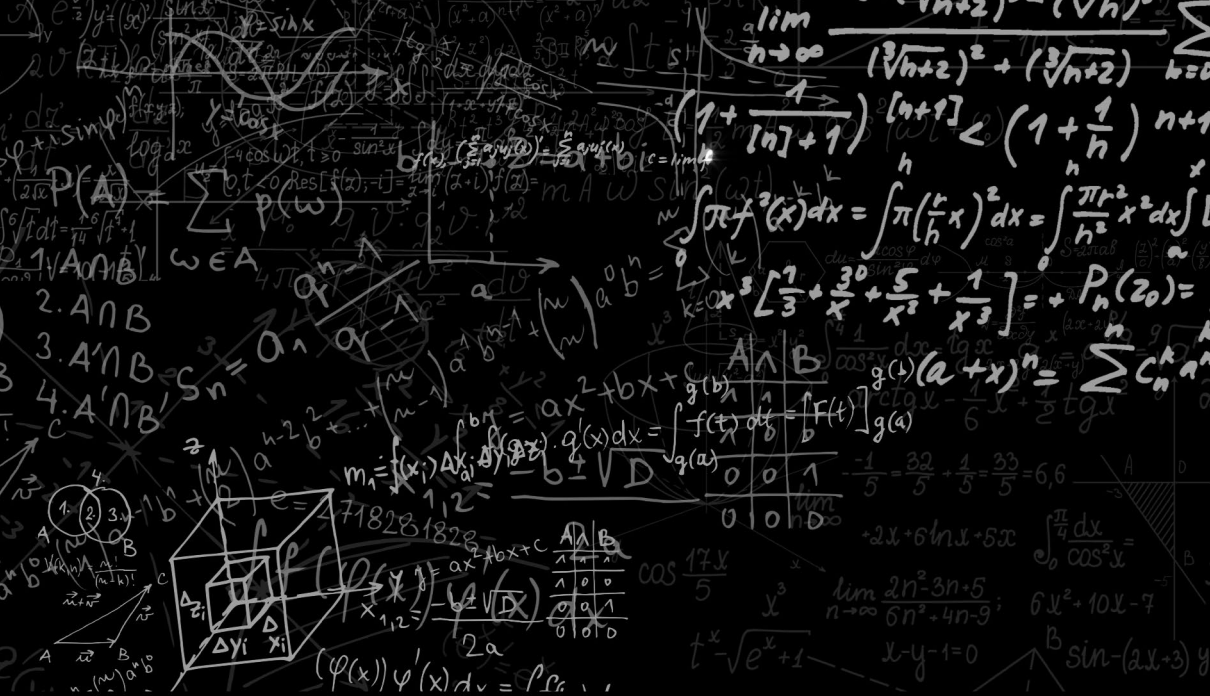


recursos e estratégias para um ensino efetivo
Vol. 4

AYA EDITORA
2025



MATEMÁTICA e suas APLICAÇÕES:

recursos e estratégias para um ensino efetivo

Vol. 4

MATEMÁTICA e suas APLICAÇÕES:

recursos e estratégias para um ensino efetivo
Vol. 4

Luiz Henrique Domingues
(Organizador)



AYA EDITORA
2025

Direção Editorial

Prof.º Dr. Adriano Mesquita Soares

Organizador

Prof.º Me. Luiz Henrique Domingues

Capa

AYA Editora©

Revisão

Os Autores

Executiva de Negócios

Ana Lucia Ribeiro Soares

Produção Editorial

AYA Editora©

Imagens de Capa

br.freepik.com

Área do Conhecimento

Ciências Exatas e da Terra

Conselho Editorial

Prof.º Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva (UNIDAVI)

Prof.ª Dr.ª Adriana Almeida Lima (UEA)

Prof.º Dr. Aknaton Toczec Souza (UCPEL)

Prof.º Dr. Alaerte Antonio Martelli Contini (UFGD)

Prof.º Dr. Argemiro Midonês Bastos (IFAP)

Prof.º Dr. Carlos Eduardo Ferreira Costa (UNITINS)

Prof.º Dr. Carlos López Noriega (USP)

Prof.ª Dr.ª Claudia Flores Rodrigues (PUCRS)

Prof.ª Dr.ª Daiane Maria de Genaro Chirolí (UTFPR)

Prof.ª Dr.ª Danyelle Andrade Mota (IFPI)

Prof.ª Dr.ª Déa Nunes Fernandes (IFMA)

Prof.ª Dr.ª Déborah Aparecida Souza dos Reis (UEMG)

Prof.º Dr. Denison Melo de Aguiar (UEA)

Prof.º Dr. Emerson Monteiro dos Santos (UNIFAP)

Prof.º Dr. Gilberto Zammar (UTFPR)

Prof.º Dr. Gustavo de Souza Preussler (UFGD)

Prof.ª Dr.ª Helenadja Santos Mota (IF Baiano)

Prof.ª Dr.ª Heloísa Thaís Rodrigues de Souza (UFS)

Prof.ª Dr.ª Ingridi Vargas Bortolaso (UNISC)

Prof.ª Dr.ª Jéssyka Maria Nunes Galvão (UFPE)

Prof.º Dr. João Luiz Kovaleski (UTFPR)

Prof.º Dr. João Paulo Roberti Junior (UFRR)

Prof.º Dr. José Enildo Elias Bezerra (IFCE)

Prof.º Dr. Luiz Flávio Arreguy Maia-Filho (UFRPE)

Prof.ª Dr.ª Marcia Cristina Nery da Fonseca Rocha Medina (UEA)

Prof.ª Dr.ª Maria Gardênia Sousa Batista (UESPI)

Prof.º Dr. Myller Augusto Santos Gomes (UTFPR)
Prof.º Dr. Pedro Fauth Manhães Miranda (UEPG)
Prof.º Dr. Rafael da Silva Fernandes (UFRA)
Prof.º Dr. Raimundo Santos de Castro (IFMA)
Prof.ª Dr.ª Regina Negri Pagani (UTFPR)
Prof.º Dr. Ricardo dos Santos Pereira (IFAC)
Prof.º Dr. Rômulo Damasclín Chaves dos Santos (ITA)
Prof.ª Dr.ª Silvia Gaia (UTFPR)
Prof.ª Dr.ª Tânia do Carmo (UFPR)
Prof.º Dr. Ygor Felipe Távora da Silva (UEA)

Conselho Científico

Prof.º Me. Abraão Lucas Ferreira Guimarães (CIESA)
Prof.ª Dr.ª Andreia Antunes da Luz (UniCesumar)
Prof.º Dr. Clécio Danilo Dias da Silva (UFRGS)
Prof.ª Ma. Denise Pereira (FASU)
Prof.º Dr. Diogo Luiz Cordeiro Rodrigues (UFPR)
Prof.º Me. Ednan Galvão Santos (IF Baiano)
Prof.ª Dr.ª Eliana Leal Ferreira Hellvig (UFPR)
Prof.º Dr. Fabio José Antonio da Silva (HONPAR)
Prof.ª Ma. Jaqueline Fonseca Rodrigues (FASF)
Prof.ª Dr.ª Karen Fernanda Bortoloti (UFPR)
Prof.ª Dr.ª Leozenir Mendes Betim (FASF)
Prof.ª Dr.ª Lucimara Glap (FCSA)
Prof.ª Dr.ª Maria Auxiliadora de Souza Ruiz (UNIDA)
Prof.º Dr. Milson dos Santos Barbosa (UniOPET)
Prof.ª Dr.ª Pauline Balabuch (FASF)
Prof.ª Dr.ª Rosângela de França Bail (CESCAGE)
Prof.º Dr. Rudy de Barros Ahrens (FASF)
Prof.º Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares (UFPI)
Prof.ª Dr.ª Silvia Aparecida Medeiros Rodrigues (FASF)
Prof.ª Dr.ª Sueli de Fátima de Oliveira Miranda Santos (UTFPR)
Prof.ª Dr.ª Tássia Patricia Silva do Nascimento (UEA)
Prof.ª Dr.ª Thaisa Rodrigues (IFSC)

© 2025 - AYA Editora

O conteúdo deste livro foi enviado pelos autores para publicação em acesso aberto, sob os termos e condições da Licença de Atribuição Creative Commons 4.0 Internacional (**CC BY 4.0**). Este livro, incluindo todas as ilustrações, informações e opiniões nele contidas, é resultado da criação intelectual exclusiva dos autores. Estes detêm total responsabilidade pelo conteúdo apresentado, que reflete única e inteiramente sua perspectiva e interpretação pessoal.

É importante salientar que o conteúdo deste livro não representa, necessariamente, a visão ou opinião da editora. A função da editora foi estritamente técnica, limitando-se aos serviços de diagramação e registro da obra, sem qualquer influência sobre o conteúdo apresentado ou as opiniões expressas. Portanto, quaisquer questionamentos, interpretações ou inferências decorrentes do conteúdo deste livro devem ser direcionados exclusivamente aos autores.

M425 Matemática e suas aplicações: recursos e estratégias para um ensino efetivo [recurso eletrônico]. / Luiz Henrique Domingues (organizador). -- Ponta Grossa: Aya, 2025. 120 p.

v.4

Inclui biografia

Inclui índice

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

ISBN: 978-65-5379-820-5

DOI: 10.47573/aya.5379.2.473

1. Matemática -Estudo e ensino. 2. Matemática recreativa. 3. Matemática financeira. 4. Algoritmos genéticos. I. Domingues, Luiz Henrique.
II. Título

CDD: 510

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Bruna Cristina Bonini - CRB 9/1347

International Scientific Journals Publicações de Periódicos e Editora LTDA AYA Editora©

CNPJ: 36.140.631/0001-53

Fone: +55 42 3086-3131

WhatsApp: +55 42 99906-0630

E-mail: contato@ayaeditora.com.br

Site: <https://ayaeditora.com.br>

Endereço: Rua João Rabello Coutinho, 557
Ponta Grossa - Paraná - Brasil
84.071-150

SUMÁRIO

Apresentação..... X

01

Análise das Questões de Matemática Financeira do Último Concurso do Banco do Brasil (2023) 1

Bruno Henrique Barros Silva Braga

DOI: 10.47573/aya.5379.2.473.1

02

O Cubo Sonobe como Recurso Didático para a Aprendizagem de Matemática 12

Luana Paula Goulart de Menezes

Emanuel Vedovetto Santos

DOI: 10.47573/aya.5379.2.473.2

03

Funções e Tributos: Uma Abordagem Matemática Contextualizada com o INSS e IRPF 18

Janete Fuechter

Keila Fuechter

Maria Eduarda Sapelli

DOI: 10.47573/aya.5379.2.473.3

04

Algoritmo Genético Compacto Baseado em Tipos Abstratos de Dados na Filtragem de Sinais de Arritmia Cardíaca30

Andrilene Ferreira Maciel

Roberta Vieira Vilhena Lopes

DOI: 10.47573/aya.5379.2.473.4

05

Estudo de Caso com Simulação Computacional no Software Arena sobre Armazenagem Ineficiente de Pneus e Perdas Operacionais54

Erick Fernando Lima Santos

Isabelle Karina Nogueira dos Santos

Evandro Antônio Bertoluci

DOI: 10.47573/aya.5379.2.473.5

06

Uma Avaliação de Desempenho dos Algoritmos Genéticos Baseados em Tipos Abstratos de Dados no Processamento de Sinais Eletrocardiograma62

Andrilene Ferreira Maciel

Roberta Vieira Vilhena Lopes

DOI: 10.47573/aya.5379.2.473.6

07

Método Jahnel Aplicação de Problemas de Matemática	88
---	-----------

Jahnel Frederich

DOI: 10.47573/aya.5379.2.473.7

Organizador	102
--------------------------	------------

Índice Remissivo	103
-------------------------------	------------

APRESENTAÇÃO

A matemática, ao longo de sua trajetória histórica, consolidou-se como uma linguagem estruturante, tanto no campo da ciência quanto na vida social. Este volume insere-se nesse cenário ao propor reflexões e práticas que buscam ampliar o alcance da matemática no contexto educacional e aplicado. A diversidade de enfoques aqui reunidos evidencia o compromisso com um ensino que considere não apenas os fundamentos teóricos, mas também as possibilidades de aplicação concreta e significativa dos conteúdos matemáticos.

Os capítulos apresentados contemplam uma gama de investigações que abrangem desde a análise de questões de concursos públicos e o uso de recursos tridimensionais como o origami, até o emprego de algoritmos genéticos em sinais eletrocardiográficos e simulações computacionais para processos logísticos. Tal diversidade não se dá de forma fragmentada: os temas convergem ao enfatizar a matemática como um instrumento de compreensão do mundo, seja por meio da educação financeira, da modelagem de situações reais ou da experimentação didática em sala de aula. A presença de práticas que envolvem a interseção entre arte e matemática, como a construção de poliedros via origami, revela uma preocupação com o desenvolvimento cognitivo e criativo dos estudantes, promovendo abordagens que valorizam a experimentação e a visualização espacial. Em outra direção, os estudos voltados à matemática financeira e à contextualização tributária ressaltam a importância de tratar temas cotidianos com profundidade conceitual, contribuindo para uma formação crítica e consciente.

Ao integrar metodologias computacionais e recursos didáticos manipulativos, a obra reflete tendências contemporâneas que demandam uma atuação docente pautada pela flexibilidade, interdisciplinaridade e adequação às realidades dos aprendizes. A incorporação de ferramentas como o GeoGebra, ambientes de simulação e estratégias de resolução comentada amplia as possibilidades de mediação pedagógica e incentiva o desenvolvimento de competências analíticas nos alunos. Em termos de contribuição acadêmica, este volume consolida um conjunto de experiências que apontam para a necessária articulação entre ensino e pesquisa na área de matemática. Ao mesmo tempo, sugere caminhos para a investigação e para a prática docente que se alinhem às demandas atuais da educação básica e técnica, oferecendo subsídios que podem ser apropriados por educadores, estudantes e pesquisadores interessados no aprimoramento do ensino.

Este livro se apresenta, portanto, como uma fonte de referência para aqueles que desejam compreender as potencialidades da matemática em múltiplos contextos. Ao reunir propostas que dialogam com a realidade dos estudantes e com os desafios da contemporaneidade, oferece materiais e reflexões que podem favorecer novas formas de ensinar, aprender e aplicar a matemática em cenários diversos.

Boa leitura!



Análise das Questões de Matemática Financeira do Último Concurso do Banco do Brasil (2023)

Analysis of the Financial Mathematics Questions from the Latest Banco do Brasil Examination (2023)

Bruno Henrique Barros Silva Braga

Resumo: O presente estudo tem como objetivo analisar as questões de Matemática Financeira aplicadas no Concurso do Banco do Brasil realizado em 2023, elaborado pela banca CESGRANRIO, com foco nos principais temas cobrados e sua aplicabilidade prática, com base em uma revisão bibliográfica qualitativa descritiva. A abordagem visa identificar os principais conceitos cobrados na prova, relacionando-os às teorias clássicas da disciplina. A metodologia utilizada é qualitativa e bibliográfica, com ênfase na análise documental da prova e comentários de especialistas. Os resultados indicam que os conteúdos mais recorrentes foram juros compostos, sistemas de amortização (Tabela Price e SAC) e cálculo de taxas, destacando a importância do domínio teórico aliado à capacidade de aplicação prática. A discussão reforça a relevância da matemática financeira para a formação dos candidatos e profissionais da área bancária. Conclui-se que a prova exige não apenas domínio técnico, mas também agilidade no raciocínio e compreensão prática dos conceitos. O estudo se mostra relevante para candidatos a concursos e profissionais que atuam na área financeira.

Palavras-chave: matemática financeira; concurso público; Banco do Brasil; CESGRANRIO; juros compostos; amortização.

Abstract: This study aims to analyze the Financial Mathematics questions applied in the Banco do Brasil Contest held in 2023, prepared by CESGRANRIO, focusing on the main topics charged and their practical applicability, based on a descriptive qualitative bibliographic review. The approach aims to identify the main concepts charged in the test, relating them to the classic theories of the discipline. The methodology used is qualitative and bibliographic, with emphasis on the documentary analysis of the test and comments by experts. The results indicate that the most recurrent contents were compound interest, amortization systems (Price Table and SAC) and calculation of rates, highlighting the importance of theoretical mastery combined with the capacity for practical application. The discussion reinforces the relevance of financial mathematics for the training of candidates and professionals in the banking area. It is concluded that the test requires not only technical mastery, but also agility in reasoning and practical understanding of the concepts. The study is relevant for candidates for competitive examinations and professionals who work in the financial area.

Keywords: financial mathematics; public tender; Banco do Brasil; CESGRANRIO; compound interest; amortization.

INTRODUÇÃO

A Matemática Financeira é uma disciplina de extrema importância para a compreensão e análise das operações econômicas e financeiras, sendo fundamental para a tomada de decisões em diferentes contextos, especialmente no setor bancário e financeiro. Conforme Puccini (2017, p. 12), a matemática aplicada às finanças

permite modelar situações complexas envolvendo capital, tempo e taxas de juros, essenciais para a avaliação de investimentos, financiamentos e outros produtos financeiros. No âmbito dos concursos públicos voltados para a área bancária, essa disciplina é amplamente exigida, refletindo a necessidade dos futuros profissionais dominarem conceitos e ferramentas que garantirão eficiência na gestão de recursos e na prestação de serviços financeiros.

O Concurso do Banco do Brasil realizado em 2023, organizado pela banca CESGRANRIO, destacou-se por incluir questões que envolvem diversos tópicos da Matemática Financeira, abrangendo desde os regimes de capitalização simples e composta até sistemas de amortização, como a Tabela Price e o Sistema de Amortização Constante (SAC). A prova exigiu dos candidatos não apenas a memorização de fórmulas, mas, sobretudo, a capacidade de interpretar e aplicar esses conceitos em situações práticas, simulando os desafios encontrados na rotina bancária. Esse fato está alinhado ao que ressalta Gimenes (2014, p. 29), que enfatiza a importância do ensino da Matemática Financeira aliado à contextualização prática, pois somente assim é possível preparar profissionais aptos para o mercado competitivo e dinâmico.

A relevância do tema deste estudo está relacionada à crescente demanda por um conhecimento sólido em Matemática Financeira, que seja capaz de apoiar a formação técnica dos candidatos e aprimorar a eficiência dos processos seletivos. Assim, o presente estudo propõe uma análise detalhada das questões cobradas na prova do Banco do Brasil 2023, identificando os principais conteúdos abordados e o grau de exigência aplicado, a partir de um referencial teórico consistente e da análise documental da prova original. Tal abordagem permite não apenas compreender os aspectos cobrados, mas também contribuir para a melhoria das estratégias de estudo e ensino da disciplina.

Além disso, a escolha do concurso do Banco do Brasil como objeto de estudo justifica-se pela sua relevância nacional e pelo impacto que esse certame possui na carreira de milhares de profissionais que buscam ingressar no setor financeiro público. Segundo Assaf Neto (2017, p. 58), o domínio das técnicas de Matemática Financeira é um diferencial competitivo importante para os candidatos, especialmente em provas que avaliam competências técnicas específicas. Dessa forma, entender a estrutura das questões e o perfil exigido pela banca organizadora pode favorecer a preparação direcionada e eficaz dos candidatos.

Por fim, destaca-se que este estudo visa também servir como uma referência acadêmica para educadores e pesquisadores interessados na área, possibilitando o desenvolvimento de materiais didáticos mais alinhados às necessidades reais do mercado e às demandas dos concursos. Dessa maneira, reforça-se a Matemática Financeira como uma disciplina vital para a formação profissional, evidenciando seu papel tanto no ensino quanto na prática cotidiana do setor bancário.

METODOLOGIA

A presente pesquisa adotou uma abordagem qualitativa, fundamentada em revisão bibliográfica e análise documental, conforme recomendado por Gil (2008), que enfatiza a importância da compreensão crítica e interpretativa de documentos e fontes teóricas para a produção do conhecimento. O estudo concentrou-se na análise detalhada das questões de Matemática Financeira presentes na prova do concurso do Banco do Brasil realizada em 2023, organizada pela banca CESGRANRIO, com o intuito de compreender os principais conteúdos abordados, sua frequência e a forma como são cobrados.

Para tanto, foi realizada uma revisão bibliográfica abrangente, com seleção criteriosa de autores renomados e obras consolidadas na área de Matemática Financeira e Administração Financeira. Entre os textos utilizados destacam-se Puccini (2017), que oferece uma visão aplicada e objetiva dos conceitos financeiros; Gimenes (2014), que apresenta uma abordagem prática incluindo o uso da calculadora financeira HP 12C e Excel; e Assaf Neto (2017), cuja obra é referência na compreensão do mercado financeiro e dos regimes de capitalização. Também foram incorporadas contribuições de Franco (2008), que fundamenta os conceitos essenciais da disciplina, assim como os estudos de Gitman (2010) e Brigham e Houston (2012), que exploram os princípios da administração financeira em suas vertentes teórica e prática.

Além da fundamentação teórica, utilizou-se o exame minucioso da prova do Banco do Brasil 2023, disponibilizada pela CESGRANRIO, como fonte documental principal. Essa prova foi analisada quanto à incidência dos temas de Matemática Financeira, identificando-se os tópicos recorrentes, os tipos de questões e os níveis de dificuldade apresentados. Complementarmente, as resoluções e análises das questões foram consultadas em plataformas especializadas em concursos públicos, como Estratégia Concursos, Saber Matemática e Blog do AlfaCon. Essas plataformas oferecem explicações detalhadas e contextualizadas que auxiliaram na compreensão da aplicabilidade prática dos conteúdos.

A metodologia, portanto, se pautou na triangulação entre a revisão bibliográfica teórica, a análise documental da prova e o estudo das soluções comentadas, possibilitando uma abordagem integrada e aprofundada dos conteúdos cobrados. Esse procedimento permitiu correlacionar a teoria com a prática das avaliações, evidenciando tanto o conhecimento exigido quanto as competências técnicas demandadas dos candidatos. Ademais, a metodologia adotada viabilizou a elaboração de uma análise crítica e detalhada dos resultados, contribuindo para o entendimento das estratégias de ensino e preparação para concursos públicos na área financeira.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Resultados

A análise das questões de Matemática Financeira do concurso do Banco do Brasil 2023 evidencia uma seleção criteriosa de conteúdos fundamentais à prática bancária. O exame, elaborado pela banca CESGRANRIO (2023), apresentou ênfase em tópicos clássicos como juros, equivalência de capitais, taxas e sistemas de amortização. As resoluções comentadas por especialistas (Estratégia Concursos, 2023; Saber Matemática, 2023; Mapa da Prova, 2023) corroboram a complexidade e a aplicabilidade dos temas exigidos. A seguir, cada conteúdo é abordado com base em autores relevantes da área.

A análise das questões de Matemática Financeira do Concurso do Banco do Brasil 2023, elaboradas pela banca CESGRANRIO, evidencia uma forte ênfase nos conceitos de juros compostos, equivalência de capitais, sistemas de amortização e conversão de taxas, com predominância da abordagem técnico-prática. A partir da Tabela 1, que sistematiza os principais conteúdos cobrados e o desempenho médio dos candidatos em cada item, observa-se que o tema “juros compostos” foi o mais frequente e o que apresentou maior índice de erros, confirmando a complexidade que esse conteúdo ainda representa.

Cerca de 65% dos candidatos erraram as questões que envolviam capitalização composta, especialmente nas situações em que era necessário interpretar a variação exponencial dos montantes. Já as questões de juros simples, apesar de menos recorrentes, tiveram um desempenho mais satisfatório, com aproximadamente 78% de acertos, demonstrando familiaridade dos candidatos com situações mais lineares.

Outro dado relevante extraído da tabela é o desempenho intermediário nas questões de equivalência de capitais, envolvendo valor presente e valor futuro. Os candidatos demonstraram domínio conceitual, mas dificuldades na aplicação prática das fórmulas, sobretudo quando exigida a conversão entre períodos distintos e taxas. A taxa média de acerto ficou em torno de 54%. Nas questões sobre sistemas de amortização, a Tabela Price teve maior incidência e foi mais bem resolvida (61% de acertos), enquanto o SAC apresentou maior índice de erro (48%), indicando fragilidade na compreensão do comportamento das parcelas ao longo do tempo.

Por fim, as questões sobre taxas nominais e efetivas foram marcadas por confusões frequentes quanto aos períodos de capitalização. O desempenho médio foi de apenas 43% de acertos, o que reforça a necessidade de aprofundamento nesse tema. De forma geral, a tabela permite concluir que os conteúdos mais aplicáveis à prática bancária foram priorizados na prova, e os maiores índices de erro coincidiram com os tópicos que exigem maior abstração matemática e interpretação de variáveis. Esses dados reforçam a importância de um estudo pautado tanto na teoria quanto na resolução contextualizada de problemas reais.

A tabela a seguir sintetiza os principais resultados obtidos com base na resolução das provas, análises didáticas de professores especializados e estatísticas de desempenho divulgadas em plataformas educacionais:

Tabela 1 – Distribuição dos Conteúdos de Matemática Financeira na Prova do Concurso do Banco do Brasil 2023: Frequência, Taxa Média de Acertos e Dificuldades Associadas.

Conteúdo	Frequência na Prova	Taxa Média de Acertos	Principais Dificuldades
Juros Compostos	Alta	35%	Interpretação da capitalização exponencial
Juros Simples	Baixa	78%	Aplicação direta da fórmula
Valor Presente / Valor Futuro	Média	54%	Conversão de períodos e taxas
Taxas Nominal e Efetiva	Média	43%	Confusão entre taxa e período de capitalização
Tabela Price	Alta	61%	Entendimento do valor fixo das parcelas
Sistema de Amortização Constante	Média	48%	Compreensão das parcelas decrescentes e amortizações constantes

Fonte: elaborado pelo autor, 2025.

Os dados revelam uma forte incidência de temas relacionados à capitalização composta e aos sistemas de amortização, refletindo a ênfase prática da prova. No entanto, os baixos índices de acerto nesses tópicos demonstram que muitos candidatos possuem dificuldades em aplicar corretamente os conceitos em situações-problema. Assim, evidencia-se a necessidade de abordagens pedagógicas que combinem teoria e prática, além do uso de simulados realistas como estratégia de preparação.

DISCUSSÕES

Juros Simples e Compostos

O concurso destacou a predominância do regime de juros compostos, refletindo a tendência atual das operações financeiras. Conforme Puccini (2017, p. 44), o sistema composto é amplamente adotado por permitir que os juros incidam sobre montantes previamente capitalizados. Assaf Neto (2017, p. 119) reforça que tal característica amplia os valores finais, diferentemente do regime simples, onde os juros são constantes.

Segundo Gimenes (2014, p. 55), o domínio dos regimes é essencial na resolução de problemas práticos e teóricos, uma vez que a escolha equivocada pode comprometer a análise. Hoji (2011, p. 83) complementa que o juro composto, embora mais complexo, é o mais representativo da realidade bancária e empresarial.

Cardoso (2022, p. 39) observa que o ensino de juros compostos deve ser pautado na contextualização de práticas do mercado financeiro, facilitando a compreensão dos alunos e candidatos a concursos. Martins (2021, p. 47) aponta ainda que o aprofundamento nesse conteúdo contribui para a formação crítica do estudante ao lidar com financiamentos, investimentos e aplicações.

Além disso, a importância do domínio do juro composto transcende o âmbito acadêmico, pois influencia diretamente a tomada de decisões em operações financeiras cotidianas, como empréstimos, poupanças e investimentos. A capacidade de calcular corretamente o montante acumulado em diferentes períodos são fundamentais para que os profissionais da área bancária possam oferecer consultoria financeira adequada e transparente.

A prática constante e a resolução de questões contextualizadas são essenciais para fixar o conhecimento, conforme destaca Franco (2008, p. 62). Essa abordagem prepara os candidatos para interpretar situações reais de mercado, garantindo maior segurança e assertividade na resolução das provas, como as aplicadas pelo Banco do Brasil em 2023.

Valor Presente e Valor Futuro

As questões exigiram do candidato a compreensão da equivalência de capitais, principalmente no que se refere ao cálculo de valores presentes e futuros. De acordo com Gimenes (2014, p. 72), esses conceitos são cruciais na avaliação de investimentos, pois permitem comparar fluxos monetários em momentos distintos.

Franco (2008, p. 85) destaca que o valor presente é uma ferramenta essencial para determinar quanto vale hoje um capital futuro, especialmente em ambientes de decisão financeira. Martins (2021, p. 58) sugere que o entendimento dessas fórmulas é um dos pilares da educação financeira, uma vez que capacita o indivíduo a decidir entre alternativas com prazos e rendimentos distintos.

Puccini (2017, p. 68) salienta que a aplicação das fórmulas deve ser contextualizada, seja em aplicações bancárias ou em financiamento de bens. Cardoso (2022, p. 46) enfatiza o uso de modelagem matemática para facilitar a compreensão da equivalência temporal de capitais, fator frequentemente explorado em provas da CESGRANRIO (2023).

Taxas de Juros Nominal e Efetiva

A correta interpretação entre taxa nominal e efetiva foi exigida em diferentes formatos de questão. Para Vieira Sobrinho (2016, p. 133), distinguir essas taxas são fundamentais para uma análise adequada de rentabilidades. Gitman (2010, p. 228) alerta que decisões financeiras errôneas geralmente decorrem da má compreensão entre essas formas de capitalização.

Hoji (2011, p. 91) sustenta que a taxa nominal expressa uma taxa anual com capitalização em períodos inferiores, enquanto a taxa efetiva já considera os efeitos da capitalização no período. Essa distinção foi cobrada em questões do concurso, exigindo cálculo e interpretação correta dos períodos de capitalização.

Martins (2021, p. 61) destaca que, no ensino de matemática financeira, a explicitação das diferenças entre essas taxas deve ser feita com exemplos concretos de contratos financeiros, facilitando a absorção teórica. Cardoso (2022, p. 52) reforça que a abordagem com tecnologia (como planilhas eletrônicas) pode contribuir para a visualização do impacto dessas taxas.

Tabela Price e Sistema de Amortização Constante (SAC)

O concurso abordou diferentes sistemas de amortização, destacando-se a Tabela Price e o SAC. Ross, Westerfield e Jordan (2010, p. 307) explicam que o sistema Price caracteriza-se por prestações fixas, sendo amplamente utilizado em financiamentos habitacionais e de veículos. Já Gimenes (2014, p. 105) descreve o SAC como um método em que o valor amortizado permanece constante, gerando parcelas decrescentes.

Assaf Neto (2017, p. 167) argumenta que a escolha entre os sistemas depende do perfil do cliente e da estratégia da instituição financeira. Puccini (2017, p. 93) observa que, enquanto o SAC reduz o risco de inadimplência ao longo do tempo, a Tabela Price oferece maior previsibilidade orçamentária.

Martins (2021, p. 65) propõe o uso comparativo de tabelas e gráficos para demonstrar os efeitos dos diferentes sistemas sobre o saldo devedor e os juros pagos ao longo do tempo. Cardoso (2022, p. 58) aponta que a simulação de financiamentos reais em sala de aula ou cursos preparatórios melhora a retenção do conteúdo e sua aplicação em concursos como o do Banco do Brasil (CESGRANRIO, 2023).

Adicionalmente, a compreensão detalhada dos impactos financeiros e comportamentais de cada sistema é essencial para a tomada de decisão tanto do cliente quanto da instituição financeira.

Conforme enfatiza Franco (2008, p. 77): “O domínio desses conceitos permite que o profissional avalie não apenas o custo total do financiamento, mas também o efeito psicológico das prestações constantes ou decrescentes sobre o orçamento familiar”.

A familiaridade com a Tabela Price e o SAC capacita os candidatos a resolver questões que envolvem cálculos complexos, além de interpretar cenários práticos, característica valorizada em provas bancárias. Dessa forma, o estudo comparativo desses sistemas contribui para um aprendizado mais aplicado, promovendo um preparo mais eficiente para concursos públicos na área financeira.

Aplicabilidade Prática

A aplicabilidade prática da matemática financeira no contexto bancário se revela como um fator fundamental para o desempenho eficaz dos profissionais que atuam nesse setor. Essa relevância prática está claramente refletida na estrutura da prova do concurso do Banco do Brasil 2023, que priorizou temas diretamente ligados à rotina financeira e à tomada de decisões econômicas.

De acordo com Brigham e Houston (2012, p. 118):

O conhecimento aprofundado em finanças não é apenas um requisito teórico, mas uma ferramenta essencial para a formulação e venda de produtos financeiros competitivos, sendo um aspecto intrínseco à função dos servidores do Banco do Brasil.

Essa abordagem prática e estratégica evidencia o papel da matemática financeira como alicerce para a construção de soluções eficazes e inovadoras no mercado financeiro. Gitman (2010, p. 223) complementa essa visão ao destacar que a compreensão detalhada dos conceitos de juros, sistemas de amortização e taxas é indispensável para a avaliação precisa das operações financeiras. O autor ressalta que a capacidade de interpretar corretamente esses elementos permite ao profissional não apenas calcular valores, mas também analisar cenários, prever resultados e sugerir alternativas financeiras vantajosas. Essa competência técnica, que vai além do domínio mecânico das fórmulas, é crucial para garantir a solidez das decisões bancárias e a satisfação dos clientes.

Além disso, Cardoso (2022, p. 64) argumenta que a formação em matemática aplicada fortalece o pensamento analítico, uma habilidade imprescindível para decisões estratégicas no ambiente financeiro. Segundo o autor, a matemática financeira contribui para o desenvolvimento de um raciocínio crítico e estruturado, capacitando os profissionais a lidar com situações complexas, identificar riscos e oportunidades, e elaborar estratégias eficientes para a gestão de recursos. Essa perspectiva reforça a importância de uma formação que una teoria e prática, preparando o candidato não apenas para a prova, mas para os desafios reais da carreira bancária.

Martins (2021, p. 70) enfatiza essa necessidade de integração entre teoria e prática, afirmando que a matemática financeira torna-se significativamente mais relevante e motivadora para estudantes e candidatos quando contextualizada em situações reais e aplicáveis. Essa integração contribui para um aprendizado mais sólido e duradouro, facilitando a transferência do conhecimento para o cotidiano profissional. A prova elaborada pela banca CESGRANRIO (2023) reflete essa tendência, apresentando questões que exigem a aplicação dos conceitos em contextos práticos e interligados, estimulando o raciocínio crítico e a interpretação adequada dos dados.

A análise das resoluções comentadas por plataformas especializadas, como Estratégia Concursos (2023), Saber Matemática (2023) e o Mapa da Prova (2023), corrobora a importância do domínio técnico e conceitual da matemática financeira para a seleção de profissionais qualificados. Esses materiais destacam que a simples memorização de fórmulas não é suficiente; é necessário compreender a lógica por trás das operações e aplicar o conhecimento de forma estratégica. Assim, a matemática financeira se consolida não apenas como um conteúdo obrigatório, mas como um diferencial decisivo para o sucesso na carreira bancária.

Em síntese, a aplicabilidade prática da matemática financeira, aliada à exigência de um pensamento analítico e contextualizado, demonstra o papel central dessa disciplina no preparo de profissionais aptos a atuar de forma competente e

inovadora no mercado financeiro, especialmente em instituições como o Banco do Brasil. Esse enfoque prepara o candidato para enfrentar desafios reais, contribuindo para a construção de uma carreira sólida e alinhada às demandas do setor.

Impacto no Desempenho Geral

A análise dos resultados obtidos na prova de Matemática Financeira do concurso do Banco do Brasil 2023 revela que os candidatos com maior familiaridade e domínio prático dos conceitos financeiros apresentaram um desempenho significativamente superior. Esse achado está alinhado com a perspectiva de Brigham e Houston (2012, p. 118), que destacam a matemática financeira como ferramenta indispensável para profissionais do setor bancário. Segundo os autores, o domínio desses conceitos permite não apenas a avaliação precisa da viabilidade de operações financeiras, mas também a otimização de investimentos e a estruturação de produtos competitivos, o que reflete diretamente na capacidade do profissional de atuar com eficiência no mercado financeiro.

