: • “Se eu disser que viajei 200 km, isso foi rápido ou devagar?” (Os alunos devem perceber que falta o tempo). • “O que vocês acham que significa quando um jornal diz que uma cidade é ‘densamente povoada’?” (Leva à ideia de muitas pessoas em pouco espaço). Conexão: O professor explica que, em ambos os casos, estamos comparando duas coisas diferentes (distância e tempo; pessoas e área) e que a matemática chama isso de “razão entre grandezas de espécies diferentes”
	Momento 2: Construção Conceitual - (Foco Conceitual) O professor formaliza os conceitos no quadro: • Conceito 1: Velocidade Média - ($Vm = \Delta S / \Delta t$). É a razão entre a distância percorrida e o intervalo de tempo. • Conceito 2: Densidade Demográfica (D = População/ Área). É a razão entre o número de habitantes (População) e a área do local.
Aulas 3 e 4	Momento 3: Prática Guiada - (Foco Procedimental) O professor resolve um problema de cada tipo no quadro, passo a passo, enfatizando o “saber fazer”: • Passo 1: Ler e identificar as grandezas. • Passo 2: Escolher a fórmula correta. • Passo 3: Montar a razão (substituir os valores). • Passo 4: Calcular e (MUITO IMPORTANTE) escrever a unidade de medida (km/h) correta.
	Momento 4: Resolução das situações-problemas - (Foco Procedimental e Atitudinal) Os alunos, em duplas (para fomentar o atitudinal de colaboração), recebem uma lista de problemas que misturam os dois conceitos e exigem a habilidade (EF09MA07).

Aulas 5 e 6	Momento 5: Correção e Discussão - (Foco Conceitual, Procedimental e Atitudinal) O professor não apenas corrige os resultados, mas pede que as duplas expliquem como fizeram (foco no procedimento). O professor faz perguntas de reflexão (foco atitudinal): “Por que é importante para um prefeito saber a densidade demográfica do seu município?” (Respostas esperadas: para planejar escolas, hospitais, transporte). “Por que saber a velocidade média é útil para o Detran ou para um motorista de aplicativo?”
	Momento 6: verificação da aprendizagem e fechamento O professor apresenta 2 ou 3 questões em uma folha para a verificação da aprendizagem. Para finalizar, ele reforça que a matemática não é sobre fórmulas, mas sobre criar ferramentas (conceitos) para ler e entender o mundo

Fonte: Elaborado pelos Autores

Materiais e Recursos Didáticos

- Quadro (lousa), giz ou pincel.
- Projetor (opcional, para mostrar imagens de trânsito ou mapas de densidade).
- Lista de situações-problemas impressa.
- Calculadora (pode ser liberada para focar na montagem do problema e interpretação, e não na aritmética).

Avaliação da Aprendizagem

A avaliação será formativa e contínua, observando os conteúdos de Aprendizagem explicitados por de Zabala durante as aulas, conforma consta no quadro a seguir:

Instrumentos	Descrição
Avaliação Conceitual:	Verificar se os estudantes respondem corretamente às perguntas do Momento 1? Verificar se os estudantes conseguem diferenciar velocidade de densidade nas discussões?
Avaliação Procedimental	Verificar se os estudantes conseguem montar as razões corretamente nos exercícios em dupla (Momento 4)? Verificar se os estudantes lembram de incluir a unidade de medida correta (km/h, hab/km²) na resposta? Verificar se os estudantes conseguem resolver os problemas inversos (Desafio 3 e 4)?

Avaliação Atitudinal	Verificar se os estudantes demonstram persistência ao encontrar um problema difícil (como o da conversão de tempo)? Verificar se os estudantes colaboram entre si, (Momento 5), ouvindo e explicando seu raciocínio? Verificar se os estudantes participam da discussão final (Momento 6), conectando o conteúdo com a realidade?

