MATEMÁTICA e suas APLICAÇÕES:

recursos e estratégias para um ensino efetivo

Vol. 2

Luiz Henrique Domingues
(Organizador)

AYA EDITORA
2023

Luiz Henrique Domingues
(Organizador)

Matemática e suas aplicações: recursos e estratégias para um ensino efetivo

Vol. 2

Ponta Grossa
2023

Direção Editorial
Prof.° Dr. Adriano Mesquita Soares
Organizador
Prof.° Me. Luiz Henrique Domingues
Capa
AYA Editora©
Revisão
Os Autores
Executiva de Negócios
Ana Lucia Ribeiro Soares
Produção Editorial
AYA Editora©
Imagens de Capa
br.freepik.com
Área do Conhecimento
Ciências Exatas e da Terra

Conselho Editorial

M425 Matemática e suas aplicações: recursos e estratégias para um ensino efetivo [recurso eletrônico]. / Luiz Henrique Domingues (organizador). -- Ponta Grossa: Aya, 2023. 136 p.

v.2

Inclui biografia
Inclui índice
Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
ISBN: 978-65-5379-377-4
DOI: 10.47573/aya.5379.2.246

1. Matemática -Estudo e ensino. 2. Matemática recreativa. 3. Winplot (Software). 4. Matemática - Programas de computador. 5. Matemática (Ensino fundamental). 6. Geometria espacial. I. Domingues, Luiz Henrique . II. Título

CDD: 510

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Bruna Cristina Bonini - CRB 9/1347

International Scientific Journals Publicações de Periódicos e Editora LTDA
AYA Editora©
CNPJ: 36.140.631/0001-53
Fone: +55 42 3086-3131
WhatsApp: +55 42 99906-0630
E-mail: contato@ayaeditora.com.br
Site: https://ayaeditora.com.br
Endereço: Rua João Rabello Coutinho, 557
Ponta Grossa - Paraná - Brasil
84.071-150

SUMÁRIO

Apresentação

É com prazer que apresentamos ***"Matemática e suas aplicações: recursos e estratégias para um ensino efetivo – Volume 2"***. Este livro é uma fonte rica para todos aqueles que buscam inovar e aplicar a matemática de forma eficaz em sala de aula.

Iniciamos com um olhar prático sobre as funções polinomiais de segundo grau, mostrando como elas se encaixam em situações reais e por que são tão importantes. Depois, mergulhamos nas funções exponenciais e logarítmicas, explorando seu vasto uso em diferentes áreas.

O terceiro capítulo foca nas metodologias ativas de ensino, uma abordagem moderna que está transformando a forma como os alunos do Ensino Fundamental aprendem matemática. Seguimos com um estudo de caso específico de uma escola em Mato Grosso, que nos dá *insights* sobre o ensino da matemática nos últimos anos do ensino fundamental.

O quinto capítulo é uma viagem cultural através da etnomatemática, onde vemos como jogos e a língua Pemôm Taurepan podem ser usados para ensinar números de forma divertida e significativa. Em seguida, discutimos o uso de software de gráficos para tornar o estudo das funções quadráticas mais acessível.

A construção de um Cubo de LED 8x8x8 é descrita no sétimo capítulo, uma maneira engajadora de ensinar geometria espacial, enquanto o último capítulo destaca a eficácia dos jogos matemáticos em tornar o aprendizado mais ativo e prazeroso.

Este livro é um convite para repensar e revitalizar o ensino da matemática, tornando-o mais relevante e atraente para os alunos. Esperamos que ele seja uma ferramenta útil e inspiradora para todos os educadores.

Boa leitura!

Prof.° Me. Luiz Henrique Domingues

Capítulo

01

Estudo da função polinomial de grau 2 com ênfase em aplicações contextualizadas

Malax Alfredo Pimentel Pantoja
José Francisco da Silva Costa
Marcielen Oliveira Pantoja
Maria Bernadete Marques Silva
Aclailton Costa Rodrigues
Nivaldo Silva dos Santos
Antonio Maria dos Santos Farias
Alexandre dos Santos Farias
Raimundo Santos Silva
Raimundo das Graças Carvalho de Almeida

RESUMO

Estudo da função quadrática tem inúmeras aplicações no cotidiano como se pode observar em muitos dos exemplos de aplicações ao longo do texto deste trabalho. No entanto, antes de iniciar o desenvolvimento teórico da função quadrática, como o estudo das raízes e suas discussões, vértices correspondentes aos pontos de máximo e mínimo, procura-se, primeiramente, relatar sobre a importância da função e forma como o professor deve promover um processo de ensino e aprendizagem com contextualização. Assim sendo, o trabalho vem mostrar o quanto é importante o ensino de funções na educação básica, oferecendo alguns subsídios conceituais da Física, como no lançamento oblíquo e em outras situações no campo da própria matemática. Trata ainda de verificar que a função quadrática tem muitas aplicações e uma vez contextualizada, ajuda diminuir o grau de dificuldade por parte dos alunos quando este tema é abordado pelo docente, proporcionar ao aluno a interpretação gráfica de funções no plano cartesiano, possibilitando a obtenção da equação que gerou aquele gráfico traçado no plano cartesiano em questão; mostrar que no estudo de máximo e mínimo é uma parte relevante no estudo de função quadrática, pois possibilita como se pode obter os valores da variável que possibilita maximizar ou minimizar determinada grandeza, como se pode observar nas aplicações presentes ao longo do trabalho. A presente pesquisa é de caráter bibliográfica, como extraídos de livros textos em nível do ensino básico, alguns sites e artigos para dar sustentabilidade e consistência ao desenvolvimento do trabalho. Como parte final, considera que é importante introduzir o conceito de função quadrática no processo de ensino e aprendizagem, em exercícios de aplicações com questões contextualizadas de modo a mostrar para o aluno a importância e aplicação desta função.

Palavras-chave: função quadrática. teoria. contextualização e aplicações em física e matemática.

DOI: 10.47573/aya.5379.2.246.1

ABSTRACT

The study of the quadratic function has numerous applications in daily life as can be seen in many of the examples of applications throughout the text of this work. However, before starting the theoretical development of the quadratic function, as the study of the roots and their discussions, corresponding vertices to the maximum and minimum points, looking, first, to report on the important function and how the teacher should promote a process of teaching and learning in context. Thus, the work is to show how the school functions in basic education is important, providing some conceptual fundaments of physics, as in oblique release and in other situations in mathematics itself field. Also check that the quadratic function has many applications and once contextualized, help reduce the degree of difficulty by the students when this issue is addressed by the teacher to provide students with the graphical interpretation of functions in the Cartesian plane, making it possible to obtain equation that generated graphic layout in the Cartesian plane in question; show that the maximum and minimum study is a relevant part in the study of quadratic function, it allows as you can get the values of the variable that makes it possible to maximize or minimize certain magnitude, as can be seen in applications present throughout the work. This research is a bibliographic character, as extracted from textbooks in primary level, some websites and articles to give sustainability and consistency to the development of the work. As a final part, believes that it is important to introduce the concept of quadratic function in the process of teaching and learning, exercise applications with issues contextualized in order to show the students the importance and application of this function.

Keywords: quadratic function. theory. contextualization and applications in physics and mathematics.

INTRODUÇÃO

O conteúdo de funções, tanto no ensino fundamental quanto no ensino médio é teorizado de forma bem simplista, para não dizer equivocada, na qual o professor, ao trabalhar uma função matemática, pede para que os alunos construam tabelas atribuindo valores à variável e, com o resultado, façam o gráfico, marcando os pontos obtidos no eixo cartesiano.

O conteúdo de Funções está explicitado dentro do bloco tratamento de informações, nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental. Este bloco traz como objetivos que os alunos aprendam a interpretar dados que são expressos em gráficos, bem como a organização desses dados e a construção de recursos visuais adequados, como gráficos para apresentar globalmente os dados, destacar aspectos relevantes, sintetizar informações e permitir a elaboração de inferências. O conceito matemático de Função é uma relação entre dois conjuntos em que, a cada valor do primeiro, corresponde somente um valor no segundo, ou seja, o estudo das funções pode ser entendido como o estudo de relações entre grandezas que variam.

Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, 2006, ainda sobre o ensino específico de funções dentro da própria matemática e até mesmo em outros campos do conhecimento, O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática (Brasil, 2006, p.121). Funções é um conceito que pode ser trabalhado de forma bem explorada, desde o entendimento da forma geral da função, até a representação da variável no gráfico. Para fazer este estudo, o professor pode desenvolver, de forma articulada, múltiplas representações, as quais desencadeiam um entendimento mais abrangente do conceito e até mesmo das situações com que está trabalhando. Essas múltiplas representações podem ser descritas como encontrado em:

> As tabelas se apresentam como uma forma de representar relações funcionais e o seu uso é adequado quando se pretende encontrar relações generalizadas. Os gráficos são particularmente importantes, pois, além do apelo visual, favorecem a observação de determinados comportamentos, que em outras representações são difíceis de perceber. Os modelos matemáticos descrevem em termos matemáticos, através de representações numéricas, algébricas, gráficas e outras, um fenômeno, uma situação ou aquilo que se pretende representar. Quando se modela algebricamente um fenômeno, através de relações generalizadas, dá-se um passo importante em direção à abstração e à construção de modelos matemáticos (Barreto, 2008, p. 89-90).

O objetivo desse trabalho é mostrar o quanto é importante o ensino de funções na educação básica, oferecendo alguns subsídios conceituais da Física, como no lançamento oblíquo, em como a exploração em outras situações no campo da própria matemática, que sirvam de auxílio aos professores do médio para inserir este conceito matemático tão importante no entendimento de situações cotidianas.

Pensando por este ângulo, o trabalho tem como objetivo especifico, verificar que a função quadrática tem muitas aplicações e uma vez contextualizada, ajuda diminuir o grau de dificuldade por parte dos alunos quando este tema é abordado pelo docente, proporcionar ao aluno a interpretação gráfica de funções no plano cartesiano, possibilitando a obtenção da equação que gerou aquele gráfico traçado no plano cartesiano em questão; verificar que no estudo de máximo e mínimo é uma parte relevante no estudo de função quadrática, pois possibilita como se pode obter os valores da variável x que possibilita maximizar ou minimizar determinada grandeza, como se pode observar nas aplicações presentes ao longo do trabalho. Utiliza-se como metodologia uma pesquisa de caráter bibliográfica, como livros textos em nível do ensino básico, alguns sites e artigos para dar sustentabilidade e consistência ao desenvolvimento do trabalho.

Quanto à justificativa advém do fato de que é importante introduzir no processo de ensino e aprendizagem exercícios de aplicações com questões contextualizadas de modo a mostrar para o aluno a importância e aplicação da função quadrática.

ÊNFASE AO ESTUDO DE FUNÇÕES E SUAS CONSIDERAÇÕES

Estudo preliminar sobre função quadrática

Estas classes de funções, assim como a função racional e a função cúbica são conhecidas como algébricas, ou seja, funções passíveis de serem obtidas por um número finito de operações algébricas. Ao ensinar funções (todo e qualquer tipo), os professores acabam trabalhando de forma puramente matemática, sendo que pouca ênfase é dada para a representação de fenômenos que podem ser descritos com sua utilização.

Se não há um recurso computacional ou um laboratório interdisciplinar, o professor precisa procurar uma forma de viabilizar a metodologia, não restringido o conteúdo ministrado de forma mecanizada. É preciso trazer para sala de aula, problemas de aplicação onde o aluno possa saber onde aplicar o conhecimento adquirido. Ao se trabalhar com o conteúdo de função quadrática, é necessário conhecer o que se chama de domínio e imagem.

O conjunto domínio são os valores que a variável pode assumir e o conjunto imagem são os valores que a função pode assumir A partir dessa análise, podem-se selecionar quais números são possíveis de ser escolhido, o que facilita a representação gráfica. Aqui, é preciso tomar cuidado ao se trabalhar com exemplos físicos, uma vez que alguns números não têm sentido, ficando sem interpretação. No caso da física onde a variável x é substituída pelo tempo t, não se pode considerar valores negativos para a grandeza tempo. Neste caso, a representação gráfica ocorre apenas a partir de $t \geq 0$.

Uma função dita de segundo grau ou quadrática tem a forma

$$f(x) = (ax)^2 + bx + c \qquad (1)$$

onde se tem $a \neq 0$, b é o coeficiente real e c o ponto em que a parábola intercepta o eixo *y.*, x é a variável independente A partir dessa expressão se pode fazer algumas colocações e análises interessantes: Se o valor do coeficiente a for igual a zero, a função toma a forma de uma função linear, cujas propriedades foram discutidas anteriormente. O valor do termo independente indica em qual ponto, no eixo y, a curva passará. Para obtermos a raiz da função, basta igualarmos y a zero. Fazendo isso, com algumas operações algébricas, obtém-se a fórmula da função quadrática,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad (2)$$

Para esse tipo de função não tem sentido falar em crescente ou decrescente, mas sim em ponto de mínimo (concavidade voltada para cima) ou ponto de máximo. No primeiro caso, a é positivo e no segundo, negativo; No caso de termos uma função completa, a variação do parâmetro b translada a curva no eixo x;

Muitas outras considerações podiam ser feitas aqui, no entanto, não o serão pelo fato de que o objetivo do trabalho é expor exemplos físicos que podem ser utilizados pelos professores, sejam do ensino fundamental ou do ensino médio, para trabalhar o conteúdo de funções, que, como já foi explicitado, muitas vezes é trabalhado de forma desconectada, ficando lacunas no conhecimento produzido pelos alunos.

Pretende-se através deste trabalho abordar uma análise da literatura, trazer resultados de pesquisas na área da Educação Matemática que tratam do aprendizado de variáveis e funções e que apontam as tendências recentes a respeito do ensino de funções no nível médio.

As funções e suas considerações

Ao se identificar as variáveis de um fenômeno que ocorre com certa regularidade é possível descrevê-lo por relações quantitativas entre elas, ou seja, descrevê-lo através de um modelo matemático. No entanto, alguns pesquisadores (Booth 1995, Raford 1996, Ursini op. cit.) verificaram que muitos alunos têm dificuldades na compreensão do conceito de variável, em lidar com expressões algébricas e ainda mais, em expressar relações generalizadas, pois comumente não sentem a necessidade de generalização.

Com vistas a enfrentar estas dificuldades, outros (Ponte 1990, Markovits, Eylon e Bruckheimer 1995, Demana e Leitzel 1995) sugerem que o estudo das funções deva iniciar a partir de representações numéricas, gráficas e contextualizadas, que são mais intuitivas e possuem um apelo mais visual. Para eles, os métodos algébricos e os aspectos de formalização devem ser reservados para um segundo momento. O professor deve saber utilizar as habilidades e competências sobre os temas a serem desenvolvidos em sala e tomar como ponto de referencia a LDB e os PCNs para o ensino médio de modo a perceber de que forma pode trabalhar e diminuir as dificuldades naquele processo de ensino e aprendizagem para os alunos. Nessa perspectiva, Schoen afirma:

> Lançar os alunos precipitadamente ao simbolismo algébrico é ignorar a necessidade de uma fundamentação verbal e de uma simbolização gradual sugeridas pela história e apoiadas por pesquisas sobre ensino e aprendizagem de álgebra (Schoen, 1995, p.138)

Defendem a ideia de que uma situação, um problema ou um fenômeno deve ser descrito inicialmente verbalmente, sem nenhuma linguagem formal e com o tempo deve se fazer uso de variáveis para representar relações funcionais. Afirmam que:

> [...] a introdução de variáveis para representar relações funcionais em situações problemas concretos dá aos alunos a percepção de que as variáveis podem representar números de vastos conjuntos numéricos e de que elas são instrumentos úteis na descrição de generalizações (Demana e Leitzel, p.74).

Além disso, indicam que o uso das tabelas favorece a generalização, pois os alunos percebem, através delas, que todas as informações numéricas da tabela se resumem na última linha. Quando se introduzem variáveis em tabelas para expressar relações generalizadas, os alunos adquirem prática em escrever expressões algébricas. O que vem facilitar o aprendizado. Ainda nesta direção, Ponte (1990) afirma que, para que o aluno seja capaz de construir tabelas, calcular valores numéricos, desenvolver um sentido quantitativo e adquirir sensibilidade para o que são aproximações aceitáveis e inaceitáveis, ele deve ter a oportunidade de trabalhar com números, sempre que possível proveniente de contextos da vida real.

Assim sendo, percebe-se nesse ponto a questão da contextualização. O professor não deve e nem pode estagnar a metodologia, tornando-a imutável ao longo dos alunos, com os problemas e equações desenvolvidas de forma puramente mecanizada, pois o aluno, no caso do estudo de funções, pode compreender melhor o significado delas em relação a casos concretos. Para este mesmo autor, a grande ênfase dada à terminologia abstrata, às técnicas e algoritmos, frequente nos programas curriculares de todo mundo, não se constitui numa ferramenta prática para lidar com situações interessantes, interiores ou exteriores à Matemática, constituindo-se meramente em um vocabulário que se memoriza sem se compreender e valorizar, o que faz cair na problemática em muitos casos, como o baixo rendimento escolar, evasão e reprovação.

Por todas essas razões, entende-se que o ensino das funções deverá atender à necessidade de articular de forma permanente as diversas formas de representação. E, apesar das muitas dificuldades constatadas na compreensão do conceito de funções, também, infere-se que algumas mudanças simples na ênfase, nos pontos de vista e nas abordagens, podem contribuir para amenizá-las. Sabe-se, no entanto, que não é tarefa fácil, no entanto, aqueles educadores e professores preocupados com um trabalho educacional de qualidade sempre podem viabilizar e contribuir para o bom rendimento escolar.

A noção de modelo matemático e o conceito de função

A noção de modelo matemático remete à ideia de que a Matemática pode ser vista como um instrumento que permite descrever, explicar, prever e, algumas vezes, controlar fenômenos e situações das outras ciências. Esta concepção, por sua vez, está essencialmente vinculada à noção de função, já que um modelo matemático muitas vezes, se constitui na representação de um fenômeno que envolve relações funcionais entre variáveis.

O conceito de função é considerado um dos mais importantes da Matemática e seus aspectos mais simples estão presentes nas noções mais básicas desta ciência, como por exemplo, na contagem. Mas, a noção de função, claramente individualizada como objeto de estudo corrente é mais recente. Ponte (1990, 1992) descreve a origem e o desenvolvimento deste conceito ao longo da História da Matemática, sua evolução na Educação Matemática e seu surgimento como um instrumento matemático indispensável para o estudo quantitativo dos fenômenos naturais, mostrando que este desenvolvimento histórico foi um processo longo e delicado.

No entanto, o estudo deste tópico no currículo médio segue uma ordenação ainda tradicional e ditada, na maioria das vezes, pela sequência sugerida pelos livros didáticos. Os temas geralmente são tratados de forma independente e sem conexão alguma entre eles.

Nos últimos anos, porém, esta disposição dos conteúdos da grade curricular em compartimentos estanques tem sido questionada e reformulada por muitos educadores. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil 2002, 2006) mostram esta preocupação e fazem sugestões quanto ao tratamento deste conteúdo. Propõem um conjunto de temas que possibilitam o desenvolvimento de competências, com relevância científica e cultural e com uma articulação lógica das ideias e conteúdos matemáticos a serem desenvolvidos nas três séries do Ensino Médio. No caso do estudo sobre função, dar-se uma ênfase sobre o poder de alcance do conceito e da importância para a Matemática e outros campos do conhecimento:

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (Brasil, 2006, p.121)

O estudo das funções é relevante, mas devido à abrangência do conceito, envolve um sem número de dificuldades. O conceito de função envolve concepções diversas e múltiplas representações, fazendo-se necessário, compreender o sentido que este conceito pode assumir em diferentes contextos, quais significados o aluno pode produzir e de que formas isto se desenvolve no ambiente escolar. A relação funcional ocorre em todos os campos do conhecimento humano e está, em sua origem, associada à ideia de regularidade, ultrapassando o domínio matemático.

No contexto da matemática escolar com vistas às aplicações, as funções podem ser entendidas como um conceito que trata de problemas de variação e quantificação de fenômenos. Ou, em outras palavras, o estudo das funções pode ser entendido como o estudo de relações entre grandezas que variam. Dentro desta concepção, uma variável representa os valores do domínio de uma função, surgindo a noção de variáveis dependente e independente.

Tendo em vista esta noção, destacam-se alguns aspectos que se consideram importantes de serem desenvolvidos na escola média. São eles: a) a natureza algébrica; b) as diferentes formas de representação; c) aplicação a problemas e situações da vida e de outras ciências; d) articulação com outros tópicos da própria Matemática.

Natureza algébrica e as múltiplas representações

Em relação à natureza algébrica, acredita-se que se deve priorizar a ideia de relação que está por trás do conceito de função, valorizando deste modo os aspectos mais intuitivos e relacionais e dando menor ênfase às equações e expressões algébricas. A natureza algébrica das funções também está diretamente associada à ideia de variável.

A ideia de variável, por sua vez é importante e também é um conceito amplo que admite várias interpretações. Segundo Usiskin (1995) e Ursini (2000), quando a álgebra é vista como o estudo das relações entre grandezas, as variáveis representam valores do domínio de uma função ou números dos quais dependem outros números. Assim, a ideia de função surge naturalmente. Em um nível mais avançado, quando a álgebra é vista como aritmética generalizada, as variáveis são usadas como generalizadoras de informações numéricas. Segundo esta concepção "as instruções-chaves para o aluno são traduzir e generalizar" (Usikin op. cit., p.13). Esta noção de variável é fundamental para a modelagem matemática.

As funções podem ser representadas de diferentes formas, por tabelas, gráficos, regras verbais, regras matemáticas e modelos. Estas múltiplas representações, quando desenvolvidas de forma articulada, levam a uma compreensão mais abrangente do conceito assim como do problema ou situação que pode estar sendo representada.

As tabelas se apresentam como uma forma de representar relações, funcionais e o seu uso é adequado quando se pretende encontrar relações generalizadas, como aquelas advindas de situações que envolvem relações de recorrência.