Além disso, a análise detalhada das resoluções realizadas por especialistas em plataformas educacionais, como Estratégia Concursos (2023) e Saber Matemática (2023), corrobora que o diferencial dos candidatos aprovados esteve na habilidade de interpretar corretamente os enunciados, identificar os dados relevantes e aplicar a fórmula apropriada ao contexto apresentado. Essa competência, que vai além do simples conhecimento teórico, demonstra a importância da aplicação prática e do raciocínio crítico na resolução de problemas, reforçando a necessidade de uma preparação que contemple tanto a teoria quanto a prática contextualizada.

O Mapa da Prova (2023) elaborado pela banca CESGRANRIO enfatiza que as questões de matemática financeira valorizam o raciocínio lógico aliado à técnica, exigindo do candidato não apenas a memorização de fórmulas, mas a compreensão profunda dos conceitos e sua aplicação em diferentes situações. Essa abordagem dialoga diretamente com a visão de Hoji (2011, p. 102), que defende que a matemática financeira deve ser ensinada de forma integrada à prática profissional, evitando o ensino fragmentado ou meramente teórico. Segundo Hoji, essa integração favorece o desenvolvimento de competências que são essenciais para o desempenho no ambiente real de trabalho, o que é refletido na exigência das provas atuais.

Portanto, o impacto do preparo prático sobre o desempenho geral evidencia a importância de estratégias de estudo que promovam a resolução de exercícios contextualizados, a interpretação crítica e o uso de tecnologias educacionais que facilitem a visualização dos conceitos financeiros. Isso não apenas melhora a performance em provas, mas também prepara o candidato para os desafios reais do mercado financeiro, aumentando suas chances de sucesso profissional.

Em suma, o domínio da matemática financeira aplicada se mostra um diferencial competitivo crucial, e o concurso do Banco do Brasil 2023 confirma essa tendência ao priorizar questões que exigem do candidato mais do que conhecimento mecânico: é necessário raciocínio, interpretação e aplicação prática, habilidades que precisam ser cultivadas desde a preparação inicial até a atuação profissional.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise das questões de Matemática Financeira do concurso do Banco do Brasil 2023 revelou que o domínio dos principais conceitos, como juros simples e compostos, sistemas de amortização (Tabela Price e SAC), e cálculo de taxas são fundamentais para o bom desempenho dos candidatos. Os resultados indicam que o conhecimento técnico aliado à capacidade de aplicar teorias em situações práticas foi decisivo para a aprovação. Destaca-se, também, a ênfase das bancas examinadoras em avaliar não apenas a memorização, mas a compreensão profunda e contextualizada dos conteúdos.

A relevância da Matemática Financeira nos concursos bancários é inquestionável, uma vez que ela espelha as competências necessárias para a atuação profissional na área financeira. Tal domínio contribui para a tomada de decisões embasadas, garantindo eficiência em operações bancárias e contribuindo para a competitividade das instituições. Além disso, o estudo comprova que o ensino aliado à prática prepara melhor os candidatos para enfrentar os desafios dos concursos e do mercado de trabalho.

Recomenda-se que futuros estudos ampliem a análise para outros concursos públicos do setor financeiro, possibilitando uma comparação das abordagens e tendências. Ademais, é importante investigar a eficácia dos diferentes métodos de ensino e preparação, buscando estratégias que facilitem a aprendizagem e aprimorem o desempenho dos candidatos. Para os candidatos, é fundamental investir em uma preparação que combine teoria, resolução de exercícios e simulações práticas, especialmente utilizando materiais atualizados e comentados por especialistas. Dessa forma, será possível alcançar melhores resultados e contribuir para a formação de profissionais qualificados e preparados para o mercado bancário contemporâneo.

REFERÊNCIAS

- ASSAF NETO, Alexandre. **Mercado financeiro**. São Paulo: Atlas, 2017.
- BRIGHAM, Eugene F.; HOUSTON, Joel F. **Fundamentos da administração financeira**. São Paulo: Cengage Learning, 2012.
- CARDOSO, Samuel de Oliveira. **Matemática financeira com abordagem pela modelagem matemática**. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Centro de Tecnologia e Ciências, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2022.
- FRANCO, Gilberto. **Matemática financeira**. São Paulo: Atlas, 2008.
- GIMENES, Cristiano Marchi. **Matemática financeira: com HP 12C e Excel**. 4. ed. São Paulo: Saraiva, 2014.
- GITMAN, Lawrence J. **Princípios de administração financeira**. São Paulo: Pearson, 2010.

HOJI, Masakazu. **Administração financeira**. São Paulo: Atlas, 2011.

MARTINS, Ariadne Beatriz Medina Lopes. **Matemática financeira: abordagem histórica e contemporânea para o ensino**. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2021.

PUCCINI, Abelardo de Lima. **Matemática financeira: objetiva e aplicada**. 10. ed. São Paulo: Saraiva, 2017.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JORDAN, Bradford D. **Administração financeira**. Porto Alegre: AMGH, 2010.

VIEIRA SOBRINHO, José Dutra. **Matemática financeira**. São Paulo: Atlas, 2016.

CESGRANRIO. **Prova do Concurso do Banco do Brasil 2023**. Rio de Janeiro: CESGRANRIO, 2023. Disponível em: <https://www.cesgranrio.org.br>. Acesso em: 23 maio 2025.

ESTRATÉGIA CONCURSOS. **Resolução de Provas Banco do Brasil 2023: Matemática Financeira – Prof. Brunno Lima**. 2023. Disponível em: <https://www.estrategiaconcursos.com.br>. Acesso em: 22 maio 2025.

MAPA DA PROVA. **Questões de CESGRANRIO - Matemática - Conceitos Fundamentais de Matemática Financeira - 2023**. 2023. Disponível em: <https://www.mapadaprova.com.br>. Acesso em: 22 maio 2025.

SABER MATEMÁTICA. **Prova resolvida – BB 2023 – Matemática – Prova A**. 2023. Disponível em: <https://www.sabermatematica.com.br>. Acesso em: 23 maio 2025.



O Cubo Sonobe como Recurso Didático para a Aprendizagem de Matemática

The Sonobe Cube as a Teaching Resource for Mathematics Learning

Luana Paula Goulart de Menezes

Instituto Federal do Paraná (IFPR). Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3115523471583817>

Emanuel Vedovetto Santos

Instituto Federal do Paraná (IFPR). Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0295110298976843>

Resumo: Propostas diferenciadas de ensino, que conectam diversas áreas do saber, são frequentemente sugeridas como estratégias para tornar o ensino de matemática mais dinâmico e, conseqüentemente, proporcionar uma aprendizagem mais significativa. Com esse intuito, este estudo tem como objetivo apresentar aspectos do planejamento e da execução de uma oficina sobre o cubo Sonobe (em origami), realizada em um dos campi do Instituto Federal do Paraná (IFPR), com a intenção de divulgar a experiência e inspirar professores a implementarem propostas pedagógicas inovadoras em suas aulas.

Palavras-chave: cubo Sonobe; ensino de matemática; oficinas didáticas; origami.

Abstract: Innovative teaching approaches that connect different areas of knowledge are often suggested as strategies to make mathematics education more dynamic and, consequently, promote more meaningful learning. With this in mind, this study aims to present aspects of the planning and implementation of a workshop on the Sonobe cube (in origami), held at one of the campuses of the Federal Institute of Paraná (IFPR). The goal is to share this experience and inspire teachers to implement innovative pedagogical practices in their own classrooms.

Keywords: Sonobe cube; mathematics education; teaching workshops; origami.

INTRODUÇÃO

Um ensino de Matemática que mobilize diversas habilidades tem sido amplamente discutido na literatura educacional. Em um mundo cada vez mais conectado e marcado pela presença das inteligências artificiais, torna-se essencial promover, nas salas de aula, práticas pedagógicas que estimulem o raciocínio lógico, a criatividade e a interdisciplinaridade.

Com base nessa perspectiva, este estudo tem como objetivo apresentar uma proposta interdisciplinar entre Matemática e Arte, desenvolvida no Instituto Federal do Paraná (IFPR), com a participação de aproximadamente 20 estudantes do ensino médio técnico. Para a elaboração dessa proposta, realizamos uma revisão de literatura com o intuito de identificar abordagens que favorecessem a interdisciplinaridade e permitissem a apresentação de conceitos matemáticos de forma menos rígida, por meio de oficinas e atividades manuais.

Neste trabalho, em particular, exploramos a construção do cubo Sonobe — um tipo de origami modular composto por dobraduras individuais que, ao serem

encaixadas, formam estruturas tridimensionais. A oficina de origami abordou diferentes tipos de poliedros e, como será discutido, demonstrou-se eficaz na mobilização de diversos conceitos matemáticos.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A Matemática é, sem dúvidas, uma das áreas do conhecimento humano mais presentes nas diversas invenções ao longo da história, tornando-se fundamental para o desenvolvimento intelectual e tecnológico. No entanto, para muitas pessoas, ela ainda é vista como um saber inacessível e excessivamente difícil, o que tem contribuído para o aumento da ansiedade relacionada à sua aprendizagem.

Segundo Santos e França (2024), a ansiedade matemática pode comprometer a capacidade de resolver problemas, gerar frustração e até ser confundida com a discalculia. Estudos indicam que esses transtornos são distintos e requerem intervenções específicas, embora a relação entre eles ainda não esteja completamente esclarecida. Fatores cognitivos, como dificuldades com habilidades numéricas, e fatores afetivos, como baixa autoestima, estão associados a níveis mais elevados de ansiedade matemática.

Tendo em vista apresentar uma matemática mais acessível, em que o aluno consiga se sentir mais confiante, temos como projeto de pesquisa o estudo de possíveis oficinas que podem contribuir com uma aprendizagem interdisciplinar e que possa desenvolver nos alunos habilidades criativas.

Para promover um ensino criativo o próprio professor deve ser experiente e criativo. Como apresenta Grégorie (2016, p.33-34):

Desenvolver a criatividade matemática na escola deve começar pela formação matemática dos professores. Somente professores experientes e criativos são capazes de proporcionar um ambiente adequado para o desenvolvimento da criatividade dos alunos. Esses docentes precisam encontrar o equilíbrio certo entre o domínio do conhecimento (conceitos e procedimentos) e o pensamento original. Para desenvolver seu pensamento original (especialmente um estilo cognitivo criativo), os alunos devem ter a oportunidade de trabalhar com problemas mal definidos e de resposta aberta, errar, cometer enganos e encontrar diferentes soluções para um mesmo problema. Por meio dessas experiências, associadas a emoções positivas, os estudantes tendem a desenvolver uma motivação intrínseca para a criatividade em matemática. Além disso, os alunos devem compreender que os insights criativos dependem de discussão, colaboração e apoio social [...].

Foi com o intuito de criar um ambiente propício ao desenvolvimento dessas características que propusemos a realização de uma oficina voltada à socialização e à discussão de ideias. Conforme observado em Grégorie (2016), a criatividade não deve ser entendida como uma qualidade inerente à personalidade de um indivíduo, mas sim como uma propriedade atribuída a um produto ou a uma ideia.

Ainda segundo o autor, classificar pessoas como criativas ou não criativas é uma visão simplista, uma vez que todos podem manifestar criatividade em algum grau ou em determinado domínio ao longo de suas experiências. Acreditamos fortemente que ao desenvolver atividades diferenciadas de ensino podemos criar situações para que alunos sejam estimulados a manifestar criatividade e ideias.

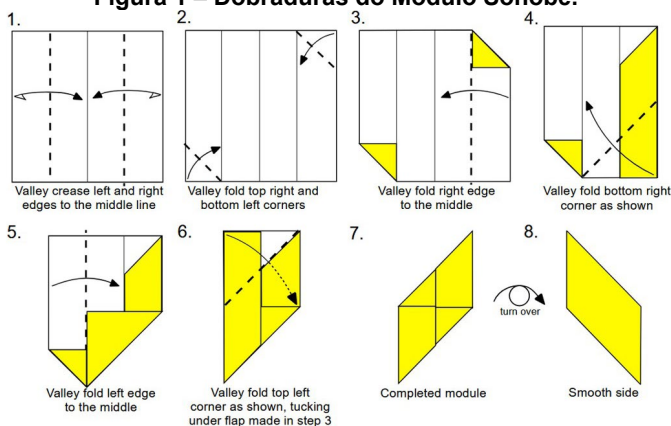
Para gerarmos contextos de atividades que possam possibilitar a manifestação da criatividade, nossa proposta envolveu uma atividade artística manual (com origami) e discussões de cunho matemático. Como apresenta Quintino e Damázio Júnior (2020), os discursos que configuram os conceitos de Arte e Matemática contêm elementos que favorecem sua sacralização. A Matemática é frequentemente exaltada como a mais elevada expressão da razão humana, dotada de uma linguagem capaz de explicar e dominar a realidade. A Arte, por sua vez, é comumente atribuída a um seleto grupo de grandes artistas, reservando ao público em geral apenas a fruição, muitas vezes condicionada por normas e padrões estéticos preestabelecidos, acessíveis a poucos considerados detentores de refinado senso estético. Porém, concordamos com Quintino que tanto a Matemática, quanto a Arte são atividades humanas e são acessíveis a quaisquer pessoas.

O CUBO SONOBE EM UMA EXPLORAÇÃO MATEMÁTICA NO CONTEXTO DOS ORIGAMI

Com as ideias aqui expostas, nossa proposta foi criar uma experiência descontraída em que os alunos pudessem ter contato com uma manifestação artística e, por outro lado, pudessem aprender conceitos matemáticos. Deste modo, preparamos uma oficina sobre poliedros direcionada aos alunos dos cursos técnicos de nível médio do Instituto Federal do Paraná. Em tal oficina, construímos poliedros em origami e, neste trabalho, apresentaremos sobre a construção do cubo Sonobe.

Os cubos escolhidos são montados a partir da dobradura de seis módulos Sonobe cujos passos apresentamos na imagem abaixo¹.

Figura 1 – Dobraduras do Módulo Sonobe.



Fonte: Naughton, 2011.

¹ Para ver variações das dobraduras, recomendamos o site: <https://www.amherst.edu/media/view/290032/original/oragami.pdf>.

Conforme ilustrado nos passos 7 e 8 da imagem, a unidade Sonobe assume a forma de um paralelogramo com ângulos de 45° e 135° , configurado por vincos que delimitam duas abas diagonais nas extremidades e dois encaixes no centro, em forma de quadrado. Essa estrutura possibilita o acoplamento entre unidades, permitindo a construção de diferentes formas geométricas tridimensionais.

Devido ao formato de paralelogramos das unidades, consideramos uma excelente oportunidade para explorar o conceito de retas paralelas, bem como a definição de polígono. Assim sendo, trabalhamos com os alunos o conceito de ângulo quando temos uma reta transversal que corta duas retas paralelas e o conceito de soma dos ângulos internos de um polígono regular.

Além dos assuntos citados, é possível observar que, por meio das diversas dobragens, o sistema adquire maior resistência, proporcionando aos alunos uma compreensão intuitiva de noções físicas relacionadas à estrutura das dobraduras.

Para estimular ainda mais o interesse e a curiosidade da turma, propusemos o desafio de descobrir, por conta própria, como os seis módulos poderiam ser transformados em um cubo. Nos primeiros minutos, os alunos demonstraram ceticismo quanto à viabilidade desse encaixe, mas, após diversas tentativas e experimentações, conseguiram perceber que a montagem era de fato possível.

Após conseguirmos construir o cubo com os módulos Sonobe, elaboramos um roteiro de discussão com o objetivo de explorar o conceito de poliedros e, mais especificamente, compreender o que caracteriza um poliedro regular. Iniciamos retomando a definição formal: um poliedro é considerado regular quando todas as suas faces são polígonos regulares e congruentes, e quando todos os seus vértices são formados pela interseção do mesmo número de arestas (Menezes, 2024). Essa discussão se mostrou especialmente relevante, pois muitos alunos relataram ter tido pouco ou nenhum contato com conteúdo de geometria ao longo de sua trajetória escolar.

Figura 2 - Construção do Cubo pelos alunos.

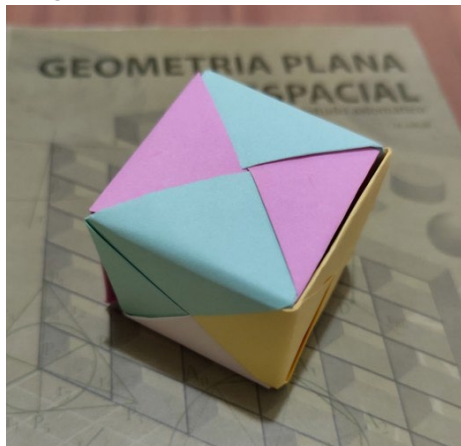


Fonte: autoria nossa.

Nesse contexto, o cubo — enquanto objeto manipulável e visualmente claro — serviu como importante recurso pedagógico para a retomada e consolidação de

conceitos fundamentais como vértices, arestas e faces. Além disso, pudemos discutir o conceito de área das faces do cubo e dos triângulos coloridos que aparecem em sua construção.

Figura 3 – Cubo Sonobe construído.



Fonte: autoria nossa.

A partir dessa exploração concreta, foi possível introduzir e discutir também sobre a relação de Euler para poliedros convexos ($V - A + F = 2$), permitindo aos alunos perceberem, de forma prática, a conexão entre esses elementos estruturais e as propriedades matemáticas que os vinculam.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base na proposta da oficina, buscamos aproximar os alunos da Matemática e da Arte de uma forma mais leve e significativa. Partimos da compreensão de que essas áreas, muitas vezes vistas como distantes ou inacessíveis, são, na verdade, construções humanas e, portanto, passíveis de serem vivenciadas por qualquer pessoa (Quintino; Damázio Júnior, 2020). Ao propormos a construção do cubo Sonobe, nosso objetivo era justamente criar um ambiente em que fosse possível experimentar elementos dessas duas linguagens de forma integrada.

A atividade permitiu que os alunos tivessem contato com noções importantes da geometria espacial, como vértices, arestas, faces e a relação de Euler, ao mesmo tempo em que exploravam uma prática artística baseada na dobradura. Muitos deles não tinham familiaridade com esses conceitos, e o contato direto com o objeto facilitou a visualização e a compreensão dos elementos que compõem um poliedro. A montagem do cubo, por sua vez, exigiu atenção, paciência e trabalho colaborativo, valores também importantes no processo de aprendizagem.

O uso do origami modular como recurso didático também favoreceu o desenvolvimento da criatividade e da percepção espacial. A construção do cubo com seis módulos, sem o uso de cola, chamou a atenção dos alunos e despertou

curiosidade, tornando o momento de aprendizagem mais dinâmico. Além disso, o próprio formato dos módulos possibilitou discussões sobre ângulos, paralelismo e resistência estrutural, ampliando o olhar dos alunos para além da matemática formal.

Acreditamos que essa experiência reforça a importância de propor atividades que rompam com a rigidez tradicional do ensino e que criem espaço para a experimentação, a descoberta e o encantamento. Unir arte e matemática, nesse contexto, não foi apenas uma escolha estética ou metodológica, mas uma forma de afirmar que o conhecimento pode ser construído de modo sensível, acessível e significativo.

REFERÊNCIAS

QUINTINO, Bruna; DAMÁZIO JÚNIOR, Valdir. **O origami enquanto manifestação artística e possíveis relações com o ensino de Matemática**. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 11, p. 254–274, 22 jul. 2020.

GRÉGOIRE, Jacques. **Understanding Creativity in Mathematics for Improving Mathematical Education**. Journal of Cognitive Education and Psychology, v. 15, p. 24–36, 1 fev. 2016.

MENEZES, Luana Paula Goulart de Menezes. **Origami: Arte e Matemática na construção dos “Cubos de Colombo” (Columbus Cube)**. Revista Professor de Matemática Online, v. 12, 2 dez. 2024.

NAUGHTON, Michael. **How to Fold the Sonobè Module & some Variations**. 2011. Disponível em: <https://www.amherst.edu/media/view/290032/original/oragami.pdf>. Acesso em: 30 jun. 2025.

SANTOS, Joyce Kelly de Jesus; FRANÇA, Denise Alves de Oliveira. **Matemática e suas aplicações: recursos e estratégias para um ensino efetivo**. In: ANDRADE, Paulo Marcos Ferreira. Matemática e suas aplicações: recursos e estratégias para um ensino efetivo. Ponta Grossa: Aya, 2024. p. 94-97. Disponível em: <https://ayaeditora.com.br/Livro/29294/>. Acesso em: 26 de maio de 2025.



Funções e Tributos: Uma Abordagem Matemática Contextualizada com o INSS e IRPF

Functions and Taxes: A Contextualized Mathematical Approach with Social Security (INSS) and Income Tax (IRPF)

Janete Fuechter

Escola de Educação Básica Guilherme André Dalri – Secretaria de Estado de Educação de Santa Catarina (SED). Link para o Currículo Lattes: <https://lattes.cnpq.br/2060681304600606>

Keila Fuechter

Escola de Educação Básica Guilherme André Dalri – Secretaria de Estado de Educação de Santa Catarina (SED)

Maria Eduarda Sapelli

Escola de Educação Básica Guilherme André Dalri – Secretaria de Estado de Educação de Santa Catarina (SED)

Resumo: O presente relato descreve uma experiência pedagógica realizada com estudantes da 1ª série III do Novo Ensino Médio da Escola de Educação Básica Guilherme André Dalri, em Salete (SC). O estudo teve como objetivo compreender o cálculo do salário líquido em função da renda bruta, utilizando os descontos do INSS e do IRPF como contexto real para o ensino de funções matemáticas. A partir da exploração de fontes teóricas, pesquisa em sala, cálculos e uso do software GeoGebra, os alunos construíram leis de formação de funções por partes e representaram graficamente os descontos aplicados. O trabalho integrou linguagem verbal, algébrica e gráfica, seguindo as propostas de múltiplas representações. A atividade favoreceu o aprendizado significativo, aproximando a Matemática da realidade dos estudantes, além de desenvolver competências críticas e de educação financeira. O estudo foi apresentado na XIV Feira de Matemática da CRE34^a – Taió como forma de compartilhar os resultados com a comunidade escolar.

Palavras-chave: matemática; funções; INSS, IRPF.

Abstract: This report describes a pedagogical experience carried out with students from the 1st Year, Class III, of the New High School curriculum at Escola de Educação Básica Guilherme André Dalri, in Salete (SC), Brazil. The objective of the study was to understand how to calculate net salary based on gross income, using INSS and IRPF deductions as a real-life context for teaching mathematical functions. Through the exploration of theoretical sources, classroom research, calculations, and the use of GeoGebra software, students developed piecewise function rules and graphically represented the applied deductions. The work integrated verbal, algebraic, and graphical language, following the principles of multiple representations. The activity promoted meaningful learning by bringing Mathematics closer to the students' reality, while also fostering critical thinking and financial literacy skills. The study was presented at the 14th Mathematics Fair of CRE – Taió as a way to share the results with the school community.

Keywords: mathematics; functions; INSS; IRPF.

INTRODUÇÃO

A Matemática, quando trabalhada em sua perspectiva aplicada, revela-se uma ferramenta poderosa para a compreensão de fenômenos cotidianos e sociais. Nesse contexto, o presente relato de experiência apresenta um estudo realizado em junho de 2023 com as turmas da 1ª série do Novo Ensino Médio da Escola de Educação Básica Guilherme André Dalri, localizada no município de Salete, Santa Catarina. A investigação envolveu cerca de 72 estudantes, sendo o presente relato baseado nas atividades desenvolvidas com a turma.

A proposta surgiu durante uma aula de Matemática, no momento em que se discutia o conteúdo de funções. A partir de um exemplo presente no livro didático, foi identificada a possibilidade de aplicar os conhecimentos teóricos à vida real, especialmente ao se explorar a relação entre o conceito de função e o cálculo do Imposto de Renda da Pessoa Física (IRPF). Essa abordagem despertou o interesse dos estudantes, pois tratava-se de um tema recorrente no cotidiano da população adulta brasileira, embora pouco compreendido por muitos. Assim, surgiu o questionamento que norteou a pesquisa: “Como calcular o salário líquido de uma pessoa em função do valor de sua renda? ”

Durante o desenvolvimento da investigação, identificou-se que o cálculo do salário líquido não depende apenas do desconto do IRPF, mas também da contribuição obrigatória ao Instituto Nacional do Seguro Social (INSS). A necessidade de compreender essas duas estruturas tributárias levou os estudantes a perceberem a aplicabilidade direta do conteúdo matemático em um aspecto essencial da vida financeira das pessoas: a remuneração líquida recebida mensalmente.

Segundo Skovsmose (2000), a Matemática crítica deve estar atrelada a contextos sociais relevantes, promovendo o empoderamento dos sujeitos ao capacitá-los para interpretar e intervir na realidade. É nesse sentido que o estudo ganhou relevância, ao permitir que os alunos compreendessem, por meio do conteúdo de funções, os cálculos de tributos que afetam diretamente o rendimento das famílias brasileiras. Como defende Fonseca (2011), a aprendizagem se torna mais significativa quando o aluno percebe sentido naquilo que estuda, especialmente quando esse conhecimento está vinculado a questões sociais e econômicas de sua realidade.

A experiência culminou na produção de um trabalho para a XIV Feira de Matemática da Coordenadoria Regional de Educação (CRE34ª) – Taió - SC, com o objetivo de compartilhar os resultados da pesquisa e ampliar a compreensão de outras pessoas que, assim como os estudantes inicialmente, desconhecem os critérios de cálculo dos descontos aplicados na folha de pagamento.

Portanto, este estudo visa apresentar o percurso metodológico, os resultados e as discussões advindas da proposta pedagógica, evidenciando como o estudo de funções pode extrapolar os limites da sala de aula e se conectar a temas de cunho social, econômico e cidadão, contribuindo para a formação crítica e prática dos estudantes.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Como fundamentação teórica para o desenvolvimento das atividades propostas neste estudo, utilizaram-se teorias e referenciais voltados a quatro eixos principais: o funcionamento e a legislação vigente do Imposto de Renda da Pessoa Física (IRPF) e do Instituto Nacional do Seguro Social (INSS); os princípios da modelagem matemática como metodologia de ensino; e os fundamentos da Educação Matemática Crítica. Essas abordagens forneceram suporte tanto para a construção dos conteúdos didáticos quanto para a reflexão sobre a aplicação social da matemática no cotidiano dos estudantes. A seguir, detalham-se as contribuições teóricas de cada um desses eixos.

O Imposto de Renda da Pessoa Física (IRPF)

O Imposto de Renda da Pessoa Física (IRPF) é um tributo federal cobrado anualmente de pessoas físicas com base na renda obtida ao longo do ano. Esse imposto, regulamentado pela Receita Federal do Brasil, incide sobre os rendimentos do contribuinte, tais como salários, aluguéis, aposentadorias, pensões e outros ganhos. Sua cobrança ocorre de forma progressiva, ou seja, quanto maior a renda, maior a alíquota aplicada.

De acordo com o Ministério da Fazenda (Brasil, 2023), o IRPF “possui função arrecadatória e distributiva, já que seu caráter progressivo busca promover uma maior justiça fiscal, cobrando mais de quem ganha mais”. Essa progressividade é implementada por meio de faixas de tributação, com deduções fixas para cada faixa, o que pode ser representado matematicamente por funções afins (funções polinomiais do 1º grau com termo independente).

A compreensão das faixas de tributação e de como calcular o valor do imposto retido na fonte é fundamental para qualquer trabalhador. Entretanto, grande parte da população desconhece como esse tributo funciona na prática, o que revela a importância de abordá-lo no ambiente escolar como parte de uma educação financeira mais ampla.

O Instituto Nacional do Seguro Social (INSS)

O Instituto Nacional do Seguro Social (INSS) é o órgão responsável por operacionalizar o sistema de seguridade social no Brasil, garantindo benefícios como aposentadoria, auxílio-doença, pensão por morte e licença-maternidade. A contribuição para o INSS é obrigatória para trabalhadores formais regidos pela Consolidação das Leis do Trabalho (CLT) e é recolhida diretamente na folha de pagamento, antes do salário ser disponibilizado ao trabalhador.

Torres (2023) afirma que “a contribuição ao INSS é uma forma de proteção social, pois permite que o trabalhador tenha direito a benefícios futuros, desde que cumpra os requisitos legais de tempo de contribuição e idade”. Essa contribuição também é feita de forma progressiva, com diferentes alíquotas aplicadas conforme a faixa salarial do contribuinte. Assim como no caso do IRPF, os valores pagos ao

INSS podem ser representados por funções lineares por partes, dependendo da renda mensal bruta.

A complexidade do cálculo do INSS e o impacto direto que ele tem sobre o valor final recebido pelo trabalhador tornam essencial a sua compreensão por parte dos estudantes, especialmente os que estão em processo de inserção no mercado de trabalho.

A Modelagem Matemática no Estudo de Funções com INSS e IRPF

A modelagem matemática, entendida como uma estratégia de ensino que aproxima os conceitos escolares da realidade vivida pelos estudantes, teve papel central no desenvolvimento deste trabalho. Ao utilizar os descontos do INSS e do IRPF como base para a construção de leis de formação de funções, os alunos foram levados a representar, analisar e interpretar situações reais através da linguagem matemática.

Inicialmente, os estudantes trabalharam com a linguagem verbal, discutindo o que sabiam sobre impostos e salários, para, em seguida, explorarem dados oficiais e fontes confiáveis que apresentavam as alíquotas e faixas de contribuição de ambos os tributos. Com base nessas informações, elaboraram modelos matemáticos representados por funções por partes — uma abordagem fundamental para compreender situações em que há variação nas regras conforme o valor da entrada (neste caso, o salário bruto).

Essas funções foram representadas na forma algébrica e posteriormente inseridas no software GeoGebra, que permitiu aos alunos visualizar graficamente os comportamentos dos descontos aplicados sobre diferentes rendas. O uso das múltiplas representações — verbal, algébrica e gráfica — seguiu a proposta de Duval (2011) que destaca a importância da articulação entre diferentes registros semióticos para uma aprendizagem mais profunda e significativa dos conceitos matemáticos.

A modelagem matemática, nesse sentido, não se limitou a uma aplicação técnica dos conteúdos, mas promoveu reflexão crítica sobre a função social da matemática e sobre os impactos concretos dos tributos na vida dos trabalhadores. Os alunos passaram a compreender que a matemática não está restrita aos livros ou às provas escolares, mas está diretamente relacionada a temas de interesse cotidiano, como o planejamento financeiro, os direitos trabalhistas e a justiça tributária.

Além disso, a proposta permitiu que os estudantes atuassem como protagonistas do processo de aprendizagem, formulando hipóteses, testando cálculos, construindo modelos e interpretando resultados. Isso reforçou o papel da escola como espaço de formação cidadã e contribuiu para o desenvolvimento de competências matemáticas e sociais, fundamentais na formação dos jovens.

A Educação Matemática Crítica e a Formação Cidadão

A Educação Matemática Crítica, conforme proposta por Ole Skovsmose (2000), propõe que o ensino da Matemática vá além da mera aprendizagem de técnicas e fórmulas, favorecendo uma formação que permita aos estudantes interpretar e intervir na realidade. Para o autor, “a Matemática deve ser vista como uma ferramenta para compreender e transformar o mundo”, o que implica trabalhar com temas socialmente relevantes e contextualizados.

Nesse sentido, o estudo dos impostos (como o IRPF e o INSS) dentro da sala de aula se alinha aos princípios da Educação Matemática Crítica ao permitir que os alunos reflitam sobre o funcionamento do sistema tributário e seus impactos sociais e econômicos. De acordo com D'Ambrosio (2002), “a Matemática precisa ser ensinada como parte de uma formação ética e política do cidadão, envolvendo contextos reais e problemas vivenciados pelas pessoas”.

Ao utilizar o conteúdo de funções para abordar o cálculo de tributos sobre salários, o ensino da Matemática se torna significativo e contextualizado, contribuindo para o desenvolvimento da criticidade, da autonomia e da capacidade de tomada de decisões informadas por parte dos estudantes. Além disso, promove uma integração entre os conhecimentos matemáticos e a educação financeira e cidadã, conforme orientações da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017).

CAMINHOS METODOLÓGICOS, RESULTADOS E DISCUSSÃO

O presente relato apresenta os estudos realizados com a turma da 1ª série III da Escola de Educação Básica Guilherme André Dalrí, composta por 24 estudantes. Trata-se de um estudo pautado em fontes teóricas, atividades práticas, modelagem e cálculos matemáticos, além de registros escritos e fotográficos.

Inicialmente buscou-se compreender a definição de piso salarial, de salário líquido e de salário bruto de uma pessoa assalariada. A professora sondou os conhecimentos prévios dos alunos a respeito desses três tópicos e problematizou uma situação em que os alunos deveriam responder se todos os trabalhadores pagam impostos e se conhecem quais impostos são pagos. Visto que parte dos estudantes desconheciam totalmente o assunto, uma pesquisa foi realizada em sala de aula, para a qual foi utilizando o aparelho celular e, posteriormente, as definições encontradas foram socializadas.

Percebeu-se que o salário bruto do trabalhador é aquele registrado na carteira de trabalho, que geralmente é maior que o salário líquido e para que um trabalhador saiba o valor que terá após um mês inteiro de trabalho, deverá descontar impostos, tais como, o INSS e o IRPF.

Segundo Torres (2023), o desconto para o Instituto Nacional do Seguro Social (INSS), é a contribuição que o trabalhador paga para garantir direitos como aposentadoria e outros benefícios que podem ser oferecidos pela Previdência Social, com exceção apenas dos funcionários públicos. Essa contribuição tem

como principal vantagem, poder ter a garantia de um benefício mensal após determinadas condições que podem envolver tempo de trabalho ou até mesmo serem consequências de algum acidente no trabalho. É através do INSS que o trabalhador também pode garantir direitos como licença maternidade, seguro desemprego e aposentadoria.

O INSS é descontado diretamente do valor da folha de pagamento do trabalhador antes de ele receber o valor líquido. Esse desconto é feito de maneira progressiva, mensalmente, e o valor é direcionado pelo próprio empregador para a Previdência Social, valores que variam de acordo com o salário bruto de cada área profissional (Torres, 2023).

Em janeiro de 2023, foram determinadas novas faixas de contribuição do INSS, conforme mostra a Figura 1. Mudanças decorrentes da reforma da previdência que aconteceu em 2022 conforme a atualização do salário mínimo, que passou a ser a partir de 01/05/2023 de R\$ 1.320,00.

Figura 1- Alíquotas para a contribuição do INSS a partir de janeiro de 2023.

SALÁRIO-DE-CONTRIBUIÇÃO (R\$)	ALÍQUOTA PARA FINS DE RECOLHIMENTO AO INSS
até R\$ 1.320,00	7,5%
de R\$ 1.320,01 até R\$ 2.571,29	9%
de R\$ 2.571,30 até R\$ 3.856,94	12 %
de R\$ 3.856,95 até R\$ 7.507,49	14%

Fonte: Torres, 2023.

Com base nas informações apresentadas na Figura 1, percebe-se uma primeira relação com o estudo de funções. Percebe-se que o valor recolhido de imposto ocorre em função do salário bruto que a pessoa possui, visto que alíquota pode variar, conforme o rendimento do trabalhador, ou seja, em função do salário.

O trabalhador que recebe até R\$ 1 320,00 de salário bruto deve recolher 7,5% dele para o INSS, ou seja, $f(x) = 0.075 * x$, se $x \leq 1\,320,00$.

O trabalhador que recebe de R\$1 320,01 a R\$ 2 571,29 de salário bruto deve recolher 9% dele para o INSS, ou seja, $f(x) = 0.09 * x$, se $1\,320,01 \leq x \leq 2\,571,29$.

O trabalhador que recebe de R\$ 2 571,30 a R\$ 3 856,94 de salário bruto deve recolher 11% dele para o INSS, ou seja se $f(x) = 0.12 * x$, se $2\,571,30 \leq x \leq 3\,856,94$.

O trabalhador que recebe de R\$ 3 856,95 a R\$ 7 507,49 de salário contribui com 14%, ou seja, se $f(x) = 0.14 * x$, se $3\,856,95 \leq x \leq 7\,507,49$.