Situações-Problemas – Habilidade EF09MA17

QUESTÃO 1 - Um carro de corrida percorre uma distância de 450 km em 2,5 horas. Qual é a velocidade média do carro nesse percurso?

a) 150 km/h

b) 180 km/h

c) 200 km/h

d) 225 km/h

QUESTÃO 2 - Um carro, a uma velocidade média de 90 km/h, faz um percurso em 4 horas. Se a velocidade média fosse de 120 km/h, em quanto tempo o mesmo percurso seria feito?

a) 2,5 horas

b) 3 horas

c) 3,5 horas

d) 5 horas

QUESTÃO 3 - Um avião voando a 800 km/h leva 3 horas para ir da cidade A para a cidade B. Se na volta, devido a condições climáticas, a velocidade foi reduzida para 600 km/h, quanto tempo durou o voo de volta?

a) 3,5 horas

b) 4 horas

c) 4,5 horas

d) 5 horas

QUESTÃO 4 - Um ciclista mantém uma velocidade média de 25 km/h. Quanto tempo ele levará para percorrer 100 km?

a) 3 horas

b) 3,5 horas

c) 4 horas

d) 5 horas

QUESTÃO 5 - Uma família viaja de carro de São Paulo a Belo Horizonte, uma distância de aproximadamente 586 km. Se a viagem durou 7 horas, qual foi a velocidade média aproximada do veículo?

a) 75,3 km/h

b) 80,1 km/h

c) 83,7 km/h

d) 90,5 km/h

QUESTÃO 6 - Um trem-bala viaja a uma velocidade média de 300 km/h. Se a distância entre duas cidades é de 750 km, em quanto tempo o trem fará o percurso?

a) 2 horas

b) 2 horas e 30 minutos

c) 2 horas e 45 minutos

d) 3 horas

QUESTÃO 7 - Um maratonista corre a uma velocidade média de 12 km/h. Se ele correu por 3 horas e 15 minutos, qual foi a distância total percorrida?

a) 38 km

b) 39 km

c) 40 km

d) 42 km

QUESTÃO 8 - Dois carros partem da mesma cidade em direções opostas. O carro A viaja a 90 km/h e o carro B a 110 km/h. Após 2 horas, qual será a distância entre eles?

a) 200 km

b) 300 km

c) 400 km

d) 500 km

QUESTÃO 9 - Um ônibus percorre 60 km da sua viagem a 80 km/h e os próximos 90 km a 60 km/h. Qual o tempo total da viagem?

a) 2 horas e 15 minutos

b) 2 horas e 30 minutos

c) 2 horas e 45 minutos

d) 3 horas

QUESTÃO 10 - O Japão possui uma área de 377.975 km² e uma densidade demográfica de aproximadamente 334 hab/km². Qual é a população estimada do Japão?

a) 112 milhões de habitantes

b) 126 milhões de habitantes

c) 135 milhões de habitantes

d) 142 milhões de habitantes

QUESTÃO 11 - A cidade de Mônaco tem uma população de aproximadamente 39.000 habitantes e uma densidade demográfica de 19.500 hab/km². Qual é a área aproximada de Mônaco?

a) 2 km²

b) 3 km²

c) 4 km²

d) 5 km²

QUESTÃO 12 - Um bairro planejado foi projetado para ter uma densidade demográfica de 5.000 hab/km². Se o bairro tem uma área de 3,5 km², qual a capacidade populacional do bairro?

a) 15.000 habitantes

b) 16.500 habitantes

c) 17.500 habitantes

d) 18.000 habitantes

QUESTÃO 13 - A cidade de São Paulo tem uma área de 1.521 km² e uma população de aproximadamente 12.300.000 habitantes. A cidade do Rio de Janeiro tem uma área de 1.221 km² e uma população de 6.700.000 habitantes. Qual cidade possui a maior densidade demográfica?

a) São Paulo, com aproximadamente 8.086 hab/km²

b) Rio de Janeiro, com aproximadamente 6.512 hab/km²

c) São Paulo, com aproximadamente 7.550 hab/km²

d) Rio de Janeiro, com aproximadamente 5.487 hab/km²

QUESTÃO 14 - Um parque ecológico com área de 250 km² abriga uma população de 500 capivaras. Qual é a densidade de capivaras no parque?

a) 2 capivaras/km²

b) 2,5 capivaras/km²

c) 3 capivaras/km²

d) 4 capivaras/km²

QUESTÃO 15 - A Groenlândia tem uma área de 2.166.086 km² e uma população de cerca de 56.000 habitantes. Qual a sua densidade demográfica aproximada?