Traçar gráficos é de fundamental importância para a Matemática e o seu uso tem se mostrado útil também em outras esferas da atividade humana. No que diz respeito ao estudo das funções, os gráficos são particularmente importantes, pois, além do apelo visual favorecem a observação de determinados comportamentos, que em outras representações (tabela e algébrica) são difíceis de perceber. Além disso, quando se trata das funções, o domínio, o contradomínio e a regra de correspondência, são percebidos simultaneamente permitindo que se focalize o comportamento geral de toda a função.

As regras verbais ou a fala na língua nativa são também importantes formas de representação e podem ser consideradas como um veículo de transposição da linguagem informal à linguagem matemática abstrata. As regras matemáticas, por sua vez, referem-se às propriedades, à simbologia, às expressões algébricas e às demais representações matemáticas, próprias da linguagem desta ciência.

Os modelos matemáticos como já discutimos anteriormente, descrevem em termos matemáticos, através de representações numéricas, algébricas, gráficas e outras, um fenômeno, uma situação ou aquilo que se pretende representar. Quando se modela algebricamente um fenômeno, através de relações generalizadas, dá-se um passo importante em direção à abstração e à construção de modelos matemáticos.

Aplicações nas outras ciências e a articulação com outros tópicos da matemática

As aplicações da Matemática nas outras ciências e noutros contextos são de modo geral, valorizadas por diversos educadores. Mas, é possível afirmar que as funções são particularmente favoráveis às aplicações, já que, como disse Ponte (1990), são instrumentos por excelência para estudar problemas de variação e trazem consigo, de sua origem histórica, a ideia de instrumento matemático indispensável para o estudo qualitativo de fenômenos naturais.

Acredita-se que o estudo das funções feito na escola pode facilmente ser associado a esta noção histórica do conceito de função, estando vinculado, desta forma, às aplicações. Deve servir de instrumento para o estudo de fenômenos e situações das outras ciências, constituindo-se um meio de descrição, explicação, previsão e, quando possível, controle.

Destaca-se mais um aspecto que se considera importante referente ao estudo das funções no currículo médio: a articulação deste tópico com os estudos da física. Tradicionalmente o ensino das funções inicia no primeiro ano do Ensino Médio, quando são desenvolvidas as funções lineares, quadráticas, exponenciais e logarítmicas, e segue em continuidade no segundo ano, com as funções trigonométricas.

Entende-se que, a compreensão do conceito de variável, a capacidade de se mover nas múltiplas representações e de representar matematicamente as relações, assim como a capacidade de relacionar o conceito a outras áreas e contextos e de associar funções a outros tópicos da matemática ou da física são competências importantes para uma compreensão ampla das funções. No estudo da cinemática, verificam-se muitas aplicações tanto de função linear para corpos que se movimentam sem aceleração, quanto quadrática, para os corpos que se movimentam com aceleração constante.

DESENVOLVIMENTO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

A aplicação da função no cotidiano

Uma aplicação da função polinomial do grau 2 dentre outras aplicações, podem ser observadas num reator que é um equipamento utilizado para produzir reações químicas. Um exemplo muito prático é a panela de pressão, que propicia reações químicas entre os alimentos nela contidos. Outro exemplo são os reatores de um Pólo Petroquímico, que produzem matérias-primas para algumas empresas, como plásticos e tintas. Para manter a temperatura de um reator constante uma equação do 2º grau é utilizada. Equação da função de Transferência:

$$1 + \frac{kx}{(2s+1).(5s+1)} = 0 \ (3)$$

$$10s2 + 7s + kc + 1 = 0 \qquad (4)$$

$$s = \frac{-7 \mp \sqrt{49 - 40(kx + 1}}{20} \qquad (5)$$

Na equação acima, *kc* é uma constante do processo, obtida através da construção de gráficos experimentais.

Verifica-se ainda a aplicação da função de grau e na Queda Livre e lançamentos de corpos no campo gravitacional. Na queda livre dos corpos, o espaço *(s)* percorrido é dado em função do tempo *(t)*, pela função quadrática.

$$s\ (t) = 4{,}9\ t^2 \qquad (6)$$

Em que a constante *4,9* é a metade da gravidade que é *9,8 m/s²*. No lançamento, considera-se projétil quando quer se tratar de um corpo que é lançado com uma velocidade inicial e que tem sua trajetória determinada somente pela aceleração da gravidade e pela resistência do ar (Young, 2008, p.224). Se desprezarmos a resistência do ar, a curva descrita pelo objeto é aproximadamente uma parábola. O movimento de um projétil é a combinação de um movimento horizontal com velocidade constante e um movimento vertical com aceleração constante. O primeiro tipo de movimento é descrito por uma função linear, enquanto o segundo é descrito por uma função quadrática da forma.

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2, \qquad (7)$$

onde o primeiro termo é a posição inicial (geralmente considerada a posição em que ($t = 0$), o segundo é a variação da velocidade e o terceiro é a dependência com a aceleração gravitacional, que tende a derrubar o objeto. O gráfico dessa função é uma parábola voltada para baixo, ou seja, possui um ponto de máximo, no qual a velocidade vertical é igual a zero, embora a aceleração vertical continue sendo $-g$. O sinal negativo aparece indicando que a gravidade é positiva no sentido de y crescente.

Função quadrática e zeros da função quadrática

A função $f : \Re \to \Re$ definida por

$f\ (x) = ax^2 + bx,\ c,\ a \neq 0$ (8)

É chamada função da função quadrática. A interseção da parábola com o eixo *x* define os *zeros* da função. Para determinarmos os zeros basta resolver a equação do 2º grau

$ax^2 + bx + c = 0$ (9)

O discriminante da equação

$\Delta = b^2 - 4ac$ (10)

É quem define a quantidade de zeros da função. A parábola intersecta o eixo x em dois pontos distintos.

$\Delta = b^2 - 4ac > 0$ (11)

A parábola intersecta o eixo x em um único ponto. Dizemos, nesse caso, que a raiz da equação é uma raiz dupla:

$\Delta = b^2 - 4ac = 0$ (12)

A parábola não intersecta o eixo *x*.

$\Delta = b^2 - 4ac < 0$ (13)

Para o Cálculo das raízes da função quadrática, considera-se que toda equação da forma

$ax^2 + bx + c = 0$ (14)

Pode ser resolvida por meio da fórmula

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, (15)

Na qual $\Delta = b^2 - 4ac$, conhecida como fórmula de Baskhara.

Exemplo de aplicação 1

Certo reservatório, contendo *72 m³* de água, deve ser drenado para limpeza. Decorridas *t* horas após o início da drenagem, o volume de água que saiu do reservatório, em m³, é dado por $V\ (t) = 24t - 2t^2$. Sabendo-se que a drenagem teve início às 10 horas, determine o momento em que o reservatório estará completamente vazio.

$\Delta V = 72 - 24t + 2t^2 \ \rightarrow\ 72 - 24t + 2t^2 = 0 \ \rightarrow\ 36 - 12t + t^2 \rightarrow$

$\Delta = 144 - 36.4.1 \ \rightarrow \Delta = 0 \rightarrow$

$t = \dfrac{12t}{2} \ \rightarrow\ t = 6h$

O momento em que o reservatório estará completamente vazio será *t = 16h*

Exemplo de aplicação 2

Encontre as constantes *a, b,* e *c* de modo que o gráfico da função.

$y = ax^2 + bx + c$

Passe pelos pontos (1,10),(-2,-8) e (3,12).

Do enunciado, tem-se que:

$y = ax^2 + bx + c$

Onde *A (1,10), B (-2,-8) e C (3,12)*

Logo, Levando esses valores da função, vem que,

$A: 10 = a.1^2 + b.1 + c \rightarrow 10 = a + b + c$

$B: -8 = a.(-2)^2 + b.(-2) + c \rightarrow -8 = 4a - 2b + c$

$C: 12 = a.3^2 + b.3 + c \rightarrow 12 = 9a + 3b + c$

Nesse caso, chega-se ao seguinte sistema linear,

$$S = \begin{matrix} 4a - 2b + c = -8 \\ a + b + c = 10 \\ 9a + 3b + c = 12 \end{matrix}$$

Calculando o determinante, vem que,

$$D = \begin{vmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 4 + 3 - 18 - 9 - 12 + 2 = -30$$

Do modo análogo, obtém-se

$$D_a = \begin{vmatrix} -8 & -2 & 1 \\ 10 & 1 & 1 \\ 12 & 3 & 1 \end{vmatrix} \quad D_a = -8 + 30 - 24 - 12 + 24 + 20 \rightarrow \; D_a = 22 - 36 + 44$$

$$D_a = -14 + 44 \; \rightarrow D_a = 30$$

$$a = \frac{D_a}{D} = \frac{30}{-30} \rightarrow a = -1$$

E

$$D_b = \begin{vmatrix} 4 & -8 & 1 \\ 1 & 10 & 1 \\ 9 & 12 & 1 \end{vmatrix} \quad D_b = 40 + 12 - 72 - 90 - 48 + 8 \rightarrow \; D_b = 60 - 90 - 120$$

$$D_b = -30 - 120 \rightarrow D_b = -150 \rightarrow b = \frac{-150}{-30} \rightarrow b = 5$$

$$a + b + c = 10 \rightarrow -1 + 5 + c = 10 \rightarrow \; 4 + c = 10$$

Assim sendo, obtém-se que,

c = 10 - 4 → c = 6

O vértice da parábola

A interseção de uma parábola com o seu eixo de simetria é um ponto chamado vértice. O vértice é o ponto de ordenada máxima ou mínima, dependendo da concavidade da parábola. As coordenadas do vértice são,

$$x_v = -\frac{b}{2a} \tag{16}$$

E

$$x_v = -\frac{\Delta}{4a} \tag{17}$$

Prove que o vértice de uma parábola de equação $f(x) = ax^2 + bx + c$ é o ponto

$$V = (x_v, y_v) = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

Tomando

$f(x) = ax^2 + bx + c$

E expressando na forma canônica, tem-se que:

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) \rightarrow$$

$$a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right] \rightarrow$$

$$= a\left[(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}) - (\frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a})\right] \rightarrow a\left[(x + \frac{b}{2a})^2 - (\frac{b^2 - 4ac}{4a^2})\right]$$

Representando

$\Delta = b^2 - 4ac$

Também chamado discriminante do trinômio do segundo grau, tem-se a forma canônica.

$$f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

A forma canônica abre uma questão fundamentada no cálculo das raízes de uma função quadrática. Nesse sentido quando se faz $f(x) = 0$, tem-se os valores das raízes que conduzem a função a valores nulos. Assim sendo, fazendo $f(x) = 0$, obtém-se, facilmente as expressões dadas por (16) e (17).

Exemplo de aplicação 3

O lucro mensal de uma empresa é dado por $L = -x^2 + 30x - 5$, onde x é a quantidade mensal vendida.

a) Qual o lucro mensal máximo possível?

b) Entre que valores devem variar x para que o lucro mensal seja no mínimo igual a 195?

Solução

a)

$$V_x = -\frac{b}{2a}$$

Onde $b = 30$, $a = -1$ e $c = -5$, assim vem que,

$$V_x = -\frac{30}{2.(-1)} = \frac{30}{2} \to V_x = 15$$

Portanto, o lucro será,

$$L_{máx} = -x^2 + 30x - 5 \to L_{máx} = -15^2 + 30.15 - 5$$

$$L_{máx} = -225 + 450 - 5 \to L_{máx} = -230 + 450$$

$$L_{máx} = 220$$

O lucro máximo obtido ocorre em $L_{máx} = 220$ para $V_x = 15$

B) para $L = 195$, vem que,

$L = 195 \to -x^2 + 30x - 5 = 195 \to -x^2 + 30x - 200 = 0$

Onde $a = -1$, $b = 30$ e $c = -200$, logo.

$\Delta = b^2 - 4ac$

Logo, substituindo os valores vem que,

$$\Delta = 30^2 - 4.(-1).(-200) \to \Delta = 900 - 800 \to \Delta = 100$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a} \to x = \frac{-30 \pm \sqrt{100}}{2.(-1)}$$

$$x' = \frac{-30 + 10}{-2} \to x' = \frac{-20}{-2} \to x' = 10$$

$$x'' = \frac{-30 - 10}{-2} \to \frac{-40}{-2} \to x'' = 20$$

$$10 \leq x \leq 20$$

Os valores devem variar entre

$10 \leq x \leq 20$

Exemplo de aplicação 4

A função *f*, de *IR* em *IR*, dada por *f(x) = ax² - 4x + a* tem um valor máximo e admite duas raízes reais e iguais. Nessas condições, determine *f(-2)*.

$$f(x) = ax^2 - 4x + a$$

$$f(-2) = ?$$

$$x' = x'' \rightarrow \Delta = 0$$

$$\rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow b^2 - 4ac = 0$$

$$b^2 = 4ac$$

$$a = a$$
$$b = -4$$
$$c = a$$

$$\rightarrow (-4)^2 = 4.a.a \rightarrow 16 = 4a^2$$

$$a^2 = \frac{16}{4} \rightarrow a^2 = +4 \rightarrow a = \pm\sqrt{4} \rightarrow a = \pm 2$$

Como a função admite um valor máximo, *a = -2*

Logo:

$f(x) = ax^2 - 4x + a \rightarrow f(x) = -2x^2 - 4x - 2$

Então:

$$f(-2) = -2.(-2)^2 -\!\!\rightarrow\ -4.(-2) - 2$$

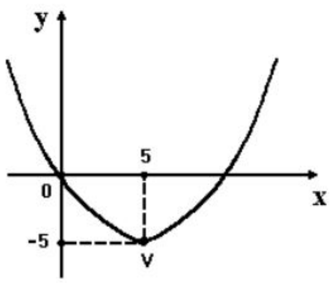
$$-2.4 + 8 - 2 \rightarrow -8 + 8 - 2 \rightarrow f(-2) = -2$$

Gráfico da função quadrática

O gráfico de uma função da forma

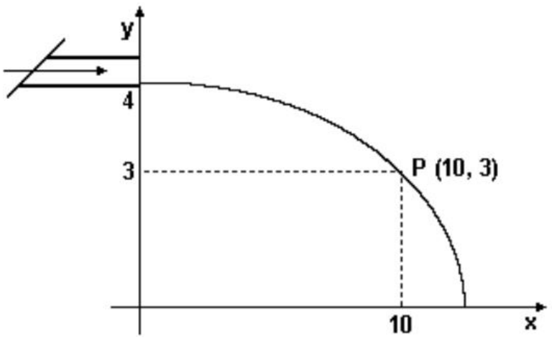
$f(x) = ax^2 + bx + c$

É uma parábola com eixo de simetria paralelo ao eixo *y*. Se o coeficiente de x^2 for positivo *(a > 0)*, a parábola tem a concavidade voltada para cima. Se *a < 0*, a parábola tem a concavidade voltada para baixo. O gráfico dado a seguir ilustra um possível esboço de uma função quadrática. Posteriormente, observar-se-á que o traçado desta função e o numero de intersecção com o eixo da abscissa, depende do sinal do Δ. Para o caso do esboço abaixo, a função apresenta duas raízes reais e diferentes



Exemplo de aplicação 5

A água que está esguichando de um bocal mantido horizontalmente a 4 metros acima do solo descreve uma curva parabólica com o vértice no bocal. Sabe-se que a corrente de água desce 1 metro medido na vertical nos primeiros 10 metros de movimento horizontal, conforme a seguir:



Determine a distância horizontal do bocal que a corrente de água irá atingir o solo.

$$y = \frac{1}{2}at^2 + 4 \rightarrow 3 = \frac{1}{2}.a.10^2 + 4$$

$$3 = \frac{100}{2}a + 4 \rightarrow 3 - 4 = 50a \rightarrow a = -\frac{1}{50}$$

$$y = -\frac{1}{2}.\frac{1}{50}t^2 + 4 \rightarrow y = \frac{-1}{100}t^2 + 4 \rightarrow 0 = \frac{-1}{100}t^2 + 4$$

$$-4 = -\frac{1}{100}t^2 \rightarrow t^2 = 400 \rightarrow t = \sqrt{400}$$

$$t = 20m \rightarrow x = 20m$$

A distância horizontal será de *x = 20m*

APLICAÇÕES EM PROBLEMAS COTIDIANOS DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

O estudo de funções nas situações práticas

O estudo de funções pode ser trabalhado de forma mais clara aos olhos dos alunos se surgir através de situações práticas ou com conexão com outros conteúdos trabalhados nas outras áreas do conhecimento, proporcionando maior assimilação e entendimento do conceito. A Matemática e a Física como ciências exatas e complementares utilizam de linguagem comum na descrição de ferramentas úteis, o que as torna aplicáveis uma à outra. Segundo os PCNEM (2000)

> A Matemática ciência, com seus processos de construção e validação de conceitos e argumentações e os procedimentos de generalizar, relacionar e concluir que lhe são característicos, permite estabelecer relações e interpretar fenômenos e informações. A Física, por sistematizar propriedades gerais da matéria, de certa forma como a Matemática, que é sua principal linguagem, também fornece instrumentos e linguagens que são naturalmente incorporados pelas demais ciências (Brasil, 2000, p. 9).

É parte fundamental do ensino-aprendizagem a experimentação, o poder visual e de abstração. Sendo assim, o professor pode e deve utilizar quando possível os recursos que tem para favorecer o entendimento gráfico que as funções podem ter no cotidiano. A forma geral da função, os efeitos da variação dos parâmetros e o conjunto domínio e imagem, são características que o aluno deve identificar ao olhar para o gráfico de uma curva e que outras funções têm o mesmo comportamento. Pela análise gráfica, o domínio da função é o conjunto de todos os valores das abscissas, enquanto a imagem é o conjunto de todas as ordenadas.

Além disso, é imprescindível que o aluno consiga identificar, analisar e aplicar conhecimentos sobre valores de variáveis representados em gráficos, diagramas ou expressões algébricas, realizando previsão de tendências, extrapolações, interpolações e interpretações (PCNEM, 2000, p.12).

Neste capítulo, far-se-á uso deste recurso gráfico afim de mostrar o quanto a interpretação gráfica é indispensável para soluções dos muitos problemas observados no cotidiano.

Aplicação no campo da matemática

Meteorologia do Estado de São Paulo

Supondo que no dia 5 de dezembro de 1995, o Serviço de Meteorologia do Estado de São Paulo tenha informado que a temperatura na cidade de São Paulo atingiu o seu valor máximo às 14 horas, e que nesse dia a temperatura f(t) em graus é uma função do tempo *"t"* medido em horas, dada por $f(t) = -t^2 + bt - 156$, quando $8 < t < 20$, determine o valor de b.

Solução

$t = 14h$

$f(t) = -t^2 + bt - 156$

$p/\ 8 < t < 20$

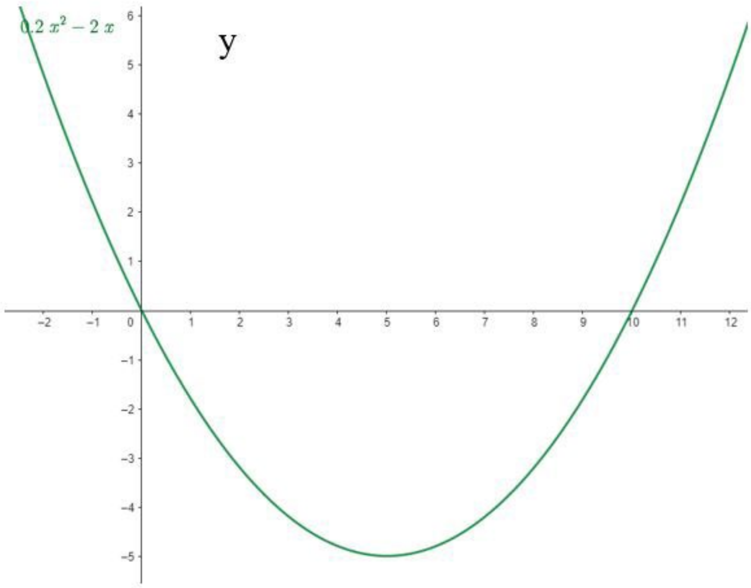
Como em 14h a temperatura é máxima, tem-se que:

$$V_t = -\frac{b}{2a}$$

$$14 = -\frac{b}{2.(-1)} \rightarrow L = 28$$

A lei de formação a partir da análise gráfica

Na figura está representada a parábola de vértice V que é o gráfico de uma função de quadrática. Determine a lei de formação da respectiva função.



Pelo gráfico, temos que o ponto do vértice, vale:

V(5,-5)

A função passa por dois pontos sendo um das raízes $x' = 0$

Logo, a lei de formação é dada por:

$y = ax^2 + bx + c$

Como

$x' = 0 \rightarrow y = c$ e $c = 0$

Logo:

$y = ax^2 + bx$

$\rightarrow y = -5,\ x = 5 \rightarrow$

$-5 = a.25 + b.5$

Dividindo por 5, vem que,

$-1 = 5a + b$

$$V_y = -\frac{\Delta}{4a} \rightarrow -5 = -\frac{\Delta}{4a} \rightarrow \Delta = 20a$$

Portanto:

$\Delta = b^2 - 4.a.c = b^2 - 4.a.0 = b^2$

Logo,

$b^2 = 20a$

Tem-se que resolver o seguinte sistema formado pelas seguintes expressões,

-1 = 5a + b

$b^2 = 20a$

Substituindo a primeira na segunda vem que,

$(1 + 5a)^2 = 20a$

Logo,

$1 + 10a + 25a^2 = 20a$

E assim,

$25a^2 - 10a + 1 = 0$

Portanto, calculando essas raízes, obtém-se que, o discriminante é nulo e *a = 1/5*

Portanto a função que representa o gráfico será dada por,

$$y = \frac{1}{5}x^2 - 2x$$

A temperatura, em graus centígrados no interior de uma câmara

A temperatura, em graus centígrados, no interior de uma câmara, é dada por $f(t) = t^2 - 7t + A$, onde t é medido em minutos e *A* é constante. Se, no instante *t = 0*, a temperatura é de 10°C, determine o tempo gasto para que a temperatura seja mínima, em minutos.