O trabalhador que recebe a partir de R\$ 7 507,49 paga a alíquota de 14%, ou seja, $f(x) = 0.14 * x$, se $x > 7\,507,49$. Isso porque a contribuição é limitada ao teto da Previdência Social.

Assim, para o desconto do INSS em função do salário do trabalhador, temos a seguinte lei de formação de função:

$$f(x) = \begin{cases} 0,075 * x, & \text{se } x \leq 1\,320,00. \\ 0,09 * x, & \text{se } 1\,320,01 \leq x \leq 2\,571,29 \\ 0,12 * x, & \text{se } 2\,571,30 \leq x \leq 3\,856,94 \\ 0,14 * x, & \text{se } 3\,856,95 \leq x \leq 7\,507,49 \\ 0,14 * x, & \text{se } x > 7\,507,49 \end{cases}$$

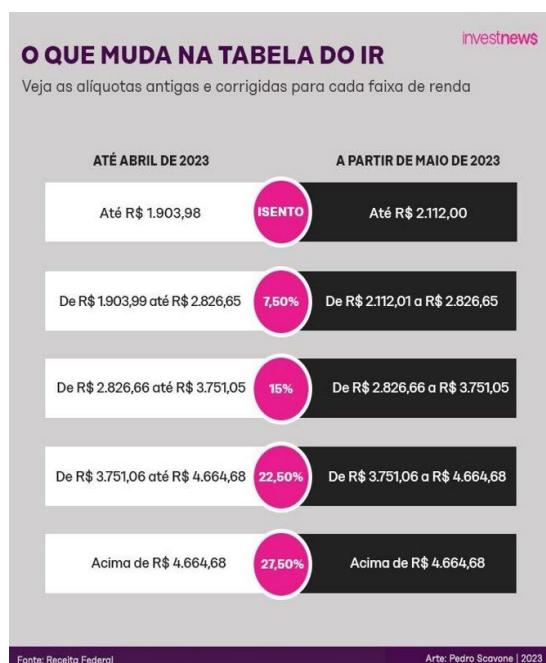
Percebe-se em ambas as categorias, a existência de funções polinomiais do 1º grau, classificadas como funções lineares, que segundo Souza (2020), são assim chamadas por serem definidas pela lei de função $f(x) = ax$ em que $a \neq 0$, ou seja, um número real não nulo, e $b = 0$.

Nos estudos baseados em Torres (2023), constatou-se que no caso de pessoas autônomas, o desconto do INSS é descontado do pagamento quando a contratação for realizada por uma empresa, através do Recibo de Pagamento Autônomo – RPA – ou deve ser realizado de maneira independente se o profissional atuar com serviços diretamente a pessoas físicas, respeitando os valores proporcionais ao faturamento e plano escolhido durante o cadastro para definir as taxas de aposentadoria ou auxílio no futuro. “É preciso lembrar que também há recolhimento do INSS para pessoas jurídicas, chamado de INSS patronal, que independe de possuir ou não empregados” (Torres, 2023, n.p.).

Ao longo do estudo, compreendeu-se que o salário de todo profissional contratado via CLT (Consolidação das Leis do Trabalho) passa por uma série de cálculos até se tornar líquido ao trabalhador, pois existem descontos legais que ocorrem no processo. Um dos primeiros descontos a ser realizado, deve ser o do INSS, que pode variar entre 7,5% e 14%, conforme já apresentado anteriormente. Em seguida, os descontos devidos em relação ao Imposto de Renda da Pessoa Física (IRPF).

Segundo Informações do Ministério da Fazenda (Brasil, 2023), O Imposto de Renda é um tributo federal que, como o próprio nome sugere, é aplicado sobre a renda. Os valores arrecadados com esse imposto devem servir para o desenvolvimento do Brasil, para financiar a saúde, a educação, a segurança e inúmeros serviços públicos prestados à população.

A partir de 1 de maio de 2023 entrou em vigor uma nova tabela para a declaração do IRPF, ela possui cinco faixas de renda, com alíquotas progressivas, que vão de 7,5% até chegar a 27,5%, além da faixa de isenção. A figura 2 apresenta as alterações da tabela anterior para a nova tabela vigente.

Figura 2 – Mudanças para a declaração do IRPF.

Fonte: <https://ury1.com/BOzT7>.

A partir das últimas alterações, uma nova tabela pode servir de base para o cálculo do IRPF. A Figura 3 apresenta as cinco faixas salariais tomadas como base para os cálculos, assim como também as alíquotas e a parcela de dedução respectiva a cada faixa.

Figura 3 – Tabela vigente a partir de 1 de maio de 2023 para a declaração do IRPF.

Faixa de renda	Salário mensal	Alíquotas	Parcela a deduzir
1	Até R\$ 2.112,00	Isento	0
2	De R\$ 2.112,01 a R\$ 2.826,65	7,5%	R\$ 158,40
3	De R\$ 2.826,66 a R\$ 3.751,05	15%	R\$ 370,40
4	De R\$ 3.751,06 a R\$ 4.664,68	22,5%	R\$ 651,73
5	Acima de R\$ 4.664,68	27,5%	R\$ 884,96

Fonte: <https://ury1.com/BOzT7>.

Percebe-se que assim como o desconto do INSS, os descontos relativos ao IRPF também ocorrem em função da renda da pessoa física, ou seja, podem ser calculados por meio de uma lei de função também denominada Função Polinomial do 1º grau ou ainda, função afim, definida por Souza (2023, p. 97), como “toda função $f: R \rightarrow R$, definida pela lei de formação $f(x) = ax + b$, em que a e b são números reais. [...] a é o coeficiente de x e b é o termo independente da função”.

Sendo assim, estabelecendo as relações entre cada faixa com as funções, percebe-se que quem recebe até R\$ 2 112,00 está na faixa 1 e é isento de pagar imposto, ou seja, $f(x) = 0$, se $x \leq 2 112,00$.

Quem recebe de R\$ 2 112, 01 até R\$ 2 826,65 (teto da faixa 2), há uma alíquota de 7,5%, ou seja, $f(x) = 0,075 * x - 158,40$, se $2 112,01 \leq x \leq 2 826,65$.

Na faixa 3, para quem recebe de R\$ 2 826,66 até R\$ 3 751,05 a cobrança é de 15%, ou seja, $f(x) = 0,15 * x - 370,40$, se $2 826,66 \leq x \leq 3 751,05$

Na faixa 4, para quem recebe de R\$ 3 751,06 até R\$ 4 664,68, a cobrança é de 22,5%, ou seja, $f(x) = 0,225 * x - 661,73$, se $3 751,06 \leq x \leq 4 664,68$.

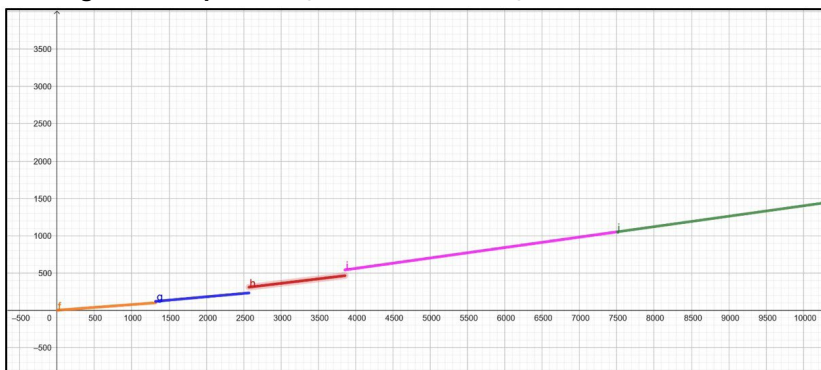
Na última faixa, para quem recebe acima de R\$ 4 664,68 mensais, a alíquota é de 27,5%, ou seja, $f(x) = 0,275 * x - 884,96$, se $x > 4 664,68$.

Assim, para o desconto em função do salário do todo IRPF do trabalhador, temos a seguinte lei de formação de função:

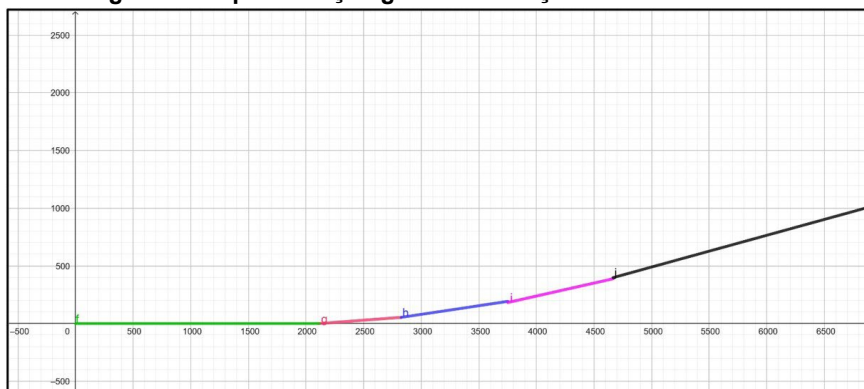
$$f(x) = \begin{cases} f(x) = 0, \text{ se } x \leq 2 112,00 \\ f(x) = 0,075 * x - 158,40, \text{ se } 2 112,01 \leq x \leq 2 826,65 \\ f(x) = 0,15 * x - 370,40, \text{ se } 2 826,66 \leq x \leq 3 751,05 \\ f(x) = 0,225 * x - 661,73, \text{ se } 3 751,06 \leq x \leq 4 664,68 \\ f(x) = 0,275 * x - 884,96, \text{ se } x > 4 664,68 \end{cases}$$

Após a definição das leis de formação de função referentes aos cálculos do IRPF e do INSS, os alunos foram incentivados a explorar as múltiplas representações do conceito de função, conforme sugerido por Duval (2011). Esses pesquisadores destacam a relevância de se trabalhar com diferentes formas de representação — verbal, algébrica, gráfica e tabular — para favorecer a compreensão dos conceitos matemáticos e o desenvolvimento do pensamento funcional. Inicialmente, os estudantes trabalharam com a representação verbal, ao descreverem os cálculos realizados para cada faixa salarial, e com a representação algébrica, ao construírem as leis de formação das funções por partes. Em seguida, com o auxílio do software GeoGebra, representaram graficamente essas funções, visualizando como os valores dos descontos variam de maneira progressiva de acordo com o salário bruto. As representações gráficas construídas podem ser observadas nas ilustrações da Figura 4 (referente ao INSS) e da figura 5 (referente ao IRPF).

Figura 4 - Representação Gráfica da função referente ao INSS.



Fonte: autoria própria, 2023.

Figura 5 - Representação gráfica da função referente ao IRPF.

Fonte: autoria própria, 2023.

A partir da compreensão dos estudantes sobre os dois tipos de impostos apresentados — o INSS e o IRPF —, foram realizadas simulações de cálculos para descobrir o salário líquido de pessoas que se enquadram nas diferentes faixas de descontos. Essas simulações permitiram aos alunos aplicar, na prática, os conceitos matemáticos estudados, reforçando a utilidade do conteúdo para a vida cotidiana e para a formação cidadã.

Como continuidade da atividade, e atendendo à sugestão da professora, os alunos realizaram uma pesquisa sobre os salários médios das profissões que desejam seguir futuramente. Com os dados obtidos, calcularam os possíveis valores a serem descontados para a previdência e para o imposto de renda, o que tornou a aprendizagem ainda mais significativa, uma vez que se relacionou diretamente com seus interesses e expectativas profissionais. Essa etapa contribuiu para aproximar o conteúdo escolar da realidade dos estudantes e incentivar reflexões sobre planejamento financeiro e carreira.

As diferentes formas de representação utilizadas — verbal, algébrica e gráfica — permitiram evidenciar a natureza linear e segmentada das funções envolvidas, favorecendo o desenvolvimento da compreensão conceitual e da competência matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento deste estudo, realizado com a turma da 1ª série III do Novo Ensino Médio da Escola de Educação Básica Guilherme André Dalrí, no ano de 2023, evidenciou o potencial da Matemática como ferramenta para a compreensão e análise de questões sociais e econômicas que fazem parte do cotidiano das pessoas. A partir do questionamento inicial sobre como calcular o salário líquido de uma pessoa com base na renda bruta, foi possível construir uma sequência didática que integrou teoria, prática e tecnologia, promovendo a aprendizagem significativa por meio de um tema relevante e atual.

O estudo retratou situações que comumente passam despercebidas no cotidiano escolar, apesar de sua clara relevância social. A proposta estimulou fortemente a participação e o interesse dos estudantes, promovendo o desenvolvimento da criatividade, da formulação de conjecturas matemáticas e da elaboração de estratégias de resolução. Ao relacionar o conteúdo de funções com o cálculo do IRPF e do INSS, os estudantes não apenas compreenderam a aplicabilidade da Matemática, como também ampliaram sua consciência sobre os mecanismos que impactam diretamente a renda das famílias brasileiras.

A construção das leis de formação de função referentes aos tributos, bem como suas representações gráficas com o uso do GeoGebra, permitiu que os alunos trabalhassem as múltiplas representações — verbal, algébrica e gráfica — conforme proposto por Duval. Essa abordagem favoreceu a compreensão mais profunda do conceito de função e desenvolveu a autonomia na resolução de problemas.

Além disso, o estudo contribuiu para o fortalecimento da educação financeira, do pensamento crítico e da formação cidadã, ao abordar de forma contextualizada o funcionamento dos tributos e seus impactos sociais. Dessa forma, reforça-se a importância de práticas pedagógicas interdisciplinares, contextualizadas e atentas à realidade dos estudantes, tornando o ensino mais significativo, engajador e transformador.

É importante destacar que este estudo foi realizado no ano de 2023, com base nas tabelas vigentes de contribuição do INSS e de desconto do IRPF daquele período. No entanto, a proposta metodológica adotada, permanece válida como referência para análises semelhantes em anos posteriores. À medida que novas faixas salariais e alíquotas forem sendo atualizadas pelo governo, o mesmo raciocínio matemático pode ser aplicado, bastando ajustar os parâmetros das funções conforme os dados atualizados. Dessa forma, o estudo não apenas contribui para a compreensão conceitual dos conteúdos trabalhados em sala de aula, mas também se mostra flexível e adaptável às mudanças da legislação tributária, mantendo sua relevância educativa e social ao longo do tempo.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Ministério da Educação**. Base Nacional Comum Curricular: Ensino Fundamental. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 17 maio 2025.

BRASIL. Receita Federal. **Imposto de Renda 2023**. Disponível em: <https://www.gov.br/receitafederal/pt-br/assuntos/meu-imposto-de-renda>. Acesso em 02 de ago. 2023.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática e cidadania**. São Paulo: Editora Ática, 2002.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**.

Organização: Tânia M. M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2011. FONSECA, Ricardo. A matemática e o ensino: uma abordagem crítica. São Paulo: Editora XYZ, 2011.

INVEST NEWS. **Redação Invest News**. Tabela do Imposto de Renda em 2023 tem novos valores. Disponível em: <https://ury1.com/BOzT7>. Acesso em: 01 de ago. 2023.

SKOVSMOSE, Ole. **Cultural dimensions of mathematics education**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

SOUZA, Joamir. **Multiversos Matemática: Conjuntos e função afim**. Ensino Médio. 1.ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

TORRES, Vitor. **Como calcular o desconto do INSS 2023: tabela com novas alíquotas do INSS 2023**. Disponível em: <https://www.contabilizei.com.br/contabilidade-online/descontoinss/#:~:text=Como%20funciona%20o%20desconto%20do,at%C3%A9%20R%24%207.507%2C29>. Acesso em: 02 de ago. 2023.



Algoritmo Genético Compacto Baseado em Tipos Abstratos de Dados na Filtragem de Sinais de Arritmia Cardíaca

Compact Genetic Algorithm Based on Abstract Data Types in Filtering Cardiac Arrhythmia Signals

Andrilene Ferreira Maciel

Universidade Federal Rural de Pernambuco, Rua Dom Manuel de Medeiros, s/n - Dois Irmãos, Recife – CEP: 52.171-900, Brasil.

Roberta Vieira Vilhena Lopes

Instituto de Computação, Universidade Federal de Alagoas -UFAL, Maceió, Alagoas, CEP: 54740-000- Brasil.

Resumo: As técnicas de mineração de dados baseadas em algoritmos genéticos são amplamente utilizadas para classificar e analisar sinais biomédicos. O uso de sinais de eletrocardiograma no diagnóstico de pacientes pode ser considerado um processo complexo, devido ao surgimento de doenças pré-existentes e complicações clínicas. Este estudo apresenta uma abordagem usando algoritmo genético compacto baseado em tipos de dados abstratos para classificar doenças cardiovasculares e realizar a limpeza de sinais de ECG, a fim de identificar flutter atrial, fibrilação atrial e arritmia. Os resultados mostram que o algoritmo genético compacto (CGAADT), resultou no ganho de 97,15%, no processo de limpeza, classificação e eliminação dos gargalos computacionais apresentados pelo algoritmo GAADT quando executado em CPU, devido a desfragmentação da população na GPU, o permite ser aplicado em sistemas em tempo real no diagnóstico rápido de doenças cardiovasculares quando implementado em arquitetura de alto desempenho.

Palavras-chave: eletrocardiograma; algoritmo genético; data mining; graphics processing unit; compute unified device architecture.

Abstract: Data mining techniques based on genetic algorithms are widely used to classify and analyze biomedical signals. Using electrocardiogram signals in patient diagnosis can be a complex process due to the emergence of pre-existing diseases and clinical complications. This paper presents an approach using a compact genetic algorithm based on abstract data types to classify cardiovascular diseases and perform ECG signal cleaning to identify atrial flutter, atrial fibrillation, and arrhythmia. The results show that the compact genetic algorithm (CGAADT) resulted in a 97.15% gain in the cleaning, classification, and elimination of the computational bottlenecks presented by the GAADT algorithm when executed on a CPU, due to population defragmentation on the GPU. This allows it to be applied to real-time systems for the rapid diagnosis of cardiovascular diseases when implemented on high-performance architectures.

Keywords: electrocardiogram, genetic algorithm, data mining, graphics processing unit, compute unified device architecture.

INTRODUÇÃO

Anualmente, mais de 38 milhões de pessoas morrem devido a problemas cardíológicos e complicações cardiovasculares decorrentes de taquicardia (frequências de batimento cardíaco acima de 100 batimentos/minuto), sendo a arritmia uma das mais frequentes (Mendis, 2014), (Porto, 2005), (Morris, 2003). Muitos tipos de taquicardia são discutidos na literatura: aqueles originados do átrio (taquicardia sinusal, fibrilação atrial, *flutter* atrial e taquicardia atrial) e outros provenientes da junção atrioventricular (taquicardia de reentrada e reentrância nodal) (Morris, 2003). Essa classificação possibilita a análise e compreensão dos diferentes tipos de taquicardia de acordo com as peculiaridades que os identificam. Os sinais do eletrocardiograma (ECG) mostram a característica específica de cada tipo de arritmia e sua classificação é obtida através da morfologia do sinal, dependendo da forma da onda e da frequência do batimento cardíaco. Os sinais de ECG podem conter referências importantes para identificar doenças que afetam o coração e seus sintomas, mas podem não aparecer durante o intervalo de tempo exato, ao passo que suas oscilações irregulares também podem não ocorrer neste período (Mendis, 2014), (Morris, 2003).

Segundo Porto (Porto, 2005), Morris (Morris, 2003) e Moreira (Moreira, 2005), para um diagnóstico eficiente, o estudo padrão dos sinais do ECG é necessário para o ritmo variado do batimento cardíaco realizado ao longo do dia. Considera-se um estudo complexo e lento devido ao alto fluxo de informações em sua base de dados.

Segundo Rencher (Rencher, 2002), mineração de dados ou mineração de dados vem da análise inteligente e automática de dados para descobrir padrões ou regularidades em grandes conjuntos de dados, através de técnicas envolvendo métodos matemáticos, algoritmos baseados em conceitos biológicos, processos linguísticos e heurísticas, que fazem parte do processo de Descoberta de Conhecimento em Bancos de Dados (KDD), tem como objetivo extrair conhecimento em banco de dados (Zantinge, 1996), (Diniz, 2000), (Joseph, 2005), (Calderon, 2016). A multidisciplinaridade da mineração de dados pode ser considerada não trivial devido à integração de diversas áreas do conhecimento no processo de análise, abordando campos de pesquisa que envolvem estatística, matemática e computação, que são disciplinas fundamentais para a realização do processo de mineração de dados.

As arritmias selecionadas para os experimentos realizados neste estudo, conhecidas como fibrilação atrial e *flutter* atrial, são extremamente importantes, podendo elevar os índices de mortalidade em função de doenças cardiovasculares. A classificação desses sinais, geralmente vem como consequência da ausência de visualização da atividade atrial (característica morfológica dos sinais de ECG) (Mendis, 2014), (Murray, 2000).

O tratamento de dimensionalidade do processamento de dados do sinal de ECG, quase sempre requer a combinação de vários algoritmos para processamento, são: Análise de cluster (Yeh, 2012), Adaptive Lifting Scheme (ALS) (Jian, 2010), Transformada Discreta de Fourier (DFT) (Nianqiang, 2010), Decimation In Time (DIT)

(Nianqiang,2010), Decimação em Frequência (DIF) (Nianqiang,2010), Transformada Wavelet Discreta (DWT) (Nianqiang,2010), Transformada Rápida de Fourier (FFT) (Nianqiang,2010), Resposta de Impulso Finita (FIR) (Gao,2019) , (Qiang,2010), (Iqbal,2019), Algoritmo Genético (GA) (Sato,2011), K-vizinhos mais próximos (KNN) (Saini, 2013), Análise de Componentes Independentes (Acharya,2013), Transformada Wavelet (WT) (Johannesen,2010), Algoritmo Genético Paralelo (PGA) (Faraji,2014), (Song,2014), possuem abordagens computacionais capazes de realizar a identificação e o diagnóstico da tarefa de filtragem sem muita precisão, acarretando perda de informação e comprometendo o diagnóstico de arritmias cardíacas. Em geral, usamos mais de um algoritmo para representar e processar essas tarefas de forma sequencial, tornando o processo lento e inviável para o rápido diagnóstico de anormalidades. A maioria dos algoritmos lida com as funções de filtragem, identificação e diagnóstico para o processamento de sinais de ECG. Na literatura, ainda não existe um algoritmo que possa realizar todas essas funções de uma só vez, para realizar a limpeza em sinais de ECG com alta dimensionalidade de dados sem a perda de informações com o processamento de dados pontos fixos ou flutuantes com algoritmo de modelagem para que possa ser aplicado a qualquer problema para realizar processamento de sinais de ECG.

O algoritmo genético baseado em tipos de dados abstratos (GAADT) desenvolvido por Vieira (Vieira, 2003) difere dos algoritmos genéticos tradicionais para obter uma visão estratificada do cromossomo e a evolução trabalha em torno do ambiente. Nos algoritmos tradicionais, o processo evolucionário ocorre a partir da população, que é tipicamente binária e não se aplica à maioria dos problemas. Apesar de todas as implementações do algoritmo GAADT (Cunha, 2012), (Melo, 2011), (Ferreira, 2011), buscarem os melhores resultados, no decorrer de seu processamento, a principal desvantagem é a explosão exponencial da população para encontrar o resultado mais adequado para o processo de convergência; isso pode levar, pelo menos, uma semana e, no máximo, meses para execução.

O ciclo de execução do algoritmo GAADT pode levar semanas para ser executado, dependendo do tipo de análise que está sendo realizada nos sinais de ECG. A complexidade computacional, sua natureza funcional, seu aspecto como programa (loops, alinhamentos, lógica, etc.) podem dificultar a classificação dos sinais de arritmia devido ao tempo de processamento que o algoritmo necessita para realizar a limpeza do sinal de ECG e a classificação desses sinais. A extração de conhecimento relevante do processamento do algoritmo genético compacto baseado em tipos de dados abstratos (CGAADT) pode ser considerada um processo não trivial, devido à complexidade do algoritmo e aos ruídos encontrados nos sinais de ECG, que possuem características específicas do sistema cardiovascular de doenças (Maciel, 2015).

Este estudo apresenta a implementação de uma instanciação de algoritmos genéticos baseada em tipos de dados abstratos em uma arquitetura aceleradora paralela, baseada em um componente de *hardware*, chamado CGAADT (Algoritmo Genético Compacto baseado em Tipos Abstratos de Dados), considerado uma técnica de mineração de dados, capaz de filtrar, classificar, detectar e possibilitar um

diagnóstico rápido em sistemas em tempo real abordando as arritmias cardíacas, *flutter* atrial e fibrilação atrial, a partir do exame de eletrocardiograma. Essa abordagem reduz drasticamente o tempo de convergência do GAADT, tornando-o útil na solução de problemas complexos, como o sistema de monitoramento de sinais vitais. Apresentando também os resultados obtidos utilizando este sistema com os sinais de ECG amostrados a partir dos dados de arritmia do MIT-BIH (Physionet, 2025).

ARRITMIAS CARDÍACAS

Segundo Porto (Porto,2005), as arritmias cardíacas representam alguma alteração na regularidade, frequência ou localização da origem do impulso, ou anormalidade na condução desse impulso, a fim de modificar a sequência normal de despolarização atrial e ventricular, podendo haver alterações no automatismo ou mudanças na condução do estímulo elétrico e podem ter origem nos seguintes mecanismos: alterações na formação do estímulo: extra-sístoles, fibrilação atrial e ventricular, taquicardias paroxísticas, alterações na condução do estímulo: bloqueio sinoatrial, bloqueio AV, bloqueio intraventricular; Alterações mistas: taquicardia atrial paroxística com bloqueio A-V, fibrilação atrial com bloqueio total de A-V (Porto,2005).

As arritmias cardíacas podem ser classificadas da seguinte forma: distúrbios na formação do estímulo: taquicardia sinusal (bradicardia sinusal, arritmia sinusal, parada sinusal); extra-sinusal (ritmo juncional, bloqueio atrioventricular, primeiro, segundo e terceiro grau); extra-sistólico (supraventricular e ventricular); perturbação na condução do estímulo (bloqueio de ramo (direito e esquerdo); síndrome de Wolff-Parkinson-White; perturbação na formação e condução de estímulo (dissociação atrioventricular, *flutter* atrial, fibrilação atrial, *flutter* ventricular, fibrilação ventricular, ponteiros torsade) (Porto, 2005).

Fibrilação Atrial (FA)

A fibrilação atrial (figura 1) é uma taquiarritmia supraventricular (com frequência cardíaca acima de 350 batimentos/minuto) e tem como fator principal a ausência de um sincronismo na atividade elétrica do coração. Os principais aspectos clínicos da FA envolvem palpitações, taquicardias, batimentos cardíacos irregulares acima de 350 (batimentos/minuto) de média e 500 (batimentos/minuto) em situações de esforço ou repouso, falta de ar, irregularidades na pulsação arterial e pulso jugular fraco (o que poderia estar ausente) com alto grau de incidência em indivíduos (homens ou mulheres) com faixa superior a 80 anos de idade (Porto, 2005), (Morris, 2003). As principais características eletrocardiográficas dos pacientes com sintomas de fibrilação atrial são: intervalos R-R irregulares, ausência de onda P, aparecimento de anormalidades na linha de base do ECG denominadas ondas F (Porto, 2005), (Morris, 2003), (Yeh, 2012).

Figure 2 – Fibrilação Atrial.

Fonte: Morris, 2003.

Flutter Atrial

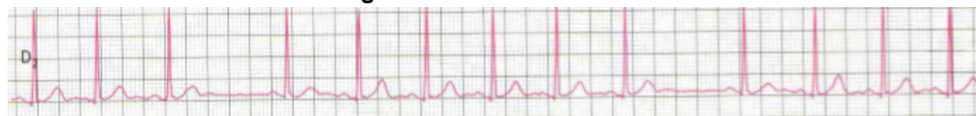
Segundo Morris (2003), o *flutter* atrial é geralmente encontrado em pacientes que não apresentam sintomas ou sinais de cardiopatia (Figura 2). No *flutter* atrial, a via de propagação do impulso é bastante uniforme e envolve o átrio direito. No ECG, isso resulta no registro de ondas “f” em “dente de serra”, com uma frequência de 250 a 300 despolarizações por minuto, positivas em D2, D3 e aVF (Morris, 2003).

Figura 2 - Flutter Atrial.

Fonte: Morris, 2003.

Arritmia Sinusal

Segundo Porto (2005), a arritmia sinusal é identificada pela variação da frequência cardíaca, geralmente relacionada à respiração: na fase respiratória, há um aumento no número de batimentos cardíacos e, no expiratório, uma diminuição (PORTO, 2005). Geralmente, pequenas variações nos intervalos entre as ondas P consecutivas do traçado eletrocardiográfico (intervalo PP) são identificadas. No entanto, a diferença entre o maior e o menor intervalo PP não excede 0,16s (Porto, 2005).

Figura 3 – Arritmia Sinusal.

Fonte: Morris, 2003.

Segundo Porto (2005), a arritmia sinusal é observada em condições fisiológicas (crianças e adolescentes) e patológicas (hipertensão intracraniana, cardiopatia aterosclerótica), geralmente desaparece com exercícios e apneia (Porto, 2005). Os sintomas que acompanham a palpitação não se devem à própria arritmia, mas à distonia neurovegetativa ou ao perfil psicológico do paciente. Muitas vezes só pode ser verificada no exame físico, não sendo percebida espontaneamente (Morris, 2003).

O eletrocardiograma (ECG) é uma ferramenta importante para o diagnóstico de arritmias cardíacas, principalmente quando realizada durante a notificação de sintomas, e pode revelar alterações que permitem o diagnóstico de doenças graves que causam morte súbita cardíaca (Moreira,2005). O estudo de caso aplicado neste estudo trata do processamento, limpeza e classificação de sinais cardíacos usando o banco de dados MIT-BIH (Physionet,2025) usando o algoritmo CGAADT como uma técnica de mineração de dados.

ESPECIFICAÇÃO DO ALGORITMO GENÉTICO COMPACTO BASEADO POR TIPOS ABSTRATOS DE DADOS (CGAADT)

A modelagem do GAADT em Vieira (Vieira,2003) apresenta as definições básicas do algoritmo genético baseado em tipos de dados abstratos, com a representação dos tipos básicos: base, gene, e cromossomos. Na nova versão compacta do CGAADT (Maciel,2015), a representação do cromossomo é dividida em dois níveis:

- A base é tipo abstrato (B) representada pelo BHost, executado diretamente na Unidade Central de Processamento ou *Central de Processing Unit* (CPU);
- Os tipos de cromossomos e genes são executados na Arquitetura de Dispositivo de Computação Unificada ou *Compute Unified Device Architecture* (CUDA) e no *Graphics Processing Unit* ou Unidade de Processamento Gráfico (GPU).

A aplicação do CGAADT requer uma definição de elementos específicos em um ambiente que apresenta o problema em foco (Maciel,2015).

Tipos Básicos

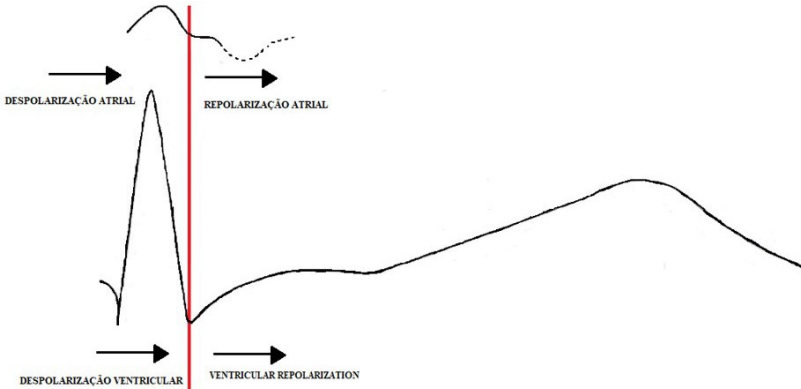
3.1.1. Definição (Bases) - O tipo de base para a construção do filtro adaptativo instanciado pelo CGAADT para o processamento de sinais cardiológicos é o conjunto $B_{PontosOndasHost}$ formados pelos períodos do ECG para cada derivação executada na CPU (Maciel,2015).

O conjunto $B_{NomesOndasHost}$ e o conjunto B_{HostA} contendo as derivações inócuas B_{HostA} .

$$B_{host} = B_{PontosOndasHost} \cup B_{NomesOndasHost} \cup B_{HostA} \quad (1)$$

O termo B_{HostA} é formado pelos fenômenos elétricos registrados pelos sinais de eletrocardiograma (ECG), pelas deflexões que formam uma determinada derivação e os períodos que representam o final da despolarização ventricular e o início da repolarização.

Figura 4 - Fenômeno elétrico básico registrado pelo eletrocardiograma (ECG).



Fonte: Moffa,2010.

O termo $B_{NomesOndaHost}$ é o conjunto $\{OndaP, OndaQ, OndaR, Ondas, OndaT, Ondau\}$, o qual contém todas as ondas, segmentos e complexos de ondas, que poderão ser detectados no exame de ECG, constantes na base de dados MIT-Databases (Physionet,2025). A identificação e a nomenclatura das ondas que compõem o sinal do ECG obedecem ao modelo padrão de Willen Einthoven (Moffa,2010).

Os elementos é o conjunto $B_{PontosOndasHost}$ são ordenados pares $X = (x, y)$, onde $X \in \mathbb{N} \times \mathbb{R}$ que conterão valores dos quais será possível extrair as propriedades morfológicas das ondas do ECG no *host* (amplitude, intervalos e duração) (Maciel,2015).

O conjunto B_{hostA} é formado pelo elemento λ , que representa as ondas, cuja morfologia está dentro do padrão normalidade (Maciel,2015).

As características (genes) relevantes na GPU para o problema tratado neste estudo são $gd = \{OndaP, OndaQ, OndaR, Ondas, OndaT, Ondau\}$, que fazem parte de uma mesma derivação registrada pelo ECG e D representa o gene no *device* (GPU) (Maciel,2015).

O conjunto que representa essas ondas é o $G_{DElementos}$, o qual é formado pela junção dos conjuntos da base (B_{host}). Os elementos do conjunto $G_{DElementos}$ contém valores a partir dos quais será possível extrair as propriedades morfológicas dos elementos do ECG (amplitude, duração e intervalos) usadas no processo de detecção (Maciel,2015).

A estrutura adotada para todos os elementos do conjunto $G_{DElementos}$ é o elemento $i = (nome, (x^-, y^-), (x_p, y_p), (x^+, y^+))$ onde $i \in \#$ (símbolo *don't care* que pode ser substituído por qualquer símbolo de alfabeto) adotado para o cromossomo), onde: $nome \in B_{NomesOndasHost}$ e $(x^-, y^-), (x_p, y_p), (x^+, y^+) \in B_{PontosOndasHost}$ [(Maciel,2015).

Por exemplo, se um gene na GPU representasse o complexo QRS (onde o ponto S é o ponto inicial da onda, M é o máximo e F o final). O gene resultante representado por $gd = (\text{Complexo}_{QRS}, (x_s, y_s), (x_m, y_m), (x_f, y_f))$ (Maciel,2015).

A interpretação adotada para os elementos elementoi é: *nome* é o elemento; x^- é o menor valor do elemento da coordenada x a onda; x_p é o valor da coordenada x para o pico do elemento; x^+ é o valor mais alto da coordenada x para o elemento; y^- é o valor da coordenada y para o elemento durante x^- ; y_p é o valor da coordenada y para o “elemento” durante x^+ . Quando em um ECG não for registrada uma dada onda durante um período, o parâmetro *nome* dessa onda recebe o valor λ (Maciel,2015).

Definição 3.1.2. (Gene) - O tipo abstrato gene G_D é um conjunto de todos os elementos $G_D = \langle b_{h1}, b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \rangle \in G_D$ na GPU, representados por h (*host*), formados pelos elementos do tipo abstrato base B_{Host} , conforme descrito no item 3.1, e que satisfaz ao conjunto AFGD (*Axioma de Formação de Genes no Device*) (Maciel,2015).