a) 0,26 hab/km²

b) 0,026 hab/km²

c) 2,6 hab/km²

d) 26 hab/km²

QUESTÃO 16 - O estado do Amazonas tem uma área de aproximadamente 1.559.168 km² e uma população de cerca de 4.200.000 habitantes. Qual a densidade demográfica aproximada do estado?

a) 2,7 hab/km²

b) 3,1 hab/km²

c) 4,5 hab/km²

d) 5,0 hab/km²

QUESTÃO 17 - Um município com 800 km² de área tem uma zona urbana de 100 km² e uma zona rural de 700 km². A população urbana é de 90.000 habitantes e a rural é de 14.000 habitantes. Qual é a densidade demográfica da zona urbana?

a) 20 hab/km²

b) 130 hab/km²

c) 700 hab/km²

d) 900 hab/km²

QUESTÃO 18 - Um estado brasileiro tem uma densidade demográfica de 25 hab/km² e uma população de 4.500.000 habitantes. Qual é a área aproximada desse estado?

a) 160.000 km²

b) 170.000 km²

c) 180.000 km²

d) 190.000 km²

Gabarito - Habilidade EF09MA07

QUESTÃO 1 - B
QUESTÃO 2 - B
QUESTÃO 3 - B
QUESTÃO 4 - C
QUESTÃO 5 - C
QUESTÃO 6 - B
QUESTÃO 7 - B
QUESTÃO 8 - C
QUESTÃO 9 - A
QUESTÃO 10 - B
QUESTÃO 11 - A
QUESTÃO 12 - C
QUESTÃO 13 - A
QUESTÃO 14 - A
QUESTÃO 15 - B
QUESTÃO 16 - A
QUESTÃO 17 - D
QUESTÃO 18 - C

Encaminhamentos Metodológicos – Habilidade BNCC - EF09MA08

Apresentamos, a seguir, no Quadro, a articulação entre o descritor 9A2.1 do Novo SAEB com a habilidade da BNCC EF09MA08 envolvendo proporcionalidade nos 9º anos do Ensino Fundamental.

Quadro – Articulação Habilidade da BNCC e Descritores do SAEB – Proporcionalidade 9º ano

Descritores - SAEB	Habilidade BNCC	Objeto de Conhecimento
9A2.1 - Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta ou inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisões proporcionais e taxa de variação.	EF09MA08 - Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.	Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais

Fonte: Elaborado pelos autores

Para o desenvolvimento desta habilidade da BNCC, os professores devem trabalhar com Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo.

Conteúdos de Aprendizagem

Este plano de aula visa ao desenvolvimento integral do aluno, contemplando os Conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais.

Conteúdos Conceituais (Saber)

- Identificar relações diretas e inversas entre grandezas.
- Compreender como medidas e quantidades se inter-relacionam.
- Aplicar conceitos como Regra de Três Composta, escalas, divisão proporcional e taxa de variação.
- Reconhecer a presença desses conceitos no cotidiano, na sociedade, no meio ambiente e em outras áreas do conhecimento.

Conteúdos Procedimentais (Saber Fazer)

- Resolver problemas de forma estruturada, identificando relações diretas e inversas entre grandezas.
- Aplicar a Regra de Três Composta, escalas, divisão proporcional e taxa de variação em diferentes contextos.
- Relacionar os conteúdos com situações reais do cotidiano, desenvolvendo autonomia na resolução de problemas.

- Elaborar e contextualizar problemas próprios em cenários sociais e ambientais, propondo múltiplas soluções.

Conteúdos Atitudinais (Saber Ser e Conviver)

- Reconhecer a matemática como ferramenta para compreender, interpretar e transformar a realidade de forma crítica, ética e responsável.
- Enfrentar desafios com perseverança e resiliência, cultivando a disposição para aprender e ampliar estratégias de resolução de problemas.
- Valorizar a diversidade de métodos, promovendo cooperação e trabalho em equipe no processo de aprendizagem.
- Construir autonomia intelectual para aplicar conhecimentos matemáticos em decisões e situações práticas do cotidiano.