$f(t) = t^2 - 7t + A$

$t = 0 \rightarrow f(0) = 10°$

t = ? (seja mínima)

Logo:

$$f(0) = t^2 - 7.0 + A$$

$$10 = 0 - 0 + A \rightarrow$$

$$A = 10$$

$$\rightarrow f(t) = t^2 - 7t + 10$$

$$V_t = -\frac{b}{2a} \rightarrow b = -7 \quad \text{e} \quad a = 1$$

$$V_t = \frac{-(-7)}{2.1} = \frac{7}{2} \rightarrow t = 3{,}5 \text{ min}$$

A equação que descreve o salto do grilo no solo

Suponha que um grilo, ao saltar do solo, tenha sua posição no espaço descrita em função do tempo (em segundos) pela expressão $h(t) = 3t - 3t^2$, em que h é a altura atingida em metros.

a) Em que instante t o grilo retorna ao solo?

b) Qual a altura máxima em metros atingida pelo grilo?

h(t) = 3t - 3t²

A)

4(t) = 0 → 3t-3t² = 0 → 3 (t - t²) = 0

3t (1-t) = 0 → t' = 0 →1 - t" = 0 → t" = 1s

B)

$$V_t = -\frac{b}{2a} \rightarrow V_t = -\frac{3}{2.(-3)} \rightarrow V_t = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow h\left(\frac{1}{2}\right) = 3.t - 3t^2 \rightarrow h\left(\frac{1}{2}\right) = 3.\frac{1}{2} - 3.\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$h\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} - \frac{3}{4} \rightarrow h\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{12-6}{8}$$

$$h\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{6}{8} \rightarrow h\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}m$$

CONSIDERAÇÃO FINAL

No estudo da variação das funções com valores máximos e mínimos possibilitaram que este trabalho alcançasse seus objetivos, haja visto que o conceito de funções é um dos mais importantes da Matemática e das ciências em geral. Ele está presente sempre que se relacionam duas variáveis sendo uma dependente e outra independente. Grande parte das funções que se conhece é determinada por fórmulas matemáticas (regras ou lei). Em livros revistas e jornais frequentemente se encontram gráficos e tabelas que procuram retratar uma determinada situação, como foi verificado ao longo do trabalho.

Esses gráficos e tabelas, em geral representam funções, e por meio deles pode-se obter informações sobre a situação que retratam, bem como sobre as funções que representam. O gráfico de uma função auxilia na análise da variação de duas grandezas quando uma depende da outra. A determinação do vértice da parábola ajuda a elaboração do gráfico e permite determinar a imagem da função, bem como seu valor de máximo ou mínimo como foi mostrado neste trabalho através de definições, demonstrações e exemplos contextualizado.

Quando se observa a matemática pura como ferramenta primordial para o campo das aplicações e a utiliza para tal finalidade o resultado é suntuoso, pois o universo conspira para que novas descobertas sejam feitas sem que seja em uma área específica. Como foi mostrado no movimento de projéteis, estudo do movimento parabólico, sendo assim as aplicações na física, na balística poderão ser trabalhadas com o auxilio das ferramentas matemáticas, em especial no estudo de funções.

Acredita-se que o conhecimento matemático foi essencial para o impulso científico atingir um ápice promissor para a sociedade em geral, pois a partir desse conhecimento, o homem começou a compreender o mundo em que vive, sendo capaz de explicar a maior parte dos fenômenos social, econômico, biológico, físico, químico e tecnológico. Na verdade, a matemática é sem dúvida, uma ferramenta que de forma direta ou indiretamente contribui na elucidação de inúmeras situações cotidianas que se depara em determinado ramo científico. Assim sendo, a equação do segundo grau também, preenche uma lacuna essencial para a construção desse conhecimento. Portanto, foi pensando nessa linha de raciocínio, analisando a sua importância é que esse trabalho foi desenvolvido, tendo por base a teoria e a prática nas soluções de problemas cotidianos.

REFERÊNCIAS

BARRETO, Marina Menna. Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

BRASIL, Secretaria da educação Básica. Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, MEC, 2006.

BRASIL, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. PCNEM: Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília: MEC, 2002.

BRASIL. Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, 2006.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Fundamental. Brasília: Ministério da Educação, 1998.

BRASIL. Parâmetros curriculares nacionais do ensino médio: Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, 2000.

CARVALHO, P. C. P. Um problema “doméstico”. Revista do Professor de Matemática (RPM), Rio de Janeiro, n. 32, SBM, p.1-9, 1996.

DEMANA, F.; LEITZEL, J. Estabelecendo conceitos fundamentais através da resolução de problemas numéricos. IN: Coxford, A. F.; Shulte, A. P. As ideias da álgebra, São Paulo: Atual, p. 70-79, 1995.

Markovits, Z.; Eylon, B S.; Bruckheimer, M. Dificuldades dos alunos com o conceito de função. IN: Coxford, A. F.; Shulte, A. P. As ideias da álgebra, São Paulo: Atual, p. 49-69, 1995.

MENNA BARRETO, M. Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/ eliminação de anticoncepcionais orais diários. Dissertação de Mestrado. PPG-Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre. 2008.

OLSON, A. T. Difference Equations. Mathematics Teacher, 81, p. 540-544, 1988.

PONTE, J. P. O conceito de função no currículo de Matemática. Revista Educação e Matemática, APM, Portugal, n.15, p. 3-9, 1990.

PONTE, J. P. The history of the concept of function and some educational implications. The Mathematics Educator, p. 3-8, 1992. Acesso: 14/09/2007.

RADFORD, L. Some reflections on teaching algebra through generalization. IN: Bednarz, N.; Kieran, C.; Lee, L. (Eds.), Approaches to algebra. Dordrecht: Kluwer, p.107 – 111, 1996.

Ursini, S.; Trigueros, M. La conceptualización de la variable em la enseñanza media. Educación Matemática, México, v. 12, n. 2, p. 27-48, 2000.

Usiskin, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. IN: Coxford, A. F., Shulte, A. P. (Org). As ideas da álgebra. São Paulo: Atual, p. 9-22, 1995.

SCHOEN, Harold. Ensinar a álgebra elementar focalizando problemas. As idéias da álgebra. Trad. DOMINGUES, Hygino. São Paulo: Atual, p. 135-144, 1995. SCHOEN, Harold. Ensinar a álgebra elementar focalizando problemas. As idéias da álgebra. Trad. DOMINGUES, Hygino. São Paulo: Atual, p. 135-144, 1995.

Capítulo

02

Estudo de funções exponenciais e logarítmicas com aplicações interdisciplinares

João Paulo Azevedo de Farias
Universidade Federal do Pará. https://orcid.org/0000-0001-6133-2322

Welington Lima dos Santos
Universidade Federal do Pará. https://orcid.org/0000-0001-6920-7243

José Maria dos Santos Lobato Júnior
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará. https://orcid.org/0000-0001-5926-7875

Marinaldo Carvalho Lobato
Universidade Federal do Pará. https://orcid.org/0000-0002-9984-7951

Aubedir Seixas Costa
Universidade Federal do Pará. http://lattes.cnpq.br/9474738220279039

Tatiane Cardoso de Souza
Secretaria Municipal de Educação de Moju. https://orcid.org/0000-0003-0018-6960

José Francisco da Silva Costa
Universidade Federal do Pará. https://orcid.org/0000-0002-5463-8902

RESUMO

A Matemática passou por diversas transformações, que nos proporcionaram melhor entendimento, métodos e aplicações dela, pela ciência moderna. Essas transformações estão diretamente ligadas com a necessidade do homem de compreender fenômenos, situações e a própria coexistência das relações homem-natureza. Sendo assim, o desenvolvimento das funções logarítmica e exponencial, tiveram um papel fundamental. A metodologia adotada é de caráter teórico, tendo em vista um formalismo sobre propriedades, formulações matemáticas e gráficos de funções exponencial e logarítmica e com base na contextualização e com problemas interdisciplinares. Dessa maneira, esse artigo enfatiza um desenvolvimento do estudo das funções supracitadas, acrescentado um breve relato histórico sobre os conceitos exponenciais e logarítmicos até a forma como conhecemos hoje, destacando-se alguns matemáticos que contribuíram com o tema abordado. Quanto as aplicações das funções inserem alguns problemas oriundos do Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM, anos 2012, 2016 e 2017. Conclui-se a pesquisa considerando que a abordagem realizada sobre as duas vertentes - teoria e prática - podem ser realizadas e aplicadas no contexto da sala de aula e que podem contribuir para um melhor processo de ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: funções. logaritmos. exponenciais. interdisciplinaridade. contextualização.

AYA Editora©

ABSTRACT

Mathematics has undergone several transformations, which have provided us with a better understanding, methods and applications of it, by modern science. These transformations are taking place directly with man's need to understand phenomena, situations and the very coexistence of man-nature relations. Therefore, the development of logarithmic and exponential functions played a fundamental role. The methodology adopted is of a theoretical nature, considering a formalism about properties, mathematical formulations and graphs of exponential and logarithmic functions and based on contextualization and with interdisciplinary problems. In this way, this article emphasizes a development of the study of the aforementioned functions, adding a brief historical account of the exponential and logarithmic concepts to the way we know them today, highlighting some mathematicians who assimilated with the exact theme. As for the applications of functions, insert some problems oriented to the National High School Examination - ENEM, years 2012, 2016 and 2017. applied in the context of the classroom and that can contribute to a better teaching and learning process.

Keywords: functions. logarithms. exponentials. interdisciplinary. contextualization.

INTRODUÇÃO

A proposta desse trabalho é apresentar um estudo sobre o desenvolvimento e utilização das funções exponenciais e logarítmicas com algumas de suas aplicações na descrição de fenômenos ligados a outros ramos da ciência que transpassam nosso cotidiano. Para o desenvolvimento deste trabalho, utilizamos de duas bases: a primeira, trata-se do desenvolvimento teórico das funções; e, a segunda, sobre o uso da contextualização no âmbito interdisciplinar.

Para melhor compreender esse estufo, considera-se como objetivo geral, desenvolver um estudo de funções exponenciais e logarítmicas e suas aplicações interdisciplinares.

Outra questão é considerar o conceito de funções que está atrelado a diversos momentos de evolução da humanidade (BOYER; MERZBACH,2012) e sob esse processo histórico, Euler foi quem fez a distinção entre as funções algébricas e transcendente dando a notação *f(x)* para representar uma função de *x* (CORREIA, 1999).

Dessa maneira, justifica-se esse artigo considerando que o estudo das funções no aspecto histórico visando a contextualização podem auxiliar para uma melhor compreensão do tema, pois aplicações contextualizadas podem aguçar o aluno a avaliar melhor o desenvolvimento teórico abordado.

Portanto, enfatizando esse processo de ensino, o artigo apresenta como objetivos específicos: compreender como ocorreu o aspecto histórico das funções exponencial e logarítmica; verificar o desenvolvimento teórico das funções exponencial e logarítmica; mostrar a relevância da interdisciplinaridade e aplicação das funções exponencial e logarítmica.

ASPECTOS HISTÓRICOS DAS FUNÇÕES EXPONENCIAL E LOGARÍTMICA

Para melhor compreender sobre os principais aspectos e utilização das funções exponenciais e logarítmicas, partimos nesse capítulo sobre a contextualização histórica dos seus conceitos, e ao decorrer do capítulo, serão abordadas seções sobre a história e conceito de função, origem do conceito de funções exponenciais e logarítmicas, e veremos momentos e nomes importantes que contribuíram para o desenvolvimento da Matemática no campo das funções, bem como avanços para a evolução da ciência e da própria humanidade.

Verifica-se nessa seção, em uma linha cronológica, a contribuição dos principais pensadores da época, que culminaram na construção do que conhecemos e aprendemos até hoje sobre funções exponenciais e logarítmicas. O contexto sociocultural ao qual se deu o surgimento dos logaritmos e exponenciais, recorria da necessidade de resolver operações aritméticas com mais agilidade, seja no ramo da astronomia, como nas grandes navegações. Diante dessas problemáticas, muitos estudiosos dessas épocas, buscaram métodos que facilitassem a resolução desses problemas, entre eles, destacavam-se: Stifel (1487-1567) e John Napier (1550-1617).

História da função

O conceito de funções é atrelado a diversos momentos de evolução da humanidade. Desde a Idade da Pedra, onde os homens já utilizavam intuitivamente de suas experiências cotidianas, a possibilidade de realizar algumas analogias, relações de semelhança, e de segregação, entre conjuntos de objetos variados; que a partir de um estabelecimento de correspondência entre eles, gerava o processo de contagem (BOYER; MERZBACH,2012), até os cálculos mais sofisticados nos mais diversos campos da ciência moderna. As funções têm grande relevância, não somente no âmbito do cálculo, mas na difusão do seu conceito e aplicações, seja nas engenharias, biociência, medicina, entre outros ramos científicos que surgiram após o século XX.

Na história do desenvolvimento do pensamento algébrico, duas grandes civilizações se destacavam, os gregos e os babilônicos; este segundo, por ser um grande compilador de tabelas, as quais eram utilizadas para realizar operações de dependência, mostrando que o conceito de funções já estava implicitamente surgindo. A maioria dos estudos babilônicos, eram ligados ao campo da Astronomia, e de fato podemos considerar que a ideia de função surgiu ali.

As primeiras ideias sobre o conceito de funções, surgiram em meados do século XVII, a partir da necessidade de observações de fenômenos e de leis que pudessem explicá-los. Galileu Galilei (1564-1642) e Isaac Newton (1642-1727), foram alguns dos grandes nomes, que em seus trabalhos, aplicaram leis e dependências fortemente ligadas com o conceito de funções. Já no século XVIII, nomes como Jean Bernoulli (1667-1748), Leonhard Euler (1707-1783) e Gottfried Leibniz (1646-1716), popularizaram o termo *"função"*, que na ocasião, seria utilizado para designar valores obtidos através de operações entre variáveis e constantes.

Davies' Legendre (1752-1833), publicou um tratado em três volumes denominado *"Exercices du calcul integral"* entre os anos de 1811 e 1819, rivalizando assim com o tratado de Leonhard Euler. Já entre 1825 e 1832, Legendre expandiu seus trabalhos em outros três importantes volumes, aos quais denominou de *"Traité des fonctions elliptiques et des intégrales eulerianas"*, e foi a partir dele que surgiu o termo "Equações Eulerianas". Outro importante matemático do século XVIII, foi Joseph-Louis Lagrande (1736-1813). Algumas de suas contribuições mais relevantes são os estudos sobre o cálculo de variações, ramo novo na matemática, na qual era possível encontrar-se uma relação funcional $(y = f(x))$ de tal modo que uma integral $\int_b^a g\,(x, y)dx$ seja máxima ou mínima.

Diante de tantos nomes apresentados, que trouxeram importantes e expressivas contribuições para a ideia e conceituação de funções e para a própria história de evolução da matemática como ciência, podemos afirmar que Leonhard Euler foi o que mais contribuiu para essa evolução, onde nessa altura da história da matemática, a ideia de função não era mais representada por expressões mecânicas e geométricas, trazidas da idade média, e passou a ser representada de forma analítica, principal característica dessa fase moderna da história. Leonhard Euler foi quem fez a distinção entre as funções algébricas e transcendente, e apresentou a notação $f(x)$ para representar uma função de x, e foi o primeiro a representar os logaritmos utilizando da forma exponencial e a trazer as notações de cosseno (cos), tangente (tang), cotangente (cot), secante (sec) e cossecante (cossec), utilizadas dessa mesma forma até os dias atuais (CORREIA, 1999).

A origem da função exponencial

É possível compreender ao logo do que já foi apresentado até aqui, que a matemática evoluiu ao longo do tempo, principalmente nas suas relações de dependência desde a antiguidade até a Idade Média. É importante também que com a chegada da era moderna, houve uma grande expansão do conhecimento científico e tecnológico em diversas outras áreas de estudo, e isso contribuiu significativamente para que a matemática saísse do âmbito do cálculo, para que surgissem os conceitos e teorias como conhecemos nos dias atuais. Assim surgiu o conceito de funções, funções exponenciais e dentre outros ramos e campos de estudo dentro da matemática.

É importante salientar que esse processo conceitual passou por diversas reformulações e refinamentos, por diversos nomes importantes da matemática, já apresentados. É de compreensão que foi a necessidade de estabelecer relações entre quantidades variáveis e grandezas por volta do século XVII, que o conceito de funções teve seu início, e que foi lapidado durante séculos, passando assim a habitar o âmbito da Teoria dos Conjuntos, no século XX.

Compreende-se hoje, que se dá por função toda relação de dependência, em que uma incógnita é dependente do valor de outra. A função exponencial possui relação de dependência, e sua principal característica é que a incógnita (denominada por *"x"*), encontra-se no expoente: $f(x) = a^x$. Daí sua denominação "função exponencial", lembrando que a base a é um valor real constante, isto é, um número real.

Todavia, entendemos que o conceito de função exponencial, está intimamente ligado ao conceito de logaritmos, já que se trata de representações inversas. Em verdade, a abordagem sobre o conceito de logaritmos e funções logarítmicas ainda não foram abordados até o momento, e que a ideia de logaritmo antecede o conceito aqui exposto será apresentado mais à frente, contextualizando assim a própria origem da função exponencial. Em contrapartida também é importante salientar que o conceito de função exponencial é dependente do conceito de potenciação, e que também está correlacionado a ideia de logaritmos. Sendo assim, podemos dizer que foi entre os séculos XVI e XVII, a partir dos estudos de John Napier (1550-1617), que o conceito de logaritmo passou a fazer parte do universo de estudos dos cientistas da época. Também consta ser o período ao qual os trabalhos de Napier, foram introduzidos na construção dos estudos de Johannes Kepler (1571-1630), para compreender os cálculos das órbitas planetárias (BOYER; MERZBACH, 2012).

Com a chega do desenvolvimento científico e tecnológico na época, surgiram problemáticas relacionadas a quantidade de dados numéricos, e com elas, a necessidade de desenvolver metodologias que facilitassem a manipulação e atividade com tais situações. Foi a partir daí, que Napier iniciou suas pesquisas e estudos sobre os logaritmos e suas aplicações. Logicamente que Napier teve embasamento em trabalhos anteriores, como nas tabelas desenvolvidas pelos babilônicos e gregos, como também nos trabalhos de Arquimedes (287 a.C. – 212 a.C.) e Stifel (1487-1567). Ambos utilizaram em seus estudos potências sucessivas de um número e Stifel estabeleceu uma relação entre progressão geométrica e os expoentes dos respectivos termos. O que Napier fez, foi justamente apropriar-se dessas ideias e transformá-las em operações mais simples. É compreensível que após os avanços dos estudos de Napier, diversos matemáticos e estudiosos da área, resolveram imergir nos trabalhos desenvolvidos até então. Mas pelo pioneirismo de Napier, o mesmo acabou se tornando o mais notável e importante nome que tange a origem dos logaritmos. Em paralelo ao conceito abordado, a própria evolução das construções teóricas de funções, fez com que chegássemos ao que chamamos de funções exponenciais.

A origem da função logarítmica

Nesse capítulo, aborda-se sobre a origem dos logaritmos, sua importância para a evolução da matemática como ciência e também a evolução de outros campos científicos, como a física (aplicação nas escalas de decibéis) e química (cálculo de pH). A palavra logaritmo vem de “logos” que na língua grega significa “razão”, e “aritmo”, que quer dizer número. O conceito de logaritmo foi abordado pela primeira vez pelo matemático escocês John Napier (1550-1617) ¸ como já foi abordado aqui no capítulo anterior; e foi aperfeiçoado pelo inglês Henry Briggs (1561-1630).

Naquela época, multiplicar, dividir, realizar operações de potenciação e radiciação, eram tarefas árduas. Diante dessas necessidades, os logaritmos surgiram como um instrumento de cálculo facilitador, uma vez que transformar operações de multiplicação e divisão, em soma e subtração, era bem mais rápido e prático. Napier foi o pioneiro nesse impulsionamento dos logaritmos. Hoje ele é considerado o inventor dos logaritmos, embora muitos outros matemáticos, até mesmo antes de Napier, tenham trabalhado intuitivamente com a ideia de logaritmos, através das conhecidas relações de trigonometria, aos quais relacionavam-se produtos com soma e subtração.

A metodologia de Napier baseou-se na associação aos termos de uma Progressão Geométrica[1] *(a, a^2, a^3 ,…,a^n,…)* com os termos de uma Progressão Aritmética[2] *(1,2,3,…,n,…)*, onde o produto de dois termos da primeira progressão, (a^m. a^p), está associado a soma de *m* + *p* dos termos correspondentes na segunda progressão. Enquanto John Napier estava trabalhando com uma P.G., onde o primeiro termo era 10^7*. b* e a razão de *b*, ao que parece de forma independente, o matemático suíço Jost Bürgi (1552-1632), também trabalhava com problemas dos logaritmos. Ambos, posteriormente elaboraram juntos tábuas logarítmicas que mais à frente denominara de "Tábuas dos Logaritmos", mais úteis, de forma que o logaritmo de 1 fosse 0, e o de 10 fosse uma potência conveniente de 10, nascendo assim os logaritmos *briggsianos* ou comuns, utilizados nos dias atuais.

É verdade que a influência de Napier no desenvolvimento dos logaritmos foi a mais difundida, tornando o mais conhecido, mas o fato é que Jost Bürgi teve participação fundamental para a consolidação e conceituação do termo logaritmo. Cabe mencionar que a invenção dos logaritmos teve um grande impacto para o desenvolvimento científico e tecnológico da época, sendo utilizado por grandes nomes como o astrônomo Johannes Kepler, pois os logaritmos auxiliariam na expansão da sua capacidade de computação, fato determinante para a descoberta da 3ª lei planetária por Kepler. Por fim, é importante salientar que a notação utilizada hoje para os logaritmos, foi estabelecida por Leonhard Euler, responsável também por notar a relação de logaritmos com a função exponencial.

DESENVOLVIMENTO TEÓRICO DAS FUNÇÕES EXPONENCIAL E LOGARÍTMICA

Nessa seção, serão abordados os conceitos básicos e definições de propriedades das funções, utilizando como base o livro "Fundamentos da Matemática Elementar" de Gelson Iezzi, o livro "Matemática: Contexto e Aplicações" de Luiz Roberto Dante e o livro "Conexões com a Matemática" de Fábio Martins de Leonardo.