Os axiomas do conjunto AGFD estabelecem que:

- A base $b_{h1} \in B_{NomesOndasHost}$;
- As bases $b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \in B_{PontosOndasHost}$;
- Para todo gene $g_D = \langle b_{h1}, b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \rangle \in G_d = [b_{kij}]_{mxn}$;
- Para todo gene $g_D = \langle b_{h1}, b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \rangle \in G_d = [b_{kij}]_{mxn}$, de tamanho (16x12), a qual representa melhor a formação de genes e cromossomos na grade, em que i e j representam respectivamente a linha e coluna que o elemento ocupa em $B_{nomesOndasHost}$ (Maciel,2015);
- O par ordenado b_{h2} , deve ser um ponto cuja ocorrência seja um período de tempo inferior ou igual ao par ordenado b_{h3} no ECG, ou seja, $afgd1 = \forall g_D = \langle b_{h1}, b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \rangle \in G_D, x^- \leq x_p$ [8];
- Para todo gene $g_D = \langle b_{h1}, b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \rangle$, o par ordenado b_{h3} deve ser um ponto, cuja a ocorrência seja um período de tempo inferior ou igual ao do par ordenado b_{h4} no ECG, ou seja, $afgd2 = \forall g_D = \langle b_{h1}, b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \rangle \in G_D, x_p \leq x^+$ (Maciel,2015);
- O Conjunto inócua $G_D \lambda$ é formado pela base $g_D \lambda = \langle b_{h1}, b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \rangle$, tal que: $O b_{h1} = \lambda$.

Os elementos deste conjunto é representado por $g_D \lambda = [gene_{D0}, ..., gene_{Dn}]$, em que $n \geq 0 \in \{0, ..., 191\}$ de *threads* por bloco (Maciel,2015).

Definição 3.1.3. (Cromossomo) – O tipo abstrato cromossomo CD é o conjunto de todos os genes construídos conforme as definições estabelecidas pelo AFCD (*Axioma de Formação de Cromossomo no Device*)

Assim, o conjunto ACFD é especificado como:

- Os elementos devem ocorrer em sequências de ondas P, QRS, T e U, representadas por $CD_{Período}$ (Maciel,2015);
- A não ocorrência de um elemento no bloco será caracterizada pela substituição do gene destinado ao elemento no bloco ausente, pelo gene inócua ($g_D \lambda$) (Maciel,2015);
- Os Intervalos de ocorrência das ondas não interceptam, ou seja, x^+ elemento $p \leq x^-$ elementoQRS e x^+ elementoQRS $\leq x^-$ elementoT $\leq x^+$ elementoU (Maciel,2015);

- Para todo gene $g_D = \langle b_{h1}, b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \rangle \in G_D = [b_{kij}]_{m \times n}$, de tamanho (16×12) , o qual representa melhor a formação de genes e cromossomos na grade, em que i e j representam respectivamente a linha e a coluna que o elemento ocupa em $B_{\text{NomesOndasHost}}$ (Maciel,2015);

- Para um dado período não podem existir elementos no bloco (bk) do mesmo, ou seja $afcD1 = \forall C_{D1} \in C_D (\forall (g_{D1i}, g_{D2i}, nome^{gD1i} \neq nome^{gD2i}))$, onde $nome$ é uma função que retorna o valor da base do gene que armazena o nome do elemento (b_{h1}) (Maciel,2015);

- Cada bk , pertence ao conjunto de derivações do ECG, representados por $D_1(DI), D_2(II), D_3(III), aVR, aVL, AVF, V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$ (doze derivações), a grade de blocos da GPU;

- O conjunto C_D forma um plano unidimensional (figura 2) $\forall C_D \in G_d$ (Maciel,2015);

- O conjunto de SM (*streaming multiprocessor*), representado por $SM = \{s_{m0}, \dots, s_{mn}\}$ onde $n \geq 0 \in \{0, \dots, 3\}$, formam um C_D de tamanho $2^{11} \times 16$, para que não ocorra a explosão exponencial da população em encontrar o resultado mais adaptado durante o processo de convergência (Maciel,2015);

- Cada sm , terá no máximo 32 *threads* que formam 6 *wraps* (W), representam unidades de escalonamento necessárias para melhorar o processamento das operações genéticas. O cálculo para definir a quantidade de *wraps* é resultante da seguinte expressão:

$$W = \frac{Th_{Max_{bk}}}{Th_{Max_{SM}}} \quad (2)$$

Onde W representa a quantidade de *wraps*, $Th_{Max_{bk}}$ (quantidade máxima de threads no bloco) e $Th_{Max_{SM}}$ (quantidade máxima de threads por sms).

- O conjunto cromossomo inócuo denotado por $C_{D\lambda}$ é formado por todos os conjuntos de genes inócuos que satisfazem as restrições no AFCD (*Axiomas de Formação de Cromossomos no Device*) (Maciel,2015).

$$CD = \{g_{D1}, g_{D2}, \dots, g_{Dn}\}, \text{ em que } n \geq 0 \in \mathbb{N} \quad (3)$$

A população é definida pelo algoritmo genético compacto baseado em tipos de dados abstratos desenvolvido em CUDA, o qual realiza o particionamento da população no processamento de fluxos (SM). O sistema foi desenvolvido representando a seguinte configuração: uma placa aceleradora da NVIDIA, GeForce MX 250 e uma máquina *host*, usando uma CPU Intel (R) Core TM i7 10th Gen, CPU 1.80 GHZ, 16GB de RAM, MATLAB R2025a (Jodah, 2025), (Gao, 2019) e sistema operacional Windows 11. A caracterização do problema para limpar o sinal de ECG e a aceleração do algoritmo CGAADT na plataforma de alto desempenho será descrita a seguir:

Definição 3.1.4. (População) - O tipo abstrato PDFRAG é o conjunto de todos os cromossomos construídos de acordo com a definição 3.1.3, que é PDFRAG ≥ 215 do tamanho da população mais adaptada (Maciel,2015).

Operadores Genéticos

A especificação dos tipos de dados abstratos: base, gene, cromossomo e população, preservaram as exigências contidas na definição de CGAADT, a especificação das funções e relações necessárias para o cálculo da função CGAADT deverá atender todas as pré-condições de sua definição original.

As definições de funções e relações são apresentadas, cujas as especificações para o problema é mais concreta do que a definição original, ficando subtendido que as funções e relações que não forem redefinidas nesta seção preservarão sua definição original pelo GAADT (Vieira,2003).

Dado um elemento “*elemento_o*” do ECG do paciente, e os limites padrões de altura e largura para este elemento no *device*, a função *comparaElemento* retorna *VERDADE* se o elemento estiver dentro do intervalo para a altura e a largura fornecidos para arritmias e *flutter* atrial, fibrilação atrial e demais irregularidades encontradas no ECG (aritmias), caso contrário, ela retorna *FALSO* (Maciel,2015).

Definição 3.2.1. (Compara Elemento)- A função *comparaElemento* é formalmente definida como:

$$comparaElemento : B_{DElemento} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{B} \quad (4)$$

$$comparaElemento(elemento_o, X, Y) = \begin{cases} Verdade & \text{se}((x_o^+ - x_o^-) \leq X) \wedge \\ & (((y_o^+ \geq y_o^-) \wedge ((y_o^p - y_o^-) \leq Y)) \vee \\ & ((y_o^+ \leq y_o^-) \wedge ((y_o^p - y_o^+) \leq Y))) \\ Falso & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5)$$

onde $o \in \{P, QRS, T, U\}$, e $\mathbb{B}$ é o conjunto dos valores Booleano no *device*.

O grau de adaptação do cromossomo para a detecção dos elementos deve considerar se a altura e largura das ondas (P, T, Q, R, S, U), estão representados no gene fornecido. Para cada elemento do cromossomo deverá atender a esta verificação e deve ser somado, mais um ao seu grau de adaptação. Logo, para calcular o grau de adaptação dos cromossomos é preciso primeiro definir uma função para retornar os padrões das ondas (Maciel,2015).

Dado um cromossomo $C_D = \{g_{D1}, g_{D2}, g_{Dn}\}$ e um formato de padrão do elemento a, a função padrão retorna o valor 1 se uma das propriedades para gD atende as propriedades métrica cadastradas para a onda a, e zero caso contrário (Maciel,2015).

Definição 3.2.2. (Padrão) - A ocorrência ou não de um dado período de ECG é fornecido pela função *padrão_D* do seguinte tipo:

$$padrão_D(c_D, o_D) = \begin{cases} 1 & \text{se } (P \in ondaP(o_D, \mathbb{I}) \Rightarrow comparaOnda(onda_P, Y, X)) \wedge \\ & (QRS \in ondaQRS(o_D, \mathbb{I}) \Rightarrow comparaOnda(onda_{QRS}, Y, X)) \wedge \\ & (T \in ondaT(o_D, \mathbb{I}) \Rightarrow comparaOnda(onda_{R1}, Y, X)) \wedge \\ & (U \in ondaU(o_D, \mathbb{I}) \Rightarrow comparaOnda(onda_P, Y, X)) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6)$$

onde $c_D = \{g_{D1}, g_{D2}, g_{Dn}\}$ e $\mathbb{I}$ contém os nome de todas as ondas.

Definição 3.2.3. (Grau): O grau de adaptação de um gene é uma função grau do seguinte tipo:

$$grau_D : G_D \rightarrow \mathbb{R} \quad adapta\tilde{c}\tilde{a}\tilde{o}_D(g_D) = \sum_{a \in I} padr\tilde{a}\tilde{o}_D(g_D, o_D) \quad (7)$$

Onde I contém o nome de todas as ondas cadastradas no sistema (Maciel, 2015).

O peso atribuído ao gene g_{Di} de um cromossomo é igual a $j+1$, onde j é o número de ondas cujas características atendem aos padrões. Por exemplo, caso um cromossomo tenha sido formado por genes que atendem às especificações das ondas P, T, complexo QRS e U, então a função grau $_D$ irá retornar o valor 1 para cada gene deste cromossomo, e a adaptação total do cromossomo será igual a 3 (Maciel, 2015).

A especificação do CGAADT para a detecção das ondas trabalham com os operadores genéticos de cruzamento e mutação entre cromossomos adjacentes, ou seja, cromossomos que sejam vizinhos no espaço temporal (Maciel, 2015).

O cruzamento ocorre quando é encontrado um cromossomo que possui pelo menos um gene inócuo. Neste caso, é gerado um novo cromossomo com o gene inócuo sendo substituído por um gene do cromossomo vizinho (Maciel, 2015).

O critério de parada adotado pela função CGAADT são os números máximos de iterações desejadas e o valor da adaptação média da população atual definido por P_{corte} (conjunto de cromossomos abaixo da média), sendo assim, considerada satisfatória para o resultado do problema em análise (Maciel, 2015).

Estes critérios também fazem parte do conjunto de requisitos do conjunto de problemas R_{qD} . Para representar o cromossomo mais adequado, foram realizados vários experimentos com valores de 25 a 125 iterações, até que o valor do cromossomo mais adaptado não fosse modificado durante as vinte iterações seguidas (Maciel, 2015).

Desta forma, concluímos que, ao chegar a iteração 100, a população apresentava o cromossomo mais adaptado o problema (Maciel, 2015).

Arquitetura CGAADT

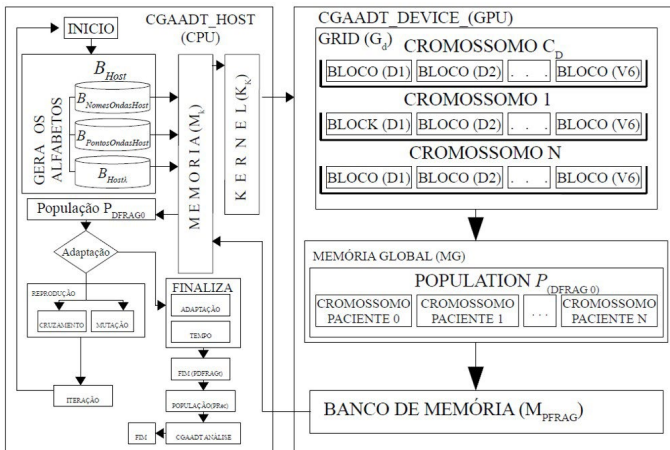
O algoritmo CGAADT, instanciado pelo GAADT, ambos algoritmos trabalham sobre um ambiente que pode ser modificado de acordo com o problema a ser abordado e como as populações de cromossomos que irão evoluir.

No GAADT, o ambiente A é formado por 8-tuplas $\langle P, IP, R_q, AFG, AFC, T_x, \Sigma, P_o \rangle$, conforme visto em Vieira (2003), neste ambiente não existe a preocupação com memória e todo o processo é executado na CPU.

No ambiente CGAADT exposto na arquitetura (Figura 5) e maiores detalhes da arquitetura poderá ser visto em Maciel (2015), um algoritmo genético opera sobre populações de cromossomos que evoluem na grade de blocos GPU (*device*) de acordo com as características do ambiente A . Este ambiente é apresentado por 13-tuplas, $[P_{DFRAG}, IP_{DFRAG}, R_{qD}, M_m, G_D, AGFD, AGFD, T_{xD}, SMS, \Sigma, P_{DFRAG}, P_{DFRAG}, P_{Reo}]$ onde:

1. P_{DFRAG} é a população em GPU (device);
2. $IP(P_{DFRAG})$ é o conjunto de potência de P_{DFRAG} ;
3. R_{qd} é o conjunto dos requisitos (características expressas através de fórmulas numa linguagem de primeira ordem) do problema que influencia a genealogia da população P_{DFRAG} ;
4. M_m é o conjunto de memórias $\{M_k, M_G, M_{PDFRAG}\}$, onde M_k é a memória de transferência de dados para o kernel, M_G é a memória global na GPU e M_{PDFRAG} é a memória de transferência da população P_{DFRAG} para a população inicial P_{DFRAG0} no host;
5. G_d representa a grade de blocos de threads na GPU (device);
6. $AFGD$ é o conjunto de axiomas de formação dos genes nos cromossomos da população P_{DFRAG} na GPU;
7. $AFCD$ é o conjunto de axiomas de formação dos cromossomos na população P_{DFRAG} na GPU;
8. T_{xD} é o conjunto de pares de cromossomos (x,y) , onde x é um cromossomo C_D construído a partir do cromossomo y , pela ação da operação de cruzamento ou mutação, registrando desta forma a genealogia dos cromossomos pertencentes às populações geradas pelo CGAADT durante a sua execução;
9. SM representa paralelização dos cromossomos nos multiprocessadores streaming para escalonamento das operações do AG;
10. Sigma é o conjunto de operadores genealógicos que atuam sobre a população P_{DFRAG} ;
11. P_{DFRAG0} é uma subpopulação pertencente a $IP(P_{DFRAG0})$, chamada de população inicial, com no mínimo um cromossomo.
12. P_{DFRAGt} é a população mais adaptada;
13. P_{Rec} representa a população reconstruída no formato de ondas de ECG, a qual representa a saída do sistema.

Figura 5 - Arquitetura do CGAADT.



Fonte: Maciel, 2015.

O algoritmo CGAADT é inicializado a partir da criação de alfabetos: gene, base e cromossomo. A função CGAADT-HOST recebe uma base denominada B_{Host} . Esta base B_{Host} é formada por outras três bases elementares, as quais formam a morfologia básica do sinal de ECG, destacam-se: $B_{NomesOndasHost} \cup B_{PontosOndasHost} \cup B_{HostA}$, as quais são transferidas para a memória M_k , tem como objetivo determinar o perfil da área de dados no *kernel* (K_k), em que e cada *thread* deverá atuar na GPU, a partir da função CGAADT-DEVICE (Maciel,2015).

Ao disparar o *kernel* K_k , a função CGAADT-DEVICE inicializa a paralelização da base de dados, a partir de G_d , que representa a grade de blocos na GPU. Neste momento, as bases $B_{nomeOndasHost} \cup B_{pontosOndasHost} \cup B_{HostA}$, são transformadas em genes g_D , as quais representam uma sequência de subblocos de *threads* formados pelos elementos de B_{Host} pertencentes ao conjunto AFGD. Em seguida, os genes g_D são agrupados em conjuntos para formar os cromossomos C_D na GPU, os quais obedecem às condições estabelecidas pelo AFCD.

Estes cromossomos C_D são agrupados em conjuntos na G_d (grade de blocos), para formar uma população e esta representação irá garantir a imparcialidade na avaliação dos cromossomos que compõem a população P_{DFRAG} , a qual é transferida para a memória global M_G . Cada cromossomo C_D , representa um paciente conforme as características representadas nas bases de dados, constante na tabela 1.

Considerando que, cada paciente é representado pelo cromossomo $c_{PACIENTE0}$ são atribuídas as 12(dozes) derivações do ECG. O conjunto de cromossomos definidos na população é limitado a quantidade de pacientes existentes na base de dados. Estes cromossomos C_D formam a população inicial P_{DFRAG0} , serão transferidos para o banco de memória M_{DFRAG} , para a memória M_k (Maciel,2015).

O algoritmo CGAADT inicializa sua implementação da seguinte forma:

1. Inicializa a função *grau* de adaptação do gene representado pela função do tipo:

$$grau_D: G_D \rightarrow \mathbb{R} \text{ adaptação}_D(g_D) = \sum \text{padrão}_D(g_D, o_D) \text{ na GPU (Maciel,2015);}$$

2. Inicializa a função de adaptação $\text{adaptação}_D \leftarrow 0$. Para todo os genes do cromossomo, seleciona os genes dominantes, a partir da função como *domi*: $G \times G \rightarrow G$. O gene dominante é uma função dominante do tipo:

$$\text{domi}(g_{D1}, g_{D2}) = \begin{cases} g_{D1} \text{ se } (g_{D1}, g_{D2}) \notin \text{mesma} \\ g_{D1} \text{ se } (g_{D1}, g_{D2}) \in \text{mesma} \wedge \text{grau}(g_{D1}) \geq \text{grau}(g_{D2}) \\ g_{D2} \text{ se } (g_{D1}, g_{D2}) \in \text{mesma} \wedge \text{grau}(g_{D1}) < \text{grau}(g_{D2}) \end{cases} \quad (8)$$

3. Inicializa a função *domi*(g_{D1} , g_{D2}), conforme definição de Vieira [23] representada na figura 10, na CPU e adaptado no novo modelo em GPU visto na figura 7. Considerando dois genes g_{D1} e g_{D2} que se referem a uma mesma característica, ou seja, se $\text{grau}_D(g_{D1}) \geq \text{grau}_D(g_{D2})$, retorne g_{D1} , caso contrário g_{D2} (Maciel,2015);

4. Inicializa a função de cruzamento, para todos os pares possíveis com os cromossomos C_D na população P_{DFRAG} , a partir dos cromossomos mais adaptados.

Em seguida, o algoritmo seleciona os genes dominantes, formando todos os cromossomos possíveis com estes genes dominantes e inclua-o na população para realizar o cruzamento(Maciél,2015).

5. Inicializa a função de mutação, para todo os cromossomos constantes na população menos adaptada. Desta forma, o algoritmo realiza as trocas de até 50% dos seus genes, que resulte em um cromossomo $C_{\text{adaptação}}$ mais adaptado do que cromossomo original CD (Maciel,2015).

O algoritmo CGAADT recebe a população P_{DFRAG0} e ler o ambiente A com objetivo de submetê-la à simulação de um processo evolutivo, e devolve uma população $P_{\text{DFRAG}t}$ a qual será reconstruída por P_{Rec} na CPU, após finalização do processo evolutivo, conforme figura 5. A priori inicializa o cálculo da adaptação do cromossomo C_D da população atual P_{DFRAG0} (Maciel,2015).

O algoritmo CGAADT, seleciona o cromossomo mais adaptado CAdaptação1, caso o cromossomo mais adaptado seja $C_{\text{Adaptação2}} \leftarrow C_{\text{Adaptação1}}$, enquanto o processo de $\text{adapt}_D(C_{\text{Adaptação2}}) \geq \text{Adapt}_D(C_{\text{Adaptação1}})$, o algoritmo seleciona uma população de cromossomos adaptados. Em seguida o CGAADT, realiza a operação de cruzamento na população de cromossomos mais adaptados (Maciel,2015).

A população de cromossomos não adaptados, serão selecionados para execução do operador de mutação. Neste caso, os cromossomos $C_{\text{Adaptação1}} \leftarrow C_{\text{Adaptação2}}$, o algoritmo realiza novo cálculo de adaptação do cromossomo e seleciona $C_{\text{Adaptação2}}$. Desta forma, o algoritmo CGAADT realiza nova leitura ao ambiente A , para formar nova população $P_{\text{DFRAG}} = P_{\text{DFRAGCRUZAMENTO}} \cup P_{\text{DFRAGMUTAÇÃO}} \cup P_{\text{DFRAG}t}$ (Maciel,2015).

Esta nova população é adicionada ao ambiente A , para finalização do algoritmo CGAADT. Os cromossomos da população $P_{\text{PDFRAG}t}$ são os cromossomos das populações $P_{\text{PDFRAG0}}, P_{\text{PDFRAG1}}, \dots, P_{\text{PDFRAG}t-1}$, que melhor satisfazem os requisitos do problema R_{qD} . Diz-se então que a população $P_{\text{PDFRAG}t}$ evoluiu da população P_{PDFRAG0} . A preservação e morte dos cromossomos da população atual $P_{\text{PDFRAG}t}$ trabalhada pelo CGAADT é orientada por um predicado unário denominado de P_{corte} (Maciel,2015).

Tal predicado pertence ao conjunto de requisitos do problema R_{qD} na GPU, que atua em conjunto com os SMs sobre os cromossomos de $P_{\text{PDFRAG}t}$. Os cromossomos que satisfazem o predicado P_{corte} irão fazer parte da população $P_{\text{PDFRAG}t+1}$, enquanto os outros cromossomos da população $P_{\text{PDFRAG}t}$ irão morrer. Os cromossomos mortos podem ser recuperados através da taxonomia T_{xD} dos cromossomos da população atual para evitar que eles apareçam novamente nas próximas iterações da função CGAADT (Maciel,2015).

Esta restrição atende ao entendimento do processo de evolução darwinista, que não contempla a possibilidade de uma espécie extinta voltar a aparecer num outro momento futuro. A função CGAADTANÁLISE, recebe a população $P_{\text{PDFRAG}t}$ e encaminha para o operador P_{Rec} para reconstrução da população no formato original de dados, que representa os resultados de processamento do algoritmo que envolvem as operações genéticas de seleção, cruzamento, mutação, reprodução, inserção de descendentes na população e as ondas de arritmias, fibrilação atrial e flutter (Maciel,2015).

MODELO DE REGRESSÃO NA MINERAÇÃO DE DADOS NO ALGORITMO GENÉTICO COMPACTO POR TIPO ABSTRATO DE DADOS

Os modelos de regressão logística têm larga aplicabilidade em diversos problemas de análise de dados, nos quais deseja-se descrever uma relação entre uma dada variável de saída e uma ou mais variáveis explicativas. Quando a variável de saída é discreta, podendo ter dois ou mais valores possíveis, a técnica de regressão logística tem-se tornado um método padrão para essas análises (Proakis, 2010).

No caso de valores discretos, o que se faz inicialmente é uma transformação de variável, isto é, em vez de trabalhar-se com um modelo linear para representar a probabilidade de sucesso, a escala de probabilidade é primeiro transformada do intervalo $[0, 1]$ para $[-\infty, \infty]$ (Proakis, 2010).

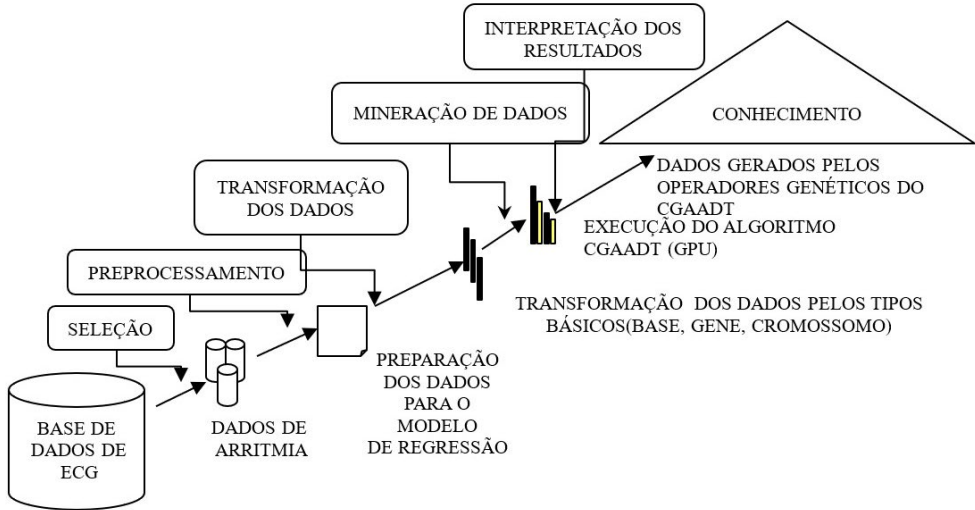
A transformação logística (*logit*) da probabilidade de sucesso p é $\log[p/(1-p)]$, que é representada como $\text{logit}(p)$. Note que $p/(1-p)$ é a chance de sucesso e, então, a transformação logística de p é o p , no intervalo $[0, 1]$, correspondem valores de $\text{logit}(p)$ no intervalo $[-\infty, \infty]$. A função $\text{logit}(p)$ é uma curva em S (SIGMOIDE) (Proakis, 2010).

A simulação realizada com os algoritmos GAADT e HOLLAND tem como objetivo realizar um estudo do esforço computacional durante o processo de limpeza do sinal de ECG, na execução desses algoritmos a partir do processo de mineração de dados usando CGAADT. O processo de limpeza do sinal de ECG não será aqui tratado, maiores detalhes poderão ser vistos em Maciel (Maciel, 2015).

O GAADT foi reformulado para gerir dados durante a execução do algoritmo a partir do modelo de regressão logística, maiores detalhes podem ser vistos no item 5.1 deste estudo.

As Principais Tarefas do KDD

O processo de descoberta de conhecimento em bases de dados envolve uma sequência de tarefas pré-estabelecidas (figura 6) de forma interativa e é fundamental para a transformação das informações em conhecimento (Zantinge, 1996), (Diniz, 2000), (Joseph, 2005). A figura 6 apresenta as principais tarefas do KDD, as quais serão descritas a seguir:

Figura 3 - Principais tarefas do processo do KDD adaptado.

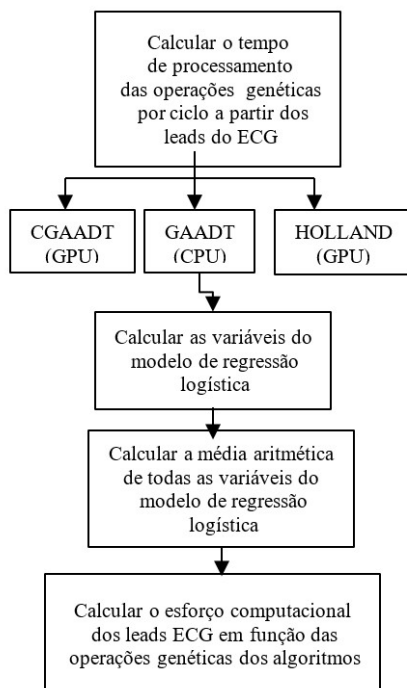
Fonte: Joseph, 2005.

Na fase de execução do algoritmo CGAADT na arquitetura GPU / CUDA, ocorre a seleção interna e automática do banco de dados de acordo com os sinais do ECG e o algoritmo seleciona os dados da arritmia cardíaca.

Na fase de pré-processamento de dados, o banco de dados gerado é classificado pelos *leads* DI, DII, V1, AVF, V5, V2, sendo os dados preparados para serem partes integrantes Rodas do modelo de regressão logística (Maciel, 2015). Na fase de transformação de dados, os operadores genéticos de seleção, cruzamento, mutação, reprodução e inserção de descendentes na população selecionam as derivações para processar o banco de dados de acordo com o modelo de regressão logística, podendo ser consultados detalhadamente em Maciel (Maciel, 2015).

Na fase de *Data Mining*, o algoritmo de mineração a ser utilizado é o CGAADT. Neste ambiente, o esforço computacional dos operadores genéticos de seleção, cruzamento, mutação, reprodução, inserção de descendentes na população será calculado considerando a execução do algoritmo CGAADT na grade GD no dispositivo da GPU / CUDA (Maciel, 2015). Além de calcular o esforço computacional dos operadores genéticos, o modelo de regressão logística linear e a distribuição de probabilidade dos algoritmos GAADT, HOLLAND e CGAADT, *Odds Ratio* desses algoritmos, ganho computacional da execução do CGAADT em função dos demais algoritmos citados anteriormente, a porcentagem de esforço computacional do algoritmo de acordo com o processamento das 6 derivações do ECG e integrando-os aos operadores genéticos do algoritmo CGAADT.

Figura 7 - Base computacional de cálculo de gargalos para operações genéticas para classificação e filtragem de sinais de arritmia.



Fonte: Maciel, 2015.

Na última fase de interpretação dos resultados, serão analisados os dados gerados pelos operadores genéticos do CGAADT durante a execução do algoritmo, para que o conhecimento gerado pela base de dados do CGAADT possa ser integrado (Figura 7).

RESULTADOS

O banco de dados é composto por três (3) diferentes tipos de bancos de dados: o primeiro é formado pelos sinais específicos de fibrilação atrial, o segundo pelos sinais de *flutter* atrial e o terceiro pelos dados de arritmia. A idade desses pacientes na faixa etária de 76 a 84 anos, foram submetidos ao uso de medicamentos (tabela 1). Os sinais de eletrocardiograma utilizados nos experimentos são compostos pelas derivações: DII, V1, Avf (fibrilação atrial); DI, DII, AVF (*flutter* atrial), V5 e V2 (arritmia) (Maciel, 2015).

Tabela 1 - Base de Dados de ECG. Legenda: (F) Feminino, (M) Masculino. (FA) Fibrilação Atrial, (FLA) Flutter Atrial, (A) Arritmia.

Base de Dados	Sexo	Idade	Cardiopatias	Medicamentos	Exemplos	Leads
1	F	81	FA	Atenolol, Mo-nopril	10000	AVF
2	M	76	FLA	Lopressor	10000	DI, DII
3	F	84	A	Digoxin	10000	V5, V2

Fonte: Physionet,2025.

A primeira fase do processamento do algoritmo CGAADT tem como objetivo avaliar o tempo de processamento da limpeza e a classificação dos sinais de arritmia de acordo com as derivações DI, DII, AVF, V5, V2, representadas por fibrilação atrial, *flutter* atrial e outras arritmias (tabela 1).

Tabela 2 - Tempo de Processamento CGAADT na classificação e filtragem de sinais de arritmia.

C	G	A	A	D	T	(G)	P	U)
Leads	Doenças Cardíacas	Seleção	Cruzamento	Mutação	Reprodução	Inserção de Descendentes	Tempo	Tempo Total
DII	Atrial Fibrillation	00:42:47	00:17:15	00:10:22	00:08:14	01:09:30	02:28:08	00:46:08
V1		00:43:51	00:26:37	00:14:32	00:08:20	01:09:08	02:42:28	
AVF		00:44:07	00:28:00	00:17:57	00:07:57	01:09:02	02:47:04	
DI	Atrial Flutter	00:43:10	00:30:30	00:14:48	00:08:14	03:47:28	05:24:10	
DII		00:44:05	00:27:59	00:15:49	00:08:12	01:09:50	02:45:54	
AVF		00:47:55	00:24:15	00:15:06	00:08:15	01:22:02	02:57:33	
V5	Arrhythmia	00:42:52	00:26:12	00:25:52	00:08:00	01:09:05	02:52:01	
V2		00:42:31	00:23:40	00:15:15	00:07:53	01:19:30	02:48:49	

Fonte: Physionet,2025.

A tabela 2 representa a classificação dos sinais de arritmia durante a execução do algoritmo CGAADT implementado na GPU. O processo de classificação desses sinais deriva do modelo de regressão logística (Maciel, 2015). Para realizar a classificação dos dados e filtragem dos sinais do ECG, o algoritmo CGAADT obteve um tempo de 46:08 (minutos) para o processamento total do algoritmo, considerando as operações genéticas de seleção, cruzamento, mutação, reprodução e inserção dos descendentes na população.

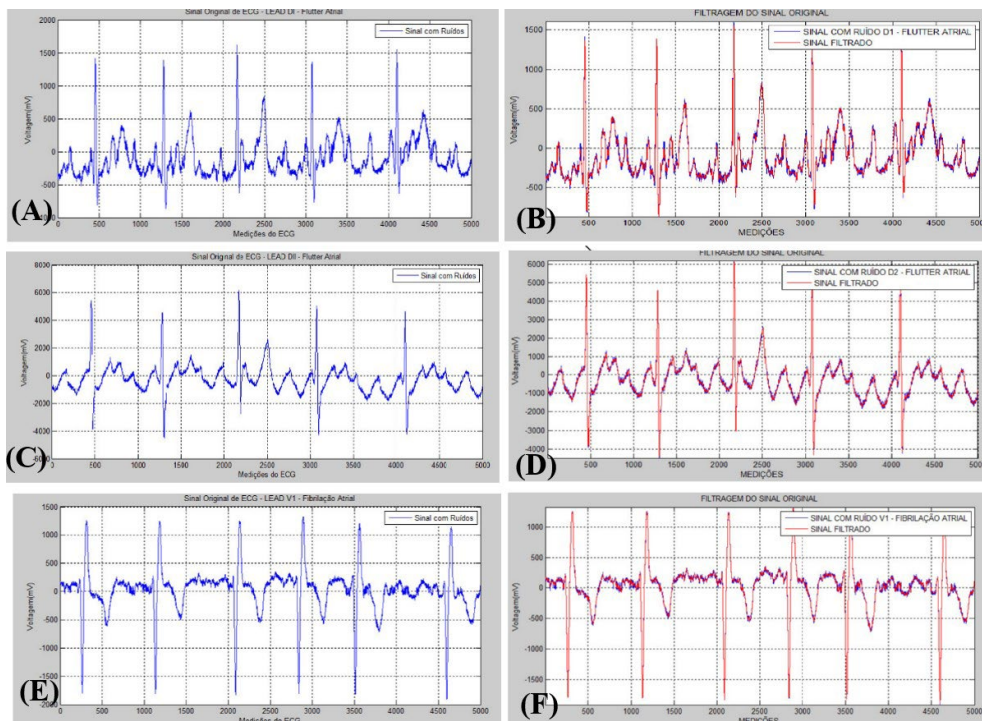
Tabela 3 - Tempo de processamento do GAADT na classificação, filtragem e limpeza de sinais de arritmia.

	G	A	A	D	T	(C	P	U)
Leads	Doenças	Seleção	Cruzamento	Mutação	Reprodução	Inserção de Descendentes	Tempo	Tempo
	Cardíacas							Total
DII	Atrial Fibrillation	01:10:58	16:58:47	10:10:00	00:18:23	23:41:11	04:19:20	21:12:31
V1		01:11:47	17:47:15	04:11:09	00:18:24	23:57:37	23:26:11	
AVF		01:12:34	18:37:44	04:02:02	00:18:42	23:01:35	23:12:37	
DI	Atrial Flutter	01:10:49	17:11:25	04:45:16	00:19:15	22:53:22	22:20:08	
DII		01:10:56	17:41:56	04:50:41	00:18:49	23:36:16	23:38:38	
AVF		01:24:51	18:01:57	04:26:22	00:25:35	23:21:29	23:40:14	
V5	Arrhythmia	01:11:30	17:17:44	05:51:31	00:17:43	09:25:05	10:03:32	
V2		01:29:17	16:52:28	05:54:33	00:24:40	09:50:53	10:31:52	

Fonte: Physionet,2025.