Dinâmica Metodológica da Sequência Didática – Habilidade EF09MA08

Apresentamos, a seguir uma proposta de dinâmica metodológica para ser desenvolvida a presente sequência didática em 6 horas/aulas com os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental

Quadro – Dinâmica Metodológica da Sequência Didática – Habilidade EF09MA08

Aulas	Atividades - Possibilidades
Aulas 1 e 2	Introdução e Revisando a Base: Proporcionalidade Direta e Inversa e Grandezas Para começar a aula, o professor pode apresentar situações do cotidiano que envolvem relações entre grandezas. Essas situações permitem que os alunos percebam se as grandezas crescem juntas (proporcionalidade direta) ou em sentidos contrários (proporcionalidade inversa). Nesta aula inicial, é importante que o professor apresente o conceito de proporcionalidade: 1. Proporcionalidade direta: as grandezas aumentam ou diminuem juntas. 2. Proporcionalidade inversa: quando uma grandeza aumenta, a outra diminui, e vice-versa Em seguida, os alunos podem ser convidados a analisar exemplos práticos, resolver problemas e discutir em grupo para com solidar o entendimento.
	O professor apresenta um estudo de caso com três grandezas, como no exemplo: “quantas máquinas são necessárias para produzir X peças em Y horas?”. Os alunos organizam as informações e identificam as grandezas envolvidas. Nesta fase, a ênfase está em promover discussões em grupo, nas quais os estudantes analisam cada par de grandezas e definem se a relação é direta ou inversa, sem ainda recorrer à Regra de Três Composta. O professor apresenta três pares de grandezas aos alunos e pede que, em grupos, analisem a relação entre elas, decidindo se é proporcional direta ou inversa, sem calcular valores ou usar Regra de Três Composta.

Aulas 3 e 4	Trabalhar proporcionalidade em contextos socioambientais e culturais, estimulando a resolução de problemas em duplas. Os alunos devem resolver, explicar os passos seguidos e justificar a resposta, relacionando os resultados com questões do cotidiano. Divisão em Partes Proporcionais - Taxa de Variação (Três grandezas) -Escalas e a Proporcionalidade
	O professor apresenta um problema de Regra de Três Composta e, junto com os alunos, discute como as grandezas se relacionam, destacando a lógica antes da introdução da técnica formal. Exemplo de Situação-Problema: Quatro operários constroem uma parede em 12 dias, trabalhando 6 horas por dia. Quantos dias seriam necessários para 6 operários, trabalhando 8 horas por dia, construírem a mesma parede?
Aulas 5 e 6	Atividade em Grupo – Criando Problemas com Três Grandezas Os alunos vão elaborar um problema que envolva três grandezas relacionadas, identificando se são diretamente ou inversamente proporcionais, antes de resolver. O professor orienta os alunos, trabalhando em duplas ou trios, a criar um problema original que envolva pelo menos dois dos conceitos estudados - como Regra de Três Composta, Escalas, Divisão Proporcional ou Taxa de Variação - e que seja ambientado em um contexto real, seja ele social, ambiental ou tecnológico, estimulando a aplicação prática e criativa dos conteúdos aprendidos.
	Para finalizar, ocorre o momento de compartilhamento: os grupos apresentam suas propostas, enquanto o professor conduz uma discussão coletiva sobre a clareza, a aplicabilidade e as possíveis estratégias de resolução. Cada dupla deve: • Resolver pelo menos dois problemas. • Explicar em voz alta os passos seguidos. Registrar no caderno a resposta final e a interpretação social/ambiental de cada problema.