Potência de um expoente natural

Observe o seguinte enunciado: Em uma fazenda, há 5 árvores. Em cada árvore, há 5 grandes galhos e em cada galho há 5 laranjas. Quantas laranjas existem no total?

Solução:

Ao analisar o problema, percebe-se a presença de um produto entre os valores mencionados, nesse caso as quantidades de árvores, galhos e laranjas. Dessa maneira:

$5^3 = 5.5.5 = 125$ Laranjas.

Definição: Sejam *a* e *n* números naturais. Pode-se dizer que a potência a^n, a qual tem base *a* e expoente *n*, tal que (IEZZI, 1997, p. 1-B, vol. 2)

$$a^n = a^{n-1} .a, \forall\, n, n \geq 1 \qquad (1)$$

1 Progressão geométrica é uma sequência numérica que possui uma razão fixa q e, a partir do primeiro termo, os termos são cálculos pela razão q vezes o seu antecessor.
2 Progressão aritmética é uma sequência de números onde a diferença entre dois termos consecutivos é sempre a mesma.

e

$a^0 = 1, a \neq 0$ (2)

Sendo assim, a partir da definição:

$a^1 = a^0 . a = a$ (3)

$a^2 = a^1 . a = a . a = a^2$ (4)

$a^3 = a^2 .a = a.a.a = a^3$ (5)

Logo, a compreensão sobre a resolução da situação-problema fica mais clara e coesa, haja visto que foi aplicado a definição de Potência para encontrar a quantidade exata de laranjas na fazenda. Além disso, a definição de potência a^n, com relação a sua base, pode-se analisar:

1ª Situação: $\mathrm{a} = 0 \rightarrow 0\ \mathrm{n} = 0, \forall\ \mathrm{n} \in \mathrm{N}, \mathrm{n} \geq 1$

Uma base *a = 0* possui uma potência de valor equivalente a *0* somente se o expoente *n* for maior ou igual a 1.

2ª Situação: $\mathrm{a} > 0 \rightarrow \mathrm{a}^{\mathrm{n}} > 0, \forall\ \mathrm{n} \in \mathrm{N}$

Toda potência de base *a* positiva e expoente $\mathrm{n} \in \mathrm{N}$ é um número real positivo.

3ª Situação: $a < 0 \rightarrow \begin{cases} a^{2n} > 0, \forall\ n \in N \\ a^{2n+1} < 0, \forall\ n \in N \end{cases}$

Se o expoente for par, o número real será positivo, se for ímpar, o número real será negativo.

Potência de expoente inteiro negativo

Definição: Dado um número real *a*, onde *a ≠ 0*, e um número natural, define-se a potência a^{-n} pela relação

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (6)$$

Assim, a potência de base real, com *a ≠ 0*, e expoente inteiro negativo é definida como o inverso da correspondente potência de inteiro positivo. (IEZZI, 1997, p. 5-B, vol. 2)

Exemplos:

$a)\ 4^{-1} = \frac{1}{4}$ $\quad b)\ (-2)^{-1} = -\frac{1}{2}$ $\quad c)\ 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

Potência de expoente racional

Definição: Dados $a \in \mathbb{R}_+^*$ e $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}\ (p \in \mathbb{Z}\ e\ q \in \mathbb{N}^*)$ define-se a potência (IEZZI, 1997, p. 15-B, vol. 2)

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p} \quad (7)$$

Se o expoente for positivo e a base igual a 0, então:

$$0^{\frac{p}{q}} = 0 \qquad (8)$$

Exemplos:

$a)\ 3^{1/2} = \sqrt[2]{3}$ b) $8^{1/3=}\sqrt[3]{8} = 2$ $c)\ 7^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{7^{-2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{7^2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{49}}$

Propriedades da potência

Se $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{N}$ e $d \in \mathbb{N}$, , e , então as propriedades seguintes têm validade:

$$a^m.a^n = a^{m+n} \qquad (9)$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\ , m \geq n \qquad (10)$$

$$(a.b)^m = a^m.b^m \qquad (11)$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}\ ,\ b \neq 0 \qquad (12)$$

$$\left(a^m\right)^n = a^{m.n} \qquad (13)$$

OBS: Estas propriedades serão demonstradas na seção 3.4.1, as quais serão apresentadas e demonstradas também as propriedades de logaritmo.

Função exponencial

Veja essa situação que envolve o tópico proposto: Uma pessoa fez um empréstimo em um banco no valor de R$ 10.000,00, com o intuito de pagar depois de 6 meses à taxa de juros de 2% ao mês no regime de **juros compostos**. Qual será o montante a pagar após o período de 6 meses?

Solução: A fórmula de Juros Compostos é dada pela expressão:

$$M = C.(1+i)^t \qquad (14)$$

onde:

M: Montante; *C:* Capital; *i:* Taxa de juros; *t:* Tempo

Assim, ao aplicar os dados da situação-problema na fórmula (14), segue que:

M = 10000 .$(1+0,02)^6$ = 10000 . $(1,02)^6$ = 10000 .1,1261 = 11261

Dessa forma, o montante obtido será de R$ 11.261,00.

Definição: Dado um número real a *(a > 0 e a ≠ 1)*, denomina-se **função exponencial** de base *a* a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ representada por $f(x) = a^x$ para todo *x* real. (DANTE, 2016, p. 159)

Exemplos:

$a)\ f(x) = 2^x$ b) $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ $c\Big)\ f(x) = \left(\sqrt{2}\right)^x$

Gráfico da função exponencial

Analisando o gráfico da função

$f(x) = 2^x$ (15)

Tem-se *a >1*, o gráfico da função é crescente (**Quadro 1 e Gráfico 1**), logo:

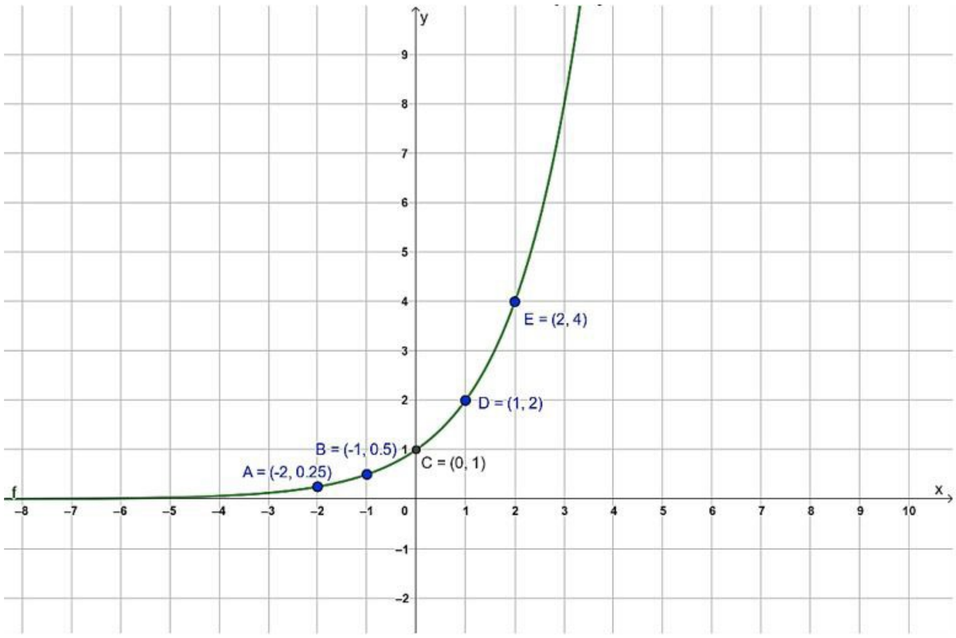
$x_1 > x_2 \Rightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$ (16)

Quadro 1 – Dados para a construção do gráfico.

x	-2	-1	0	1	2
2^x	2^{-2}	2^{-1}	2^0	2^1	2^2
$f(x)$	¼	½	1	2	4

Fonte: (Autoria própria)

Gráfico 1 – Gráfico da função *f(x)* = 2ˣ.



Fonte: Geogebra (Autoria própria)

Analisando a função

$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ (17)

Tem-se: *0 < a < 1*, a função é decrescente (**Quadro 2 e Gráfico 2**), logo

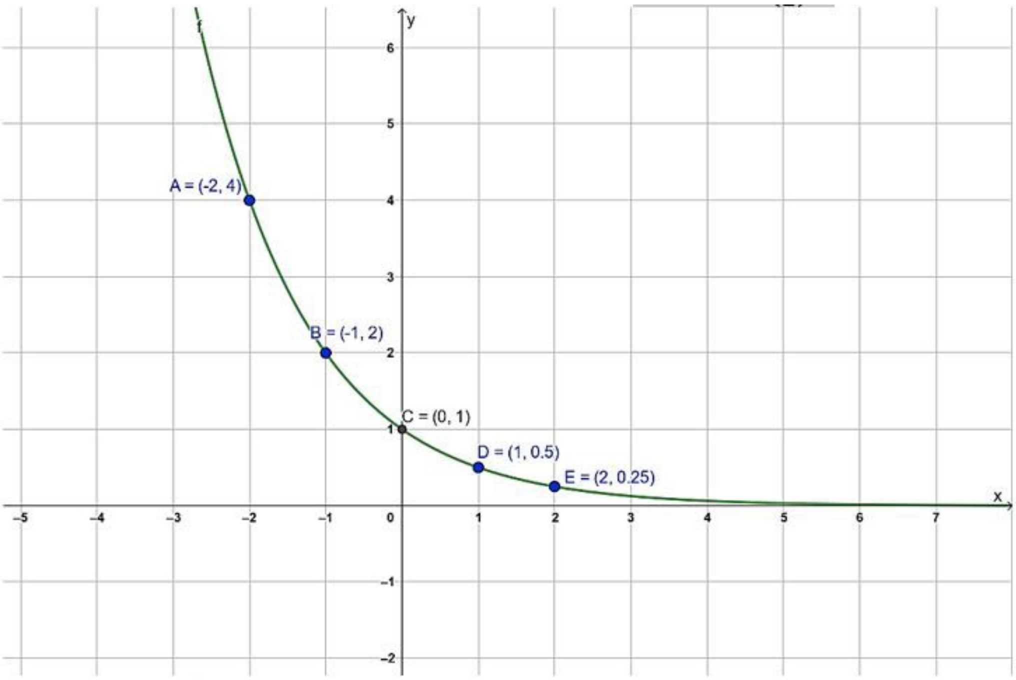
$x_1 > x_2 \Rightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$ (18)

Quadro 2 – Dados para a construção do gráfico.

x	-2	-1	0	1	2
$\left(\frac{1}{2}\right)^x$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{0}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{1}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{2}$
$f(x)$	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

Fonte: Autoria Própria.

Gráfico 2 – Gráfico da função $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

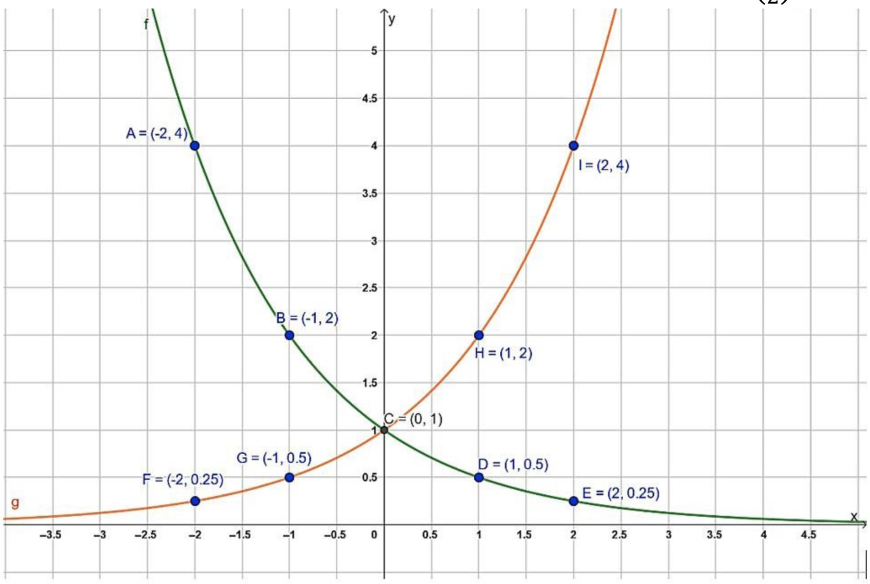


Fonte: Geogebra (Autoria própria)

Ao observar os dois gráficos, pode-se identificar as seguintes propriedades:

- O gráfico da função exponencial não corta o eixo *x*, ou seja, *y* = a^x não assume o valor zero (isto é, não existe *x* real, tal que *y* = *0*) e intersecta o eixo das ordenadas no par ordenado (0, 1);
- A função exponencial é definida de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_*^+$, logo o seu domínio é $\mathbb{R}$ e o seu contradomínio é $\mathbb{R}_+^*$. Como o conjunto imagem também é $\mathbb{R}_+^*$, a função exponencial é sobrejetora *[CD (f) = Im (f)]*. Em resumo, *D(f)* = $\mathbb{R}$*, CD (f)* = $\mathbb{R}_+^*$ e *Im (f)* = $\mathbb{R}_+^*$.
- Elementos diferentes do domínio de *f* têm imagens diferentes no contradomínio de *f*. Assim, $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ e, com isso, percebe-se que a função é injetora.
- Por ser injetora e sobrejetora, a função exponencial é bijetora (Gráfico 3).

Gráfico 3 – Gráfico das Funções $f(x) = 2^x$ e $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



Fonte: Geogebra (Autoria própria)

Equação exponencial

Antes de tratar a definição, observe a questão: O montante de determinado capital em um fundo de investimento, após o tempo *t* em anos, é dado pela fórmula $M(t) = C.1,5^t$. Nessas condições, o tempo necessário para que um capital de R$ 800,00 investido gere um montante de R$ 4.050,00 é de:

Solução: Se *C = 800* e *M = 4050*, aplicando na equação:

Tem-se que o valor para *t*, será após o desenvolvimento,

$$4050 = 800.1,5^t$$

$$\frac{4050}{800} = 1,5^t$$

$$5,0625 = 1,5^t$$

$$1,5^5 = 1,5^t$$

$$t = 5\ anos.$$

Assim, o tempo necessário será de 5 anos.

Definição: As Equações Exponenciais são aquelas que possuem uma incógnita no expoente (IEZZI, 1997).

Exemplos:

a) $2^x = 16$

b) $4^x = \sqrt{256}$

Como método de resolução, pode-se utilizar o Método de Redução a uma Base

Comum, a partir das propriedades de potência, reduzindo a mesma base. Assim, se as bases forem iguais, então os expoentes são iguais. Diante disso, podemos concluir:

$a^b = a^c \rightarrow b = c$, onde $0 < a \neq 1$ (19)

Aplicando o método nos exemplos acima:

a) $2^x = 16$

$2^x = 2^4$

$x = 4$

b) $4^x = \sqrt{256}$

$4^x = 16$

$4^x = 4^2$

$x = 2$

Logaritmo

Antes de definir o conceito de logaritmo, acompanhe o seguinte questionamento: A que número *x* se deve elevar o número *3* para obter *27*?

Pelo enunciado, entende-se que:

$3^x = 27$

$3^x = 3^3$

$x = 3$

Sendo assim, o valor 3 é o **logaritmo** de 27 na **base** 3 e pode ser representado da seguinte forma:

$log_3 27 = 3$

Definição: Dados os números reais *a* e *b*, com $a \neq 1$, se $b = a^c$, então o expoente *c* chama-se logaritmo de *b* na base *a*. Onde a representação se dá por: $log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$, com *a* e *b* positivos. (DANTE, 2016, p. 177, vol. 1)

$\log_a b = c$ (20)

Onde,

a: Base do logaritmo; *b*: Logaritmando; *c*: Logaritmo

Exemplos:

a) $log_4 16 = 4^2 = 4^x \rightarrow x = 2$

b) $log_{\frac{1}{3}}9 = \left(\frac{1}{3}\right)^x = 9 \rightarrow 3^{-x} = 3^2 \rightarrow x = -2$

c) $log1000 = 10^x = 1000 \rightarrow 10^x = 3 \rightarrow x = 3$

Consequências da definição:

$log_a\ 1 = 0$ (21)

pois $a^0 = 1$, desde que $a > 0$ e $a \neq 1$

$log_b\ b = 1$ (22)

pois $b^1 = b$, para todo $0 < b \neq 1$

$log_a\ a^n = n$ (23)

pois $a^n = a^n$

$c^{log_c b} = b$ (24)

com $b > 0$, $c > 0$ e $c \neq 1$

$log_a b = log_a c \leftrightarrow b = c$ (25)

Pois, a partir da definição de logaritmo:

$a^b = a^c \rightarrow b = c$ (26)

Propriedades operatórias

Nesta seção serão abordadas as propriedades operatórias de logaritmo e a demonstração das propriedades da potenciação (seção 3.1.3) por meio do uso de logaritmo.

Logaritmo do Produto: *"O logaritmo do produto de dois fatores reais positivos é igual à soma dos logaritmos dos fatores"* (IEZZI, 1997, p. 56-B)

$log_a(b.c) = log_a b + log_a c$ (27)

Demonstração: Seja $log_a b = x, log_a c = y$ e $log_a(b.c) = z$, então

$$a^z = a^x * a^y$$

$$a^z = a^{x+y}$$

$$z = x + y$$

Exemplo: $log_5(25.625) = log_5 25 \times log_5 625 = log_5 5^2 \times log_5 5^4 = 2 + 4 = 6$

b) Logaritmo do Quociente: *"Em uma mesma base, o logaritmo do quociente de dois números positivos é a diferença entre os logaritmos desses números"* (DANTE, 2016, p. 177, vol. 1)

$log_a\left(\frac{b}{c}\right) = log_a b \div log_a c$ (30)

Demonstração: Seja $log_a b = x, log_a c = y$ e $log_a\left(\frac{b}{c}\right) = z$ observe:

$$a^z = \frac{a^x}{a^y}$$

$$a^z = a^{x-y}$$

$$z = x - y$$

Exemplo: $log_2\left(\frac{1}{8}\right) = log_2 1 \div log_2 8 = 0 - log_2 2^3 = -3$

c) Logaritmo da Potência: *"O logaritmo da potência é o produto do expoente da potência pelo logaritmo da base"* (LEONARDO, 2016, p. 173)

$$log_a b^c = c.\,log_a b \qquad (33)$$

Demonstração: Seja $log_a b = x$ e $log_a b^c = y$ então

$a^x = b$ e $a^y = b^c$

Então,

$a^y = b^c \rightarrow a^y = (a^x)^c \rightarrow a^y = a^{x.c} \rightarrow y = x.c \rightarrow log_a b^c = c.\,log_a b$

Exemplo: $log_5 625 = log_5 25^2 = 2.\,log_5 25 = 2.\,log_5 5^2 = 2.2.\,log_5 5 = 2.2.1 = 4$

d) Mudança de Base: Se *a, b* e *c* são números reais positivos e *a ≠ 1 e c ≠ 1,* então tem-se (IEZZI, 1997, p. 64-B)

$$log_a b = \frac{log_c b}{log_c a} \qquad (36)$$

Demonstração: Considere $log_a b = x$, $log_c b = y$ e $log_c a = z$, assim demonstra-se que $x = \frac{y}{z}$.