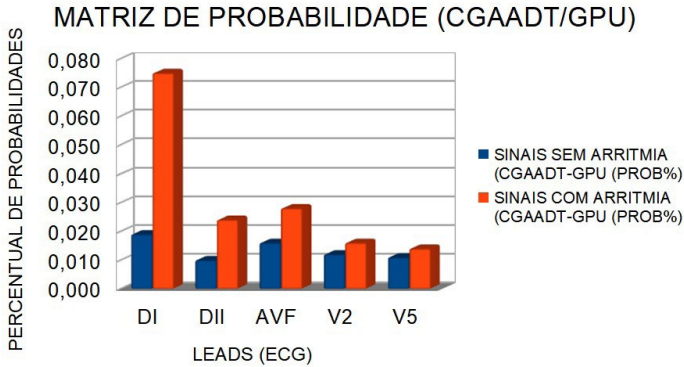
A classificação do sinal de arritmia e limpeza do sinal de ECG, realizado pelo GAADT, o algoritmo obteve 21:12:31 (horas / minutos / segundos), como pode ser visto na figura 8.

Figura 8 - Processo de filtragem dos sinais de arritmia (DI - Sinal Original de flutter Atrial (A), DI - Filtragem de Flutter Atrial (B), DII – Sinal Original de flutter atrial (C), DI – filtragem do sinal de flutter atrial (D), V1 – Sinal Original de Fibrilação Atrial (E), V1 – Filtragem do Sinal de Fibrilação Atrial (F).

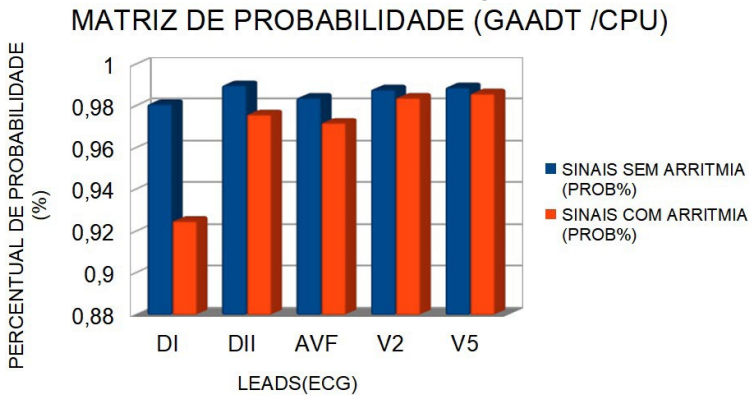


Fonte: Physionet,2025

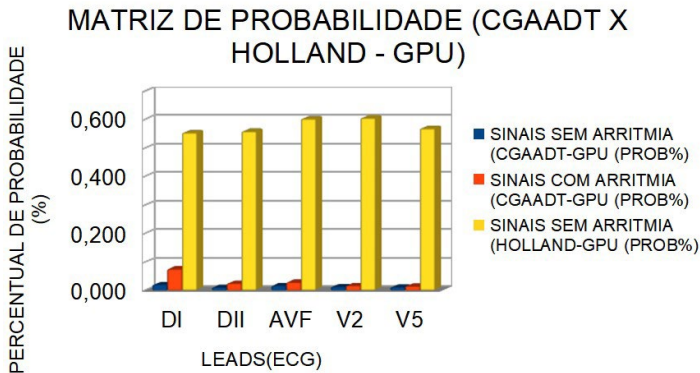
A figura 8 mostra a classificação dos sinais de ECG com características de arritmia nas derivações DI, DII (*Flutter Atrial*) e V1 (*Fibrilação Atrial*). Observa-se que o sinal é suavizado após a filtragem realizada pelo CGAADT. O sinal azul destacado representa a base de dados original (com ruídos) e o sinal vermelho destacado representa o processo de filtragem após a seleção genética, cruzamento, mutação, reprodução e inserção dos descendentes na população.

Gráfico 1 - Matriz de Probabilidade do Algoritmo CGAADT (GPU).**Fonte: Physionet, 2025.**

A matriz de probabilidade do algoritmo CGAADT (GPU), baseado no modelo de regressão logística, apresentada no gráfico 1, representa a porcentagem de probabilidade do algoritmo CGAADT. Observa-se que os dados de arritmia (*flutter* atrial) precisa de maior tempo de execução do algoritmo para classificação e filtragem dos sinais de ECG. Isso não ocorre quando os sinais de ECG, são suavizados pelo processo de filtragem.

Gráfico 2 - Matriz de Probabilidade do Algoritmo GAADT (CPU).**Fonte: Physionet, 2025.**

A matriz de probabilidade do algoritmo GAADT (CPU), mostrada no gráfico 2, representa a porcentagem de probabilidade do algoritmo GAADT. Observa-se que o tempo de processamento dos sinais de ECG de *flutter* atrial é praticamente proporcional ao nível de processamento nas derivações V2 e V5, quando apresentam características de arritmia cardíaca. Isso não ocorre quando o algoritmo GAADT executa o mesmo tempo de processamento que o algoritmo nos *leads* DI, DII e AVF. Os sinais de *flutter* atrial foram classificados (gráficos 1 e 2) porque representam um nível de ruído alto durante o processamento dos dados do ECG.

Gráfico 3 - Matriz de Probabilidade do Algoritmo CGAADT x HOLLAND (GPU).

Fonte: Physionet, 2025.

A matriz de probabilidade do algoritmo CGAADT (GPU), apresentada no gráfico 3, representa as porcentagens dos algoritmos CGAADT e HOLLAND, implementados na mesma arquitetura GPU / CUDA. Observa-se que o tempo de processamento dos sinais do ECG com ou sem arritmia, executado pelo compacto algoritmo genético por tipos abstratos de dados em GPU, apresenta menor esforço computacional, se relacionado com o algoritmo genético padrão de Holland executado em GPU, sem a defragmentação da população inicial.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As experiências avaliadas neste estudo indicam que o CGAADT apresenta uma versão otimizada do GAADT, que possibilita a mineração de dados na GPU, o que resultou em um ganho de 97,15%, eliminando os gargalos computacionais do algoritmo GAADT quando executado na GPU durante o processo de classificação de arritmias cardíacas, devido a defragmentação da população na GPU.

O tempo de execução do algoritmo CGAADT é otimizado quando os operadores genéticos: seleção, cruzamento, mutação, reprodução; ocorrem no particionamento de base abstrato na grade de blocos, durante a representação de cromossomo de tamanho fixo e integração entre fluxos (SMs) a partir das características dos operadores genéticos. A maior vantagem do CGAADT é realizar o processo de filtragem, limpeza, detecção e diagnóstico de arritmias utilizando um único algoritmo e adotando uma representação para a população de tamanho fixo dos cromossomos, pré-estabelecida pela fragmentação da base da GPU. Este processo melhora o tempo de processamento do algoritmo gerado pela ação das operações genéticas de seleção, cruzamento, mutação, reprodução, inserção de descendentes na população para detecção de onda.

A complexidade do algoritmo GAADT ainda se torna um gargalo computacional no desempenho do algoritmo, ainda é um algoritmo vantajoso na classificação,

filtragem e limpeza de ruído constante em sinais biomédicos sem perda significativa de informação em comparação com o algoritmo genético Holland na GPU.

Cada amostra de dados submetida à classificação e limpeza do sinal de ECG não apresentou distorções durante o processo de reconstrução populacional pelo algoritmo CGAADT. A análise de complexidade do algoritmo GAADT e o uso de filtros antes da execução do CGAADT serão abordados em trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

- CALDERON A. B. M. **ECG Times Series Data Mining Cardiovascular Disease Risk Assessment**. Master Thesis. Universidad Politécnica de Madrid, 2016. Disponível em http://oa.upm.es/43314/1/TFM_ALLAN_MENDEZ_CALDERON.pdf. Último Acesso: 10/06/2019.
- CUNHA, P. C. N. **Modelo de eletrocardiógrafo portátil de baixo consumo**. Dissertação de Mestrado em Modelagem Computacional de Conhecimento, Universidade Federal de Alagoas, 2012.
- DINIZ, C. A. LOUZADA F. **Data Mining: Uma Introdução**. ABE - Associação Brasileira de Estatística, São Carlos, 2000.
- FARAJI R. **An efficient crossover architecture for hardware parallel implementation of genetic algorithm**. Neurocomputing 128, 316-327 p., Elsevier, 2014.
- FERREIRA, A. M. V. **Uma Especificação do Algoritmo Genético Baseado em Tipos Abstratos de Dados para Diagnóstico de Arritmias Ventriculares a ser Aplicada a partir do Eletrocardiograma**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Alagoas, 2011.
- GAO X. **Diagnosing Abnormal Electrocardiogram (ECG) via Deep Learning**. IntechOpen, 2019. Disponível em <https://www.intechopen.com/online-first/diagnosing-abnormal-electrocardiogram-ecg-via-deep-learning>. Último Acesso: 15/06/2025. DOI: 10.5772/intechopen.85509 .
- IQBAL M. N. BOMHARA. **Real-time signal processing of data from an ECG**. IEEE, Wrexham, UK, 2019.
- JIANG L. MA L. JI L. YU H. **Adaptive Lifting Scheme for ecg qrs complexes detection and its fpga implemantation**. 3rd International Conference on Biomedical Engineering and Informatics, IEEE, 2010.
- JODAH A. MATLAB. R2025a. **Self-Organizing Map Kohonen Neural Network - Tollbox**. Version 1.0.0.0. URL: <https://ch.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/46481-self-organizing-map-kohonen-neural-network>, 2025.
- JOHANNESSEN, L. , *et al.* **A wavelet based algorithm for delineation and classification of wave patterns in continuous holter ecg recordings**. Computing in Cardiology, 37:979:982, Elsevier, 2010.

JOSEPH J. HAIR F. **Análise Multivariada de Dados**. 5ª Ed. Bookman, Porto Alegre, 2005.

MACIEL, A. **Um filtro adaptativo de alto desempenho instanciado do algoritmo GAADT para o processamento de sinais de eletrocardiograma**. Tese de Doutorado do Centro de Informática da Universidade Federal de Pernambuco, 2015.

MELO. B. R. P. **Um Sistema Adaptativo para Detecção de Ondas de Eletrocardiografia** **Dissertação de Mestrado do Mestrado em Modelagem Computacional de Conhecimento**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Alagoas, 2011.

MENDIS, S. **Global Status Report: on non communicable diseases**. WHO Library Cataloguing, 2014.

MOFFA P. SANCHES P. **Eletrocardiograma: Uma abordagem didática**. 1ª edição, Rocca, São Paulo, p. 356 ,2010.

MOREIRA, D.A.R. **Fibrilação Atrial**. 2ª edição, Lemos Editorial, 311p. São Paulo, 2005.

MORRIS, B. W, CAMM F.J.E. **ABC of Clinical Electrocardiography**. BMJ Books, London, 2003.

MURRAY, A. BOURKE, J.P. LANGLEY, P. **Frequency analysis of atrial fibrillation, regional medical physics and cardiology departments**. IEEE - Computers in Cardiology, pp.65 – 68, 2000.

NIANQIANG, L. GUOYI Z. YONGBING W. **Preferable method on digital filter in ecg signal processing based on fpga**. Third International Symposium on Intelligent. Information Technology and Security Informatics, IEEE, 2010.

PHYSIONET, MIT-BIH. **Arrhythmia Databases**. Disponível em: <http://www.physionet.org/physiobank/database/mitdb>. Último acesso: 28 de abril de 2025.

PORTO, C. C. **Doenças do Coração : prevenção e tratamento**. Guanabara, 2005.

PROAKIS, V. JOHN G. **Digital Signal Processing using Matlab**. Third Edition, Cengage Learning, 2010.

QIANG L. YAO C. YU, H. **Application of distributed fir filter based on fpga in the analyzing of ecg signal**. International Conference on Intelligent System Design and Engineering Application, IEEE, 2010.

RENCHEA A. C. **Methods of Multivariate Analysis**, Second Edition. Wiley Interscience, Canada, 2002.

SAINI, A. K. I. SINGH, D. **Qrs detection using k-nearest neighbor algorithm (knn) and evaluation on standard ecg databases**. Journal of Advanced Research , Elsevier, 331-344., 2013. 14. Acharyaa. R. at all. Ecg beat classification

using pca, lda, ica and discrete wavelet transform. *Biomedical Signal Processing and Control* , Elsevier, 437- 448., 2013.

SATO, M. HASEGAWA N. **Acceleration of genetic algorithms for sudoku solution on manycore processors**. GECCO-11, Dublin, Ireland. ACM , 12-16., 2011.

SONG. G. LONG, C.X.Z. **Architecture-based design and optimization of genetic algorithms on multi-core and many-core systems**. *Future Generation Computer Systems* 38, 75-91 p. Elsevier, 2014.

VIEIRA. R. V. L. **Um Algoritmo Genético Baseado em Tipos Abstratos de Dados e sua especificação em Z**. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Pernambuco, 2003.

YEH, Y. HONGJHIH L, CHIOU C. W. **Analyzing ecg for cardiac arrhythmia using cluster analysis. expert systems with applications**. Elsevier, page 1000:1010, 2012.

ZANTINGE A. P. **Data Mining**. England, 1996.



Estudo de Caso com Simulação Computacional no Software Arena sobre Armazenagem Ineficiente de Pneus e Perdas Operacionais

Case Study with Computer Simulation in Arena Software on Inefficient Tire Storage and Operational Losses

Erick Fernando Lima Santos

(FATEC-JAHU)

Isabelle Karina Nogueira dos Santos

(FATEC-JAHU)

Evandro Antônio Bertoluci

(FATEC-JAHU). *Orientador.*

Resumo: Este estudo investiga os impactos na falta de espaço físico adequado para o armazenamento de pneus em uma empresa do setor automotivo, utilizando o Software Arena como ferramenta na simulação logística. A pesquisa analisa os gargalos relacionados ao estoque, deterioração de produtos, ineficiência no processo de recebimento e alocação de materiais. Por meio da análise do processo foram coletados dados em planilhas e notas sobre a frequência de compras, tempo médio de permanência dos pneus na empresa, e o percentual de perdas por má conservação. Dois cenários foram simulados: a situação atual e a implementação de um sistema rotativo de armazenamento. Os resultados indicam que o reaproveitamento eficiente de espaço, um novo modelo de layout combinado com estratégias de escoamento e alocação inteligente, pode reduzir significativamente o desperdício de pneus e os custos operacionais.

Palavras-chave: armazenamento; logística; gestão; software arena; estoque.

Abstract: This study investigates the impacts of the lack of adequate physical space for tire storage in a company within the automotive sector, using Arena Software as a tool for logistics simulation. The research analyzes bottlenecks related to inventory, product deterioration, inefficiency in the receiving process, and material allocation. Through process analysis, data were collected in spreadsheets and notes regarding purchase frequency, the average time tires remain in the company, and the percentage of losses due to poor preservation. Two scenarios were simulated: the current situation, the implementation of a rotating storage system. The results indicate that the efficient reuse of space, combined with a new layout model and strategies for flow and intelligent allocation, can significantly reduce tire waste and operational costs.

Keywords: storage; logistics; management; arena software; inventory.

INTRODUÇÃO

Os parâmetros de armazenamento desempenham um papel fundamental em várias indústrias, desde a locação do produto até a logística interna de estoque. Para

entender melhor esse fator, é essencial compreender como os setores automotivos lidam com grandes volumes de pneus até sua estrutura de armazenamento. Segundo Bowersox *et al.* (2006) algo que favoreceu esse processo foi a revolução industrial, pois a padronização começou a transformar os processos logísticos como conhecemos.

Neste contexto, é possível utilizar ferramentas de simulação e modelagem, como o Software Arena. Tornando-se essencial para mapear os fluxos logísticos internos, identificar gargalos e testar soluções antes da implementação física. Sendo assim, é possível analisar o fluxo de recebimento, armazenagem e expedição de pneus em uma empresa atacadista, propondo melhorias baseadas em dados reais e simulações computacionais. Assim é possível encontrar soluções viáveis para reduzir perdas, otimizar o espaço disponível e melhorar a eficiência operacional como um todo.

Este estudo tem como objetivo analisar o armazenamento ineficiente de pneus e perdas operacionais, e verificar se há forma de melhorar os ganhos de precisão e eficiência no processo operacional diário. Para que este estudo corresse de forma satisfatória, foram empregadas como metodologia: Pesquisas bibliográficas, coleta de notas, análise no layout, Software Arena e pesquisa de campo realizada com colaboradores no ambiente de trabalho, configurando este um estudo de caso.

EMBASAMENTO TEÓRICO

Estoque e Armazenamento

De acordo com Ballou (2001), o estoque pode ser denominado como o local de armazenamento pela comodidade de uso através da corporação ou para atender a necessidade de um cliente. Ainda pelo mesmo autor o estoque é um componente da gestão interna de operações logísticas, representando os materiais mantidos por uma empresa atendendo à demanda dos clientes.

Segundo Bowersox e Closs (2001) o estoque aparece na cadeia de suprimentos em diversos formatos, como produtos semiacabados, matérias primas e produtos acabados que podem ser caracterizados como: volume, peso, coeficiente de variação, custo e nível de serviço.

Ele está ligado à gestão de inventário, que envolve o controle e monitoramento dos níveis do produto em estoque, isso garante que eles estejam alinhados com as necessidades estratégicas e operacionais da organização. Segundo Dias (2011), manter o controle de seus produtos representa um alto custo para a empresa e escolher sobre o que manter deve ser vista como uma tomada de decisão para os gerentes, devido aos conflitos de um serviço ou processo.

Ainda por Dias (2011), o estoque é composto por itens importantes como todos os materiais necessários ao funcionamento do fluxo da produção de uma empresa e que, também se faz necessário para custear a manutenção, retrabalho e perda. Esse é o custo para manter cada unidade do item dentro do estoque por um período de tempo.

Ao estudar o conceito estoque e armazenamento através dos relatos de Ballou (2001), deve-se olhar com atenção a logística, sendo ela responsável pelas atividades como: conferência de carga, embalagem, recebimento, codificação de matérias, endereço, classificação e locação no armazenamento dos produtos ou pneus.

Eficiência e Sustentabilidade

Segundo menciona Leite (2009), A eficiência operacional está diretamente ligada à sustentabilidade empresarial, tanto em termos econômicos quanto ambientais. No caso da empresa em estudo, as perdas mensais de pneus representam um custo expressivo que poderia ser evitado com melhorias simples e significativas no processo.

Além do impacto financeiro, o descarte inadequado de pneus danificados acaba gerando passivos ambientais o que compromete a imagem da empresa cabe ao gestor de logística implementação de atividades destinadas à movimentação e armazenamento do produto. Cuidando do endereçamento, modelo e espaço físico.

Implementar soluções sustentáveis, como a logística reversa de pneus descartados e a reutilização de materiais, pode complementar as melhorias operacionais. A simulação de processos permite não apenas aumentar a produtividade, mas também avaliar o impacto ambiental das decisões tomadas.

Dentro do ambiente do armazenamento de pneus, as máquinas e sistemas de movimentação são responsáveis pela organização eficiente dos produtos. Empilhadeiras e paleteiras elétricas, facilitam a movimentação dos pneus e paletes de um local para outro com facilidade e segurança. A tecnologia empregada neste transporte verde favorece a questão ambiental na redução de CO₂.

Outro fator importante são os sistemas eficientes de endereçamento dos produtos conectando diferentes partes do armazenamento, agilizando o fluxo de pneus armazenado reduzindo o tempo de espera. A eficiência de uma empresa é mais do que um depósito de produtos; é um centro estratégico onde a logística e a organização inteligente se encontram.

Software Arena

O software Arena segundo Paragon (2021), foi desenvolvido pela Rockwell Automation sendo o principal programa de simulação, que consegue modelar eventos simples no mundo. Conforme o desenvolvedor Rockwell Automation (2019), O Arena oferece vários recursos permitindo o usuário analisar inúmeras possibilidades.

Além do mais, um estudo simulado pelo Freitas (2008), permite análises à medida que novos comportamentos de sistemas são implementados. Com isso uma variedade ampla de problemas pode ser analisada pela modelagem. É importante ressaltar, segundo o autor Prado (2009), informações sobre o tempo, respostas e rotas logísticas podem ser comparadas trazendo confiabilidade ao sistema, juntamente a uma visão administrativa.

Segundo Paragon (2021), o Software Arena é amplamente utilizado em aplicações de simulação devido às suas extensas configurações de modelagem através de fluxogramas. Ele funciona como uma linguagem computacional permitindo um ambiente para testes, juntamente com uma ampla diversidade de ferramentas e recursos sofisticados de execução.

Método FIFO

Segundo Ballou (2001), o método FIFO (*First In, First Out* – primeiro a entrar, primeiro a sair) é uma das ferramentas mais utilizadas na gestão de estoques, pois organiza a saída dos itens na mesma ordem em que entraram. Esse método é essencial para evitar a deterioração ou obsolescência de produtos armazenados por longos períodos, promovendo um controle eficiente do fluxo de materiais e reduzindo perdas operacionais.

Ballou (2001) também destaca que o uso do FIFO tem impacto direto na contabilidade da empresa, pois os custos mais antigos são utilizados na composição do custo das mercadorias vendidas. Isso permite uma avaliação mais coerente do estoque e dos resultados financeiros, tornando o processo de armazenagem mais transparente e eficaz para a tomada de decisões gerenciais.

METODOLOGIA

Este estudo tem como método a análise de documentos e planejamento estratégico da empresa no setor automotivo. Através do estudo teórico sobre logística de armazenamento, perdas operacionais e modelagem dos processos. Também os dados reais da empresa sobre a ineficiência no estoque e perda de pneus.

O método utilizado favoreceu para a elaboração do sistema de modelagem no Software Arena que possibilitou uma visão objetiva e clara dos pontos críticos no processo, permitindo a oportunidade de melhoria. Integrando a coleta de dados com o planejamento estratégico deste estudo obteve-se uma base concreta para otimizar os recursos e obter ótimos resultados.

As abordagens empregadas na condução do estudo, configurado este como um estudo de caso, incluíram: Pesquisas bibliográficas, coleta de notas, análise no layout, Software Arena e pesquisa de campo realizada com colaboradores no ambiente de trabalho no armazenamento de pneus.

DESENVOLVIMENTO OPERACIONAL

Cenário Inicial

Uma empresa no segmento de pneus não obtém controle do seu armazenamento, volume e rastreamento de seu produto. Sem controle de giro ela

não possui rastreabilidade ou critérios técnicos de empilhamento, o que tem resultado em perdas significativas. Estima-se que cerca de 11% dos pneus armazenados se deterioram mensalmente devido à má conservação, causando impacto direto na margem de lucro e na sustentabilidade do estoque.

A falta de um sistema de controle de giro, como o método FIFO (First In, First Out), impede que os pneus mais antigos sejam utilizados primeiro, o que contribui para o envelhecimento do material e, em muitos casos, inutilização antes mesmo da sua comercialização. Essa prática reflete não apenas em perdas financeiras, mas também em desperdício de recursos e comprometimento da qualidade do produto entregue ao cliente.

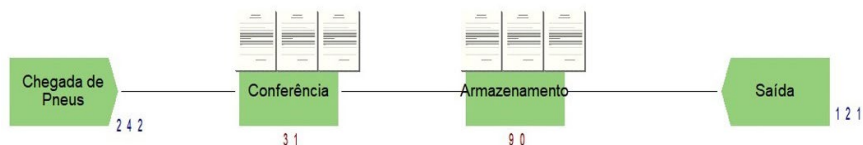
Através das situações apresentadas na cadeia logística foi possível analisar a separação de pneus a serem armazenados. Onde nenhum tipo de critério foi adotado demonstrando falhas que causavam conflito no processo, sendo elas:

- Aglomeração de pneus, não havendo locação física por tipo ou modelo;
- Ausência de sistema informatizado no monitoramento e controle do estoque;
- Falta de endereçamento e demarcação no Layout dos Pneus;
- Atraso no processo;
- Perda do produto por inutilidade.

Em visão deste problema houve um levantamento de dados nos processos de armazenagem, controle e gestão de estoque. Em visão da necessidade de práticas modernas e organizadas podendo representar uma oportunidade significativa de reduzir perdas, otimizar recursos melhorando a competitividade da empresa no mercado.

Através desse levantamento de dados foi possível coletar as informações necessárias para a simulação no software Arena, onde os dados correspondem aos seguintes valores exponenciais: Entrada de pneus: 1 Min em média por unidade; Processo de Conferência: 2 Min em média por unidade; Armazenamento: 4 Min em média por unidade. Saída: 480 Min (8 horas de trabalho). Tendo a seguir as seguintes análises:

Figura 1 – Fluxograma do Processo de Armazenamento.



Fonte: autor, 2025.

Após a simulação realizada com esses parâmetros pelo software Arena apresentados na figura – 1. É possível observar o número de pneus no processo de armazenagem que correspondem aos seguintes valores: Entrada de pneus: 242 em média; Processo de Conferência: 31 em média; Armazenamento: 90 em média e Liberação: 121 em média. Através da simulação também foi possível analisar o resultado dos tempos, representados a seguir na tabela - 1:

Tabela 1 – Relatório de Tempos.

PROCESSO	TEMPO POR PROCESSO	QUANTIDADE PNEUS
Entrada de Pneus	1 min. p/ unidade	242
Conferência	2 min. p/unidade	31
Armazenamento	4 min. p/ unidade	90
Saída	480 min. (8 horas)	121

Fonte: autor, 2025.

Cenário Final

Após o resultado desta simulação no Software Arena houve a integração do processo de melhoria que proporcionou a análise deste estudo, sendo atribuída a cuja tarefa de garantir e analisar o melhor tempo de armazenamento e liberação dos pneus.

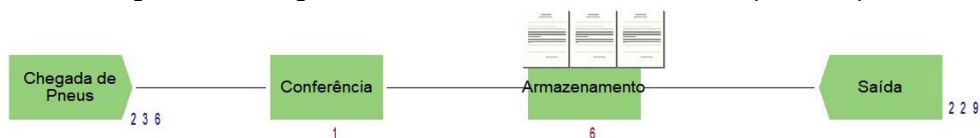
Um dos fatores na operação foi na área de armazenagem, onde o método FIFO (*First In, First Out*), foi implementado priorizando a saída dos produtos conforme sua ordem de entrada, sendo uma prática consolidada na gestão de estoques para garantir a rotatividade adequada dos materiais, minimizando perdas por deterioração, obsolescência ou vencimento. No contexto da armazenagem de pneus, essa metodologia foi aplicada juntamente com uma reorganização no processo, promovendo maior fluidez e controle nas operações de entrada e saída.

Com a reorganização no Layout, foi possível estruturar áreas específicas para a recepção, armazenamento e expedição dos pneus, facilitando a separação dos lotes conforme a data de entrada. Esse controle rigoroso permitiu que os pneus mais antigos fossem distribuídos ou utilizados antes dos mais recentes, evitando que produtos permanecessem armazenados por períodos prolongados e reduzindo o risco de perdas.

Após a implementação do método FIFO na gestão do estoque de pneus, foi possível analisar as mudanças feitas no processo de armazenamento, o método utilizado foi configurado para garantir que os pneus tenham um melhor fluxo, considerando as seguintes implementações:

- Locação física por tipo e modelo de pneus;
- Sistema informatizado de monitoramento e controle de estoque;
- Endereçamento e demarcação no Layout de pneus;
- Fluxo no processo;
- Maior aproveitamento dos pneus.

Após as melhorias houve uma nova coleta de informações, onde foi possível observar a nova estratégia no viabilizando uma nova simulação no software Arena, correspondendo aos seguintes valores exponenciais: Entrada de pneus: 1 Min em média por unidade; Processo de Conferência: 1 Min em média por unidade; Armazenamento: 2 Min em média por unidade; Liberação: 480 Min (8 Horas). Tendo a seguir as seguintes análises:

Figura 2 – Fluxograma do Processo de Armazenamento (Melhoria).

Fonte: autor (2025).

Após a simulação realizada com esses parâmetros pelo software Arena apresentados na figura – 2. É possível observar a melhoria do número de pneus no processo de armazenamento, que correspondem aos seguintes valores: Entrada de pneus: 236 em média; Processo de Conferência: 1 em média; Armazenamento: 6 em média; e Liberação: 229 em média. Através da simulação também foi possível analisar uma melhora no resultado dos tempos, representados a seguir na tabela - 2:

Tabela 2 – Relatório de Tempos (Melhoria).

PROCESSO	TEMPO POR PROCESSO	QUANTIDADE PNEUS
Entrada de Pneus	1 min. p/ unidade	236
Conferência	1 min. p/unidade	1
Armazenamento	2 min. p/ unidade	6
Saída	480 min. (8 horas)	229

Fonte: autor, 2025.

Análise de Desenvolvimento

Com base no estudo de caso, graças ao Software Arena foi viável analisar aspectos positivos na empresa, que se apresenta altamente padronizada e segmentada para setor de armazenagem de pneus, o que facilita a divisão e a torna bastante eficaz. Utilizando o software Arena foi possível destacar mais vantagens, ressaltando o tempo de estoque adequado, que garante a pontualidade na separação dos pneus e envio dos produtos, gerando satisfação e confiança junto aos consumidores.

O cenário simulado, que contemplava a reorganização do layout aliada à implementação do método FIFO, destacou-se como a alternativa mais eficaz e viável. Essa proposta, além de apresentar baixo custo para sua implantação, resultou em uma redução significativa nas perdas e promoveu um melhor aproveitamento do espaço disponível no estoque. O estudo reforça a relevância da simulação como uma poderosa ferramenta de apoio à tomada de decisão no âmbito da logística, possibilitando a visualização antecipada dos impactos das estratégias adotadas e a seleção da solução mais vantajosa para a empresa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo demonstrou a eficácia do uso do software Arena como ferramenta de simulação aplicada à análise e melhoria de processos logísticos e

operacionais. Por meio da modelagem no cenário 1 foi possível identificar gargalos na conferência e armazenamento, representando de forma dinâmica os fluxos de trabalho, testando alternativas e propondo soluções com base em dados concretos e simulações confiáveis.

O Arena se mostrou uma plataforma robusta e de fácil interpretação visual, o que facilitou a tomada de decisão no ambiente de serviço. Além disso, sua utilização contribui significativamente para a redução dos gargalos no cenário 2, otimizando os recursos e aumentando a eficiência nos sistemas avaliados, sem a necessidade de intervenções diretas no ambiente real durante a fase de análise.

A aplicação prática desenvolvida no estudo evidenciou que a simulação é uma aliada estratégica na gestão de processos, permitindo aos gestores prever resultados, mitigar riscos e embasar suas decisões com maior segurança. Portanto, conclui-se que o Arena é uma ferramenta extremamente relevante no contexto da engenharia de produção, logística e gestão de operações, sendo recomendada para projetos que demandem análises detalhadas de desempenho, capacidade e fluxo.

REFERÊNCIAS

- BALLOU, Ronald H. **Gerenciamento da cadeia de suprimentos: planejamento, organização e logística empresarial**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.
- BOWERSOX, Donald J.; CLOSS, David J.; COOPER, M. Bixby. **Logística empresarial: o processo de integração da cadeia de suprimento**. 2001. São Paulo: Atlas, 2006.
- BANKS, J.; CARSON, J. S.; NELSON, B. L.; NICOL, D. M. **Discrete-Event System Simulation**. 5. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2010.
- DIAS, Marco Aurélio P. **Administração de materiais: princípios, conceitos e gestão**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2011.
- FREITAS, PAULO. **Introdução à Modelagem e Simulação de Sistemas: Com Aplicação em Arena**. Florianópolis, SC: Visual Books, 2008.
- LEITE, Paulo R. **Logística reversa: meio ambiente e competitividade**. 2. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.
- PRADO, DARCI. **Teoria das Filas e da Simulação**. Nova Lima, MG: INDGTecs, 2009.
- PARAGON. Disponível em: <https://paragon.com.br/arena/>. 2021. Acesso em: 12 de Outubro de 2024.
- ROCKWELL AUTOMATION. 2019. Disponível em: <https://www.rockwellautomation.com/pt-br>. Acesso em: 12 de Outubro de 2024.
- SLACK, N.; CHAMBERS, S.; JOHNSTON, R. **Administração da Produção**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2010.



Uma Avaliação de Desempenho dos Algoritmos Genéticos Baseados em Tipos Abstratos de Dados no Processamento de Sinais Eletrocardiograma

A Performance Evaluation of Genetic Algorithms Based on Abstract Data Types in Electrocardiogram Signal Processing

Andrilene Ferreira Maciel

Universidade Federal Rural de Pernambuco, Rua Dom Manuel de Medeiros, s/n - Dois Irmãos, Recife – Brasil.

Roberta Vieira Vilhena Lopes

Instituto de Computação, Universidade Federal de Alagoas -UFAL, Maceió, Alagoas - Brasil.

Resumo: O algoritmo genético baseado em tipos abstratos de dados (GAADT) desenvolvido em software abordando CPUs tradicionais, no decorrer de seu processamento, tem como principal desvantagem a explosão exponencial da população para encontrar o resultado mais adequado durante o processo de convergência. A versão compacta CGAADT, desenvolvida em MATLAB, obteve ganhos acima de 48% na operação genética de reprodução e 90% na operação de cruzamento, mutação e inserção de descendentes na população, sendo capaz de resolver problemas populacionais de alta dimensionalidade quando implementado em sistemas de alto desempenho na arquitetura GPU/CUDA, podendo ser usados em sistemas de tempo real, visando aprimorar os sistemas de saúde oferecidos a pacientes com problemas cardiovasculares.

Palavras-chave: Eletrocardiograma, Algoritmo Genético, Graphics Processing Unit (GPU), Compute Unified Device Architecture (CUDA), Central Processing Unit (CPU).

Abstract: The genetic algorithm based on abstract data types (GAADT), developed in software using traditional CPUs, has as its main drawback the exponential growth of the population during convergence. The compact version, CGAADT, created in MATLAB, improved the genetic reproduction process by over 48% and the crossover, mutation, and addition of new members to the population by 90%. It is capable of solving high-dimensional population problems when implemented in high-performance systems using the GPU/CUDA architecture. It can be used in real-time systems, aiming to improve healthcare systems offered to patients with cardiovascular problems.

Keywords: Electrocardiogram, Genetic Algorithm, Graphics Processing Unit (GPU), Compute Unified Device Architecture (CUDA), Central Processing Unit (CPU).

INTRODUÇÃO

Em 1970, um estudante de doutorado em ciência da computação da Universidade de Michigan chamado John H. Holland tentava desenvolver um método computacional adequado como solução para sistemas adaptativos complexos (Holland, 1975). No decorrer de seu trabalho, Holland (1975) percebeu que existia uma nítida semelhança entre os fenômenos que estudava e o processo

de evolução das espécies. Observou também que a interação entre os agentes adaptativos determinava o resultado dos fenômenos investigados por ele e que a interação entre os fatores ambientais determinava a próxima população de uma dada região. Com base nessa constatação, Holland propôs o modelo de algoritmo genético (AG) (Holland, 1975; Vieira, 2003; Mahalashmi, 2013).

Os algoritmos genéticos são conhecidos como algoritmos de busca e otimização (Darwin, 1859; Goldberg, 1989). A busca realizada pelos algoritmos genéticos trabalha sobre uma população de possíveis resultados (cromossomos) para um problema em paralelo, os quais são melhorados através de várias iterações com o intuito de gerar um cromossomo que melhor satisfaz os critérios de aceitação do problema. Os métodos de otimização e buscas convencionais trabalham geralmente de forma sequencial, avaliando a cada instante apenas uma possível solução (Goldberg, 1989). Outras diferenças entre os AGs e os métodos tradicionais de busca e otimização apontados por Goldberg são identificadas: os AGs codificam o conjunto de parâmetros na estrutura de dados definida para o cromossomo e não com os próprios parâmetros; trabalham com informações de custo ou recompensa e não derivadas de funções, direcionam a sua busca através de regras de transições probabilísticas e não determinísticas. Neste contexto, embora os algoritmos genéticos possam parecer simplistas do ponto de vista biológico, estes são suficientemente complexos para fornecerem mecanismos eficientes e robustos de busca adaptativa (Goldberg, 1989).

Entre os problemas encontrados nas pesquisas sobre algoritmo genético predecessores ao GAADT, a aproximação de funções não-continuas (De Jong, 1992; Yuret, 1994) é certamente um dos mais importantes para a computabilidade (Lopes, 2012; Jong, 1992; Yuret, 1994).