Fonte: Elaborado pelos Autores

Materiais e Recursos Didáticos

- Quadro Branco e Pincel atômico
- Projetor/ Slide
- Folhas A4 para resolver as atividades propostas
- Cartolinas
- Canetas coloridas
- Cartões coloridos

Avaliação da Aprendizagem

A avaliação do Pensamento Proporcional no 9º ano do ensino Fundamental deve ir além da verificação de respostas corretas. É preciso avaliar o processo, as estratégias utilizadas e a capacidade de argumentação dos estudantes. Assim sendo, a avaliação será processual e formativa, a partir dos seguintes instrumentos conforme consta no quadro a seguir:

Instrumentos	Descrição
Observação em sala de aula	O professor acompanhará a participação dos alunos nas discussões, verificando se conseguem identificar corretamente relações de proporcionalidade direta e inversa, se utilizam estratégias adequadas e se demonstram clareza ao explicar suas conclusões. Também será observado o envolvimento, a cooperação e a contribuição de cada aluno no trabalho em grupo, valorizando atitudes de colaboração e respeito.
Registros Escritos dos Alunos	Os registros produzidos em caderno ou folhas de atividade servirão como evidências do raciocínio matemático dos alunos. Nos problemas contextualizados, será observada também a capacidade dos estudantes em relacionar a solução matemática a questões sociais, ambientais ou culturais.
Elaboração de problemas	Os estudantes, em dupla ou trio, deverão criar seus próprios problemas envolvendo proporcionalidade direta e inversa, escalas, divisão proporcional ou taxa de variação. O objetivo é estimular a criatividade, a autonomia e a capacidade de aplicar os conceitos a diferentes contextos. Serão avaliadas a coerência do problema elaborado, a clareza do enunciado, a pertinência das grandezas escolhidas e a identificação correta do tipo de proporcionalidade presente na situação.
Verificação da Aprendizagem	O professor apresentará 2 ou 3 questões em uma folha para a verificação da aprendizagem. Os estudantes deverão resolver os problemas ao final das aulas para verificar o aprendizado individual.

Ao adotar esses procedimentos metodológicos, o professor de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental poderá estabelecer um ambiente de aprendizagem mais ativo e investigativo, no qual os estudantes não se restrinjam a efetuar cálculos mecânicos, mas compreendam o conceito de proporcionalidade e sua aplicação em diferentes contextos, desenvolvendo competências matemáticas essenciais para a vida cotidiana e para a tomada de decisões fundamentadas.

Situações-Problemas – (Habilidade EF09MA08)

Apresentamos na presente sequência didática, 18 questões contextualizadas, que auxiliam o professor a explorar Proporcionalidade com os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental.

QUESTÃO 1 - Um carro consome 7 litros de gasolina para percorrer 84 quilômetros. Mantendo a mesma média de consumo, quantos litros de gasolina serão necessários para percorrer 240 quilômetros?

a) 15 litros

b) 18 litros

c) 22 litros

d) 20 litros

QUESTÃO 2 - Para fazer um bolo que serve 8 pessoas, são necessários 400g de farinha. Para fazer um bolo similar que sirva 12 pessoas, qual a quantidade de farinha necessária?

a) 500g

b) 550g

c) 600g

d) 700g

QUESTÃO 3 - Se 5 kg de um determinado produto custam R$ 45,00, qual será o preço de 12 kg desse mesmo produto?

a) R$ 90,00

b) R$ 98,00

c) R$ 108,00

d) R$ 115,00

QUESTÃO 4 - Uma máquina produz 1.500 peças em 6 horas de funcionamento contínuo. Se essa máquina operar por 8 horas, mantendo a mesma produtividade, quantas peças ela produzirá?

a) 1.800 peças

b) 2.000 peças

c) 2.250 peças

d) 2.500 peças

QUESTÃO 5 - Se 6 pedreiros conseguem construir um muro em 10 dias, quantos dias levarão apenas 4 pedreiros para construir o mesmo muro?

a) 8 dias

b) 12 dias

c) 15 dias

d) 18 dias

QUESTÃO 6 - Viajando a uma velocidade média de 90 km/h, um ônibus faz um percurso em 4 horas. Se a velocidade média fosse de 60 km/h, em quanto tempo ele faria o mesmo percurso?

a) 5 horas

b) 6 horas

c) 7 horas

d) 8 horas

QUESTÃO 7 - Um fazendeiro tem ração para alimentar seus 20 cavalos durante 30 dias. Se ele vender 5 cavalos, por quantos dias a mesma quantidade de ração alimentará os cavalos restantes?

a) 35 dias

b) 40 dias

c) 45 dias

d) 50 dias

QUESTÃO 8 - Para construir um muro, 6 operários levam 12 dias. Se a mesma obra precisasse ser concluída em apenas 9 dias, quantos operários seriam necessários para realizar o trabalho no mesmo ritmo?