Sendo assim,

$$a^x = b$$

$$c^y = b$$

$$c^z = a$$

$$a^x = c^y \Rightarrow (c^z)^x = c^y \Rightarrow c^{zx} = c^y \Rightarrow zx = y \Rightarrow x = \frac{y}{z}$$

Exemplo: Escrever $log_2 7$ na base *10:*

$$log_2 7 = \frac{log7}{log2}$$

Sobre as propriedades operatórias da potenciação:

Demonstração: Seja

$a^m.\,a^n = a^{m+n}$

A justificativa:

$a^m.\,a^n = z$

Aplicando o logaritmo de base 10 na igualdade, tem-se:

$log(a^m.\,a^n) = log\,z$

Ao aplicar a propriedade do Logaritmo do Produto (27),

$log(a^m) + log(a^n) = log\,z$

Utilizando a propriedade do Logaritmo da Potência (33),

$$m.log(a) + n.log(a) = log\, z$$

Isolando o fator comum,

$$(m+n).log(a) = log\, z$$

Percebe-se que a recíproca é verdadeira, então, utilizando a propriedade do Logaritmo da Potência (33),

$$log(a)^{m+n} = log\, z$$

Conclui-se:

$$z = a^{m+n}$$

Demonstração: Seja

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Então,

$$\frac{a^m}{a^n} = x$$

Aplicando o logaritmo de base 10 na igualdade, tem-se:

$$log\left(\frac{a^m}{a^n}\right) = log\, x$$

Ao aplicar a propriedade do Logaritmo do Quociente (30), segue que:

$$loga^m - loga^n = log\, x$$

Utilizando a propriedade do Logaritmo da Potência (33),

$$m.loga - n.loga = log\, x$$

Isolando o fator comum,

$$(m-n).loga = log\, x$$

Percebe-se que a recíproca é verdadeira, então, utilizando a propriedade do Logaritmo da Potência (33),

$$loga^{m-n} = log\, x$$

Sendo assim:

$$x = a^{m-n}$$

Demonstração: Seja

$$(a.b)^m = a^m.b^m,$$

Logo:

$$(a.b)^m = y$$

Aplicando o logaritmo de base 10 na igualdade, tem-se:

$$log(a.b)^m = log\, y$$

Utilizando a propriedade do Logaritmo da Potência (33),

$$m.log(a.b) = log\, y$$

Após a aplicação do Logaritmo do Produto (27),

$$m.loga + m.logb = log\, y$$

Utilizando novamente a propriedade do Logaritmo da Potência (33),

$$loga^m + logb^m = log\, y$$

Novamente aplicando o Logaritmo do Produto (27),

$$log(a^m.b^m) = log\, y$$

Portanto,

$$y = a^m.b^m$$

Demonstração: Seja

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

Assim,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = u$$

Aplicando o Logaritmo,

$$log\left(\frac{a}{b}\right)^m = log\, u$$

Empregando o Logaritmo da Potência (33),

$$m.log\left(\frac{a}{b}\right) = log\, u$$

Após a aplicação do Logaritmo do Quociente (30),

$$m.loga - m.logb = log\, u$$

Retornando o expoente, a partir do Logaritmo da Potência (33),

$$loga^m - logb^m = log\, u$$

Aplicando o Logaritmo do Quociente (30) para a formação de apenas um logaritmando,

$$log\left(\frac{a^m}{b^m}\right) = log\, u$$

Assim,

$$u = \frac{a^m}{b^m}$$

Demonstração: Seja

$(a^m)^n = a^{m.n}$

Dessa maneira,

$(a^m)^n = t$

Usando o Logaritmo,

$log(a^m)^n = log\, t$

Ao utilizar a propriedade do Logaritmo da Potência (33),

$n. log(a^m) = log\, t$

$n. m. loga = log\, t$

Manipulando os fatores,

$(m. n). loga = log\, t$

Aplicando novamente a propriedade do Logaritmo da Potência (33),

$loga^{(m.n)} = log\, t$

Dessa forma,

$t = a^{m.n}$

Função logarítmica

Antes da abordagem teórica sobre o assunto, observe o seguinte enunciado Durante os estudos sobre o conhecimento de uma determinada árvore, foi possível modelar o crescimento dela no decorrer do tempo por meio da função $C(t) = 1 + log_2(4 + t)$,onde *t* é o tempo em anos e *C(t)* é a altura em metros. Dessa forma, podemos afirmar que a altura da árvore, após 12 anos, será de:

Solução:

Ao analisar a função dada, basta substituir os valores e descobrir a altura da árvore após o período dado, assim:

$C(t) = 1 + log_2(4 + 12)$

$C(t) = 1 + log_2 16$

$C(t) = 1 + log_2 2^4$

$C(t) = 1 + 4.1$

$C(t) = 5$ metros

Definição: Uma função $f\colon \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ chama-se função logarítmica quando existe um número real *a*, com *a > 0 e a ≠ 1*, tal que $f(x) = log_a x$ para todo $x \in \mathbb{R}_+^*$. (LEONARDO, 2016, p. 176)

Exemplos:

$a)\ f(x) = log_2 x$ b) $g(x) = log x$ $c)\ t(x) = log_{\frac{1}{4}} x$

Gráfico da função logarítmica

Observe as seguintes funções:

$f(x) = log_3 x$

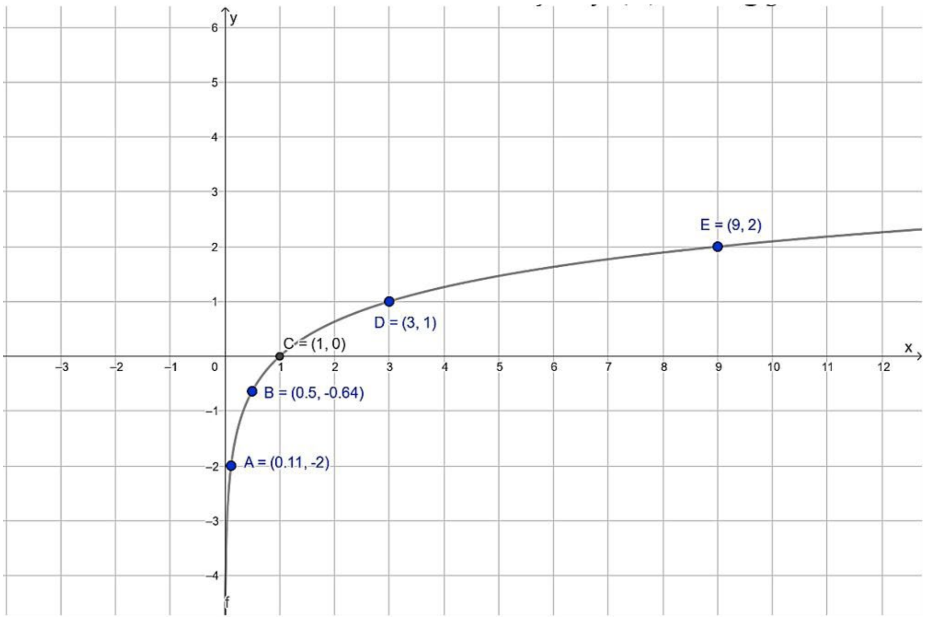
Cujos valores estão descritos no quadro (Quadro 3 e Gráfico 4)

Quadro 3 – Dados para a construção do gráfico.

x	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9
$log_3 x$	$log_3\left(\frac{1}{9}\right)$	$log_3\left(\frac{1}{3}\right)$	$log_3 1$	$log_3 3$	$log_3 9$
$f(x)$	-2	-1	0	1	2

Fonte: Autoria própria

Gráfico 4 – Gráfico da Função.



Fonte: Geogebra (Autoria própria)

Seja agora a função dada a seguir,

$f(x) = log_{\frac{1}{2}} x$

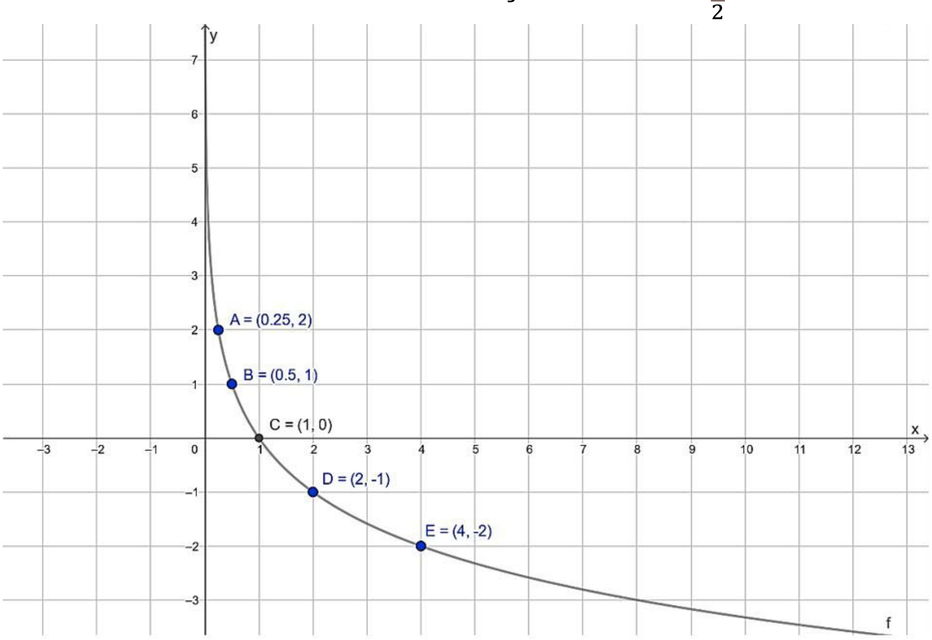
Com valores dados no quadro e gráfico expostos a seguir (Quadro 4 e Gráfico 5)

Quadro 4 – Dados para construção do gráfico.

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
$log_{\frac{1}{2}} x$	$log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{4}\right)$	$log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)$	$log_{\frac{1}{2}} 1$	$log_{\frac{1}{2}} 2$	$log_{\frac{1}{2}} 4$
$f(x)$	2	1	0	-1	-2

Fonte: Autoria própria

Gráfico 5 – Gráfico da Função $f(x) = log_{\frac{1}{2}}x$.



Fonte: Geogebra (Autoria própria)

Ao analisar os gráficos, pode-se destacar as seguintes características:

- O gráfico da função nunca toca o eixo das ordenadas
- Somente números positivos possuem logaritmos reais, pois a função admite somente valores positivos.
- Se *a > 1*, então a função é crescente. Se *0 < a < 1*, então a função é decrescente
- No caso da função crescente, percebe-se que $x_1 < x_2 \leftrightarrow log_a x_1 < log_a x_2$
- Sendoumafunçãodecrescente,entãovaleaafirmação$x_1 < x_2 \Leftrightarrow log_a x_1 > log_a x_2$

A relação entre a função exponencial e logarítmica

Segundo Dante (2016), a função exponencial $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*, g(x) = a^x$ é uma correspondência biunívoca entre $\mathbb{R}$ e $\mathbb{R}_+^*$ e tem a seguinte propriedade:

$$g(x + y) = a^{x+y} = a^x . a^y = g(x). g(y)$$

Observe que a função logarítmica é $h: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$, dada por $h(x) = log_a x$ e possui a propriedade

$$log_a(x. y) = log_a x + log_a y$$

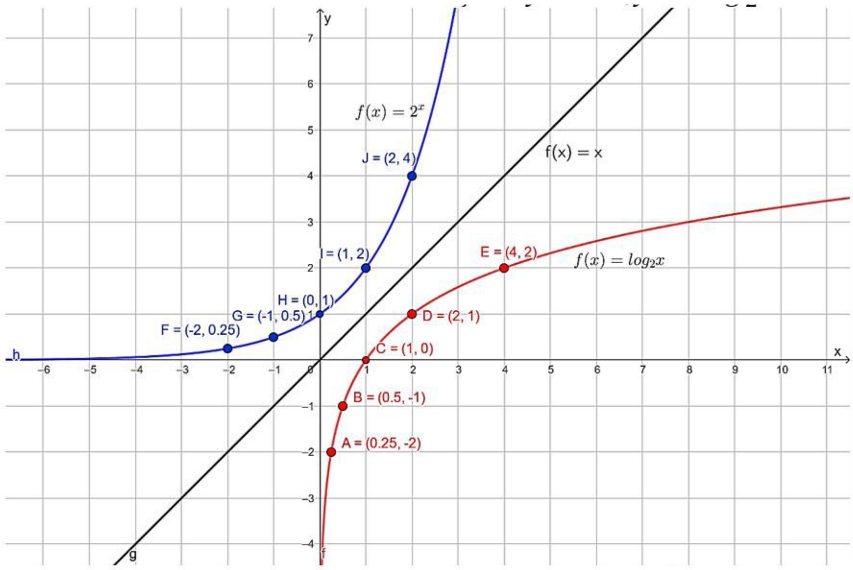
Além disso, ambas as funções são bijetivas, logo admitem terem funções inversas. Sendo assim, pode-se perceber que as funções $g(x) = a^x$ e $h(x) = log_a x$ (Gráfico 6) são inversas, pois:

$$g(h(x)) = a^{h(x)} = a^{log_a x} = x$$

$$h(g(x)) = log_a a^x = x. log_a a = x$$

Graficamente:

Gráfico 6 – Gráfico das funções $y = 2^x, y = log_2 x$



Fonte: Geogebra (Autoria Própria)

Na figura 6, a função exponencial cresce rapidamente, diferente da função logarítmica que cresce lentamente. Além disso, ambas as funções são simétricas a reta *y* = *x*, a qual recebe a denominação de bissetriz dos quadrantes ímpares.

INTERDISCIPLINARIDADE E APLICAÇÃO DAS FUNÇÕES EXPONENCIAL E LOGARÍTMICA

Nessa seção serão abordados: O conceito de Interdisciplinaridade e situações-problemas, envolvendo as funções estudadas neste trabalho e questões contextualizadas sobre função exponencial e função logarítmica com resoluções algébricas para melhor compreensão do conteúdo. Além disso, algumas questões foram baseadas no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), pois o mesmo busca a inserção da interdisciplinaridade em exercícios, como desenvolvimento do conhecimento nas diversas áreas de estudo.

Interdisciplinaridade

Michaelis (1998) afirma que "Interdisciplinaridade (Substantivo Feminino) – qualidade de interdisciplinar". Além disso, Michaelis (1998) afirma também: "Interdisciplinar (Adjetivo Masculino e Feminino) – Comum a duas ou mais disciplinas, que envolve duas ou mais áreas de conhecimento. " A partir do conceito etimológico da palavra "interdisciplinaridade", entende-se que a interdisciplinaridade é a forma de interação entre as disciplinas, de modo a alcançar a universalidade do conhecimento.

Segundo Veiga-Neto (1994, p. 145), sobre as várias colaborações do ensino a partir da interdisciplinaridade, pode-se evidenciar:

> a) um maior diálogo entre professores, alunos, pesquisadores etc., de diversas áreas de conhecimento; b) um melhor preparo profissional e uma formação mais integrada do cidadão; c) a criação de novos conhecimentos, graças a fecundação mútua de áreas que até então se mantinham estanques.

Diante disso, a interdisciplinaridade é o enfoque do descobrimento de novos conhecimentos para a compreensão da própria realidade. Além disso, pode-se notar que a partir da obtenção de conhecimento do indivíduo, o mesmo ultrapassa as barreiras de limite da sabedoria, buscando assim novos saberes em outras disciplinas. Após esse contato, surge a interdisciplinaridade.

Ao falar da matemática, a maior conexão com as outras disciplinas está no emprego do uso de conhecimento algébricos, geométricos e aritméticos, principalmente na área das ciências naturais, a qual é composta pela Física, Química e Biologia. Onde, por exemplo, na Física a ligação está presente nas fórmulas e nas metodologias aplicadas como solução de situações-problemas, envolvendo Nível Sonoro e Intensidade Sonora; na Química, há a presença da função logarítmica na classificação das substâncias na Escala de pH^+; na Biologia, a proliferação de doenças que pode ser abordada e demonstrada através de funções e equações exponenciais.

Aplicação interdisciplinar das funções

Como abordado no tópico anterior, a interdisciplinaridade é a união de conhecimentos de áreas de saberes diversos. Sendo assim, a aplicação na matemática é feita de diversas maneiras. Neste trabalho, a apresentação dessa aplicabilidade será feita a partir de questões contextualizadas, envolvendo diferentes áreas de conhecimento. Portanto, observe as situações-problemas a seguir:

O carbono -14 (Adaptada)

O carbono -14 é um isótopo raro do carbono presente em todos os seres vivos. Com a morte, o nível de C-14 no corpo começa a decair. Como é um isótopo radioativo de meia-vida de 5730 anos, e como é relativamente fácil saber o nível original de C-14 no corpo dos seres vivos, a medição da atividade de C-14 em um fóssil é uma técnica muito utilizada para datações arqueológicas. A atividade radioativa do C-14 decai com o tempo pós-morte segundo a função exponencial:

$$A(t) = A_0 * \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{t}{5730}}$$

Em que A_0 é a atividade natural do C-14 no organismo vivo e *t* é o tempo decorrido em anos após a morte. Suponha que um fóssil encontrado em uma caverna foi levado ao laboratório para ter sua idade estimada. Verificou-se que emitia 5 radiações de C-14 por grama/hora. Sabendo que o animal vivo emite 3125 radiações por grama por hora, então a idade aproximada desse fóssil, em anos, seria:

Solução:

De acordo com a questão, a atividade natural (A_0) do C-14 corresponde a 3125 radiações *g/h* e a atividade radioativa *(A(t))* equivale a 5 radiações, temos:

$$A(t) = A_0 * \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{t}{5730}}$$

$$5 = 3125 * \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{t}{5730}}$$

$$\frac{5}{3125} = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{t}{5730}}$$

Simplificando a fração $\frac{5}{3125}$, tem-se:

$$\frac{1}{625} = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{t}{5730}}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{4} = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{t}{5730}}$$

Após aplicar o Método de Redução a Base Comum percebe-se que os expoentes são iguais, de acordo com a propriedade da potência.

$$4 = \frac{t}{5730}$$

$$t = 5730 * 4$$

$$t = 22.920\ anos$$

A ESCALA DE UM APARELHO DE MEDIR RUÍDOS (ADAPTADA)

A escala de um aparelho de medir ruídos é definida como

R(I) = 120 + 10 log (I)

Em que *R* é a medida do ruído, em decibéis, e *I* é a intensidade sonora, em W/m^2. O ruído dos motores de um avião a jato equivale a *180 dβ*, enquanto o tráfego em uma esquina movimentada de uma grande cidade atinge *100 dβ*,, que é o limite a partir do qual o ruído passa a ser nocivo ao ouvido humano. Diante disso, determine:

a) Determine as intensidades sonoras do motor de um avião a jato e do tráfego em uma esquina movimentada de uma grande cidade.

b) Calcule a razão entre as intensidades do item anterior e indique quantas vezes o ruído do avião é maior que o do tráfego.

Solução:

a) Dada a função matemática

$R(I) = 120 + 10\log(I)$

E os valores dos ruídos

Avião a jato: *180 dβ*

Tráfego: *90 dβ*

Primeiro, para encontrar o valor da Intensidade Sonora do avião a jato, deve-se:

180 = 120 + 10 log (I)

180 - 120 = 10 log (I)

60 = 10 log (I)

60/10 = log (I)

6 = log (I)

Aplicando a definição de Logaritmo, onde $log_a b = x \Leftrightarrow b = a^x$

$I = 10^6$

Assim, a Intensidade sonora do avião a jato é de 10^6 *W/m²*

Agora, para calcular a Intensidade Sonora do tráfego em esquina movimentada, deve-se:

$$90 = 120 + 10\log(I)$$

$$90 - 120 = 10\log(I)$$

$$-30 = 10\log(I)$$

$$-\frac{30}{10} = \log(I)$$

$$-3 = \log(I)$$

Aplicando novamente a definição de Logaritmo, tem-se

$I = 10^{-3}$

Portanto, a Intensidade Sonora de um tráfego em uma esquina movimentada é igual a 10^{-3} W/m^2.

b) Para calcular a razão entre as intensidades encontradas basta:

$$\frac{10^6}{10^{-3}} = 10^{6-(-3)} = 10^9$$

Assim, o ruído do Avião a Jato é maior que o ruído do tráfego em uma esquina movimentada.

O SISTEMA DE AR CONDICIONADO (ADAPTADA)

O sistema de ar condicionado de um ônibus quebrou durante uma viagem. A função que descreve a temperatura (em graus Celsius) no interior do ônibus em função de *t*, o tempo transcorrido, em horas, desde a quebra do ar condicionado é $T(t) = (T_0 - T_{ext}).10^{-\frac{t}{4}} + T_{ext}$, onde T_0 é a temperatura interna do ônibus enquanto a refrigeração funcionava, e T_{ext} é a temperatura externa (que supomos constante durante toda a viagem). Sabendo que a temperatura interna é de e a temperatura externa é de , determine:

a) A temperatura no interior do ônibus transcorridas 4 horas desde a quebra do sistema de ar condicionado

b) Esboce o gráfico da função *T(t)*

Solução:

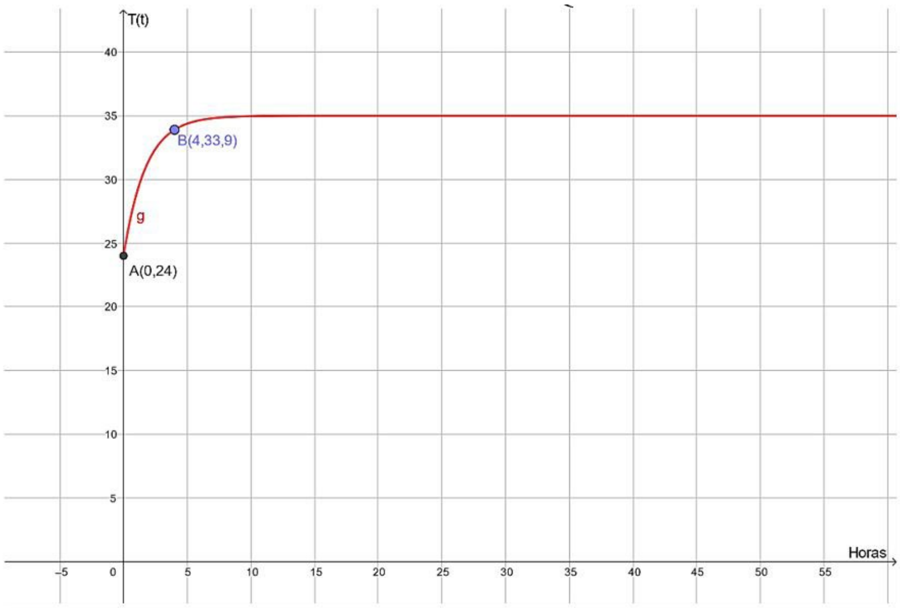
a) Para calcular a temperatura, deve-se substituir os valores dados na função. Diante disso,

$$T(t) = (24 - 35).10^{-\frac{4}{4}} + 35 = (-11).10^{-1} + 35 = -1{,}1 + 35 = 33{,}9$$

Assim, a temperatura interna do ônibus depois de 4 horas é de 33,9°C

b) O gráfico:

Gráfico 7 – Gráfico da Questão 3.



Fonte: Geogebra (Autoria própria)

BACTÉRIAS DE UMA CULTURA (ADAPTADA)

Uma pesquisa foi desenvolvida a partir de 250 bactérias de uma cultura. Estimou-se então, de maneira aproximada, que durante certo tempo, o aumento percentual do número de bactérias na cultura poderia ser obtido pela expressão $B(t) = -30.log_3(t + 3) + 180$ em que *t* é o tempo decorrido, em minutos, após o início da pesquisa. Nessas condições, ao fim de 4 horas de pesquisa, quantas bactérias haviam em tal cultura?