Dentro do entendimento da Tese de Turing-Church, as funções computáveis são necessariamente contínuas, entretanto a possibilidade de se aproximar funções não-continuas por outro mecanismo de computação que não os estabelecidos pelo paradigma acima citado, abre uma nova perspectiva de uma computação fora desta tese (Lopes, 2012).

Diante de algumas questões importantes da construção dos algoritmos genéticos, tais como: “as limitações” do tamanho fixo dos cromossomos e do tamanho também fixo da população, bem como a artificialidade da operação de substituição para renovação das populações geradas, como em Holland e seus seguidores mais imediatos (Holland, 1975; Goldberg, 1994; Michalewicz, 1996), foi pensando em contornar estes problemas que se optou por desenvolver um novo modelo de algoritmo genético baseada em Tipos Abstratos de Dados (TAD). As questões que se pretende responder com o algoritmo genético baseado em tipos abstratos de dados são principalmente; a liberação desses algoritmos da restrição sobre a representação fixa do alfabeto binário e do tamanho fixo da população, bem como a redução das operações genéticas a somente duas: cruzamento e mutação (Lopes, 2012; Mustafa, 2011; Thamilselvan, 2011).

Os algoritmos genéticos baseados no modelo de Holland (1975) têm demonstrado uma alternativa aos métodos tradicionais às técnicas de processamento

de sinais, apresentam um bom desempenho e são fáceis de implementação. Apesar de serem robustos, os algoritmos genéticos não são adequados a todos os tipos de problemas. As principais desvantagens estão relacionadas ao tamanho da população, que impede que o melhor resultado seja encontrado, o cromossomo limita a qualidade do resultado encontrado, além de restringir os problemas tratados por algoritmos genéticos, requerem um grande número de avaliações da função de adaptação, custo computacional, grandes possibilidades de configurações podem limitar a resolução do problema a ser tratado (Holland, 1975; Maciel, 2015).

A adoção da abordagem de TAD, para construção de algoritmos genéticos, desenvolvido por Vieira (2003), permitiu, entre outras coisas, o desenvolvimento de uma sistemática de especificação do mesmo a partir do estudo das componentes básicas do problema para o qual se pretende que ele seja solução. Isto representará um avanço na pragmática de uso dos algoritmos genéticos e na amplitude do espectro de aplicação dos mesmos (Vieira, 2003; Lopes, 2012). Uma questão decorrente da adoção de visão de TAD para o desenvolvimento de algoritmo genético baseado no processo de evolução das espécies é poder evitar que, num dado momento do processo, possa existir várias cópias de um mesmo cromossomo, e com isso permitir que entre os cromossomos resultantes de um cruzamento possa haver cromossomos menos adaptados do que os seus pais. Dentro da visão de que o algoritmo genético é solução de um problema, tal perspectiva é contraproducente com respeito à ideia de busca dos melhores resultados (cromossomos mais adaptados) (Vieira, 2003; Lopes, 2012).

As questões da representação binária do cromossomo apresentada em Holland (1975) parecem levar a críticas sobre a pré-definição da estrutura de dados a ser adotada, no caso vetor de tamanho fixo, que está no sentido inverso do precursor natural adotado pelos engenheiros da computação na busca de uma solução computacional para um problema, onde primeiro se estuda o problema para só depois definir-se a estrutura de dado utilizada para modelar os objetos do domínio do problema. Neste sentido, a representação com TAD permite que um estudo em primeira mão do problema seja feito e, em função deste, e só depois, já num momento operacional, uma representação adequada seja adotada. Outro importante ganho com a visão acima referida é a portabilidade das soluções via algoritmo genético, uma vez que o mesmo “esquema de solução” pode resolver uma família de problemas, dependendo da natureza e do ambiente dos mesmos (Holland, 1975; Vieira, 2003; Lopes, 2012).

A implementação de algoritmos genéticos (AGs) inspirados no modelo Holland em hardware para filtrar sinais visa acelerar o tempo de convergência desses algoritmos, implementando os módulos considerados um gargalo para uma implementação em software. No entanto, estes módulos apresentam os mesmos problemas com a representação do cromossomo, dependência de operadores genéticos, representação adotada para o cromossomo e população, e a perda de cromossomos com características relevantes para a solução do problema ao qual o AG está sendo aplicado (Maciel, 2015).

Algoritmos genéticos (AG) inspirados no tradicional modelo Holland (Holland, 1975) são utilizados apenas para funções de otimização e identificação dos coeficientes de filtro, raramente utilizados para limpeza de sinais, devido ao esforço computacional durante o tempo de processamento, especialmente quando o cromossomo e a população do GA representam alta dimensionalidade (Maciel, 2015).

O algoritmo genético baseado em tipos de dados abstratos (GAADT) desenvolvido por Vieira (2003) difere dos algoritmos genéticos tradicionais para obter uma visão estratificada do cromossomo e a evolução é direcionada em torno do ambiente. Nos algoritmos tradicionais, o processo evolucionário ocorre a partir da população, que é tipicamente binária e não se aplica à maioria dos problemas. Apesar de todas as implementações do algoritmo GAADT (Vieira, 2003; Cunha, 2011; Melo, 2011^a; Melo, 2011b; Ramos, 2011), objetivarem buscar os melhores resultados, no decorrer de seu processamento, a principal desvantagem desses algoritmos é a explosão exponencial da população para encontrar o resultado mais adequado durante o processo de convergência; isso pode levar, pelo menos, uma semana e, no máximo, meses para a execução.

Considerando que o GAADT foi implementado em software nos trabalhos (Cunha, 2011; Melo, 2011^a; Melo, 2011b; Ramos, 2011), é considerado um algoritmo convergente e a estratificação do cromossomo pode ser aplicada na maioria dos problemas abordados por algoritmos genéticos, sua principal desvantagem está relacionada ao esforço computacional do algoritmo genético executado em CPUs convencionais, principalmente quando os dados possuem alta dimensionalidade.

Neste estudo, será apresentada a especificação dos algoritmos genéticos por tipos abstratos de dados GAADT, desenvolvido por Vieira (2003), e o algoritmo CGAADT, desenvolvido por Maciel (2015). Ambos os algoritmos são capazes de realizar todas as operações genéticas realizadas por algoritmos genéticos e resolver o problema populacional de alta dimensionalidade. Diante da especificação do GAADT e CGAADT, será apresentado um modelo de análise do esforço computacional das operações genéticas realizadas pelos algoritmos acima citados durante o processamento dos sinais cardiológicos (ECG), amostrados a partir dos dados de arritmia do MIT-BIH (Physionet, 2025).

O ALGORITMO GENÉTICO BASEADO POR TIPOS ABSTRATOS DE DADOS (GAADT)

Tipos Básicos do GAADT

Considerando as informações necessárias para a resolução de um problema utilizando o GAADT, será preciso representá-las utilizando os tipos básicos do algoritmo definidos em Vieira (2003; Vieira, 2003). No GAADT, os cromossomos são representados por seu material genético, os quais possuem as bases como suas unidades elementares de formação (Vieira, 2003).

Definição 2.1.1. Base - Uma base B é o conjunto de todas as unidades genéticas elementares que podem ser usadas na formação do material genético dos cromossomos de uma população (Vieira,2003).

A base será especificada por um conjunto B , onde seus elementos se agrupam em sequências para formar as características, que serão representadas pelos genes, dos cromossomos. Como nem toda sequência de base representa uma característica válida para o problema deverá existir uma lei de formação para indicar como as bases devem ser agrupadas para formar uma dada característica. Esta lei de formação de características é representada pelo conjunto de *Axiomas de Formação de Genes* (AFG), o qual deve ser definido para cada caso e de acordo com a semântica atribuída ao gene (Vieira,2003).

Definição 2.1.2. Gene - Um gene g é uma sequência formada pelos elementos da base que pertence ao conjunto AFG. Os genes são agrupados em conjuntos para formar os cromossomos da população. O conjunto de genes $\{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ que compõe um dado cromossomo serve para identificar este cromossomo dentro da população.

A identidade dos cromossomos será usada para impedir que várias cópias de um cromossomo possam coexistir ou renascer na população em qualquer tempo durante o processo de evolução da mesma na busca por um cromossomo mais adaptado (Vieira, 2003). Segundo King (1975), existe um relógio biológico que ativa o início e fim da formação de uma característica em cada uma destas espécies em tempos embrionários diferentes. Tal relógio biológico deve também garantir que o cruzamento de dois cromossomos de uma mesma espécie resulte em um cromossomo da mesma espécie. O relógio biológico do cromossomo será representado pelo conjunto de *Axiomas de Formação de Cromossomos* (AFC), o qual deverá ser definido para cada situação de acordo com a semântica adotada para o cromossomo (Vieira,2003).

Definição 2.1.3. Cromossomo - Um cromossomo c é um conjunto de genes que obedece às condições estabelecida pelo AFC.

Estes cromossomos são agrupados em conjuntos para formar uma população e esta representação irá garantir a imparcialidade na avaliação dos cromossomos que compõem a população, já que cada cromossomo só poderá ocorrer uma vez dentro dela (Vieira,2003).

Definição 2.1.4. População - Uma população P_j é um conjunto de cromossomos. O tipo população é o conjunto formado por todos os conjuntos formados por objetos do tipo cromossomo, os quais são possíveis resultados para o problema em foco, segundo as especificações escolhidas para os tipos C , G e B (Vieira,2003).

Operadores Genéticos do GAADT

O GAADT trabalha com os operadores genéticos de reprodução e mutação. O operador de reprodução caracteriza-se por combinar os genes de dois cromossomos, que ficam sendo conhecidos como *cromossomos-pai*, para formar

outros cromossomos, chamados de *cromossomos-filho*. Já o operador genético de mutação caracteriza-se por alterar a identidade de um cromossomo para formar outro cromossomo, conhecido como *cromossomo-mutante* (Vieira,2003).

Na reprodução é feita uma seleção dos genes que atendam a uma dada característica, onde os genes escolhidos para serem propagados nos descendentes ficam conhecidos como genes dominantes. Estes genes são escolhidos por melhor satisfazer as restrições do problema sobre a característica expressa por eles. Podemos então dizer que o *gene-dominante* será g_1 se em dados dois genes g_1 e g_2 , que expressem uma mesma característica com diferentes fenótipos, g_1 melhor satisfaça as restrições do problema do que o gene g_2 . Este fato é comprovado quando o grau de adaptação do gene g_1 for superior ou igual ao grau de adaptação do gene g_2 (Vieira,2003).

O grau de adaptação de um gene é dado por uma função grau e nesta função é preciso levar em consideração a existência de um *gene-inócuo*, o que é expresso pelo gene g_λ , que não expressa qualquer característica, de forma que a sua presença ou ausência não altera a identidade do cromossomo, o qual satisfaz as restrições impostas pelo conjunto de axiomas de formação de genes. O grau de adaptação deste cromossomo é menor que o grau de adaptação de qualquer outro elemento do tipo gene. O gene inócuo será uma constante do sistema (Vieira,2003).

Definição 2.2.1. Grau - O grau de adaptação de um gene é uma função grau do seguinte tipo: grau : $G \rightarrow K$ tal que, a cada gene g , $g \in G$, é associado um único número k , $k \in K$ (K é um corpo ordenado¹, chamado de *grau(g)* e que reflete , segundo a interpretação adotada para o problema, uma estratificação comparativa entre a adaptação dos genes(Vieira,2003). O gene dominante é identificado pela função *domi* que recebe um par de genes, um de cada um dos *cromossomos-pai*, e retorna o gene de maior grau de adaptação se os genes fornecidos expressarem uma mesma característica. Caso os genes fornecidos não expressem uma mesma característica, então a função *domi* retornará g_λ (Vieira, 2003).

Definição 2.2.2. Dominante - O gene dominante é uma função *domi* do seguinte tipo:

$$\begin{aligned} & domi : G \times G \rightarrow G \\ & domi(g_1, g_2) = \begin{cases} g_\lambda & \text{se } (g_1, g_2) \notin \text{mesma}, \\ g_1 & \text{se } (g_1, g_2) \in \text{mesma} \wedge grau(g_1) \geq grau(g_2), \\ g_2 & \text{se } (g_1, g_2) \in \text{mesma} \wedge grau(g_1) < grau(g_2). \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

A produção de novos cromossomos durante o processo evolutivo de uma população serve para direcionar a busca por cromossomos mais adaptados através da transmissão das características de maior grau de adaptações presentes nos cromossomos da população atual. A adaptação de um cromossomo é dada pela função *adapt* (Vieira,2003).

¹ É uma estrutura algébrica, com duas operações, sem divisores próprios de zero e munido de uma ordem conforme estudo de Vieira (VIEIRA,2003).

Definição 2.2.3. Adaptação - A adaptação de um cromossomo é uma função *adapt* do seguinte tipo:

$$adapt : C \rightarrow K \quad adapt(c) = \sum_{g \in c} \theta_{c,g} \times grau(g) \quad (2)$$

Onde $\theta_{c,g}$ é o peso com o qual o gene g contribui para a adaptação do cromossomo c .

Segundo Vieira (2003), para realizar a operação de cruzamento serão necessários termos conhecimento de duas outras funções, que são as funções de seleção e de fecundação. A operação de cruzamento recebe dois *cromossomos-pai*, aptos a cruzarem, e retorna uma população cujos cromossomos são formados somente pelos genes dominantes dos cromossomos fornecidos. A função de seleção filtra os cromossomos que estão aptos a cruzar e, assim sendo, submetidos ao processo de reprodução, que ocorre na função fecundação, onde serão cruzados. A função retornará o conjunto de genes dominantes para todas as características existentes nos *cromossomos-pai*. A função de seleção recebe uma população P_1 e retorna a subpopulação de P_1 formada pelos cromossomos que satisfazem um requisito do problema r , descrito por uma fórmula em lógica de primeira ordem, o qual indica quando um dado cromossomo é considerado apto a cruzar (Vieira,2003).

Definição 2.2.4. Seleção - A seleção dos cromossomos que satisfazem um predicado r é uma função *sel* do seguinte tipo:

$$sel : \mathbb{P}(P) \times \mathbb{P}(P) \rightarrow \mathbb{P}(P) \\ sel(P_1, r) = P_1 \cap r. \quad (3)$$

A função fecundação recebe dois cromossomos e retorna o conjunto de genes dominantes entre todos os genes dos cromossomos fornecidos (Vieira,2003).

Definição 2.2.5. Fecundação - A fecundação é uma função *fec* do seguinte tipo:

$$fec : C \times C \rightarrow \mathbb{P}(G) \\ fec(c_1, c_2) = \{g \mid \forall g_1 \in c_1 \forall g_2 \in c_2 (g = domi(g_1, g_2))\} \quad (4)$$

Definição 2.2.6. Cruzamento - O cruzamento é uma função *cruz* do seguinte tipo:

$$cruz : MACHO \times FEMEA \rightarrow P \\ cruz(c_1, c_2) = \{c \mid c \subseteq fec(c_1, c_2)\} \quad (5)$$

O operador genético de mutação, definido para o GAADT, é composto pelas funções de inserção, supressão e troca, tal que os cromossomos resultantes da ação destes operadores apresentarão parte dos genes contidos no cromossomo que lhe deu origem. A operação de inserção ins adiciona um conjunto de genes ao cromossomo de origem (Vieira,2003).

Definição 2.2.7. Inserção - A inserção é uma função *ins* do seguinte tipo:

$$ins : C \times \mathbb{P}(G) \rightarrow C \\ ins(c, G_1) = \begin{cases} c \cup G_1 & \text{se } c \cup G_1 \in AFC, \\ c & \text{caso contrário [1..].} \end{cases} \quad (6)$$

A operação de supressão *del* remove um conjunto de genes do cromossomo de origem.

Definição 2.2.8. Supressão - A supressão é uma função *del* do seguinte tipo:

$$\begin{aligned} del : C \times \mathbb{P}(G) &\rightarrow C \\ del(c, G_1) &= \begin{cases} c - G_1 & \text{se } c - G_1 \in AFC, \\ c & \text{caso contrário.} \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

A operação de troca *troc* remove um conjunto de genes do cromossomo de origem e lhe adiciona outro conjunto de genes (Vieira,2003).

Definição 2.2.9. Troca - A troca é uma função *troc* do seguinte tipo:

$$\begin{aligned} troc : C \times \mathbb{P}(G) \times \mathbb{P}G &\rightarrow C \\ troc(c, G_1, G_2) &= \begin{cases} (c \cup G_1) - G_2 & \text{se } c \cup G_1 \in AFC \wedge (c \cup G_1) - G_2 \in AFC, \\ c \cup G_1 & \text{se } c \cup G_1 \in AFC \wedge (c \cup G_1) - G_2 \notin AFC, \\ c - G_2 & \text{se } c \cup G_1 \notin AFC \wedge c - G_2 \in AFC, \text{ se } c \cup G_1 \notin \\ c & AFC \wedge c - G_2 \notin AFC \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

Definição 2.2.10. Mutação - A mutação é um predicado *mut*, tal que:

$$\begin{aligned} mut(c_1) &= \{c_2 \mid \exists G_1, G_2 : \mathbb{P}(G)((\#G_1 \leq \#c_1 \div 2) \wedge (\#G_2 \leq \#c_1 \div 2) \wedge (troc(c_1, G_1, G_2) = c_2) \wedge (adapt(c_2), adapt(c_1)) \in \mathbb{Q}\} \end{aligned} \quad (9)$$

A restrição *adapt* (c_2 , *adapt* (c_1)) $\in \mathbb{Q}$ garante que todo *cromossomo-mutante* é mais adaptado do que o cromossomo, que lhe deu origem. A limitação do número de genes que podem ser alterados do cromossomo, no *cromossomo-mutante*, em cinquenta por cento do tamanho do cromossomo fornecido, deve-se ao fato de que se as mutações ocorridas em um cromossomo de uma dada espécie forem muito grandes, este cromossomo deveria ser repellido pelos cromossomos da sua espécie, por não ser considerado mais igual a estes (Vieira,2003).

O ambiente do GAADT

No GAADT (Vieira,2003), as características de um ambiente irá ditar como as populações de cromossomos irão evoluir. Um ambiente *A* é uma 8-tupla $\langle P, IP, R_q, AFG, AFC, T_x, \Sigma, P_{oi} \rangle$ onde:

- *P* é a população;
- *IP* é o conjunto potência de *P*;
- *R_q* é o conjunto dos requisitos² do problema que influencia a genealogia da população *P*;
- *AFG* é o conjunto de axiomas de formação dos genes dos cromossomos da população *P*;
- *AFC* é o conjunto de axiomas de formação dos cromossomos da população *P*;

T_x é o conjunto de pares de cromossomos (*x*,*y*), onde *x* é um cromossomo

² Características expressas através de fórmulas numa linguagem de primeira ordem apresentados no estudo de Vieira (VIEIRA,2003).

construído a partir do cromossomo y , pela ação da operação de cruzamento ou mutação, registrando desta forma a genealogia dos cromossomos pertencentes às populações geradas pelo GAADT durante a sua execução;

Σ é o conjunto de operadores genealógicos que atuam sobre a população P ;

P_0 é uma subpopulação pertencente a $P(P)$, chamada de população inicial, com no mínimo um cromossomo.

O processo de evolução Darwinista (DARWIN, 1859) é induzido pelas alterações ambientais produzidas pela natureza, onde, segundo o processo, todas as espécies desenvolveram-se a partir de outras espécies pela transmissão hereditária de pequenas variações e em sucessivas gerações, resultando na sobrevivência das espécies que melhor adaptaram-se ao ambiente. Este papel desempenhado pela natureza é representado pelo GAADT, que é quem submete os cromossomos de uma população à ação dos requisitos do problema R_q , resultando assim na geração de novos cromossomos a partir daqueles já existentes (Vieira, 2003).

O Algoritmo

O GAADT é uma função GAADT que recebe a população R_0 e, depois de submetê-la à simulação de um processo evolutivo, devolve uma população P_t . Os cromossomos da população P_t são os cromossomos das populações $P_0, P_1, \dots, P_{t-1}$ que ainda satisfazem os requisitos do problema R_q , ou então são novos cromossomos resultantes da ação genealógica das operações de cruzamento e mutação sobre os cromossomos da população P_{t-1} que apresentam adaptação maior do que a adaptação dos cromossomos que lhes deram origem. Diz-se então que a população P_t evoluiu da população P_0 (Vieira, 2003).

Os cromossomos das populações $P_0, P_1, \dots, P_{t-1}$ que não mais satisfaçam os requisitos do problema R_q não participarão da construção da população P_t , podendo ser assim entendidos como fazendo parte da população de cromossomos “mortos”, que não figurarão entre os cromossomos da população P_t e das populações seguintes manipuladas pela função GAADT. Não obstante, tais cromossomos serão recuperados pela análise da taxonomia T_x dos cromossomos da população atual para evitar que eles apareçam novamente nas próximas iterações da função GAADT. Esta restrição atende ao entendimento do processo de evolução Darwinista, que não contempla a possibilidade de uma espécie extinta voltar a aparecer num outro momento futuro. Os critérios de parada adotados pela função GAADT são o número máximo de iterações desejadas e o valor da adaptação dos cromossomos considerado satisfatório para o resultado do problema em análise. Estes critérios também fazem parte do conjunto de requisitos do problema R_q (Vieira, 2003).

ESPECIFICAÇÃO DO ALGORITMO GENÉTICO COMPACTO BASEADO POR TIPOS ABSTRATOS DE DADOS (CGAADT)

A modelagem do GAADT em Vieira (VIEIRA,2003) apresenta as definições básicas do algoritmo genético baseado em tipos de dados abstratos, com a representação dos tipos básicos: base, gene, e cromossomos. A arquitetura GAADT e o processo de formação dos alfabetos (base, gene e cromossomo), representam 70% do tempo de processamento do algoritmo quando executado em CPUs convencionais. Na nova versão compacta do CGAADT (Maciel, 2015), a representação do cromossomo é dividida em dois níveis:

- A base é tipo abstrato (B) representada pelo B_{Host} , executado diretamente na Unidade Central de Processamento ou *Central de Processing Unit* (CPU);
- Os tipos de cromossomos e genes são executados na Arquitetura de Dispositivo de Computação Unificada ou *Compute Unified Device Architecture* (CUDA) e no *Graphics Processing Unit* ou Unidade de Processamento Gráfico(GPU).

A aplicação do CGAADT requer uma definição de elementos específicos em um ambiente que apresenta o problema em foco (Maciel,2015).

Tipos Básicos

3.1.1. Definição (Bases) - O tipo de base para a construção do filtro adaptativo instanciado pelo CGAADT para o processamento de sinais cardiológicos é o conjunto $B_{PontosOndasHost}$ formados pelos períodos do ECG para cada derivação executada na CPU (Maciel,2015).

O conjunto $B_{NomesOndasHost}$ e o conjunto B_{HostA} contendo as derivações inócuas B_{HostA}^*

$$B_{host} = B_{PontosOndasHost} \cup B_{NomesOndasHost} \cup B_{HostA} \quad (10)$$

O termo B_{HostA} é formado pelos fenômenos elétricos registrados pelos sinais de eletrocardiograma (ECG), pelas deflexões que formam uma determinada derivação e os períodos que representam o final da despolarização ventricular e o início da repolarização.

O termo $B_{NomesOndaHost}$ é o conjunto $\{Onda_P, Onda_Q, Onda_R, Onda_S, Onda_T, Onda_U\}$, o qual contém todas as ondas, segmentos e complexos de ondas, que poderão ser detectados no exame de ECG, constantes na base de dados MIT-Databases (Physionet,2025). A identificação e a nomenclatura das ondas que compõem o sinal do ECG obedecem ao modelo padrão de Willen Einthoven (Moffa,2010).

Os elementos é o conjunto $B_{PontosOndasHost}$ são ordenados pares $X = (x, y)$, onde $X \in \mathbb{N} \times \mathbb{R}$ que conterão valores dos quais será possível extrair as propriedades morfológicas das ondas do ECG no *host* (amplitude, intervalos e duração) (Maciel,2015).

O conjunto $B_{host\lambda}$ é formado pelo elemento λ , que representa as ondas, cuja morfologia está dentro do padrão normalidade (Maciel, 2015).

As características (genes) relevantes na GPU para o problema tratado neste estudo são $g_D = \{Onda_P, Onda_Q, Onda_R, Onda_S, Onda_T, Onda_U\}$, que fazem parte de uma mesma derivação registrada pelo ECG e D representa o gene no device (GPU) (Maciel, 2015).

O conjunto que representa essas ondas é o $G_{DElementos}$, o qual é formado pela junção dos conjuntos da base (B_{host}). Os elementos do conjunto $G_{DElementos}$ contêm valores a partir dos quais será possível extrair as propriedades morfológicas dos elementos do ECG (amplitude, duração e intervalos) usadas no processo de detecção (Maciel, 2015).

A estrutura adotada para todos os elementos do conjunto $G_{DElementos}$ é o elemento_i = (nome, (x^- , y^-), (x_p , y_p), (x^+ , y^+) onde $i \in \#$ (símbolo *don't care* que pode ser substituído por qualquer símbolo de alfabeto) adotado para o cromossomo), onde: nome $\in B_{NomesOndasHost}$ e $(x^-, y^-), (x_p, y_p), (x^+, y^+) \in B_{PontosOndasHost}$ (Maciel, 2015).

Por exemplo, se um gene na GPU representasse o complexo QRS mostrado na figura 3 (onde o ponto S é o ponto inicial da onda, M é o máximo e F o final). O gene resultante representado por $g_D = (Complexo_{QRS}, (x_s, y_s), (x_m, y_m), (x_f, y_f))$ (Maciel, 2015).

A interpretação adotada para os elementos *elemento_i* : *nome* é o elemento; x^- é o menor valor do elemento da coordenada x a onda; x_p é o valor da coordenada x para o pico do elemento; x^+ é o valor mais alto da coordenada x para o elemento; y^- é o valor da coordenada y para o elemento durante x^- ; y_p é o valor da coordenada y para o “elemento” durante x^+ . Quando em um ECG não for registrada uma dada onda durante um período, o parâmetro nome dessa onda recebe o valor λ (Maciel, 2015).

Definição 3.1.2. (Gene) - O tipo abstrato gene G_D é um conjunto de todos os elementos $G_D = \langle b_{h1}, b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \rangle \in G_D$ na GPU, representados por h (host), formados pelos elementos do tipo abstrato base B_{Host} , conforme descrito no item 3.1, e que satisfaz ao conjunto AFGD (Axioma de Formação de Genes no Device) (Maciel, 2015).

Os axiomas do conjunto AGFD estabelecem que:

- A base $b_{h1} \in B_{NomesOndasHost}$;
- As bases $b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \in B_{PontosOndasHost}$;
- Para todo gene $g_D = \langle b_{h1}, b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \rangle \in G_d = [b_{kij}]_{m \times n}$;
- Para todo gene $g_D = \langle b_{h1}, b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \rangle \in G_d = [b_{kij}]_{m \times n}$, de tamanho (16x12), a qual representa melhor a formação de genes e cromossomos na grade, em que i e j representam respectivamente a linha e coluna que o elemento ocupa em $B_{NomesOndasHost}$;
- O par ordenado b_{h2} deve ser um ponto cuja ocorrência seja um período de tempo inferior ou igual ao par ordenado b_{h3} no ECG, ou seja, $afgd1 = \forall g_D = \langle b_{h1}, b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \rangle \in G_D, x^- \leq x_p$;

• Para todo gene $g_D = \langle b_{h1}, b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \rangle$, o par ordenado b_{h3} deve ser um ponto, cuja a ocorrência seja um período de tempo inferior ou igual ao do par ordenado b_{h4} no ECG, ou seja, $\text{afgd2} = \forall g_D = \langle b_{h1}, b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \rangle \in G_D, x_p \leq x^+$;

• O Conjunto inócua $G_{D\lambda}$ é formado pela base $g_{D\lambda} = \langle b_{h1}, b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \rangle$, tal que: $O_{b_{h1}} = \lambda$.

Os elementos deste conjunto é representado por $g_{D\lambda} = [\text{gene}_{D0}, \dots, \text{gene}_{Dn}]$, em que $n \geq 0 \in \{0, \dots, 191\}$ de *threads* por bloco (Maciel, 2015).

Definição 3.1.3. (Cromossomo) – O tipo abstrato cromossomo C_D é o conjunto de todos os genes construídos conforme as definições estabelecidas pelo *AFCD* (Axioma de Formação de Cromossomo no *Device*)

Assim, o conjunto *ACFD* é especificado como:

- Os elementos devem ocorrer em sequências de ondas P, QRS, T e U, representadas por $C_{D\text{Período}}$;

- A não ocorrência de um elemento no bloco será caracterizada pela substituição do gene destinado ao elemento no bloco ausente, pelo gene inócua ($g_{D\lambda}$);

- Os Intervalos de ocorrência das ondas não interceptam, ou seja, x^+ elemento $p \leq x^-$ elementoQRS e x^+ elementoQRS $\leq x^-$ elementoT $\leq x^+$ elementoU;

- Para todo gene $g_D = \langle b_{h1}, b_{h2}, b_{h3}, b_{h4} \rangle \in G_D = [b_{kij}]_{m \times n}$, de tamanho (16x12), a qual representa melhor a formação de genes e cromossomos na grade, em que i e j representam respectivamente a linha e a coluna que o elemento ocupa em $B_{\text{NomesOndasHost}}$;

- Para um dado período não podem existir elementos no bloco (bk) do mesmo, ou seja $\text{afcD1} = \forall C_{D1} \in C_D (\forall (g_{D1i}, g_{D2i}, \text{nome}^{D1i} \neq \text{nome}_{gD2i}))$, onde nome é uma função que retorna o valor da base do gene que armazena o nome do elemento (b_{h1});

- Cada bk , pertence ao conjunto de derivações do ECG, representados por $D_1(\text{DI}), D_2(\text{II}), D_3(\text{III}), \text{aVR}, \text{aVL}, \text{AVF}, V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$ (doze derivações), a grade de blocos da GPU;

- O conjunto C_D forma um plano unidimensional (figura 4) $\forall C_D \in G_D$;

- O conjunto de *SM* (*streaming multiprocessor*), representado por $SM = \{s_{m0}, \dots, s_{mn}\}$ onde $n \geq 0 \in \{0, \dots, 3\}$, formam um C_D de tamanho $2^{11} \times 16$, para que não ocorra a explosão exponencial da população em encontrar o resultado mais adaptado durante o processo de convergência ;

- Cada sm , terá no máximo 32 *threads* que formam 6 *wraps* (W), representam unidades de escalonamento necessárias para melhorar o processamento das operações genéticas. O cálculo para definir a quantidade de *wraps* é resultante da seguinte expressão:

$$W = \frac{Th_{Max_{bk}}}{Th_{Max_{SM}}} \quad (11)$$

Onde W representa a quantidade de *wraps*, $Th_{Max\ bk}$ (quantidade máxima de *threads* no bloco) e $Th_{Max\ SM}$ (quantidade máxima de *threads* por *sms*).

- O conjunto cromossomo inócuo denotado por $C_{D\lambda}$ é formado por todos os conjuntos de genes inócuos que satisfazem as restrições no AFCD(Axiomas de Formação de Cromossomos no *Device*).

$$C_D = \{g_{D1}, g_{D2}, \dots, g_{Dn}\}, \text{ em que } n \geq 0 \in \mathbb{N} \quad (12)$$

A população é definida pelo algoritmo genético compacto baseado em tipos de dados abstratos desenvolvido em CUDA, o qual realiza o particionamento da população no processamento de fluxos (SM). O sistema foi desenvolvido representando a seguinte configuração: uma placa aceleradora da NVIDIA, GeForce MX 250, e uma máquina *host*, usando uma CPU Intel (R) Core TM i7 10th Gen, CPU 1.80 GHZ, 16GB de RAM, MATLAB R2025a (Gao,2019; Jodah,2025; Nvidia, 2025; Nvidia,1999; Opencl,2009). A caracterização do problema para limpar o sinal de ECG e a aceleração do algoritmo CGAADT na plataforma de alto desempenho será descrita a seguir:

Definição 3.1.4. (População) - O tipo abstrato PDFRAG é o conjunto de todos os cromossomos construídos de acordo com a definição 3.1.3, que é $P_{DFRAG} \geq 2^{15}$ do tamanho da população mais adaptada (Maciel, 2015).

Operadores Genéticos do CGAADT

A especificação dos tipos de dados abstratos: base, gene, cromossomo e população, preservaram as exigências contidas na definição de CGAADT, a especificação das funções e relações necessárias para o cálculo da função CGAADT deverá atender todas as pré-condições de sua definição original. As definições de funções e relações são apresentadas, cujas as especificações para o problema é mais concreta do que a definição original, ficando subtendido que as funções e relações que não forem redefinidas nesta seção preservarão sua definição original pelo GAADT (Vieira, 2003).

Dado um elemento “*elemento_o*” do ECG do paciente, e os limites padrões de altura e largura para este elemento no *device*, a função *comparaElemento* retorna VERDADE se o elemento estiver dentro do intervalo para a altura e a largura fornecidos para arritmias e *flutter* atrial, fibrilação atrial e demais irregularidades encontradas no ECG (aritmias), caso contrário, ela retorna FALSO (Maciel, 2015).

Definição 3.2.1. (Compara Elemento) - A função *comparaElemento* é formalmente definida como:

$$comparaElemento : B_{DElemento} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{B} \quad (13)$$

$$comparaElemento(elemento_o, X, Y) = \begin{cases} Verdade & \text{se}((x_o^+ - x_o^-) \leq X) \wedge \\ & (((y_o^+ \geq y_o^-) \wedge ((y_o^p - y_o^-) \leq Y)) \vee \\ & ((y_o^+ \leq y_o^-) \wedge ((y_o^p - y_o^+) \leq Y))) \\ Falso & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (14)$$

onde $o \in \{P, QRS, T, U\}$, e $\mathbb{B}$ é o conjunto dos valores Booleano no *device*.

O grau de adaptação do cromossomo para a detecção dos elementos deve considerar se a altura e largura das ondas (P, T, Q, R, S, U), estão representados no gene fornecido. Para cada elemento do cromossomo deverá atender a esta verificação e deve ser somado, mais um ao seu grau de adaptação. Logo, para calcular o grau de adaptação dos cromossomos é preciso primeiro definir uma função para retornar os padrões das ondas.

Dado um cromossomo $C_D = \{g_{D1}, g_{D2}, g_{Dn}\}$ e um formato de padrão do elemento a , a função *padrão* retorna o valor 1 se uma das propriedades para g_D atende as propriedades métrica cadastradas para a onda a , e zero caso contrário (Maciel, 2015).

Definição 3.2.2. (Padrão) - A ocorrência ou não de um dado período de ECG é fornecido pela função *padrão_D* do seguinte tipo:

$$padrão_D(c_D, o_D) = \begin{cases} 1 & \text{se } (P \in ondaP(o_D, \mathbb{I}) \Rightarrow comparaOnda(onda_P, Y, X)) \wedge \\ & (QRS \in ondaQRS(o_D, \mathbb{I}) \Rightarrow comparaOnda(onda_{QRS}, Y, X)) \wedge \\ & (T \in ondaT(o_D, \mathbb{I}) \Rightarrow comparaOnda(onda_{R1}, Y, X)) \wedge \\ & (U \in ondaU(o_D, \mathbb{I}) \Rightarrow comparaOnda(onda_U, Y, X)) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (15)$$

onde $c_D = \langle g_{D1}, g_{D2}, g_{Dn} \rangle$ e $\mathbb{I}$ contém os nome de todas as ondas.

Definição 3.2.3. (Grau): O grau de adaptação de um gene é uma função grau do seguinte tipo:

$$grau_D: G_D \rightarrow \mathbb{R} \quad adapt_D(g_D) = \sum_{a \in I} padrão_D(g_D, o_D) \quad (16)$$

Onde I contém o nome de todas as ondas cadastradas no sistema.

O peso atribuído a um gene g_{Di} de um cromossomo é igual a $j+1$, onde j é o número de ondas cujas características atendem aos padrões. Por exemplo, caso um cromossomo tenha sido formado por genes que atendem às especificações das ondas P, T, complexo QRS e U, então a função *grau_D* irá retornar o valor 1 para cada gene deste cromossomo, e a adaptação total do cromossomo será igual a 3 (Maciel, 2015).