a) 4 operários

b) 8 operários

c) 9 operários

d) 15 operários

QUESTÃO 9 - Em um mapa com escala de 1:500.000, a distância em linha reta entre duas cidades é de 8 cm. Qual é a distância real entre essas cidades?

a) 4 km

b) 40 km

c) 400 km

d) 4.000 km

QUESTÃO 10 - A planta de um apartamento está na escala 1:50. Se a sala na planta mede 12 cm de comprimento, qual é o comprimento real da sala em metros?

a) 4 m

b) 5 m

c) 6 m

d) 7 m

QUESTÃO 11 - Uma praça retangular é representada em um desenho de escala 1:200 por um retângulo de 10 cm por 15 cm. Qual é a área real da praça em metros quadrados?

a) 300 m²

b) 600 m²

c) 1.200 m²

d) 3.000 m²

QUESTÃO 12 - O perímetro de um terreno quadrado é de 160 metros. Em um desenho feito na escala 1:400, qual será o perímetro desse terreno em centímetros?

a) 40 cm

b) 50 cm

c) 80 cm

d) 100 cm

QUESTÃO 13 - Três sócios, Ana, Beto e Carlos, investiram R$ 5.000, R$ 7.000 e R$ 8.000, respectivamente, em uma empresa. Se a empresa obteve um lucro de R$ 40.000, e este será dividido de forma diretamente proporcional ao investimento, quanto Carlos receberá?

a) R$ 10.000

b) R$ 14.000

c) R$ 16.000

d) R$ 20.000

QUESTÃO 14 - Um prêmio de R$ 1.800,00 será dividido entre dois funcionários de forma inversamente proporcional ao número de faltas. João teve 2 faltas e Maria teve 3 faltas. Quanto João receberá?

a) R$ 720,00

b) R$ 900,00

c) R$ 1.080,00

d) R$ 1.200,00

QUESTÃO 15 - Uma herança de R$ 300.000,00 foi dividida entre três irmãos em partes diretamente proporcionais às suas idades: 20, 25 e 30 anos. Quanto o irmão mais novo recebeu?

a) R$ 80.000,00

b) R$ 90.000,00

c) R$ 100.000,00

d) R$ 120.000,00

QUESTÃO 16 - Três sócios, Ana, Bruno e Carlos, devem dividir um lucro de R$ 45.000,00 de forma diretamente proporcional ao valor que cada um investiu. Ana investiu R$ 5.000,00, Bruno investiu R$ 7.000,00 e Carlos investiu R$ 3.000,00. Qual parte do lucro Carlos receberá?

a) R$ 9.000,00

b) R$ 12.000,00

c) R$ 15.000,00

d) R$ 21.000,00

QUESTÃO 17 - Um ciclista percorre uma distância de 135 km em 4,5 horas, mantendo uma velocidade constante. Qual é a sua taxa de variação da distância em relação ao tempo (velocidade média)?

a) 25 km/h

b) 30 km/h

c) 35 km/h

d) 40 km/h

QUESTÃO 18 - Um carro percorre uma distância de 450 km em 5 horas, mantendo uma velocidade média constante. Se o carro mantiver essa mesma taxa de variação (velocidade média), qual a distância que ele percorrerá em 3 horas?

a) 90 km

b) 150 km

c) 270 km

d) 300 km

Gabarito - (Habilidade EF09MA08)

QUESTÃO 1 - D
QUESTÃO 2 - C
QUESTÃO 3 - C
QUESTÃO 4 - B
QUESTÃO 5 - C
QUESTÃO 6 - B
QUESTÃO 7 - B
QUESTÃO 8 - B
QUESTÃO 9 - B
QUESTÃO 10 - C
QUESTÃO 11 - B
QUESTÃO 12 - A
QUESTÃO 13 - C
QUESTÃO 14 - C
QUESTÃO 15 - A
QUESTÃO 16 - A
QUESTÃO 17 - B
QUESTÃO 18 - C