Solução:

Ao analisar a lei matemática e a situação proposta, tem-se que o tempo a ser calculado é:

$t = 4\ horas = 4.60 = 240\ minutos$

$B(240) = -30. log_3(240 + 3) + 180 = -30. log_3(243) + 180 = -30. log_3 3^5 + 180$

Ao notar a igualdade entre a base do *log* e a base da potência do logaritmando, pode-se aplicar a seguinte propriedade:

$log_a a^m = m$

Assim,

B (240) = -30.5 + 180 = -150 + 180 = 30

Dessa maneira, percebe-se que o aumento percentual é de 30%. Logo,

$\frac{30}{100}.250 = \frac{7500}{100} = 75$

$250 + 75 = 325$

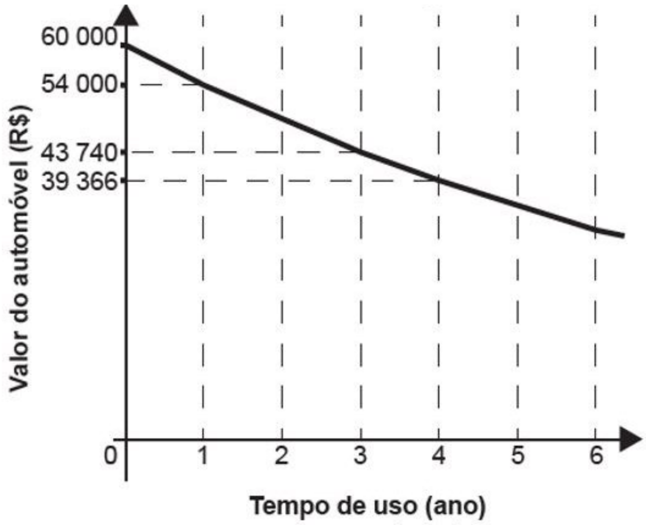
A quantidade era de 325 bactérias.

Algumas questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM):

UM MODELO DE AUTOMÓVEL (ENEM 2017)

Um modelo de automóvel tem seu valor depreciado em função do tempo de uso segundo a função $f(t) = b.a^t$, com em ano. Essa função está representada no gráfico.

Gráfico 8 – Gráfico da Questão 5.



Fonte: ENEM (2017)

Qual será o valor desse automóvel, em real, ao completar cinco anos de uso?

Solução:

Ao analisar o gráfico, percebe-se que $f(0) = 60000 \to b.a^0 = 60000 \to b = 60000$

Além disso,

$f(3) = 60000.a^3$

$43740 = 60000.a^3$

$\frac{43740}{60000} = a^3$

$a^3 = 0{,}729$

Ao aplicar a raiz cúbica nos dois membros da equação, tem-se:

$\sqrt[3]{a^3} = \sqrt[3]{0{,}729}$

$a = 0{,}9$

Depois de obter os valores de *a* e *b*, o valor do automóvel ao completar cinco anos de uso será de:

$f(5) = 60000.(0{,}9)^5 = 60000 * 0{,}59049 = R\$\ 35429{,}40$

TERREMOTO DE MAGNITUDE 9,0 NA ESCALA RICHTER (ENEM 2016)

Em 2011, um terremoto de magnitude 9,0 na escala Richter causou um devastador tsunami no Japão, provocando um alerta na usina nuclear de Fukushima. Em 2013, outro terremoto, de magnitude 7,0 na mesma escala, sacudiu Sichuan (sudoeste da China), deixando centenas de mortos e milhares de feridos. A magnitude de um terremoto na escala Richter pode ser calculada por $M = \frac{2}{3}\left[\log\left(\frac{E}{E_0}\right)\right]$, sendo *E* a energia, em *kWh*, liberada pelo terremoto e E_0 uma constante real positiva. Considere que E_1 e E_2 representam as energias liberadas nos terremotos ocorridos no Japão e na China, respectivamente.

Diante disso, qual a relação entre as energias liberadas?

Solução:

A partir da função da magnitude de um terremoto na escala Richter e os dados fornecidos, percebe-se que a energia liberada no Japão

$$9 = \frac{2}{3}\log\left(\frac{E_1}{E_0}\right)$$

$$\frac{27}{2} = \log\left(\frac{E_1}{E_0}\right)$$

Sobre a energia liberada na China,

$$7 = \frac{2}{3}\log\left(\frac{E_2}{E_0}\right)$$

$$\frac{21}{2} = \log\left(\frac{E_2}{E_0}\right)$$

Assim, ao subtrair as igualdades e a aplicação da propriedade do Logaritmo do Quociente, tem-se:

$$\frac{27}{2} - \frac{21}{2} = logE_1 - logE_0 - (logE_2 - logE_0)$$

$$3 = logE_1 - logE_2$$

$$3 = \log\left(\frac{E_1}{E_2}\right)$$

Aplicando a definição de logaritmo:

$$10^3 = \frac{E_1}{E_2}$$

Sendo assim, a relação entre as energias liberadas é dada por $E_1 = 10^3 . E_2$

A ALOMETRIA (ENEM 2012)

Dentre outros objetos de pesquisa, a Alometria estuda a relação entre medidas de diferentes partes do corpo humano. Por exemplo, segundo a Alometria, a área *A* da superfície corporal de uma pessoa relaciona-se com a sua massa *m* pela fórmula $A = k.m^{\frac{2}{3}}$, em que *k* é uma constante positiva.

Se no período que vai da infância até a maioridade de um indivíduo sua massa é multiplicada por 8, por quanto será multiplicada a área da superfície corporal?

Solução:

Sendo *A* a superfície corporal de uma pessoa no período infantil e *S* a superfície corporal no período da maioridade, pode-se entender que:

$$A = k.m^{\frac{2}{3}}$$

$$S = k.(8m)^{\frac{2}{3}}$$

Dessa maneira,

$$\frac{S}{A} = \frac{k.(8m)^{\frac{2}{3}}}{k.m^{\frac{2}{3}}} = \frac{8^{\frac{2}{3}}.m^{\frac{2}{3}}}{m^{\frac{2}{3}}} = 8^{\frac{2}{3}}$$

Aplicando a propriedade da potência com os radicais, tem-se:

$$\sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{2^3.2^3} = 2.2 = 4$$

Logo, a área da superfície corporal será multiplicada por 4.

VALORES DE PH (ENEM 2012)

Uma dona de casa acidentalmente deixou cair na geladeira a água proveniente do degelo de um peixe, o que deixou um cheiro forte e desagradável dentro do eletrodoméstico. Sabe-se que o odor característico de peixe se deve as aminas e que esses compostos se comportam como bases. Na tabela são listadas as concentrações hidrogeniônicas de alguns materiais encontrados na cozinha, que a dona de casa pensa em utilizar na limpeza da geladeira.

Quadro 5 – Concentração de H_3O+ de acordo com o seu material.

Material	Concentração de H_3O^+ *(mol/L)*
Suco de Limão	10^{-2}
Leite	10^{-6}
Vinagre	10^{-3}
Álcool	10^{-8}
Sabão	10^{-12}
Carbonato de Sódio/Barrilha	10^{-12}

Fonte: ENEM (2012)

Dentre os materiais listados, quais são apropriados para amenizar esse odor?

Solução:

De acordo com o enunciado, o odor característico se deve as aminas e essa substância é tida como base. Assim, para amenizar e ter o equilíbrio deve-se utilizar soluções com caráter ácido. Diante disso, a partir da tabela, percebe-se algumas substâncias que podem combater com esse odor.

A partir da Escala de *pH*, a qual vai de 0 a 14, uma solução que possui $pH > 7$ é considerada básica; $pH \leq 7$ é considerada ácida e neutra quando o $pH = 7$. Para determinar isso, deve-se realizar o cálculo da concentração de íons H^+ pela fórmula:

$pH = -\log[H^+]$

Por meio dessa fórmula e usando os dados da tabela, tem-se:

Suco de Laranja:

$pH = -\log[10^{-2}] = -(-2) = 2$

Leite:

$pH = -log\ [10^{-6}] = -(-6) = 6$

Vinagre:

$pH = -log\ [10^{-3}] = -\ (-3) = 3$

Álcool:

$pH = -log\ [10^{-8}] = -(-8) = 8$

Sabão:

$pH = -log\ [10^{-12}] = -\ (-12) = 12$

Carbonato de Sódio/Barrilha:

$pH = -log\ [10^{-12}\ ] = -(-12) = 12$

Assim, as substâncias mais ácidas são Suco de Laranja e Vinagre, pois estão mais próximas do 0 na escala de *pH*.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como visto nesse trabalho, realizamos uma abordagem sobre o desenvolvimento do estudo de funções, funções logarítmicas e funções exponenciais, devido a necessidade de termos um material ao qual auxiliasse não só a compreensão desse desenvolvimento, mas que abordasse de uma forma mais clara os conceitos, definições e aplicações, considerando a sua abordagem em diferentes temas e contextos.

Ao desenvolver este trabalho, percebemos que o estudo das funções logarítmicas e exponenciais possibilitou o acesso a mais conhecimentos de diversas situações as quais podemos aplicar, seja em cálculos de juros, datação de carbono, pH de soluções, cálculo de índice de terremotos, etc.

Por fim, compreendemos ao longo do trabalho, sobre a importância dos logaritmos e exponenciais, no desenvolvimento científico e tecnológico, bem como a necessidade do ser humano de se aprimorar, no que diz respeito aos conceitos aplicados, teorias e a forma como eram realizados os cálculos em séculos passados. É verdade que isso foi um resultado mútuo, de esforços de diversos nomes importantes durante a trajetória do desenvolvimento da Matemática como uma Ciência presente e necessária na sociedade.

REFERÊNCIAS

BOYER, Carl B. História da Matemática, revista por uta C. Merzbach; tradução Elza F. Gomide – 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

CODAP/UFS – Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe. Função Exponencial. São Cristóvão, SE. Disponível em: https://codap.ufs.br/uploads/page_attach/path/8507/Fun__o_Exponencial.pdf. Acesso em: 28 de novembro de 2022.

CORREIA, J. M. T. A Evolução do Conceito da Função na Segunda Metade do Século XVIII.

DANTE, L.R. Matemática: Contexto & Aplicações. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016. Vol. 1.

EVES, H. Introdução à história da matemática. Campinas, SP: UNICAMP, 2004.

IEZZI, G; DOLCE, O; MURAKAMI, C. Fundamentos de Matemática Elementar. 3. ed. São Paulo: Atual, 1977. Vol. 2

IME/UNICAMP – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas. Undécima Lista de Exercícios de Função Exponencial e Função Logarítmica. Campinas, SP. Disponível em: https://www.ime.unicamp.br/~chico/ma091verao/ma091_ex11.pdf. Acesso em: 28 de novembro de 2022.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Caderno Verde (Libras) - ENEM/2017. Brasília, DF. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2017/2017_PV_impresso_D2_CD12.pdf. Acesso em: 01 de dezembro de 2022.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Caderno Azul – ENEM/2016. Brasília, DF. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2016/2016_PV_impresso_D2_CD7.pdf. Acesso em: 01 de dezembro de 2022.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Caderno Azul – ENEM/2012. Brasília, DF. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2012/dia1_caderno1_azul.pdf. Acesso em: 02 de dezembro de 2022.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Caderno Azul – ENEM/2012. Brasília, DF. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2012/dia2_caderno7_azul.pdf. Acesso em: 02 de dezembro de 2022.

LEONARDO, F.M. Conexões com a Matemática. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2016. Vol. 1.

MICHAELIS, Interdisciplinar – Significado. UOL, 2022. Dicionário Online. Disponível em: https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/interdisciplinar. Acesso em: 03 de dezembro de 2022

MICHAELIS, Interdisciplinaridade – Significado. UOL, 2022. Dicionário Online. Disponível em: https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/interdisciplinaridade/. Acesso em: 03 de dezembro de 2022

VEIGA-NETO, Alfredo José da. Produção e construção do conhecimento nas diferentes disciplinas – A problemática da interdisciplinaridade. In: Anais do VII ENDIPE, Goiânia-60, 5 a 9 de junho de 1994, Vol. 2.

YOUSSEF, Antônio Nicolau; SOARES, Elizabeth; FERNANDEZ, Vicente Paz. Matemática de olho no mundo do trabalho. São Paulo: Scipione, 2005.

Capítulo

03

As metodologias ativas no ensino de matemática: diálogos entre uma nova prática pedagógica e a percepção dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental II

Las metodologías activas en la enseñanza de las matemáticas: diálogos entre una nueva práctica pedagógica y la percepción de los alumnos del 7º año de la Enseñanza Fundamental II

Messias Cavalcante Inácio

Professor da Rede de Ensino do Estado de Roraima - Município de Boa Vista Licenciado em Matemática e Mestre em Ciências da Educação

RESUMO

Este estudo tem como proposta avaliar se o uso de metodologias ativas em sala de aula pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, para alunos do 7º ano da Escola Estadual Antônia Coelho de Lucena – Município de Boa Vista /RR. A justificativa deste estudo tem com fundamento as metodologias ativas como estratégias de aprendizagem, cuja finalidade é impulsionar o estudante a compreender seus conceitos e saber relacionar suas descobertas com seus conhecimentos já existentes. Durante a pesquisa bibliográfica percebeu-se que esse modelo metodológico se encontra imbricado em um processo de aprendizagem que estimula a realização de atividades em sala de aula, pois trazem com ela a interatividade, cooperatividade e competitividade que impulsionam a aprendizagem através da superação de desafios, da resolução de problemas e da construção do conhecimento. Em face disto, pode-se afirmar que as metodologias ativas trazem com elas a abertura das possibilidades

DOI: 10.47573/aya.5379.2.246.3

de práticas pedagógicas que são adotadas atualmente em sala de aula, pois elas promovem a atenção dos alunos, ao mesmo tempo em que os motivam a pensar, criticar e analisar toda a informação. No entanto, ressalta-se que são diversas as metodologias utilizadas atualmente em sala de aula e que são caracterizadas como metodologias ativas.

Palavras-chave: metodologias ativas. ensino aprendizagem. matemática.

INTRODUÇÃO

A metodologias ativas se fundamentam em um modelo de aprendizagem apresentado através da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), que vem do termo em inglês *Problem Based Learning* (PBL), tendo como objetivo estabelecer um método pedagógico focado no aprendiz, cuja meta é um aprender ativo a partir da colaboração e motivação, fatores que intensificam o espaço de aprendizagem, buscando maior interesse na formação do alunado.

A ABP é uma metodologia problematizadora que leva o sujeito a um movimento meta cognitivo, cuja finalidade é descobrir e desenvolver as potencialidades de sua própria aprendizagem. Ela aparece em oposição ao ensino tradicional, cujo aprender se baseia na transmissão e memorização dos conteúdos. Esse modelo didático não conta com a participação dos alunos durante a aula, levando-os a permanecer simplesmente inertes, pois tudo parte da reprodução do ensino.

As diferenças entre a metodologia de ensino tradicional e as metodologias ativas são claras e inúmeras, que vão desde o planejamento até a avaliação do processo de ensino-aprendizagem. Nesse contexto, as metodologias ativas vêm ganhando mais espaço nas salas de aula, buscando tornar o ensino e a aprendizagem mais significativos e colocando o estudante no papel de protagonista do seu próprio aprendizado; produzindo conhecimento e não mais apenas reproduzindo-o.

Nas metodologias ativas, o aluno se torna o centro da aprendizagem enquanto processo, o que o leva a uma participação concreta na sua aprendizagem na sala de aula, possibilitando-o a examinar, comparar, observar, imaginar, obter e organizar dados, elaborando e confirmando hipóteses e, consequentemente, criando novas situações de aprendizagem.

As metodologias ativas colocam o estudante como protagonista do seu próprio aprendizado, e o professor se posiciona como mediador do conhecimento, aquele que mostra o caminho pelo qual o estudante deve seguir por conta própria, potencializando a aprendizagem essencial para a prática social, em diferentes contextos. Portanto, é urgente uma renovação da metodologia da aula, uma vez que o modelo tradicional no processo de ensino já está se tornando ultrapassado, e isto é visível a partir do desinteresse dos estudantes, o que torna o conteúdo insignificante, fator este que contribui para a evasão escolar.

Deste modo, tornar o ensino ativo é importante para promover uma melhor qualidade na relação de ensino-aprendizagem da Matemática. O ensino de Matemática na escola é um dos principais focos deste trabalho, mas que está sendo prejudicado pela metodologia tradicional expositiva e perdendo a cada dia o significado para os estudantes. Como consequência, a disciplina perde seu valor e seu espaço na vida dos estudantes.

Assim, a responsabilidade de desenvolver ações que promovam o interesse dos estudantes pela Matemática é dos professores. Porém, muitas vezes, estes encontram barreiras que dificultam esse inovar em sala de aula, pela tradição de ensinar a Matemática voltada ao modelo tradicional.

A ESCOLA NA TRILHA DO TEMPO

Quando se fala da escola, o primeiro pensamento é para uma sala de aula com carteiras e cadeiras enfileiradas. Essa ideia passou a ser introduzida a partir das concepções, de uma forma tradicional, na qual, na maior parte do tempo, o professor fala e os alunos o escutam.

O Brasil traz essa herança da educação jesuítica. Para melhor entender torna-se necessário adentrar-se pela história da educação brasileira, que se inicia em 1549, quando chegaram ao Brasil os primeiros jesuítas chefiados por Padre Manoel da Nóbrega, o qual apresentava um plano de ensino que atendia a política educacional. Nóbrega tinha em mente alfabetizar e catequizar tanto os filhos dos índios que aqui se encontravam, quanto os filhos dos colonos portugueses.

Segundo Fernandes (2018), inicialmente o plano educacional desenvolvido pelo padre Manoel da Nóbrega e implantado no Brasil tinha a intenção de catequizar e instruir os indígenas e também os filhos dos colonos, visto que os jesuítas eram os únicos educadores oficiais da colônia.

Nessa época foram instituídos os *Recolhimentos*, cujo objetivo era dar conta da educação dos mestiços, dos órfãos e dos filhos dos caciques, além dos filhos dos colonos, em regime de externato.

Este plano de estudos foi elaborado para atender a objetivos diversos, iniciando pelo aprendizado do português, incluindo o ensino da doutrina cristã na escola de ler e escrever.

A organização social e a cultura importada da Europa determinavam a ação educativa dos padres jesuítas, que, segundo Romanelli, visava apenas a formar letrados eruditos:

> O apego ao dogma e à autoridade, a tradição escolástica e literária, o desinteresse quase total pela ciência e a repugnância pelas atividades técnicas e artísticas tinham forçosamente que caracterizar, na Colônia, toda a educação modelada pela Metrópole, que se manteve fechada e irredutível ao espírito crítico e à análise, à pesquisa e à experimentação. (ROMANELLI, 1999, p.34)

O ensino ministrado pelos padres jesuítas era alheio à realidade da Colônia, que impuseram uma cultura geral básica, sem a preocupação de qualificar para o trabalho ou qualquer consciência crítica. A ação educativa dos jesuítas, que assegurava a conversão da população, o recrutamento dos fiéis e servidores, acabou por determinar a educação da elite, isto é, uma educação alienada e ao mesmo tempo alienante.

Esse modelo de educação seguia padrões de uma cultura europeia que privilegiava o saber intelectual e era destinada à elite colonial. Aos índios cabia apenas a catequese e a instrução necessária para torná-los mais dóceis.

De acordo com Tobias:

> O primeiro idealizado por Nóbrega com espírito democrático, cristão, universalizador e brasileiro, estendendo-se até cerca de 1580, e o segundo período, vivificado por uma filosofia da educação. Não se pode perder de vista, evidentemente, os objetivos práticos da ação jesuítica no novo mundo, que foi de recrutamento de fiéis e servidores. Ambos foram atingidos pela ação educadora. (TOBIAS, 1986, p.47)

O ensino jesuítico então implantado partia para o modelo de uma nova política educacional, a *Ratio Studiorum*[1], que privilegiava a formação das elites e constituía-se de uma versão de educação pública religiosa. A partir de 1599, a prática pedagógica dos jesuítas nas escolas brasileiras sofreu significativas modificações, por ordem do rei de Portugal.

O plano de Ensino concentrou em seu programa elementos da cultura europeia, abrangendo três cursos: - Humanidades-Retórica, Gramáticas latina e grega; - Filosofia-Lógica: Cosmologia, Matemática, Metafísica, Ética e Ciências; - Teologia: Estudos baseados na Escolástica de Santo Tomás de Aquino e nas Escrituras Sagradas, interpretadas à luz dos dogmas da Igreja.

A formação intelectual oferecida pelos jesuítas era marcada por intensa rigidez na maneira de pensar e, consequentemente, de enxergar e interpretar a realidade. A preparação que os professores recebiam era uma atenção especial no treinamento da leitura.

As metodologias ativas como alternativa pedagógica

Conceituando metodologia e a origem do termo, etimologicamente, o termo Metodologia é uma palavra derivada de método, do latim *methodus*, cujo significado é caminho ou a via para a realização de algo.

Assim, método é o processo para se atingir um determinado fim ou para se chegar ao conhecimento, e a metodologia de ensino é a aplicação de diferentes métodos no processo ensino-aprendizagem. Nesse sentido, metodologia também pode significar "o estudo dos métodos, dos caminhos a percorrer, tendo em vista o alcance de uma meta, objetivo ou finalidade (MANFREDI, 2016, p.1).

Para Masetto (2013), essas diferenças entre esses termos (método e metodologia) estão ligadas às estratégias e à técnica que o professor utiliza em sua metodologia e relaciona instrumentos para o alcance de determinados objetivos.

> As metodologias ativas de ensino/ aprendizagem têm sido alvo de discussões e também, uma grande ênfase tem sido dada à sua provável supremacia nos resultados alcançados em relação às metodologias tradicionais. Foi no final do século XIX início do século XX que filósofos como Adolphe Ferrière (1879-1960), considerado um dos principais idealizadores da Educação Nova, e Dewey, que defendia a democratização da escola, deram início ao movimento da Escola Nova, que pretendia

1 O plano de estudos começava pelo aprendizado do português e incluía o ensino da doutrina cristã e os princípios básicos da leitura e da escrita.

> inovar a educação, na época conhecido como Escola Ativa ou Escola Progressista (BELEM, 2019, p.67)

No Brasil, as Metodologias Ativas emergiram por meio do movimento da Escola Nova, que foi idealizado por alguns intelectuais. Dentre eles destacam-se Lourenço Filho (1897–1970) e Anísio Teixeira (1900–1971), que defenderam como característica principal uma educação de caráter socializador.

Lourenço Filho abordou a influência que as transformações sociais devem ter sobre o propósito da educação, e Anísio Teixeira, que teve contato com a Psicologia na educação, quando foi aluno de Dewey, foi considerado um dos precursores da renovação educacional.