A especificação do CGAADT para a detecção das ondas trabalham com os operadores genéticos de cruzamento e mutação entre cromossomos adjacentes, ou seja, cromossomos que sejam vizinhos no espaço temporal (Maciel, 2015).

O cruzamento ocorre quando é encontrado um cromossomo que possui pelo menos um gene inócuo. Neste caso, é gerado um novo cromossomo com o gene inócuo sendo substituído por um gene do cromossomo vizinho (Maciel, 2015).

O critério de parada adotado pela função CGAADT são os números máximos de iterações desejadas e o valor da adaptação média da população atual definido por P_{corte} (conjunto de cromossomos abaixo da média), sendo assim, considerada satisfatória para o resultado do problema em análise (Maciel, 2015).

Estes critérios também fazem parte do conjunto de requisitos do conjunto de problemas R_{qd} . Para representar o cromossomo mais adequado, foram

realizados vários experimentos com valores de 25 a 125 iterações, até que o valor do cromossomo mais adaptado não fosse modificado durante as vinte iterações seguidas (Maciel,2015).

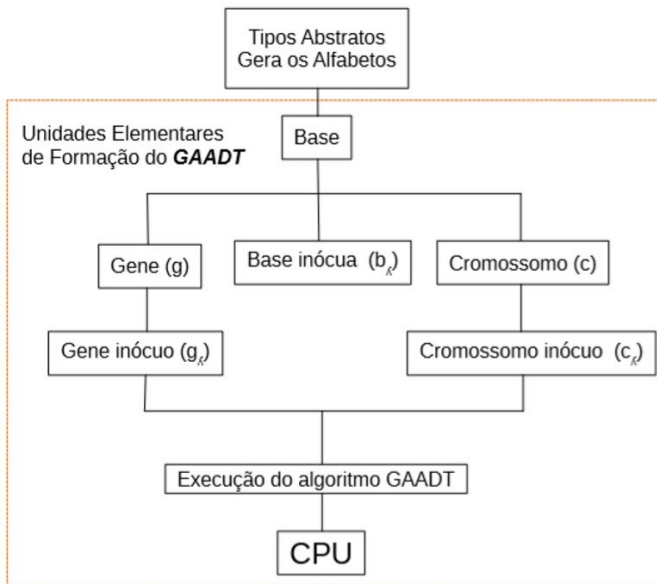
Desta forma, concluímos que, ao chegar a iteração 100, a população apresentava o cromossomo mais adaptado o problema (Maciel,2015).

Funcionalidades dos Algoritmos GAADT e CGAADT

O algoritmo GAADT é formado pelo tipo abstrato de dados, têm nas bases suas unidades elementares de formação. Segundo Vieira (2003), a única exigência para o tipo abstrato de base GAADT é que ele tenha pelo menos uma base b_l , denominado de base inócua, que será usado na construção do *gene - inócua* g_l e do *cromossomo-inócua* c_l .

As constantes do GAADT *base-inócua*, *gene-inócua* e *cromossomo-inócua* deverão ter seu valor definido no momento da instanciação do GAADT de acordo com o problema.

Figura 1 - Diagrama de blocos das unidades elementares de formação do GAADT.



Fonte: Maciel,2015.

O diagrama de blocos apresentado na figura 1, representa as unidades elementares de formação do GAADT, denominadas de gene, base e cromossomo, são executadas diretamente na CPU. No item 5 deste estudo, será apresentado os gargalos computacionais do GAADT do tempo de processamento do termo abstrato base, gene e cromossomo a partir de um único ambiente executado na CPU. Este processo permite que os operadores de seleção, cruzamento, mutação, reprodução e o processo de inserção de descendentes na população se torne mais lento. O

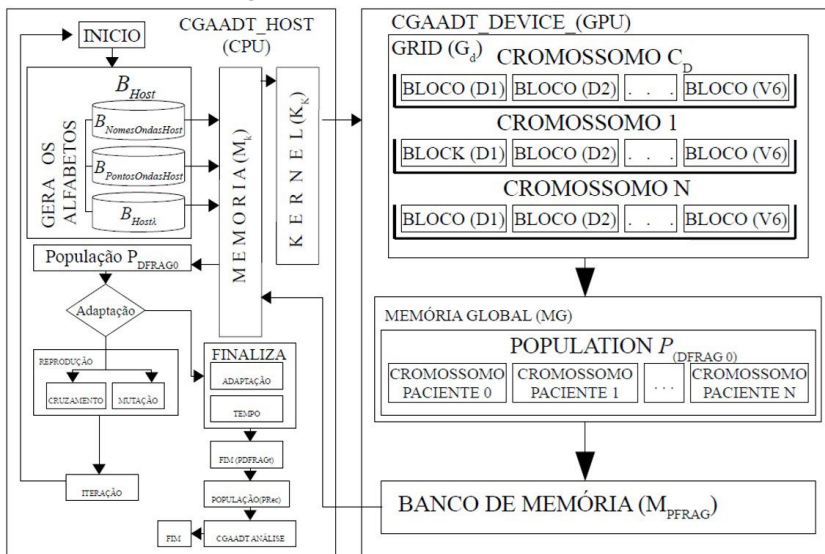
modelo matemático do GAADT pode ser visto em detalhes em Vieira (2003) e Maciel (2015).

Compacto Algoritmo Genético por Tipos Abstratos de Dados (CGAADT)

O algoritmo GAADT na modelagem atual (figura 1), impossibilita melhorias no tempo de processamento do algoritmo, devido a estratificação do termo base, gene e cromossomo sendo executado diretamente na CPU.

Na nova versão do GAADT, denominada de CGAADT (figura 2), apenas o termo abstrato base é executado na CPU, enquanto os demais termos abstratos denominados de gene e cromossomos são executados na GPU. Este processamento permite que pelo menos 10 (dez) cromossomos sejam executados paralelamente, quando se tratar de população de tamanho fixo, de acordo com o tamanho da grade de blocos executadas na GPU. Considerando que, a quantidade de cromossomos será limitada de acordo com o tamanho da base de dados executada na grade de blocos constante na GPU. Portanto, quanto maior for o tamanho da base de dados e da grade de blocos, maior será a quantidade de cromossomos executados em paralelo no CGAADT, o qual poderá ser modificado de acordo com ajustes na arquitetura do algoritmo. O modelo matemático do algoritmo CGAADT pode ser visto em detalhes (Maciel, 2015).

Figura 2 - Arquitetura do CGAADT.



Fonte: Maciel, 2015.

METODOLOGIA DE ANÁLISE DE DADOS

Os algoritmos genéticos são algoritmos probabilísticos que consistem em uma técnica de inteligência artificial que se fundamenta em teorias e conceitos da genética e evolução das espécies. Estes algoritmos visam implementar soluções ótimas para resolver problemas do mundo real, detectados em diversas áreas do conhecimento (Maciel, 2015). Na literatura, ainda não existem estudos de análise de desempenho no que se refere ao esforço computacional do algoritmo genético baseado em tipos abstratos de dados estruturados pelas derivações do sinal de eletrocardiograma (ECG). Os sinais de eletrocardiograma serão extraídos da base de dados do MIT-BIH (Phisionet, 2025). Em seguida, os dados serão rotulados conforme a tabela 1, para melhor interpretação desses dados. Para cada paciente, serão processados 10.000 exemplos de dados na CPU, apenas para gerar os alfabetos (figura 2), sendo direcionados os dados à memória da CPU e ao kernel (módulo integrador entre a CPU e a GPU). Esses dados são distribuídos em blocos em uma grade de cromossomos na GPU, para que possam ser processados dados específicos de pacientes de forma paralela, com o objetivo de acelerar o processamento do algoritmo em forma paralela, cada cromossomo de acordo com o número de pacientes, para que a população seja criada de forma fragmentada. A população fragmentada é enviada à memória da CPU, para que a mesma possa ser processada nos operadores genéticos de seleção, cruzamento, mutação, reprodução, inserção de descendentes na população, ao final desse processo. A população anteriormente fragmentada é reconstruída a partir de uma nova população e os dados de processamento e desempenho dessa base são armazenados de acordo com os leads (sinais de ECG) distribuídos (figura 3). O resultado desse processamento é inserido no modelo de regressão logística (item 5), para que se possa identificar os gargalos computacionais do algoritmo GAADT em função do CGAADT.

Infraestrutura de *Hardware* e *Software* na implementação do GAADT e CGAADT em GPU/CUDA

Os algoritmos GAADT e CGAADT precisaram de uma infraestrutura mínima para sua implementação, execução e configuração, destacam-se:

Implementação do GAADT em CPU (*Central Processing Unit*)

- Processador Intel(R), Core TM i7 10th Gen, CPU 1.80 GHZ, 16GB de RAM;
- Sistema Operacional 64 bits, Windows 11;
- Software Matlab R2025a (Jodah, 2025).

Implementação do CGAADT em GPU (*Graphics Processing Unit*)

- Placa de GPU/CUDA GeForce MX 250, NVIDIA.
- Software Matlab R2025a (Jodah, 2025; Gao, 2019).

Análise de Desempenho do Algoritmo GAADT x CGAADT

No algoritmo genético por tipos abstratos de dados (GAADT) desenvolvido por Vieira (Vieira, 2003), define-se o processo de formação dos alfabetos (base, gene e cromossomo), que representam 70% (setenta) por cento do tempo de processamento, quando se trata da simulação dos operadores genéticos, quando executado em CPU. A simulação realizada com o algoritmo GAADT tem como objetivo realizar um estudo do esforço computacional do algoritmo durante o processo de limpeza do sinal de ECG. O processo de limpeza do sinal de ECG não será aqui tratado, maiores detalhes poderão ser vistos em Maciel (Maciel, 2015).

O GAADT foi reformulado para gerir dados durante a execução do algoritmo a partir do modelo de regressão logística³, maiores detalhes podem ser vistos no item 5 deste estudo. O modelo de regressão indicado tem como objetivo avaliar o esforço computacional dos algoritmos GAADT (CPU) e CGAADT (GPU) como metodologia de avaliação de desempenho desses algoritmos sendo processados em CPU e GPU.

Base de Dados

A base de dados adotada neste estudo é composta pelo conjunto de dados de 10 (dez) pacientes portadores de obesidade, gastrite, hipertensão e infarto do miocárdio. Cada paciente possui 10.000 (dez mil) números de exemplo de dados, sendo executados no algoritmo CGAADT e GAADT de forma paralela. Os sinais de eletrocardiograma usados nos experimentos são compostos de 12 (doze) derivações do ECG, divididos nas derivações unipolares e bipolares, identificadas pelos leads: DI, DII, DIII, Avr, Avf, Avl, V1, V2, V3, V4, V5, V6.

Tabela 1 - Características base de dados ECG adaptada. Legenda : (F) Feminino, (M) Masculino, (IM) Infarto do Miocárdio, (G) Gastrite, (H) Hipertensão, (O) Obesidade e (N.E) Número de Exemplos de dados.

Pacientes	Frequência	Data	Idade	Sexo	Precedentes	Fumante	Número de Exemplos
01	1000 Hz	01/10/90	81	F	IM	Not	10000
02	1000 Hz	17/10/90	58	F	IM/G/H	Yes	10000
03	1000 Hz	18/10/90	63	M	IM	Yes	10000
04	1000 Hz	23/10/90	69	M	IM/O/H	Not	10000
05	1000 Hz	24/10/90	74	M	IM	Not	10000
06	1000 Hz	29/10/90	62	F	IM	Yes	10000
07	1000 Hz	31/10/90	70	M	IM	Not	10000
08	1000 Hz	30/10/90	60	M	IM	Yes	10000
09	1000 Hz	06/11/90	66	M	IM	Yes	10000
10	1000 Hz	06/11/90	46	F	IM	Not	10000
Σ	100000						

Fonte: Phisionet, 2025.

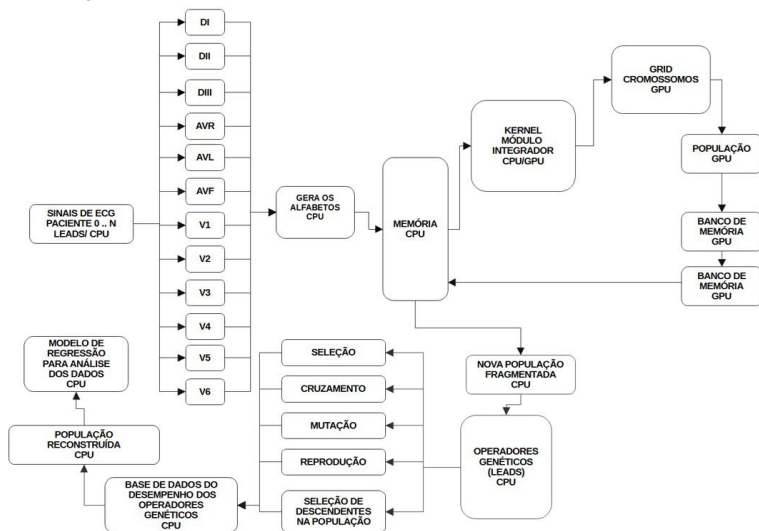
³ Representa uma ferramenta analítica capaz de explorar todos os tipos de relações de dependência entre as variáveis, de tal modo que essa medida possa estabelecer modelos utilizados para fim de predição, conforme estudo de Barry (BARRY, 2009).

Os dados de entrada são representados pelos sinais de ECG, contendo as 12 (doze) derivações. Em seguida, o algoritmo CGAADT inicia o processo de formação das unidades elementares para gerar os alfabetos. Este processo permite que o algoritmo realize a formação do material genético em plataformas distintas, a partir da criação das bases na CPU e dos genes e cromossomos na GPU, para que o material genético seja fragmentado e processado paralelamente. Este processo cria uma nova população, a qual é transferida para a memória da CPU, com o objetivo de inicializar o processo evolutivo. Caso o processo evolutivo não seja atendido, o algoritmo inicia novo processamento; caso contrário, o CGAADT envia as saídas de dados. O primeiro *output* de dados é representado pela população atual, submetida ao processo de reconstrução, representada pela população reconstruída para que seja exibido o sinal de ECG.

A segunda *output* está relacionada ao arquivo de log que armazena o tempo de processamento das operações genéticas (seleção, cruzamento, mutação, reprodução e inserção de descendentes na população). As saídas do CGAADT são enviadas para a função de análise (GAADT-ANÁLISE), para realizar o processo de análise de dados, a partir do modelo de regressão logística para a coleta de resultados (Maciel, 2015).

Durante a execução do algoritmo CGAADT, cada indivíduo é representado pelo paciente constante na tabela 1, o material genético é manipulado individualmente a partir da seleção dos *leads/derivações* DI, DII, DIII, Avr, Avf, Avl, V₁, V₂, V₃, V₄, V₅, V₆. Para cada operação genética de seleção, cruzamento, mutação, reprodução e inserção de descendentes na população, essas operações são executadas em paralelo. Por exemplo, o PACIENTE 01 obtém os sinais compostos pelas 12 (doze) derivações do ECG, o conjunto dessas derivações é executado em paralelo de acordo com as operações genéticas. Essa forma de execução do algoritmo proporciona uma análise detalhada do comportamento das operações genéticas de acordo com as derivações existentes no sinal do ECG (figura 3).

Figura 3 - Conjunto de derivações(*leads*) por paciente na execução do CGAADT.



Fonte: Phisionet, 2025.

Cada conjunto de LEDs forma as 12 (doze) derivações do ECG (figura 3), são manipulados no algoritmo de acordo com as operações genéticas de seleção, cruzamento, mutação, reprodução e inserção de descendentes na população. Esta operação se repete de acordo com o quantitativo de pacientes existentes na base de dados original (tabela 1).

RESULTADOS

A estruturação da base de dados proveniente dos sinais de ECG no algoritmo CGAADT segue a fundamentação básica:

1. Definir o conjunto de variáveis no modelo de regressão logística de acordo com os operadores genéticos:

$$x = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_N] \quad (17)$$

Onde: x = algoritmo genético CGAADT; x_1 = seleção; x_2 = cruzamento; x_3 = mutação; x_4 = reprodução; x_5 = inserção de descendentes na população.

1. Definir o modelo de regressão linear:

$$g(x) = b_0 + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i} + \dots + b_k x_{ki} + \epsilon, \quad (18)$$

$$g(x) = 1 \text{ ou } g(x) = 0$$

2. Definir $g(x)$ a variável dependente só pode ter dois valores (zero e um), é necessário obter valores que possam ser interpretados em termos de probabilidades associadas a cada observação em odds ratio (*odds ratio*), que representa a probabilidade de sucesso em comparação com a probabilidade de falha (Proakis, 2010).

3. Calcular a resposta esperada pela expressão:

$$e(g(x)) = b_0 + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i} + b_2 \quad (19)$$

Fonte: (Proakis, 2010)

4. Calcular $g(x)$ na distribuição de probabilidade:

$$g(x) = 1 \rightarrow P(g(x) = 1) = \pi(x) \quad (20)$$

$$g(x) = 0 \rightarrow P(g(x) = 0) = 1 - \pi(x) \quad \text{Fonte: (Proakis, 2010)}$$

5. Calcular o *logit* igual ao logaritmo natural (base e) do acaso:

$$\ln \frac{P(\text{sucesso})}{1 - P(\text{sucesso})} = g(x) \quad (21)$$

$$\pi(x) = \frac{e^{g(x)}}{1 + e^{g(x)}} \quad \text{Fonte: (Proakis, 2010)}$$

6. Definir a probabilidade condicional representativa, a variável de saída é denotada por:

$$P(y=1 | x) = \pi(x) \quad (22)$$

Fonte: (Proakis, 2010)

7. Calcular o *Odds Ratio*, considerando $AG1\text{-CGAADT} = P_1$ e $AG2\text{-GAADT} = P_2$ na CPU, definidos por:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{(P_1/1-P_1)}{(P_2/1-P_2)} \quad (23)$$

$$\frac{(P_1/1-P_1)}{(P_2/1-P_2)} = \frac{e^{(b_0+g(x))}}{e^{(b_0)}} \quad (24)$$

$$\frac{e^{(b_0+g(x))}}{e^{(b_0)}} = \frac{e^{(b_0)} * e^{(g(x))}}{e^{(b_0)}} = e^{(g(x))} \quad (25)$$

Fonte: (Proakis,2010)

8. Calcular a razão de chance de $(g(x))$;
9. Analisar a chance de P_1 conseguir um processamento mais rápido comparado ao P_2 :
- Caso $e^g(x)$ for maior que uma unidade, a chance de sucesso em P_1 é maior em P_2 ;
 - Caso $e^g(x)$ for menor que uma unidade, a chance de sucesso em P_1 é menor em P_2 .

Tabela 2 - Tempo de processamento dos algoritmos GAADT (CPU) e CGAADT (GPU) .

BASE DE DADOS	NÚMERO DE	ALGORITMOS	
PACIENTES	EXEMPLOS	GAADT(CPU)	CGAADT(GPU)
1	10000	00:05:17	00:00:57
2	10000	01:04:16	00:00:57
3	10000	01:55:06	00:00:56
4	10000	02:07:22	00:01:02
5	10000	02:59:01	00:01:02
6	10000	03:10:39	00:01:11
7	10000	04:01:52	00:00:59
8	10000	04:13:36	00:01:03
9	10000	05:44:45	00:00:54
10	10000	06:06:15	00:00:55

Fonte: Phisionet, 2025.

O modelo de regressão logística (equações 17 a 25), apresentam o esforço computacional dos operadores genéticos de seleção, cruzamento, mutação, reprodução e inserção de descendentes na população, executados pelos algoritmos GAADT e CGAADT, a partir das 12(doze) derivações/leads do ECG, considerando o tempo de processamento dos algoritmos apresentados na tabela 2. Os dados apresentados na tabela 3, representam a consolidação dos dados em percentuais nas operações genéticas definidas a partir do cálculo de P_1 , P_2 , $g(x)$, DP_1 , DP_2 , OD_1 , OD_2 , G , de acordo com o que segue:

1. P_1 : tempo de execução do algoritmo por ciclo, considerando uma derivação;
2. P_2 : tempo de execução do algoritmo por ciclo, considerando uma derivação;
3. $g(x)$ baseado nas equações 17, 18 e 19;

4. $DP1(GPU)$: a distribuição de probabilidades equações 20;
5. $DP2(GPU)$: a distribuição de probabilidades equações 20;
6. $OD1(GPU)$: $ODDS\ RATIO$ equações 21,22, 23, 24 e 25;
7. $OD2(GPU)$: $ODDS\ RATIO$ equações 21,22, 23, 24 e 25;
8. (G): ganho computacional do algoritmo CGAADT na GPU, equação 26:

$$G = (DP2 \times 100) - (DP1 \times 100) \quad (26)$$
9. Total Médio (TM1 a TM5): n representa o número de derivações e $i=\{1,2,3,4,5\}$.

$$TM_i = (DI + DII + \dots + V6) / n \quad (27)$$
10. Esforço computacional ($EC1$ a $EC5$), onde $i=\{1,2,3,4,5\}$.

Estes processos serão repetidos para as demais base de dados (figura 1), representados pelos pacientes 02 a 10, utilizando as equações 27 e 28.

$$EC_i = TM_i \cdot DP1 * 100 \quad (28)$$

$$EC_i = TM_i \cdot DP2 * 100 \quad (29)$$

Os resultados obtidos determinam os processos que exigem maior esforço computacional dos algoritmos (CGAADT) e (GAADT) no processamento dos sinais de ECG, considerando o tempo de processamento. O modelo de regressão logística adotado se tornou eficaz para identificar o esforço computacional dessas variáveis como critério de avaliação de desempenho.

Tabela 3 - Ganho de Processamento do CGAADT em GPU. Legenda: AG (Algoritmo Genético), Ganho (P) – Ganho de Processamento do Algoritmo, SEL (seleção), CRUZ(cruzamento), MUT(mutação), REP (reprodução), ID (inserção de descendentes na população).

ATIVIDADE	AG	SEL (%)	CRUZ (%)	MUT (%)	REP (%)	ID (%)
ESFORÇO MÉDIO	CGAADT -GPU	46,43	0,45	0,20	22,00	4,94
ESFORÇO MÉDIO	GAADT-CPU	53,57	99,55	99,80	70,70	94,98
GANHO (P) – CGAADT		7,14	99,10	99,60	60,00	90,12

Fonte: Phisionet, 2025.

Na tabela 3, apresenta-se o ganho de processamento durante o esforço computacional dos operadores genéticos na execução do algoritmo CGAADT. Para esse critério de análise, foi necessário calcular o modelo de regressão logística (dados consolidados), observando as 12 (doze) derivações/*leads* do ECG, conforme a base de dados constante na tabela 1. Para cada base de dados executada no algoritmo CGAADT, executa-se o processamento paralelo das 12 (doze) derivações do ECG destinado aos pacientes portadores de arritmia cardíaca utilizando os operadores genéticos. Este procedimento permite avaliar de forma pontual os gargalos das operações genéticas a partir do tempo de e processamento dos algoritmos (tabela 2).

Os operadores de cruzamento, mutação, reprodução, inserção de descendentes na população elevaram o esforço computacional do algoritmo GAADT acima dos 70% (setenta) por cento, enquanto o operador de seleção se torna constante na média de 50% (cinquenta) por cento durante o processamento

do algoritmo GAADT na CPU. Nesta situação, a base de dados relacionada ao paciente 02 (tabela 1) não apresenta ocorrência de esforço significativo na operação de reprodução, que é superior a 22% (vinte e dois por cento) do processamento do algoritmo executado na CPU.

Considerando as características básicas do sinal de ECG constantes na tabela 1, o paciente 04 obteve a maior sobrecarga do esforço computacional do algoritmo GAADT devido às características similares ao paciente 02 e pela associação dos fatores de obesidade e idade, as quais foram influenciadas pelos ruídos existentes no sinal de ECG.

O algoritmo CGAADT obteve melhorias no esforço computacional no operador genético de seleção, abaixo dos 50% (cinquenta) por cento, ainda se torna necessário unificar outras tecnologias como um ambiente híbrido, para que o algoritmo CGAADT reduza o esforço computacional do algoritmo durante o operador genético de seleção.

Os operadores de cruzamento, mutação, reprodução e inserção de descendentes na população tiveram melhorias no esforço computacional do algoritmo superior a 60% (sessenta) por cento em relação ao algoritmo GAADT em CPU.

Os dados constantes na tabela 3 apresentam melhorias no esforço computacional do operador de seleção, sendo executado 7,14% mais rápido quando sua modelagem é executada na GPU. Considerando que, na fase inicial do algoritmo CGAADT, a formação do alfabeto (termo abstrato base) é executada na CPU (figura 2). De acordo com os dados constantes na tabela 3, os operadores genéticos de cruzamento, mutação, reprodução e inserção de descendentes na população representam percentuais superiores a 50%, consumindo maior tempo de processamento do algoritmo GAADT. Para evitar este processo, a arquitetura do GAADT (figura 1) foi adaptada para ser executada na arquitetura CUDA/GPU. Este procedimento permite que os alfabetos representados pelo gene e cromossomo sejam executados diretamente na GPU. Conclui-se que estas melhorias resultam no ganho de processamento de 99,10% (cruzamento), 99,60% (mutação), 48,70% (reprodução) e 90,04% no processo de inserção de descendentes na população do algoritmo CGAADT implementado em GPU.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento do algoritmo genético CGAADT obedeceu à instanciação básica utilizada pelo GAADT de usar a representação do cromossomo estratificado em três níveis de percepção (cromossomo, gene e base). A diferença entre estes dois algoritmos reside principalmente na forma como o material genético manipulado é estruturado na GPU, conforme especificação do algoritmo CGAADT. O algoritmo CGAADT obteve ganhos acima de 48% na operação de reprodução e de 90% nas operações de cruzamento, mutação e no processo de inserção de descendentes na população, representado pelo tempo real de processamento do algoritmo e no

processo de coleta de resultados. Tal ganho deve-se, principalmente, à estruturação da base na formação do material genético na GPU.

Os resultados obtidos pelo CGAADT são os resultados desejados para o problema em questão, que se trata da análise do esforço computacional representado pelo tempo de execução do algoritmo CGAADT (hardware) e GAADT (software). Para trabalhos futuros, se faz necessário unificar a tecnologia de FPGA (*Field Programmable Gate Array*) com o objetivo de unificar as arquiteturas de forma híbrida e que possa ser usado em sistemas de tempo real, para ajudar o médico a diagnosticar de forma rápida as doenças cardiovasculares.

REFERÊNCIAS

BARRY, J. *et al.* **Análise Multivariada de Dados**. 6ª edição, Bookman, Porto Alegre, p. 688, 2009.

CUNHA, P. C. N. **Modelo de eletrocardiograma portátil de baixo consumo**. Dissertação de Mestrado em Modelagem Computacional de Conhecimento. Universidade Federal de Alagoas, 2012.

DARWIN, C. **The Origin of Species**. 1859. Disponível em : http://darwin-online.org.uk/converted/pdf/1861_OriginNY_F382.pdf. Acesso em : 27 de março de 2019.

GAO X. **Diagnosing Abnormal Electrocardiogram (ECG) via Deep Learning**. IntechOpen, 2019. Disponível em <https://www.intechopen.com/online-first/diagnosing-abnormal-electrocardiogram-ecg-via-deep-learning>. Último Acesso: 15/06/2025. DOI: 10.5772/intechopen.85509 .

GOLDBERG, D. E. **An analysis of boltzmann tournament selection: Part ii: An experimental analysis of Boltzmann tournament selection**, Illinois Genetic Algorithms Laboratory Report no 94007, University of Illinois, 1994.

GOLDBERG, D. E. **Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**. Addison Wesley, 1989.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence**. MIT Press, 1975.

JODAH A. MATLAB. R2025a. **Self-Organizing Map Kohonen Neural Network - Tollbox**. Version 1.0.0.0. URL: <https://ch.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/46481-self-organizing-map-kohonen-neural-network,2025>.

JONG K. A., **Genetic Algorithms Are Not Function Optimizers**. Foundations of Genetic Algorithms, Mosgan Kaufemann, 1992.

KING, M. C.; WILSON, A. C. **Evolution at two levels in humans and chimpanzees**. Science New Series , v. 188, n°.4184, p. 107-116, 1975.

LOPES A., VIEIRA, R. V. V. GAADT (*Genetic Algorithm based on Abstracts Data Types*): uma abordagem teórica e aplicativa. *Learning and Nonlinear Models (L&NLM)* – Journal of the Brazilian Computational Intelligence Society, Vol. 10, Iss. 4, pp. 202-215, 2012 .

MACIEL, A. **Um filtro adaptativo de alto desempenho instaciado do algoritmo GAADT para o processamento de sinais de eletrocardiograma.** Tese de Doutorado do Centro de Informática da Universidade Federal de Pernambuco, 2015.

MAHALAKSHMI, M.; KALAIVANI, P.; NESAMALAR. K. E. **A review on genetic algorithm and its applications.** *International Journal of Computing Algorithm*, IEEE, v.02, December 2013, p. 415-423 2013.

MELO B. R. P. **An application of a new genetic algorithm to assist the detection of segments of an ecg signals.** ISABEL' 11, ACM, Barcelona, Span, 2011a.

MELO B. R. P. **Um Sistema Adaptativo para Detecção de Ondas de Eletrocardiografia** *Dissertação de Mestrado do Mestrado em Modelagem Computacional de Conhecimento.* Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Alagoas, 2011b.

MICHALEWICZ Z., **Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs.** Spring Verlag, Berlim, 1996.

MOFFA P, SANCHES, P. **Eletrocardiograma: Uma abordagem didática.** 1ª edição, Rocca, 356 p, São Paulo, 2010.

MUSTAFA K., **The effects of two now operators on genetic performance.** *Journal Applied soft computing*, volume 11issue1,pages 881-890, 2011.

NVIDIA Corporation. URL <https://www.nvidia.com/pt-br/> Último Acesso:23/03/2025.

NVIDIA CUDA C. **Programming Guide.** Version 4.2,1999.

OPENCL. **Programming Guide for the CUDA Architecture.** V 2.3, 2009.

PHYSIONET. **MIT-BIH Arrhythmia Databases.** Disponível em: <<http://www.physionet.org/physiobank/database/mitdb>>. Último Acesso em: 02 de maio de 2025.

PROAKIS, V. JOHN G. **Digital Signal Processing using Matlab.** Third Edition, Cengage Learning, 2010.

RAMOS V. W J. **Uma aplicação do algoritmo genético baseado em tipos abstratos de dados ao problema de separação cega de fontes com não-linearidade posterior.** Dissertação de mestrado. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Alagoas, 2011.

THAMILSELVAN R., **Analysis of various alternate crossover strategies for genetic algorithm to solve job shop scheduling problems**. European Journal of Scientific Research, ISSN 1450-216X, vol 64, No 4, pp538-554., 2011.

VIEIRA, R. V. V. **Um Algoritmo Genético Baseado em Tipos Abstratos de Dados e sua especificação em Z**. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Pernambuco, 2003.

YURET D., **From Genetic Algorithms to Efficient optimization**. M. Sc. These, University of Massachusetts, 1994.



Método Jahnel Aplicação de Problemas de Matemática

Jahnel Method: Application to Mathematical Problems

Jahnel Frederick

Mestre em Educação pela Universidade Tuiuti do Paraná. Formado em Licenciatura em Matemática pela UNIASSELVI. Professor de Educação Básica e Ensino Especial. <https://lattes.cnpq.br/5629464097481151>.
<https://orcid.org/0009-0009-9402-0080>

Resumo: A leitura desempenha um papel essencial no estudo da matemática, sendo um fator determinante para a aprendizagem e assimilação de conceitos. Nesse contexto, ela se torna parte integrante da prática dos professores de matemática, que assumem o papel de modelos na interpretação e compreensão de textos matemáticos. Ao considerar a leitura como uma prática pedagógica, percebemos que ela varia conforme o leitor, o conteúdo abordado, o público e o propósito. No entanto, no campo da matemática, a exatidão e a precisão são fundamentais, e a leitura de problemas matemáticos requer uma interpretação objetiva, diferente daquela aplicada a textos de linguagem natural, que permitem inferências e maior flexibilidade de compreensão. A leitura matemática exige foco no rigor e na clareza, o que torna o professor de matemática o mais apto a desempenhar essa tarefa. Sua prática contínua na interpretação de problemas e conceitos matemáticos faz parte de sua identidade profissional, permitindo-lhe compreender as nuances e desafios de forma mais eficaz. Dessa forma, a leitura não apenas complementa o ensino da matemática, mas também fortalece o papel do professor como um mediador qualificado, capaz de guiar os alunos na construção do conhecimento matemático de maneira clara e precisa.

Palavras-chave: problema; professor; prática.

Abstract: Reading plays an essential role in the study of mathematics, being a determining factor for learning and assimilating concepts. In this context, it becomes an integral part of the practice of mathematics teachers, who assume the role of models in the interpretation and understanding of mathematical texts. When considering reading as a pedagogical practice, we realize that it varies depending on the reader, the content covered, the audience and the purpose. However, in the field of mathematics, accuracy and precision are fundamental, and reading mathematical problems requires an objective interpretation, different from that applied to natural language texts, which allow inferences and greater flexibility of understanding. Mathematics reading requires a focus on rigor and clarity, which makes the mathematics teacher the most capable of performing this task. Your continuous practice in interpreting mathematical problems and concepts is part of your professional identity, allowing you to understand nuances and challenges more effectively. In this way, reading not only complements the teaching of mathematics, but also strengthens the role of the teacher as a qualified mediator, capable of guiding students in the construction of mathematical knowledge in a clear and precise way.

Keywords: problem; teacher; practice.

INTRODUÇÃO

A produção do conhecimento escolar tem sido alvo de intensos debates nas últimas três décadas, como parte dos esforços para renovar as práticas escolares em todo o mundo. Nas ciências naturais e exatas são muito conhecidas as experiências voltadas para a investigação escolar. Programas como *Inquiry* (nos Estados Unidos) e *la main à la pâte* (na França) estão no centro de debates a respeito de ensino da matemática nas escolas, pois preveem a introdução de experiências nas quais os alunos observam fenômenos e formulam questões a respeito de funcionamento.

O ensino científico, no entanto, envolve outras atividades para muito além daquelas ligadas à construção de experimento. Para Navarro Pastor (2006):

[...] nos casos em que temos estudantes atuando como pesquisadores juniores - o que nos parece uma metáfora útil, estes (os doutorandos, por exemplo), da mesma forma que os pesquisadores mais experientes, desenvolvem a maior parte de seus conhecimentos por meio da aprendizagem expositiva.

O ensino expositivo integra as atividades de produção do conhecimento científico, mas não é suficiente. Essa é uma perspectiva muito interessante para ensino médio, pois neste nível de ensino geralmente se encontram alunos que já desenvolveram um conjunto de capacidades que lhes possibilita ter uma relativa autonomia nas atividades escolares. Muitos, inclusive, contam com essa autonomia em todas as atividades cotidianas, sobretudo aqueles que estão inseridos no mundo do trabalho.

A principal crítica ao ensino expositivo está em seu uso isolado; isso ocorre quando as aulas expositivas dizem respeito a conteúdos desarticulados e apresentados fora do contexto em que foram produzidos. Assim, a etapa fundamental do ensino nas escolas é a construção de um projeto de pesquisa, que consiste basicamente na elaboração de etapas a serem percorridas para construção de respostas às questões previamente acordadas pelo grupo de alunos.

Um importante recurso para construir projetos de pesquisa é a problematização. As perguntas podem ser formuladas em conjunto com os alunos - o que certamente contribui para o entusiasmo com as atividades - ou ser simplesmente apresentadas ao grupo. O fato de existir uma ou mais perguntas guiando as atividades implica uma articulação entre os diferentes conteúdos a serem mobilizados nas atividades escolares.

A problematização do ensino, associada de forma inerente aos métodos investigativos, pode e deve ser aplicada ao ensino como um todo - incluindo o expositivo - tendo em conta a afirmação de Bachelard que todo conhecimento é a resposta a uma pergunta. Mesmos textos que proporcionam diretamente o conhecimento acabado podem apresentar-se como a resposta à pergunta que o origina. Pressley *et al.* encontram evidências que os alunos melhoram sua aprendizagem quando tentam construir respostas às perguntas, de acordo com o conteúdo que vai ser estudando e afirmam que o simples fato de tentarem encontrar

uma resposta induz o estudante a relacionar o novo conteúdo com conhecimento anterior (Pastor, 2006).