REFERÊNCIAS

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Matrizes de referência de matemática do Saeb – BNCC. Brasília, 2022. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/matriz-de-referencia-de-matematica_BNCC.pdf Acesso em: 10 ago 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

ZABALA, Antoni. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Organizadores

Márcio Urel Rodrigues

Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP – Rio Claro/SP; Professor efetivo da Universidade do Estado de Mato Grosso – Campus de Barra do Bugres/MT. Docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da UNEMAT; Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nas Escolas – GEPEME/UNEMAT;
Orcid: http://orcid.org/0000-0001-8932-3815
E-mail: marcio.rodrigues@unemat.br

Aristimar Roberta de Oliveira

Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da UNEMAT; Secretaria Municipal de Educação – SMEC – Barra do Bugres/MT
Orcid: https://orcid.org/0000-0001-5763-2701
E-mail: aristimar.roberta@unemat.br

Paulo Marcos Ferreira Andrade

Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da UNEMAT;
Secretaria Municipal de Educação e Cultura – SMEC – Barra do Bugres/MT
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-6401-9769
E-mail: prof.paulomarcos13@gmail.com

Autores

Acelmo de Jesus Brito

Doutorando em Ensino de Ciência e Matemática -PPGECM – IFG – Jataí/GO. Professor efetivo da Universidade do Estado de Mato Grosso – Campus de Barra do Bugres/MT. Vice-líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nas Escolas – GEPEME/UNEMAT;
Orcid: https://orcid.org/0000-0001-6212-5093
E-mail: acelmo@unemat.br

Luciana Bertholdi Machado

Doutora pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da REAMEC/UFMT – Cuiabá/MT; Professora efetiva da Universidade do Estado de Mato Grosso – Campus de Barra do Bugres/MT. Docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da UNEMAT; Membra do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nas Escolas – GEPEME/UNEMAT;
Orcid: https://orcid.org/0000-0003-2129-9606
E-mail: lucianabm@unemat.br

William Vieira Gonçalves

Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência da UNESP – Bauru/SP; Professor efetivo da Universidade do Estado de Mato Grosso – Campus de Barra do Bugres/MT. Docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da UNEMAT; Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nas Escolas – GEPEME/UNEMAT;
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-2596-0118
E-mail: williamvieira@unemat.br

Caio Rodrigo Souza Xavier

Licenciando em Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso – Campus de Barra do Bugres/MT.
E-Mail: caio.xavier@unemat.br
Orcid: https://orcid.org/0009-0004-0068-2061

Fabio Santos Oenning

Licencianda em Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso – Campus de Barra do Bugres/MT.
E-mail: fabio.santos.oenning@unemat.br
Orcid: https://orcid.org/0009-0004-0631-77

Guilherme dos Santos Chaveira

Licenciando em Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso – Campus de Barra do Bugres/MT.
E-mail: guilherme.chaveira@unemat.br
Orcid: https://orcid.org/0009-0000-2492-1574

Karen Raphaelli Rocha Boin

Licencianda em Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso – Campus de Barra do Bugres/MT.
E-mail: karen.raphaelli@unemat.br
Orcid: https://orcid.org/0009-0005-2354-0610

Joao Victor Alves Frota

Licenciando em Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso – Campus de Barra do Bugres/MT.
E-mail: joao.frota@unemat.br
Orcid: https://orcid.org/0009-0008-3416-7593

Marcos Paulo Ribeiro Zark

Licenciando em Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso – Campus de Barra do Bugres/MT.
E-Mail: marcos.zark@unemat.br
Orcid: https://orcid.org/0009-0007-7182-3695

Wagner Ferreira Lemes Junior

Licenciando em Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso – Campus de Barra do Bugres/MT.
E-mail: wagner.ferreira@unemat.br
Orcid: https://orcid.org/0009-0004-0068-2061

Weverlly Franciely da Silva Almeida

Licencianda em Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso – Campus de Barra do Bugres/MT.
E-mail: weverlly.almeida@unemat.br
Orcid: https://orcid.org/0009-0009-5170-022X

Índice Remissivo

A

B

C

D

E

F

G

H

I

L

M

N

O

P

R

S

T

U

V

GEPEME
Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nas Escolas
UNEMAT
Universidade do Estado de Mato Grosso

AYA EDITORA
2025