No norte dos Estados Unidos utilizou-se de seus conhecimentos adquiridos dessa época e incorporou à Escola Nova a ideia de que a escola deveria atender as exigências do desenvolvimento da criança (CUNHA, 2015).

Assim, em 1932, esse movimento elaborou e apresentou o Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova, que passou a vigorar em 1934, a partir dessa Constituição Federal, em que a educação se tornava um direito de todos.

Tomam-se as Metodologias Ativas no cenário hodierno da educação e, na visão de uma sociedade que sofre influências das tecnologias digitais, como uma alternativa para o ensino formal.

“Nos processos de ensino e aprendizagem, por meio das Metodologias Ativas, o estudante tem a possibilidade de construir o seu conhecimento de forma ativa, como ser pensante, reflexivo e autônomo, sendo orientado às descobertas pelo seu professor. ” (MORAN, 2013, p.87)

Dessa forma, metodologias ativas tem como premissa o desenvolvimento do processo de aprendizagem, usando experiências reais ou simuladas, visando às condições para resolver com sucesso os problemas das atividades essenciais da prática social em diferentes contextos.

Mazur (2016) destaca que:

> O objetivo das metodologias ativas é proporcionar um caminho de aprendizado que promova teoria e prática, através de ações voltadas para a participação ativa dos alunos com o auxílio de ferramentas tecnológicas que tentam criar um motivador, estimulante e propício ao desenvolvimento de conhecimento, habilidades e aptidões em seus campos específicos. (MAZUR, 2016, p.67)

Para o autor, a metodologia ativa está centrada na aprendizagem, cujas estratégias apresentam as seguintes características principais: o aluno deve ocupar o centro do processo de ensino; deve haver a promoção da autonomia do aluno; a posição do professor deve ser de mediador, ativador e facilitador dos processos de ensino e de aprendizagem; deve haver estímulo à problematização da realidade, à constante reflexão e ao trabalho em equipe.

A partir dos aspectos referentes às metodologias ativas, percebe-se que esse modelo metodológico se encontra imbricado em um processo de aprendizagem, estimulando a realização de atividades em sala de aula, pois trazem com ela a interatividade, cooperatividade e competitividade que impulsiona a aprendizagem, através da superação de desafios, da resolução de problemas e da construção do conhecimento.

Berbel (2011) diz que:

> As metodologias ativas têm o potencial de despertar a curiosidade, à medida que os alunos se inserem na teorização e trazem elementos novos, ainda não considerados nas aulas ou na própria perspectiva do professor. Quando acatadas e analisadas as contribuições dos alunos, valorizando-as, são estimulados os sentimentos de engajamento, percepção de competência e de pertencimento, além da persistência nos estudos, entre outras. (BERBEL, 2011, p.28)

As metodologias ativas têm sido amplamente discutidas pelos professores no cenário da educação básica, como proposta de aproximar os conteúdos curriculares à realidade dos alunos, reorganizar suas propostas de ensino e promover novas formas de aprendizagem.

Em face disso, pode-se afirmar que as metodologias ativas trazem com elas a abertura das possibilidades de práticas pedagógicas, que são adotadas atualmente em salas de aula pois elas promovem atenção dos alunos ao mesmo tempo em que os motivam a pensar, criticar e analisar toda a informação. No entanto, ressalta-se que as diversas metodologias utilizadas atualmente em sala de aula são caracterizadas como metodologias ativas

As metodologias ativas e suas práticas estão ligadas com o objetivo de forma a oportunizar uma maior participação dos alunos no processo de aprendizagem, incentivando novas buscas, descobertas, compreensões e ressignificação do conhecimento, podendo ocorrer por recepção ou por descoberta.

APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS

A Aprendizagem Baseada em Problemas, ou simplesmente conhecida como ABP (ou até mesmo PBL, sigla oriunda do inglês *problem based learning*), originouse em 1960, sendo inicialmente aplicada ao estudo da psicologia comportamental. Posteriormente, passou a ser aplicada pela primeira vez na Universidade Mcmaster, Canadá, por Eric Mazur, para ser um método simples, mas efetivo, de ensinar ciência.

Mendonça afirma que:

> A aprendizagem baseada em problemas teve seu início devido à insatisfação dos alunos nas aulas de Física do cientista e pesquisador Eric Mazur, pois com aulas no modelo transmissível e expositivas não conseguiam atingir o nível de atenção e motivação necessárias para que tivessem bons resultados. (MENDONÇA, 2018, p.68)

Enfatiza ainda o autor que a sua origem se deu em Harvard, e é caracterizada pelo emprego de problemas. A ABP visa colocar os alunos de uma forma interativa, em atividades que estimulem as habilidades e atitudes para tomada de decisão.

Segundo o autor, apesar do conceito, a ABP não é meramente a busca pela solução de problemas; ele se caracteriza pelo estímulo ao pensamento crítico, desenvolvimento das habilidades, a motivação pela pesquisa e o desenvolvimento de novas técnicas.

A ABP é um dos métodos ativos de aprendizagem que contemplam diversas nuances da aprendizagem significativa, particularmente quando se valoriza o conhecimento prévio nas primeiras etapas até a motivação dos estudantes que podem se envolver na solução do problema apresentado.

Portanto, a ABP não é uma abordagem estatística. No entanto, ele vem se adaptando às mais diversas áreas do ensino.

Importante destacar que esta metodologia é derivada de algumas teorias já trabalhados por Ausubel, Bruner, Piaget, que são teorias cognitivistas e neocognitivista.

Mendonça (2018) explica que o uso da problematização na metodologia PBL para a fixação dos estudos teóricos pode ser justificado porque o problema motiva e direciona o aluno para a busca de solução, a qual se dará a partir de pesquisas, envolvendo a interação social, motivação epistêmica, interação com a vida real, construção e conhecimento e metacognição.

Peer Instruction

A metodologia de *Peer Instruction* de ensino aos pares consiste em resolver os problemas aos pares, para que se chegue às respostas corretas. Os alunos passam a negociar suas percepções para alcançar a uma resposta sólida e correta.

“Esta metodologia funciona a partir do momento em que o aluno se prepara para aula e testa seus conhecimentos com as atividades aplicadas e mediadas pelo professor” (MENDONÇA, 2018, p.45).

Mazur (2016) define que o *Peer Instruction* tem como objetivo estimular o comportamento do aluno em sala, fazendo com que se envolva com os conteúdos e passe a questioná-los, promovendo assim um aprendizado colaborativo, visto que sempre estarão em pares.

“Sua abordagem envolve o estudante em seu próprio processo de aprendizagem, pois explora a interação entre os alunos durante as aulas expositivas e foca os conceitos que servem de fundamento, tornando o conteúdo significativamente mais acessível”. (MAZUR, 2016, p.71)

No Brasil, a metodologia *Peer Instruction* ainda é muito pouco conhecida pelos professores, mas se trata de uma metodologia ativa que está em plena expansão, principalmente no ensino superior. Um dos pilares do *Peer Instruction* é desenvolver no aluno a vontade natural de aprender. Nesse contexto, entende-se que o método ativo significa fazer fluir a mente do aluno e sua vontade de aprender, direcionando-o e guiando-o de forma em que consiga chegar aos resultados significativos.

Explica Mendonça (2018) que o professor deve fazer uma breve explanação, considerando que o aluno tenha feito uma prévia leitura do conteúdo, e não considerando que ele tenha entendido plenamente. Essa etapa dura em torno de 10 minutos e, após este período, o professor poderá realizar os testes para avaliar o entendimento dos alunos ou explicar novamente, caso os alunos não tenham compreendido durante a explanação.

O tempo de resposta das atividades é de 2 a 4 minutos e, caso o acerto seja inferior a 30%, é realizada pelo professor uma nova explanação. Se o nível de acerto ultrapassar

70%, sugere-se que a maioria conseguiu entender o conteúdo e será então apenas discutida a resposta na sala de aula.

Mazur (2016) enfatiza que:

> A metodologia do *"Peer Instruction"* envolve/compromete/mantém atentos os alunos durante a aula por meio de atividades que exigem de cada um a aplicação dos conceitos fundamentais que estão sendo apresentados, e, em seguida, a explicação desses conceitos aos seus colegas. Ao contrário da prática comum de fazer perguntas informais, durante uma aula tradicional, que normalmente envolve uns poucos alunos altamente motivados, a metodologia do *"Peer Instruction"* pressupõe questionamentos mais estruturados e que envolvem todos os alunos na aula. (MAZUR, 2016, p.5)

A partir do momento em que os alunos passam a trabalhar em pequenos grupos, há uma evolução no índice de acertos entre 30% a 70%, pois as discussões ajudam a promover o conteúdo e também sanam as dúvidas dentro dos próprios grupos, favorecendo uma estruturação cognitiva e, principalmente, favorecendo a aprendizagem. O grande desafio, segundo o autor, é fazer com que as pedagogias proporcionem um aprendizado eficaz aos alunos.

Portanto, uma das vantagens do método *Peer Instruction* está diretamente ligada ao engajamento e ao esforço mental dos alunos.

Outros fatores em destaque são os debates coletivos e os *feedbacks* que ocorrem de forma simultânea e interativa. Todos os processos contribuem para que aumente a capacidade e reflexão e o interesse nas aulas.

Storytelling

O *storytelling* é um instrumento que pode ser utilizado como método ativo e que está ancorado na habilidade de se contar histórias. Trata-se de um método que vem sendo utilizado, desde a Antiguidade, em uma vasta abrangência de tipos de público e situações.

Mendonça (2018, p.73) cita que:

> O *storytelling* tem sido considerado um dos mais efetivos meios de garantir atratividade, compreensão e retenção de conteúdo. Desde os primórdios já existiam figuras nas cavernas que eram praticamente narrativas sobre a vida daquela época, em outros momentos os mitos também foram criados como uma forma de se contar e perpetuar o conhecimento.

Neste contexto, a habilidade de contar histórias faz com que esta metodologia ao ser adaptada no ensino, traz com ela muitos benefícios.

Ainda para Mendonça (2018, p. 56):

> O *Storytelling* faz com que exista uma ampla negociação dentro do processo de aprendizagem, pois os interlocutores, ao colocarem suas questões e pontos de vista, fazem com que os conteúdos sejam abordados e discutidos de forma potencializada pela possibilidade de colocar histórias que marcam cada questão por meios simbólicos que fazem da experiência uma das portas para a aprendizagem.

Percebe-se que a prática do *Storytelling*, como um método ativo, torna as histórias do cotidiano ou da vida profissional em exemplos com soluções aplicadas em determinadas situações. Faz com que exista um entrosamento maior entre conteúdo e os alunos, principalmente gerando autoconfiança, pois, ao aplicar cases reais transformados em pequenas histórias, o aluno passa a entender parte do processo de solução e, principalmente, a prática que deve ser adotada para cada situação gerada, sendo ela dentro ou fora da sala de aula.

Nesse sentido, considera-se que a metodologia ativa na prática de docentes se constitui em uma das ferramentas necessárias para promover um ensino significativo e contextualizado.

A PRÁTICA DOCENTE MEDIADA NOS VIESES DAS METODOLOGIAS ATIVAS

A inserção das racionalidades presente nas práticas pedagógicas rompe a visão do ensino reprodutivo, pontuada em sequências isoladas, tanto na compreensão da didática em suas instâncias políticas, pedagógicas e técnicas, na medida em que a possibilidade de sua constituição, em uma mediação, permite que você trabalhe com os processos de ensino na direção de um aprendizado com significado para quem ensina e para quem aprende.

O papel do professor é de desafiar, estimular, ajudar os alunos na construção de uma relação com o objeto de aprendizagem que, em algum nível, atende a uma necessidade deles, auxiliando-os na tomada de consciência das necessidades. Isto só se fará num clima favorável à interação, ao questionamento, à divergência, adequado para processos de pensamento críticos e construtivos (PIMENTA, 2002).

Na esfera de ações do professor existe um impacto no aluno que é intencional e esperado como realização, fato que não se pode afirmar que existia da parte do aluno. O objetivo primeiro da ação docente deve ser a construção do conhecimento, visando ao pleno desenvolvimento das potencialidades intelectuais, afetivas, criativas, etc. de cada sujeito.

No entanto, para que isso possa se tornar possível, é necessário que se deixem para trás os modelos prontos, a cópia, a reprodução, a transmissão pura do conhecimento, como se o professor fosse detentor do mesmo e o aluno uma tabula rasa, sem conhecimento prévio ou experiência.

Popper (1975, p.74) afirma que:

> A teoria da tábua rasa é absurda: em cada estádio da evolução da vida temos de supor a existência de algum conhecimento sob a forma de disposições e expectativas. Posto isto, o aumento de conhecimento consiste na modificação do conhecimento prévio, quer alterando-o, quer destruindo-o. O conhecimento não parte nunca do zero, pressupõe sempre um conhecimento básico – conhecimento que se dá por suposto num momento determinado – juntamente com algumas dificuldades e alguns problemas. Regra geral, surgem do choque entre as expectativas inerentes ao nosso conhecimento básico e algumas descobertas novas, com observações ou hipóteses sugeridas por eles.

Morin (2002, p. 39) ressalta que “o conhecimento, ao buscar construir-se como referência ao contexto, ao global e ao complexo, deve mobilizar o que o conhecedor sabe do mundo”. É, portanto, inadmissível que a escola continue ignorando o conhecimento prévio que as crianças vão construindo no convívio com os familiares, nas relações com os amigos, no contato com as tecnologias de comunicação e informação, por meio de suas observações e de suas experiências de vida.

A prática pedagógica centrada no professor como fonte única do conhecimento cria e mantém um vínculo de dependência, o que desfavorece a realização do pressuposto de toda a tarefa escolar que é a construção do conhecimento autônomo. Deste modo, o trabalho docente é um constante desafio. Entretanto, faz-se necessário refletir, buscar a pesquisa e a criação de novos saberes, para que se possa avançar na busca da superação dos desafios atuais.

O trabalho pedagógico, sem sombra de dúvida, prevê situações de ensino, ajuda e incentiva a participação do aluno em sala de aula, estabelece momentos ricos e intensos que permite a alunos e professores compartilhar significados. Nestas condições, o trabalho contextualizado investiga, busca novos caminhos e promove o desenvolvimento do aluno como pessoa nas suas múltiplas capacidades.

O ensino e a prática devem promover a inserção do aluno no mundo, para que este tenha contato com as novas tecnologias, contato com a realidade do país, não esquecendo os conteúdos específicos de sua fase e ou série, conteúdos estes que possam servir de base em discussões e interlocuções sobre qualquer tema que porventura participe.

Considerando que a aprendizagem está intrinsecamente ligada à metodologia de ensino utilizada pelo professor, os procedimentos e as técnicas de ensino não estão isolados da metodologia utilizada pelo professor.

É nesse contexto que se discute se as metodologias ativas como estratégias de aprendizagem devem ser feitas no planejamento de ensino, onde o professor deve se colocar como ponte entre o estudante e o conhecimento, para que, dessa forma, o aluno aprenda a pensar e a questionar por si mesmo e não mais receba passivamente as informações como se fosse um depósito do educador.

Uma das estratégias de ensino que pode ser utilizada como um recurso didático é a mediação pedagógica, que, dentro do rol de metodologias ativas, possibilita a interação entre professor e aluno, sujeitos ativos do processo de ensino e aprendizagem, em que o professor é o mediador que, ao mediar, provoca conflitos cognitivos nesse processo e que vão sendo superados pelo aluno, o mediado, através desse processo de interação, a mediação.

O processo de mediação está relacionado diretamente ao trabalho pedagógico desenvolvido pelo professor, em uma relação didática, conforme figura a seguir:

A mediação consiste em um processo de intervenção de suma importância para facilitar a compreensão do indivíduo de alguma determinada informação. Ela ajuda e contribui para que o mediado possa construir seus pensamentos e suas ideias.

Assim, a escola é o ator principal que realiza essa intervenção, e o professor, como mediador escolar, deve intervir provocando avanços que não ocorreriam espontaneamente. Vygotsky (1983) valeu-se do conceito de mediação, central em seus estudos.

Rego (2002, p.26), ao definir mediação, que “é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação", onde esta relação passa a ser classificada como mediada e não mais direta.

A ação mediada, para Vygotsky, pode ser executada por dois elementos denominados mediadores, os instrumentos e os signos. Pode-se por assim dizer que o instrumento tem relação com o homem de forma externa, ou seja, é a mediação entre a ação concreta do indivíduo sobre o mundo e o mesmo.

A mediação no ensino da matemática

A mediação pedagógica possibilita a interação entre professor e aluno, sujeitos ativos do processo de ensino e aprendizagem, em que o professor é o mediador que, ao mediar, provoca conflitos cognitivos nesse processo e que vão sendo superados pelo aluno, o mediado, através desse processo de interação, a mediação. Nessa ótica, o processo de mediação precisa ser visto como uma teia de conceitos, práticas e metodologias que se relacionam entre si.

Rego (2002, p.29) afirma que:

> Logo, carrega consigo a função para a qual foi criado e o modo de utilização desenvolvido durante a história. Já os signos agem como um instrumento da atividade psicológica e são de natureza simbólica, atuando como mediador entre o sujeito e o objeto de conhecimento. Com isso, os signos possibilitam as representações mentais, que são tipicamente humanas, permitindo o homem transitar pelo simbólico.

Nesse nível, entra a grande importância da intervenção do professor como mediador no processo ensino-aprendizagem. Se o conteúdo por ele apresentado estiver distanciado dos problemas e questões presentes, não será encarado pelo aluno como algo que este possa usufruir, intervir ou dar sua contribuição, uma vez que já tem uma ideia formada sobre o tema abordado.

Em outras palavras, se ao estudante não for colocada a oportunidade de questionar, duvidar e interferir na dinâmica desenvolvida, este não se sentirá em condições de decidir ou utilizar aquele conhecimento, tanto no plano individual como na perspectiva de sua comunidade e nas relações sociais mais amplas.

Resumindo, o conhecimento matemático trabalhado no Ensino Médio tem características próprias, requerendo, além do desenvolvimento pedagógico, a capacidade de abstração conceitual como condição necessária para o educando elaborar generalizações, proposições e esquemas explicativos adequados à sua compreensão das coisas, podendo interferir no seu entorno e aplicar, conscientemente, os conhecimentos apreendidos, nas suas práticas, em benefício de si próprio e da sociedade.

Nesse viés, considera-se que a Matemática deve ser pensada em seu aspecto científico, como capaz de representar e resolver problemas básicos que envolvem, por exemplo, distâncias, valores numéricos, aplicação de fórmulas, mas deve também ser pensada em seu aspecto social.

A função da Matemática e do saber matemático é ajudar o indivíduo a compreender o mundo, a se ver no mundo, a compreender a realidade natural e social na qual está inserido, e a agir de forma dinâmica nas relações sociais.

Como destaca Dante (2013), o saber matemático tem importância capital no desenvolvimento e no uso das tecnologias, as quais têm funcionado como um fator importante no estabelecimento e na manutenção de desigualdades.

O professor de matemática e seu papel no processo de ensino-aprendizagem

A prática educacional exercida pelo professor de Matemática vai de acordo com uma série de crenças sobre o ensino e a aprendizagem que ele tem. Alguns profissionais se convencem de que tópicos da Matemática são ensinados por serem úteis para o aluno futuramente.

Assim, entende-se que ensinar Matemática é uma tarefa complexa, pois uma das grandes preocupações dos professores é com relação à quantidade de conteúdo trabalhado, ao invés da aprendizagem do aluno.

Para D'Ambrosio (2016, p.71):

> Mesmo nos dias atuais ainda é difícil o professor que consegue se convencer de que seu papel principal dentro do processo educacional é o de que os alunos tenham o maior aproveitamento possível e não a quantidade de matéria dada.

Andrade (2013) diz que o professor deve ser, para a Matemática, o elo entre o referencial teórico existente nos livros e a realidade dos estudantes. No entanto, para que isto ocorra eficientemente, é necessário buscar por novas metodologias, de forma a facilitar o ensino e a aprendizagem dos alunos, fazendo-os perceber a importância da Matemática para a vida prática.

Nacarato, Mengali e Passos (2017) explicam que os professores carregam marcas significativas que remetem a sentimentos negativos em relação à Matemática, resultando em entraves para aprender e ensinar. Esses sentimentos se convertem em crenças sobre o ensino, a aprendizagem e a Matemática, e vão se arraigando de forma a influenciar na constituição de sua prática pedagógica.

Em seus estudos, Gómez Chacón (2003, p.45) identifica e classifica as crenças dos professores "quanto à natureza da Matemática e quanto aos modelos relacionados ao ensino e à aprendizagem em Matemática". Neste sentido, Lorenzato (2006) afirma que só é possível ensinar aquilo que se sabe, ou seja, para que o professor possa oferecer ao aluno a oportunidade de construção do seu próprio conhecimento, ele precisa ter domínio não só da didática, mas principalmente dos conteúdos matemáticos. Na figura abaixo pode-se verificar as crenças e as representações dos professores de Matemática.

Alguns professores de Matemática trazem consigo regras já prontas, com metodologias estanques que nada acrescenta no processo de ensino e, consequentemente, na aprendizagem do aluno.

Nesse pensar, Oliveira e Malusá (2010) demonstram que prevalece nas aulas de Matemática um ensino em que:

> O professor já traz o conteúdo pronto, acabado, fechado em si mesmo, e o aluno limita-se, silenciosamente, passivamente, a escutá-lo. Esta postura é exigida, pois

> a ênfase está na reprodução das informações, dos saberes pelo aluno, de forma automática e sem variações. (OLIVEIRA; MALUSÁ, 2010, p 34)

A Base Nacional Comum Curricular (2018) reforça a importância da Matemática, ao afirmar que:

> O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais. (BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR, 2018, p. 265)

A BNCC atenta para que, no Ensino Fundamental, o ensino da Matemática deva estar voltado para o desenvolvimento do letramento matemático, compreendido dentro das competências e habilidades de raciocínio, representação, comunicação e argumentação matemática.

Partindo desse pressuposto, a BNCC apresenta cinco unidades temáticas com finalidades específicas, tendo cada uma delas as habilidades a serem desenvolvidas em cada ano de escolaridade. A figura 9 a seguir apresenta essas temáticas, conforme o documento apresentado por Oliveira (2020).