Nas situações em que se busca construir com os alunos uma ou mais questões de pesquisa, tem-se a possibilidade de proporcionar diálogos entre as diferentes disciplinas escolares - como essas perguntas estão relacionadas à vida dos alunos, elas abarcam conteúdos de diferentes disciplinas. Este pode ser o ponto de partida para a articulação do conteúdo de duas ou mais disciplinas: ao buscar resposta e problematização para uma questão comum, tem-se um profícuo diálogo entre as áreas do conhecimento.

A IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Se o jovem ou adolescente ainda tem dificuldades de leitura quando chega ao ensino médio, será mais difícil para ele aprender os conceitos matemáticos que lhe permitem mobilizar suas capacidades de raciocínio matemático. Resolver uma equação é uma habilidade muito importante em matemática, mas é com base no raciocínio matemático que acompanha a leitura do problema que o aluno pode decidir como montar as equações, que dados ignorar, quais os dados desconhecidos etc. resolver problemas é essencial da matemática. Para montar uma equação o estudante precisa do raciocínio matemático e para raciocinar, ele antes precisa ler e interpretar enunciados.

Tanto a linguagem matemática como a língua natural são essenciais: habilidade sem compreensão não vai longe, e o mesmo acontece com compreensão sem a habilidade matemática. Há estudos que confirmam, com base na observação da prática docente, que se o aluno não consegue interpretar a linguagem natural, é muito difícil que ele chegue a entender a linguagem matemática e saiba contextualizar conceitos.

Assim sendo, fica difícil para o professor, preocupado com a aprendizagem de seu aluno, ignorar e passar por cima de seus problemas de leitura. As dificuldades encontradas pelos jovens e adolescentes para aprender conhecimentos e conceitos matemáticos NÃO estão fora do campo de matemática. Limitar-se a apontar que o jovem ou adolescentes vai mal porque tem problemas de leitura não suficiente, mesmo considerando que a leitura seja apenas um recurso, nunca o “essencial da aula” (como propõem os PCNEM). Se outros recursos tecnológicos são ensinados pelo professor, como professor, como o uso da calculadora, por que não o uso da língua escrita – especificamente a leitura – uma tecnologia, recurso, instrumento central para a contínua aprendizagem?

Além disso, se de fato a educação matemática deve ter com os PCNEM sugerem, uma função formativa, podendo ajudar o aluno “a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo”, transcendendo seu papel instrumental e assim “gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da

criatividade e de outras capacidades pessoais”, é difícil pensar em alguma prática formativa que venha a ser mais enriquecedora e mais viabilizadora para essa formação do que a leitura.

No entanto, é importante lembrar que o professor de matemática não foi formado para ensinar a ler. Todavia sua atenção pode ser, como já indicamos, a de um professor que modela os modos de ler nas práticas matemáticas. E isso pode ser feito com base em uma reflexão sobre seus hábitos e suas estratégias de leitura específicas, como profissional da área de matemática, aliado a uma compreensão das dificuldades características do leitor escolar no Ensino Médio.

Levando essas restrições em consideração, é possível encontrar pelo menos três áreas de atuação do professor de matemática para contribuir para a formação de leitores de textos matemáticos: desenvolvimento da leitura crítica, do vocabulário e de estratégias de estudo.

A matemática está relacionada intimamente com o desenvolvimento da capacidade de interpretar, analisar, sintetizar, abstrair projetar, e todas essas atividades se apoiam no uso da linguagem natural, ou seja, da linguagem verbal. Se tomamos como exemplo uma das competências matemáticas exigidas na provas do ENEM, como a competência de (interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação) e retiramos a especificidade do texto matemático (ou seja, gráficos e tabelas), vemos que trecho poderia estar descrevendo uma competência de leitura, pois prever, extrapolar, interpolar e interpretar são também competência absolutamente indispensáveis para a leitura de todo e qualquer texto verbal. E além disso, as habilidades necessárias para demonstrar a competência são, de fato, habilidades de leitura, se novamente, retiramos as referências aos gráficos e as tabelas: utilizar informações [expressas em gráficos ou tabelas] para fazer inferências ; resolver problemas com dados [apresentados em tabelas ou gráficos] como; analisar informações [expressas em gráficos ou tabelas] como recurso para a construção de argumento.

Uns atributos importantes da matemática é sua natureza abstrata. O jovem ou adolescente que consegue transformar um enunciado (uma história, uma descrição em palavras) em um problema matemático está de fato retirando o contexto, ou abstraindo dele matemática, de tal forma que o problema básico passa a ser entendido independentemente da situação em que foi apresentado, da sua aplicação. A abstração matemática está baseada nas capacidades de deduzir, inferir, prever, extrapolar, ou seja, no pensamento crítico.

A extração de um problema matemático de um enunciado da linguagem natural é um processo complexo. Cada conceito novo e cada habilidade aprendida pode ser incorporada em problemas de complexidade crescente e a tradução, ou textualização, da palavra da linguagem natural em linguagem matemática para resolver problemas mais elaborados é uma forma de raciocínio crítico. Para ensinar o processo, o professor pode iniciar com problemas simples, aos poucos aumentando a complexidade. Ao enganar o aluno, o que exige as mesmas habilidades usadas na leitura dos outros textos – e de outras situações da vida cotidiana – que demandam

o engajamento intelectual do aluno. Portanto, ele está ensinando a ler criticamente os textos de sua área de especialização.

O conhecimento do uso preciso de termos, operações, símbolos é essencial para o domínio da matéria (assim como em toda disciplina). A matemática é precisa: os significados de termos e conceitos devem ser completamente unívocos, sem as ambiguidades, sob pena de jovem ou adolescente falhar na comunicação e na resolução de problemas. Professor e alunos devem estar completamente de acordo sobre os significados das palavras que usam para poder se comunicar.

Muitas vezes, um termo matemático é também utilizado na linguagem cotidiana com outro sentido. Os estudos realizados com a aquisição de vocabulário mostram que, quando uma criança se depara com uma palavra que já conhece, com um significado diferente, o primeiro significado, o significado primário, se impõe, mesmo que não faça sentido no contexto. Com os jovens essa dificuldade de descartar o significado também pode acontecer. Há probabilidade bem maior de que perceba os dois sentidos quando sua atenção é dirigida para o fato. Em uma pesquisa sobre conhecimentos matemáticos, Oliveira & Lopes mostram que, em um primeiro contato com o tema, os alunos não conseguem entender o significado matemático de um termo da linguagem natural: questionados sobre o significado de “arranjo” na unidade, respondiam:

“Pode ser flores, arranjo de conseguir, por exemplo: eu arranjo para você um livro novo”

“Um tipo de arrumar as coisas”

“Me lembra música, mas não tem nada a ver.”

Uma atividade proposta nesse mesmo estudo consistia na elaboração de um glossário por aluno, com base em um levantamento dos termos que os alunos consideravam mais importantes: os alunos davam sua definição nas suas próprias palavras, fornecendo um exemplo, uma aplicação ou uma relação com algum outro termo. Quando os termos tinham significados diferentes na matemática e na linguagem cotidiana, os dois significados eram registrados.

Certamente, o conhecimento vocabular é essencial para a aprendizagem dos novos conceitos que são apresentados todos os anos aos alunos; a pesquisa mostra que a focalização no termo, no decorrer da aula, por exemplo, propicia no aluno a conscientização que o leva a procurar as diferenças com a linguagem cotidiana, e a construir uma nova definição, dessa vez matemática, para o termo em questão.

Muitas vezes os estudantes do ensino médio ainda não desenvolveram as estratégias de estudos independentes esperadas nesse segmento escolar, em que já teriam práticas de leitura (e da escrita, ou seja, práticas de letramento) mais autônomas. Em relação a qualquer texto, mas muito mais em relação ao texto matemático, o estudante parece depender do auxílio constante de professor.

Pesquisadores? Tem observado que os alunos solicitam o auxílio a diante dificuldade na leitura do problema, sem tentar resolver por si só por exemplo, relendo anotando sublinhando. Entretanto, estes estudos também mostram que, se o professor orienta os jovens a fazerem uma segunda a leitura eles conseguem

resolver as dificuldades. Estas práticas mostram que o aluno não tem estratégias de leitura adequadas e, decorrência, não tem estratégias de estudo que lhe permitem aprender automaticamente.

Uma forma de ensinar ao jovem ou adolescente estratégias de estudos adequadas envolve ensiná-lo a usar o livro de didático, estes livros podem ser um auxiliar valioso para o estudo, pois bem usados fornecem uma oportunidade para o aluno revisar a matéria, refletir sobre os conceitos aprendidos na aula enfim para reaprender e praticar.

O livro didático de matemática pode propiciar a consulta de conceitos que ainda não estão claros, a leitura para a aprendizagem, a releitura pode determinar se o ritmo de leitura e aprendizagem, pode até solicitar ajuda de algum membro da família, e este pode ajudar, desde que seja um leitor e o material esteja apresentado de forma clara e explícita.

Para o aluno possa estudar independentemente, ele deve entender como o texto está estruturado. Saber usar a estrutura do texto, utilizando estratégias que ajudam a explorar todo o capítulo ou a unidade a lê-lo de modo global, para entender que parte da informação mais importante, qual informação depende de outros, o que e é detalhe, é um saber que precisa ser ensinado ponto esse conteúdo pode fazer parte de uma aula cujo objetivo é conhecer o livro didático: ler o sumário, analisar como são sinalizados. Também com o objetivo de adquirir as estratégias de leitura e estudo independentes o aluno pode ser orientado a fazer um resumo da unidade.

Os documentos oficiais defendem que a matemática no ensino médio tem um valor formativo e um valor instrumental. O foco na leitura contribui para ambos os objetivos, pois, por um lado a leitura desenvolve o raciocínio e o pensamento crítico, por outro lado constitui-se ferramenta para interpretar e resolver problemas, menos precisamente definidos da vida cotidiana

DEFINIÇÕES DA SITUAÇÕES PROBLEMAS

No trabalho com projeto, o problema e sua apresentação para os estudantes servem como principal balizador das ações didáticas a serem produzidas em sala de aula. As decisões e ações a serem implementadas devem ter como função responder satisfatoriamente ao problema proposto [...].

O processo de resolução de problema ganha em eficácia com aplicação da teoria adequada; eu terreno favorável para o desenvolvimento da teoria é o que vem em resposta ao desejo de resolver o problema interessante. Assim, as duas atividades, construção da estrutura e resolução, são altamente completares e realmente, dependem uma da outra em um currículo equilibrado (Nei, 1975, p.41).

A afirmação contida no extrato (apresentado aos alunos sobre o tema abordado) configura uma situação de grande complexabilidade, que, para ser bem compreendida, requer o entendimento de vários aspectos. Ela envolve questões de natureza social, política, cultural, tecnológica, científica entre outras.

A grande falha do ensino tradicional é a ênfase dada as técnicas e sinais convencionais em vez de desenvolver a própria capacidade de raciocínio da criança; eu acho que o objeto tanto na subtração como na adição, deveria ser o de incentivar as crianças a pensarem e a lembrar dos próprios raciocínios, e não simplesmente ensinar-lhe técnicas específicas para darem resposta escritas (Kamil, 1986).

Após a leitura do texto, certifique-se de que os estudantes compreenderam o seu conteúdo, pedindo que eles destaquem o que mais chamou a atenção. Em seguida, encaminhe uma discussão baseada [numa] questão.

Procure agrupar as opiniões dos alunos em respostas afirmativas ou negativas, conforme os argumentos apresentados.

A discussão feita sobre a questão (da atividade de sensibilização) irá levantar vários aspectos sejam importantes [...]. Embora todos esses aspectos sejam importantes [...] não é possível abordar todos eles no projeto. Como coordenador de equipe, exponha esse ponto e em seguida, encaminhe a discussão para a situação-problema central deste projeto [...] (Guelli, 2003).

Para que o projeto e o contexto sejam claramente definidos, é recomendável que a situação seja expressa por meio de uma questão ou pela descrição da situação – problema na forma de uma questão, limitamos o seu contexto problemático. O objetivo a ser perseguido pelo grupo passará a ser dar resposta a questão proposta.

As etapas que se seguirão ao projeto serão todas guiadas pela busca de resposta ao problema foco. A resposta deverá ser dada em termos de um produto que poderá ser definido pelo professor ou decidido em conjunto pelo grupo. O produto auxilia o encaminhamento do projeto, por isso é interessante que ele possa ser definido no início.

O ideal é que ele esteja determinado antes da etapa 1, porém é aceitável que, dependendo das condições de realização do projeto, ele venha a ser definido posteriormente. São exemplos de produtos possíveis para a investigação dos problemas da redução do consumo de água na escola: cartilhas, cartazes, sítios na internet, peça de teatro, filmes, campanhas publicitárias etc. Ao escolher um dos produtos acima, é importante discutir com os estudantes a relevância do produto proposto como uma solução ao problema [...]. Isso pode ser feito tanto no início, antes de sua elaboração, como final, quando a cartilha, o cartaz etc. Estiverem prontos.

O tempo é um limitador importante na execução de um projeto. É necessário que você, professor, anuncie para a turma o tempo de que dispõem para chegar ao produto do projeto. Os alunos deverão administrar o tempo e isso implicará fazer escolhas nem sempre fáceis, como gastar mais tempo pesquisando um assunto para entendê-lo melhor, mas deixar de pesquisar outros. Esse ponto é fundamental, pois a autonomia pressupõe a capacidade de tomar decisões (Toledo, 2009).

Ao se propor a situação-problema acima espera-se que os estudantes se manifestem espontaneamente sobre ela.

Nesta etapa é bom distinguir fatos (dados, situações ocorridas) de suposições ou de julgamento de valor que são sondagem inicial são muito amplas e abrangentes e não será possível, nem desejável, que todas sejam investigadas. As etapas seguintes destinam-se a delimitar a abrangência do projeto e a torná-lo mais preciso.

Através das formulações, pelo professor e pelos alunos, de outras questões relevantes relacionadas com o projeto e que foram, ou não, levantadas ou foram abandonadas na etapa anterior. Esta etapa ainda é bastante espontânea, trata-se de questionar e lançar dúvidas a responder e fornecer explicações. Nesta etapa caracteriza pela compreensão e apreensão da posição dos alunos perante o projeto, ainda não se faz apelo aos especialistas e às especialidades, porém sua experiência de professor é fundamental na definição das questões cujo critérios para escolha é o seu vínculo com o projeto a ser desenvolvido (Dante, 2005).

Esta é a etapa que dá refinamento à sondagem inicial e se constitui das seguintes ações:

Listagem dos atores, é a relação das pessoas diretamente envolvidas na situação-problema investigada.

Pesquisa de normas: É o momento de levantar as normas e/ou leis que regem a situação, do ponto de vista técnico, ético ou comercial, bem como as normas definidas pela cultura relacionada à situação-problema investigada.

Pista de conflito de interesses e das tensões. A solução de todo problema envolve conflitos de vários tipos, isso porque os verdadeiros problemas não têm uma solução plenamente satisfatória, definitiva e consensual. Ao contrário, as soluções são resultado de debates e discussões, que devem ser enfrentados. São levantados questionamentos a respeito das vantagens, desvantagens, valores, escolhas relacionadas a situação investigadas no projeto, relacionadas ao problema proposto pelo projeto.

Listagem de caixas-pretas ligadas à situação. É a determinação de temas a serem pesquisados para esclarecer as questões levantadas anteriormente na sondagem inicial. Elas são subsistemas materiais ou conceituais a serem estudados. Nesta etapa, as caixas são apenas listadas. A escolha das caixas –pretas que serão abertas dependerá do encaminhamento do projeto.

Organização conceitual dos problemas, é a etapa em que se apresentam os grandes temas a serem investigados e os caminhos possíveis para a solução do problema proposto. Seria um organograma com os focos de assuntos e necessidades do projeto. Isto ajuda a estabelecer critérios para realizar escolhas e determinar o perfil do produto final do projeto com relação aos objetivos escolares (Paiva, 1999).

Lista de especialidades pertinentes. Ela é feita com o objetivo de aprofundar e completar as informações já levantadas pelo grupo. Isto é, listam-se especialistas e/ou especialidade que poderão vir a ser consultados posteriormente.

Trata-se da busca de conhecimento capaz de esclarecer determinado assunto envolvido na situação, por meio da consulta a especialista ou aos conhecimentos por

eles produzidos. A equipe do projeto é que, define quais dos especialistas listados na etapa anterior serão consultados. Esta consulta permitirá balizar a escolha de quais caixas-pretas serão abertas, ou seja, do aprofundamento conceitual de certos assuntos.

Os professores das diversas disciplinas da escola são especialistas em suas áreas de conhecimento, mas em geral, as demandas do projeto extrapolam as suas respectivas competências. É necessário que as pessoas sejam diretamente consultadas, mas, sim o conhecimento produzido, ligados às especialidades.

A equipe do projeto deve, após a consulta, debater quais os assuntos mais importantes e que merecerão ser objeto de estudo posterior. Esta consulta permitirá a definição das caixas-pretas a serem abertas na etapa seguinte.

Os estudantes podem se dividir em equipes para cumprir a tarefa de obter as informações dos especialistas ou consultar as especialidades.

É uma etapa de aprofundamento, definidos pelo projeto e pela equipe, na qual ocorre o confronto entre o estudo teórico e as situações concretas. Deixa-se de pensar sobre os aspectos da situação para confrontá-la mais diretamente com a prática.

Este é o momento para tratar dos conteúdos específicos das disciplinas (física, matemática, história, português,) esta etapa é caracterizada pelo estudo aprofundado de um determinado assunto. Isto deve ocorrer sob a orientação do professor, seja ele da disciplina em questão, ou não. Entretanto, não devemos procurar esgotar todo o assunto ligado ao tema, mas deixar que os estudantes se envolvam com pesquisa e consultas a livros, realização de pequenos trabalhos como experiências, seminários, texto etc.

Você pode selecionar conteúdos que levem ao estudo de noções importantes de natureza tecno-científico-cultural relacionadas a ponto específicos dos projetos.

A partir das informações e dos estudos realizados, que indique os aspectos importante escolhidos, que indique os aspectos importantes escolhidos pelo grupo. A esquematização pode ser feita através de um resumo.

O ensino da matemática deve ser desenvolvido sempre partindo de problemas. Examinemos o quadro abaixo:

Quadro 1 - Esquema de aula na tendência tradicional e esquema de aula na tendência da resolução de problemas.

Esquema de aula na tendência tradicional	Esquema de aula na tendência da resolução de problemas
O professor explica a matéria (teoria)	O professor apresenta um problema escolhido por ele ou pelo aluno.
O professor mostra exemplos	Os alunos tentam resolver o problema com o conhecimento que tem.
O professor propõe" exercícios semelhantes aos exemplos dados para que os alunos resolvam".	Quando os alunos encontram algum obstáculo (falta de algum conteúdo necessário para a resolução do problema) o professor apresenta, de alguma forma, esse conteúdo.

O professor (ou aluno) resolve no quadro de giz os exercícios	Resolvido o problema, os alunos discutem sua solução, se necessário, com a ajuda do professor. Essa discussão envolve todos os aspectos da resolução do problema, inclusive o conteúdo necessário.
O professor propõe aos alunos outros "exercícios" já não tão semelhantes aos exemplos que ele resolveu.	O professor apresenta outro problema, escolhido por ele ou pelo aluno.
O professor resolve os exercícios no quadro	
O professor propõe problemas, se for o caso ou mais exercícios.	
Correção dos problemas ou dos exercícios	
O professor começa outro assunto	

Fonte: Retirado de BURIASCO. R.L.C. de sobre a resolução de problemas. Nosso fazer, ano1, nº5, Secretaria Municipal de Londrina, 1995. P1.

METODOLOGIA

A situação problema que têm por objetivo motivar o aluno para construção dos conceitos que serão trabalhados e que poderão auxiliá-lo na busca de caminhos para resolver os problemas propostos. Frequentemente esses problemas são retomados ao longo dos anos educacionais, sendo apresentada uma solução.

Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de um problema qualquer. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade suscetível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter.

Um professor de matemática tem, assim uma grande oportunidade. Se ele preenche o tempo que lhe é concedido a exercitar seus alunos em tempo que lhe é concedido a exercitar seus alunos em operações rotineiras, aniquila o interesse e tolhe o desenvolvimento intelectual dos estudantes, desperdiçando, dessa maneira, a sua oportunidade. Mas, se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com os conhecimentos destes e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes certos meios para alcançar este objetivo (Polya, 1978).

A resolução de problemas aparece em muitas das séries de exercícios, incluindo os desafios (dos quais falaremos adiante).

A seguir, apresentamos como exemplo para o leitor a resolução de um problema seguindo as etapas de resolução sugerida por POLYA:

Problemas: uma escada de 25dm de comprimento encontra-se apoiada em um muro, do qual seu pé dista 7dm. Se o pé da escada se afastar mais 8dm do muro, qual será o deslocamento vertical verificado pela extremidade superior da escada? Admita que o muro seja perpendicular ao solo.

1ª etapa: compreender o problema:

Leitura e interpretação cuidadosa do problema.

Quais os dados e as condições dos problemas? Há dados a mais no problema? Faltam dados?

O que se pede, o que se pergunta no problema?

É possível estimar uma resposta?

É preciso identificar a incógnita, os dados e a condicionante, traçando, quando for pertinente, uma figura usando notação adequada.

Qual é a incógnita?

O deslocamento vertical registrado pelo extremo superior da escada, isto é, a diferença entre os pontos mais altos atingidos pela escada; indicaremos pela letra d .

Quais são os dados?

Comprimento da escada: 25 dm

Distância inicial do muro em pé de apoio da escada: 7dm

Distância final do muro ao pé de apoio da escada 15dm (7dm+8dm).

2ª Etapa: Estabelecer um plano:

Qual é seu plano para resolver o problema?

Que estratégias você tentará desenvolver?

Você se lembra de um problema semelhante mais simples que pode ajudá-lo a resolver este problema?

Tente organizar os dados em tabelas, gráficos ou diagramas.

Tente resolver os problemas por partes.

Segundo Polya, consideramos que temos um plano quando, ao menos em linhas gerais, sabemos quais são os cálculos, construções etc. que deveremos efetuar para encontrar a solução do problema considerado.

Necessitamos encontrar uma conexão entre as informações fornecidas no enunciado e a incógnitas (d) do problema.

Os planos é determinar a altura do ponto mais alto que a escada atinge no muro (h_1) e em seguida, determinar (h_2) do ponto mais alto que a escada atinge, depois de seu pé ter se afastado. É importante perceber que a hipotenusa dos dois triângulos retângulos é a mesma, pois sua medida corresponde ao comprimento da escada, que não se altera.

Basta fazer, em seguida, a diferença entre h_1 e h_2 para obter o deslocamento vertical (d).

3º Etapa: executar o plano:

Execute o plano elaborado.

Efetue todos os cálculos indicados no plano.

Execute todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema.

Usando o teorema de Pitágoras para a situação inicial e a final, temos:

Situação inicial:

$$h_1^2 + 7^2 = 25^2$$

$$h_1^2 = 625 - 49$$

$$h_1 = \sqrt{576}$$

$$h_1 = 24$$

Situação final:

$$h_2^2 + 15^2 = 25^2$$

$$h_2^2 = 625 - 225$$

$$h_2 = \sqrt{400}$$

$$h_2 = 20$$

Deslocamento vertical (d):

$$d = h_1 - h_2$$

$$d = 24\text{dm} - 20\text{dm}$$

$$d = 4\text{dm}$$

4º Etapa: Fazer uma retrospectiva de resolução revendo-a e analisando-a.

Você leu e interpretou corretamente o problema?

Você elaborou um plano razoável e viável?

Executou com precisão o que foi planejado? Conferiu todos os cálculos?

Há alguma maneira de “tirar a prova real” para verificar se você acertou?

A solução está correta?

Existe outra maneira de resolver os problemas?

É possível usar a estratégia empregada para resolver problemas semelhantes?

É importante mostrar aos alunos que, ao chegar à solução do problema, não deve “encerrar” e passar ao problema seguinte ou a outro assunto. É fundamental rever todas as etapas envolvidas na resolução (no caso, o argumento que torna a resolução possível é o teorema de Pitágoras), além de considerar outras possíveis formas de resolver os problemas. O legítimo fundamento para o ensino de matemática é que se trata de uma matéria útil e que especialmente ajuda na resolução de muitos tipos de problemas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Já faz algum tempo que não ia para uma sala de aula, isto já fazia quase dez anos muitos conteúdos e metodologias foram mudadas mas a problematização de matemática ainda pode ser superada de fato.

A dificuldade que os alunos encontram em ler e compreender textos de problemas estão, entre outras coisas, ligados à ausência de um trabalho pedagógico específico com o texto do problema, nas aulas de matemática.

É necessário que haja um trabalho constante com essas estratégias, em todas as séries escolares, pois será apenas enfrentando a formação do leitor e do escritor como uma tarefa de todos os professores da escola, inclusive de matemática, que criaremos oportunidades para que todos eles desenvolvam essas habilidades que são essenciais para que possam aprender qualquer conceito.

A facilidade de obter algum resultado positivo principalmente em relação os problemas lógicos e matemáticos é trabalhar para uma boa interpretação dos problemas onde deixar os próprios alunos debaterem o tema.

As estratégias de resolução de problemas envolvem propor questões, analisar situações, interpretar resultados, ilustrar resultados, traçar diagramas e usar tentativa e erro, os alunos precisam saber aplicar as regras da lógica que sejam necessárias para chegar a conclusões válidas.

Pois bem, a metodologia em meu estágio foi sobre aplicação de problemas, os resultados vieram com maior das turmas em relação ao processo de aprendizagem matemático, a falta de interpretação dos alunos foi o que mais comprometeu de fato (infeliz). Na introdução desse tipo de abordagem, o crescimento intelectual dos alunos foi melhor que no método de tecnicista e a prática encontrada entre os alunos e o conteúdo foi mais plausível e melhor tempo empregado em aula.

Como a resolução de problemas deve construir o eixo fundamental da matemática escolar, o mesmo deve ocorrer com a avaliação. A capacidade dos alunos para resolver problemas desenvolve-se ao longo do tempo, como resultado de um ensino prolongado, de várias oportunidades para a resolução de muitos tipos de problemas e do confronto com situações do mundo real.

Na sala de aula discutem-se ideias e conceitos matemáticos, partilham-se descobertas, confirmam-se hipóteses e adquire-se conhecimento matemáticos pela escrita, pela fala e pela leitura. O próprio ato de comunicar clareia-a e organiza o pensamento e leva os alunos a se envolver na construção da matemática. Como a matemática utiliza símbolos e, portanto, tem uma linguagem própria, específica, as vezes a comunicação fica dificultada.

Ao avaliar a comunicação de ideias matemáticas pelos alunos, é preciso verificar se eles são capazes de expressar-se oralmente, por escrito, de forma visual ou por demonstrações com materiais pedagógicos; se compreendem e interpretam corretamente ideias matemáticas apresentadas de forma escrita oral ou visual e se utilizam corretamente o vocabulário matemático e linguagem matemática para representar ideias, descrever relações e construir modelos da realidade.

Vivemos em uma sociedade tecnológica, informatizada, globalizada e é fundamental que se desenvolva nos alunos do ensino médio a capacidade de: comunicar-se em várias linguagens; investigar, resolver e elaborar problemas; tomar decisões, fazer conjecturas, hipóteses e inferências; criar estratégias e procedimentos; adquirir e aperfeiçoar conhecimentos e valores; trabalhar solidária e cooperativamente; e estar sempre aprendendo.

REFERÊNCIAS

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. Volume único, 1º edição. Ática. São Paulo, 2005.

GUELLI, Osmar. **Matemática. Resolução de Problemas**. Ática, São Paulo, 2003.

IEZZI, Genson. **Matemática. Ciência e aplicações**. Atual, São Paulo, 2003.

KRULIK, Stephen; **problem solving in school mathematics português**; a resolução de problemas na matemática escolar / atual 1997.

PAIVA, Manoel. **Matemática**, 1º edição, Moderna. São Paulo, 1999.

POLYA, G. **A Arte de resolver problemas**. (Prefácio.) Rio de Janeiro: Inter ciência, 1978

PASTOR, Manuel Navarro. **Ideias para una mayor formalización de la didáctica de la ciencias**. Didáctica de las ciencias experimentales y sociales, Valência, Departamento Didático das Ciências Experimentais e Sociais e Universidade de Valência, n.20, p.110-111, 2006.

TOLEDO, Marília Barros de Almeida; **Teoria e Prática de matemática, como dois e dois**; volume único -1º edição – são Paulo / FTD; 2009.

Organizador

Luiz Henrique Domingues

Mestre em Engenharia de Produção pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR/PG, linha pesquisa em Gestão da Produção e Manutenção e Grupo de pesquisa em Gestão da Transferência de Tecnologia (GTT). Possui especialização em Docência no Ensino Superior pelo UNICESUMAR, graduou em Automação Industrial pela UTFPR.

Índice Remissivo

A

abordagem 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 19, 21, 28, 29, 30, 33, 52, 64, 85, 86, 100
acidente 23
agilidade 1
algébrica 18, 21, 26, 27, 28, 67
algoritmo 30, 32, 35, 38, 40, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 49, 50, 51, 52, 62, 63, 64, 65, 71, 74, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86
algoritmos 30, 31, 32, 40, 44, 45, 50, 63, 64, 65, 78, 79, 82, 83, 84
algoritmos genéticos 30, 32, 63, 64, 65, 78
ambiente 8, 9, 13, 16, 20, 32, 35, 40, 43, 45, 55, 56, 57, 61, 64, 65, 69, 70, 71, 76, 84
amortização 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10
análise 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 65, 70, 75, 78, 80, 83, 85
ansiedade 13
aprendizagem 10, 12, 13, 16, 17, 19, 21, 22, 27, 88, 89, 90, 92, 93, 100
armazenamento 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61
arritmias 31, 32, 33, 35, 39, 43, 47, 50, 74
atividades cotidianas 89
atrial 30, 31, 33, 34, 39, 43, 46, 47, 48, 49, 52, 74

B

bancária 1, 2, 4, 5, 6, 8
bancário 1, 2, 7, 9, 10
batimento cardíaco 31
biomédicos 30, 51

C

calculadora 3, 90
cálculos matemáticos 22
cardíacas 32, 33, 35, 50
cardiovasculares 30, 31, 62, 85
ciência da computação 62

ciências naturais 89
cliente 7, 55, 58
complicações 30, 31
computação 31, 62, 63, 64
concurso público 1
criatividade 12, 13, 14, 16, 91
cromossomo 32, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 50,
63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76,
77, 78, 79, 84
cromossomos 35, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 50, 63,
64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 77, 78,
80
cubo 12, 14, 15, 16

D

desenvolvimento 2, 8, 9, 13, 16, 19, 20, 21, 22, 24,
26, 27, 28, 64, 84, 90, 91, 93, 97
diagnóstico 30, 31, 32, 33, 35, 50
direitos trabalhistas 21
diversidade 57

E

educação financeira 6, 18, 20, 22, 28
elétrica 33
eletrocardiograma 30, 31, 33, 35, 36, 46, 52, 71, 78,
79, 86
ensino 2, 3, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 17, 88, 89, 90,
92, 93, 94, 96, 99, 100, 101
escolar 15, 18, 20, 27, 28, 89, 91, 92, 100, 101
espaço físico 54, 56
estratégia 5, 7, 21, 59, 99
estratégias 2, 3, 8, 9, 10, 12, 17, 28, 54, 60, 91, 92,
93, 98, 99, 100, 101
estratégicas 8, 55
estratégico 56, 57
experimento 89

F

ferramenta 6, 8, 9, 19, 22, 27, 35, 54, 60, 61, 79, 93
ferramentas 2, 55, 57
fibrilação 30, 31, 33, 39, 43, 46, 47, 74
financeira 1, 3, 6, 7, 8, 9, 10, 11
financeiras 1, 5, 6, 8, 9
financeiro 1, 2, 3, 6, 8, 9, 10, 21, 27
financeiros 2, 3, 7, 8, 9, 57
financiamentos 2, 6, 7
frequência cardíaca 33, 34
funcionários públicos 22

G

gene 35, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 66, 67, 68, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 79, 84
genético 30, 32, 35, 38, 40, 50, 51, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 71, 74, 78, 79, 80, 81, 84, 85, 86
genéticos 30, 32, 40, 45, 46, 50, 63, 64, 65, 66, 75, 78, 79, 81, 82, 83, 84
geometria 15, 16
gestão 2, 8, 54, 55, 57, 58, 59, 61

H

habilidades 9, 12, 13, 91, 100

I

inovadoras 8, 12
intelectual 13, 92, 97, 100
inteligências artificiais 12
interdisciplinaridade 12
investigação 19, 89, 90, 94
investimentos 2, 6, 9

J

juros compostos 1, 4, 5, 6

L

leis 18, 21, 26, 28, 95

linguagem 14, 18, 21, 41, 57, 69, 88, 90, 91, 92, 100

logística 44, 45, 47, 49, 54, 56, 57, 58, 60, 61, 78, 79,
80, 81, 82, 83

logísticas 55, 56

M

matemática 1, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 17, 18,
20, 21, 27, 28, 29, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 96, 97, 99,
100, 101

matemáticas 16, 18, 21, 28, 91, 100

matemático 14, 19, 28, 77, 88, 90, 91, 92, 100

matemáticos 12, 13, 14, 88, 90, 91, 92, 100

mecanismo 63

métodos 10, 31, 63, 89

mineração 30, 31, 32, 35, 44, 45, 50

modelagem 6, 10, 20, 21, 22, 32, 35, 71, 77, 84

morte 20, 35, 43

mutação 40, 41, 43, 45, 47, 48, 50, 62, 63, 66, 67, 68,
69, 70, 75, 76, 78, 80, 81, 82, 83, 84

N

neurovegetativa 34

O

oficina 12, 13, 14, 16

oficinas didáticas 12

operações econômicas 1

origami 12, 13, 14, 16, 17

P

pacientes 30, 33, 34, 42, 46, 62, 78, 79, 81, 83

pedagógica 18, 19, 88

pedagógicas 5, 12

pedagógico 15, 100

pensamento crítico 28, 91, 93

planejamento 12, 21, 27

polígonos 15

prática 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 88, 90, 91, 96, 100

práticas 2, 6, 10, 12, 22, 28, 89, 91, 92, 93

problema 5, 13, 32, 35, 36, 38, 39, 40, 41, 43, 58, 63,
64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 74, 75, 76, 85, 86,
88, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100

processamento 31, 32, 35, 38, 43, 45, 47, 49, 50, 52,
62, 63, 65, 71, 73, 74, 76, 77, 78, 79, 80, 82, 83, 84,
86

processo 16, 21, 24, 30, 31, 32, 36, 38, 40, 43, 44, 45,
47, 48, 49, 50, 51, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62,
64, 65, 66, 67, 68, 70, 71, 72, 73, 76, 78, 79, 80, 84,
85, 91, 93, 100

professor 13, 88, 90, 91, 92, 94, 95, 96, 97

R

raciocínio 1, 8, 9, 90, 91, 93, 94, 97

renda bruta 18, 27

S

salário bruto 21, 22, 23, 26

saúde 24, 62

serviços financeiros 2

simulação 7, 43, 44, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 70,
79

sintomas 31, 33, 34, 35

sistema 5, 7, 15, 20, 22, 32, 33, 38, 40, 41, 54, 56, 57,

58, 67, 74, 75
sistema rotativo 54
sistemas 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 30, 33, 56, 61, 62, 85
software 18, 21, 26, 54, 56, 58, 59, 60, 62, 64, 65, 85
software arena 54
sustentabilidade 56, 58
sustentáveis 56

T

tecnologia 7, 27, 56, 85, 90
tecnológica 93, 101
tecnológico 13
trabalhador 20, 21, 22, 23, 24, 26
tributação 20