Diz Oliveira (2020, p.21) que:

> Assim, a Base prevê que, durante o Ensino Fundamental, o aluno deve ser capaz de: reconhecer a Matemática como uma ciência humana em construção que coopera para a solução de problemas científicos e tecnológicos e para fundamentar descobertas que podem impactar no mundo do trabalho; desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de investigação e produção de argumentos utilizando os conhecimentos matemáticos para compreender a realidade; conceber as relações entre os conceitos dos diversos campos da Matemática e destes com outras áreas do conhecimento; fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos por meio do conhecimento matemático, de forma a selecionar e produzir informações para interpretá-las e avaliá-las criticamente; resolver situações problemas em diferentes contextos; elaborar projetos que abordem, entre outros aspectos, questões de ordem social respeitando a diversidade de opiniões; e interagir com seus pares cooperativamente durante o trabalho coletivo planejando e desenvolvendo pesquisas.

Essa alfabetização possibilita ao aluno formular e resolver problemas em diversos contextos, empregando conceitos, procedimentos e ferramentas matemáticas. Para Oliveira (2020), por meio da alfabetização matemática, bem como o letramento matemático, os alunos terão a oportunidade de identificar que os conhecimentos matemáticos são essenciais em situações de sua vida cotidiana, o que favorecerá o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimulando a investigação e tornando a Matemática uma atividade prazerosa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo teve como objetivo geral avaliar se o uso de metodologias ativas em sala de aula pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem de Matemática para alunos do 7º ano da Escola Estadual Antônia Coelho de Lucena, na cidade de Boa Vista/ RR.

Metodologias ativas, ou métodos ativos, são processos de aprendizagem nos quais os alunos participam na construção de seus próprios conhecimentos. Fundamentalmente, a metodologia ativa é entendida como um método de instrução baseada no comprometimento do aluno com o processo de aprendizagem; no caso desta pesquisa a disciplina de Matemática.

O aluno, que é aquele que construirá os saberes com esse discurso, cria os seus sentidos a partir dos sentidos dados à Matemática, ao longo do tempo, reforçando que a Matemática é complicada e exige deles muita atenção, e, por isto, é uma disciplina que não lhe agrada.

Haverá mudanças quando o (a) professor (a) utilizar em suas aulas práticas inovadoras que ultrapasse as metodologias tradicionais. Por ser uma proposta diferenciada e inovadora, o trabalho com as metodologias ativas não é uma atividade fácil para a maioria dos professores.

No entanto, na medida em que uma nova abordagem metodológica é implementada, o papel do professor muda, e este, por sua vez, precisa se adequar à nova proposta pedagógica, a fim de atingir os objetivos esperados. Considerando que, para uma abordagem inovadora, o professor se transforma em um mediador entre ele e o aluno e o conhecimento, em uma construção criativa, aberta e inovadora.

Finaliza-se afirmando que a abordagem pedagógica das metodologias ativas nas aulas de Matemática no ensino fundamental II, mais especificamente no 7º ano, representou indubitavelmente um avanço na direção de uma proposta inovadora para o ensino da própria Matemática, e é também adequada às necessidades educativas a este nível de ensino, como ponto de partida para alguns direcionamentos ou redirecionamentos para aqueles professores que buscam tomar como prática a abordagem das metodologias ativas.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, C. C. O ensino da matemática para o cotidiano.

Monografia (Especialização em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2013.

ARAÚJO, Y. L. F. M. de. Enfoque de CTS no Ensino de Ciências e Biologia / Yzila Liziane Farias Maia de Araújo. – São Cristóvão: Universidade Federal de Sergipe, CESAD, 2014.

AUSUBEL, D.P.; NOVAK, J.D. e HANESIAN, H. Psicologia educacional. Rio de Janeiro, interamericana,1968. Tradução para português, de Eva Nick *et al.*

BELEM, R. S. Percepção do Aluno de Administração Frente Estratégias de Aprendizagem Ativa como Inovação ao Modelo Tradicional de Ensino. Dissertação de Mestrado. Universidade de Caxias do Sul. Caxias do Sul, 2019. Disponível em: repositorio.ucs.br (Acesso em 10/10/2020).

BERBEL, N. A. N. As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. Semina: Ciências Sociais e Humanas, Londrina, v. 32, n. 1, p. 25-40, jan./jun., 2011.

BORGES, J. R.A. Et al. O ensino e aprendizagem da matemática na perspectiva de Jerome Bruner, 2020. Disponível em: www.fucamp.edu.br › cadernos (Acesso em 20/10/2020).

BRASIL. Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei 9394/96. Brasil em Ação. Brasília, 1996.

SECRETARIA de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Brasília: Ministério da Educação, 1997. ______. Ministério da Educação e Cultura. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF: MEC, 2017.

BRUNER, J. O Processo da educação geral. São Paulo, SP: Nacional, 1991. Uma nova teoria da aprendizagem. Rio de Janeiro: Bloch, 2001.

CASTORINA, J. A. "O debate Piaget-Vygotsky: a busca de um critério para sua avaliação". In: Piaget-Vygotsky: novas contribuições para o debate. São Paulo: Ática, 1988.

COHEN, L. E MANION, L. Métodos de investigación educativa. Madrid: La Muralla, 2017.

CUNHA, M. I. da. O bom professor e sua prática. São Paulo: Papirus, 2015.

DANTE, L. R. Tudo é Matemática. São Paulo: Ática, 2013.

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

FERNANDES, C. C. A educação escolar entre o dito e o feito. Mafra: Nitran, 2018

GANDIN, D. Escola e Transformação Social. Petrópolis: Vozes, 6a ed., 2013.

GARCÍA. C.M. Formação de professores: Para uma Mudança Educativa; trad. Isabel Narciso. Porto: Porto, 2018.

GÓMEZ CHACÓN, I. M. Matemática emocional: os afetos na aprendizagem matemática. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre, RS: Artmed, 2003.

LORENZATO, S. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2017.

Lourenço Filho, escritor. In: MONARCHA, C. (org). Centenário de Lourenço Filho: 1897-1970. Londrina: Universidade Estadual de Londrina; Marília: Universidade Estadual Paulista; Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Educação, 1997, p.17-45

MANFREDI, S. M. Uma Metodologia ativa para o processo de ensino e aprendizagem. São Paulo: Scrituras Editora, 2016.

MASETTO, M. T. Mediação pedagógica e o uso da tecnologia. Campinas, SP: Papirus, 2014.

MAZUR, E. Peer Instruction: A Revolução da Aprendizagem Ativa. Tradução: Anatólio Laschuk. Porto Alegre: Penso, 2016.

MENDONÇA.Z.G.C. Metodologias Ativas de Ensino Aprendizagem: Considerações sobre Problemas, Projetos e Instrução. Educação, Psicologia e Interfaces, 2018/2019.

MORAN, J. Mudando a educação com metodologias ativas. In: Coleção Mídias Contemporâneas. Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens. Ponta Grossa, v. II, p.

15-33, 2015.

MOREIRA, M.A.; MASINI, E.A.F.S. Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Editora Moraes. 1999.

MORIN, E. Os sete saberes necessários à educação do futuro. São Paulo: Cortez, 2002.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. A formação do professor que ensina matemática. Belo Horizonte, MG: Autêntica editora, 2017.

OLIVEIRA, G.S. (Org.). O Ensino de Matemática: o pensar e o fazer. Uberlândia, MG: FUCAMP, 2020. ISBN: 978-65-00-08649-2 (ebook)

PIAGET, J. Tratado de Lógica e Conocimiento. Buenos Aires: (Editorial Paidos, 1967), v. 4.

PIMENTA, S. G. Saberes pedagógicos e atividade docente. São Paulo: Cortez, 2002.

POPPER, K. R. Conhecimento objetivo: Uma abordagem evolucionária. São Paulo: EDUSP, 1975.

POZO, J. I. Aprendizes e mestres: a nova cultura da aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2018.

REGO, Teresa Cristina. Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação. 5ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

ROMANELLI, O de O. História da educação no Brasil. 23. ed. Petrópolis (RJ): Editora Vozes, 1999

SACRISTÁN, G; GÓMEZ, P. Compreender e transformar o ensino. Trad. Ernani F. Fonseca Rosa. 4. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

SAVIANI, D. Escola e democracia. São Paulo, Cortez, 1985.

SCHNETZLER, R. P. O professor de Ciências: problemas e tendências de sua formação. In: PACHECO, R. P.; ARAGÃO, R.M.R. (Org.) Ensino de Ciências: fundamentos e abordagens. CAPES/UNIMEP, 2000.

SILVA, M.R.A. Matemática, discurso e linguagens para a educação matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018.

TOBIAS, José Antonio. História da Educação Brasileira. 3ª Ed. São Paulo: IBRASA, 1986.

VALENTE, J. A. Blended learning e as mudanças no ensino superior: a proposta da sala de aula invertida. Educar em Revista, Edição Esp. n. 4, pp. 79–97, 2014.

VYGOTSKY, L. A formação social da mente. São Paulo: Martins Fontes, 1983.

Capítulo

04

Matemática no 8° e 9° ano: o caso da Escola Estadual Dez de Dezembro do Município de Pedra Preta-MT

Mathematics in 8th and 9th grade: the case of the Escola Estadual Dez de Dezembro in the Municipality of Pedra Preta MT

Eliane Ribeiro Antonio

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso. IFMT – Campus Cuiabá Bela Vista. https://orcid.org/0009-0009-4197-6599

Evilin Grasieli Diniz Ribeiro Borba

Instituto Federal de Educação, Ciência E Tecnologia de Mato Grosso. IFMT – Campus Cuiabá Bela Vista

Rosenil Alves de Souza

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso. IFMT – Campus Cuiabá Bela Vista

Célia São Bernardo Pinho

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso. IFMT – Campus Cuiabá Bela Vista

Luzane Francisca Gomes

http://lattes.cnpq.br/4865398390049509

RESUMO

A matemática é considerada um saber importante, e está inserido no currículo das escolas conforme a BNCC - Base Nacional Comum Curricular de 2017 e, portanto, indica um parâmetro de ao qual o aluno naquele ano deve estar em relação a todas as disciplinas, mais nem sempre é isso que acontece, a disciplina de Matemática quase sempre deixa um vácuo do que se deveria saber e o que realmente se sabe ao final de cada série. Complexa e importante, a matemática é um aprendizado para vida, ajudando na dinâmica de todas a áreas e saberes, os números são elementos que compõem a sociedade, a dificuldade de compreensão é refletida na evasão dos cursos superiores de exatas, as diversas funções e variações acerca do mundo dos números deixam uma lacuna que nem sempre é fechada, tendo que em muitas vezes o discente coloque um esforço bem maior para seguir seu trajeto. Embora as metodologias que os docentes utilizam seja de consenso aos parâmetros educacionais algo acontece nesse período onde, o aluno perde a "veia" dos números. Os alunos do

AYA Editora©

ensino fundamental é um bom medidor do que se sucede do entender dos cálculos, mostraremos algumas considerações diante do 8° e 9° ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Dez de Dezembro, Município de Pedra Preta MT.

Palavras-chave: matemática. ensino fundamental. metodologia. formação de professores.

ABSTRACT

Mathematics is considered an important knowledge, and is included in the school curriculum according to the BNCC - National Common Curricular Base and, therefore, indicates a level parameter that the student must be at that year in relation to all subjects, but this is not always the case. As it happens, the subject of Mathematics almost always leaves a gap in what one should know and what one actually knows at the end of each series. Complex and important, mathematics is learning for life, helping with the dynamics of all areas, numbers are elements that make up society, the difficulty of understanding is reflected in dropouts from higher education courses in exact sciences, the various functions and variations around of learning the world of numbers leaves a gap at the end, often requiring the student to make a much greater effort to follow their path. Although the methodologies that teachers use are in agreement with educational parameters, something happens during this period where the student loses the "vein" for numbers. Elementary school students are a good gauge of what happens when they understand the calculations, we will show some considerations regarding the 8th and 9th year of Elementary School at Escola Estadual Dez de Outubro, Municipality of Pedra Preta MT.

Keywords: mathematics. Elementary Education. methodology. teacher training.

INTRODUÇÃO

Desde que se entende por civilização a matemática faz parte da evolução humana, houve na história, grandes matemáticos que transformaram nossas vidas e o modo com que compreendemos a natureza, nos transformando em homens pensadores. Mais, com o passar do tempo os métodos de aprendizado vem se modernizando, a tecnologia faz parte da nossa realidade, deixando os formatos anteriores como é o caso do papel e caneta, para o uso das tecnologias, que nesse caso fazem o papel "duro" dos cálculos, por exemplo, são diversos aparatos tecnológicos que substitui muito bem o raciocínio lógico e consequentemente, não precisamos nos debruçar com técnicas "arcaicas" considerada por muitos. Porém existe um grande problema, o que nos faz humanos pensadores e evolutivos é o pensar e colocar em ação, o treinar, para isso a língua materna, matemática e português precisam estar inseridos em nosso desenvolvimento no cotidiano, utilizar o raciocínio lógico, colocar "a mão na massa" isso nos transforma, nos faz capaz de dominar o que fazemos e por outro viés também à pensadores que vão na contra mão, acreditam que a vivencia na rotina do dia a dia nos faz dominar o que precisamos, por exemplo os autores Júlio Pereira da Silva e Tiêgo dos Santos Freitas (2022) em seu livro descreve que a língua da matemática é um processo que incentiva a busca de soluções e consideram que a criança naturalmente evolui em seu meio.

> Assim, ela é vista como um processo de contextualização, na qual o aluno é levado a refletir, inserindo a Matemática no seu convívio social, interagindo e apropriando-se dos conhecimentos prévios adquiridos para trabalhar problemas ou buscar soluções que determinem novos significados, incentivando-o a criar estratégias que possibilitem estabelecer um plano de ação. (SILVA; FREITAS, 2022).

Segundo Correa (2023) "A Matemática deve causar nos alunos descobertas, e o professor deve ser o mediador dos questionamentos e das investigações, fazendo com que estas causem interesse pela disciplina nos alunos. "

Sendo assim, este trabalho tem por objetivo geral algumas considerações sobre as dificuldades ou não que os jovens do ensino fundamental do 8° e 9° ano da Escola Estadual 10 de Dezembro do Município de Pedra Preta Mato Grosso, enfrentam quando o assunto é a disciplina de Matemática, a pesquisa realiza uma reflexão sobre as possíveis lacunas que possam ter na compreensão da disciplina.

DESENVOLVIMENTO

Na atualidade lidar com a criança desde a pré-escola vem sendo um desafio para o professor, porém há algumas disciplinas, fundamentais, a matemática, por exemplo, está constituída na BNCC como um saber importante a ser ensinado o problema é que são um pouco mais desafiadoras, não somente nas séries iniciais, mais também por toda a vida acadêmica, a pesquisa aqui se refere ao ensino fundamental anos finais, é ai que começa as "complicações" no universo dos cálculos, os alunos costumam pegar um certo "ranço" pela disciplina considerando que o conteúdo fica mais expressivo já que há uma preparação para o ensino médio e consequentemente superior, trazendo um currículo mais focado em matemática pura. O aluno passa de um saber teórico para específico, pois nas séries iniciais é utilizado uma gama maior do lúdico, brincadeiras, joguinhos e isso ajudam as crianças a interagir com o universo dos números e na sociedade. Segundo o autor Muniz *et al.* (2020):

> [...], o processo de ensino da Matemática como área de conhecimento escolar, perpassa por práticas que rompem com a ideia de ensino tradicional, apresentando aos graduandos novas possibilidades com a utilização de recursos didáticos, onde os manipuláveis se apresentam favoráveis a aprendizagem da criança, fazendo da sala de aula um espaço dinâmico, que possibilita através destes recursos, o professor instigar o interesse da criança sobre o conteúdo de Matemática abordado durante as aulas (RODRIGUES, 2019; FIORENTINI, 1995, *apud* MUNIZ *et al.*, 2020).

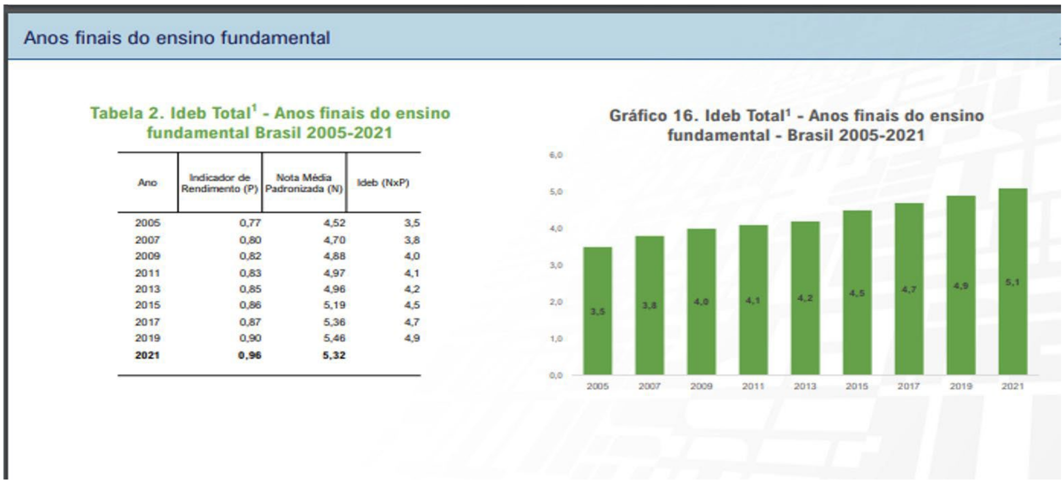
Quando o estudante chega ao ensino fundamental o conteúdo começa a afunilar, ficando mais complexos, e é aí que muitos se perdem, porém, esse momento requer muita cautela e pedagogia, os professores da disciplina precisam estar preparados para essa turminha, afinal, o mundo globalizado e as tecnologias tem uma grande parte a atenção deles, e é necessário trazer e envolvê-lo neste universo. Os dados de alguns estudiosos no assunto não são nada animadores, por exemplo, Rosiele Juvino de Oliveira, (2007) demonstra alguns dados:

> A maioria das escolas adota metodologias de ensino ultrapassadas que já não acompanham a evolução do ensino. A forma utilizada pela maioria das escolas, principalmente as públicas, não leva o estudante a uma aprendizagem efetiva. Os dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB, indicam que apenas 6,99% dos estudantes brasileiros que cursavam a 3ª série do Ensino Médio em

> 2003 se encontravam no nível adequado de construção das competências matemáticas (INEP, 2004 *apud* OLIVEIRA, 2007).

Segundo o INEP - o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (2022), "A cada 2 anos os estudantes do 5º e do 9º ano do ensino fundamental e da 3ª série do ensino médio são avaliados pelo Saeb em Língua Portuguesa e Matemática", os dados não são satisfatórios considerando a pandemia que deixou uma fresta na educação brasileira. Abaixo a figura 1 mostra a evolução do IDEB - Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - Brasil em matemática para o 9º ano do ensino fundamental entre 2005 e 2021 por média anual.

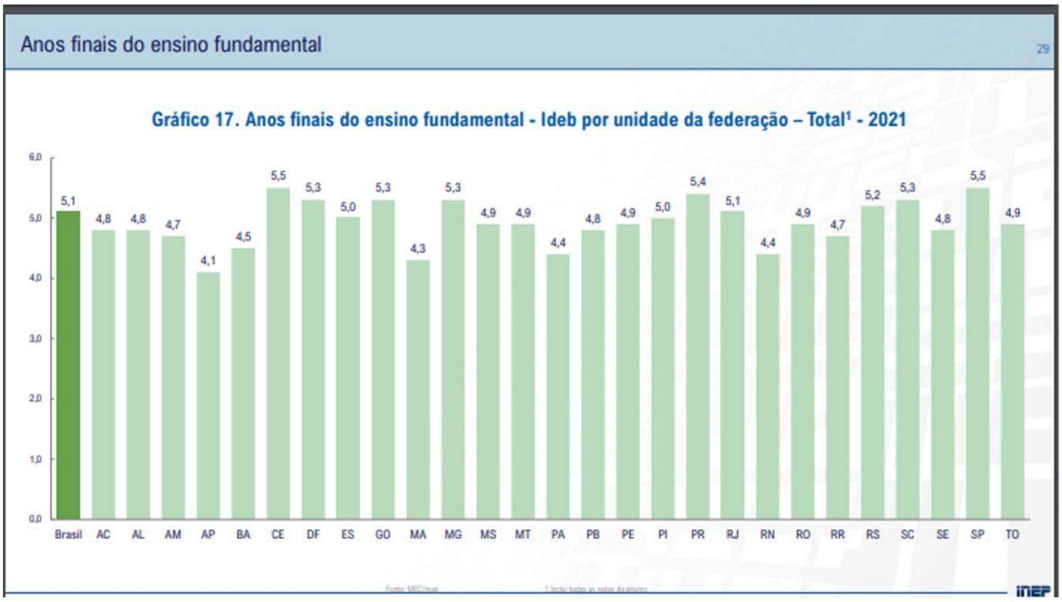
Figura 1- Fonte INEP resultado gerais, anos finais IDEB 2021



Ano	Indicador de Rendimento (P)	Nota Média Padronizada (N)	Ideb (NxP)
2005	0,77	4,52	3,5
2007	0,80	4,70	3,8
2009	0,82	4,88	4,0
2011	0,83	4,97	4,1
2013	0,85	4,96	4,2
2015	0,86	5,19	4,5
2017	0,87	5,36	4,7
2019	0,90	5,46	4,9
2021	**0,96**	**5,32**	

A figura 2 mostra a evolução do IDEB - Índice de Desenvolvimento da Educação básica - Brasil em matemática para o 9º ano do ensino fundamental entre 2005 e 2021 média por Estado Brasileiro.

Figura 2- Fonte – INEP- IDEB 2021 por Estado.



Porém, a situação é ainda pior quando observamos o desempenho dos alunos no ultimo Pisa- Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Programme for International Student Assessment) de 2018 há, portanto, de se considerar que o Pisa 2022 ainda não foi divulgado, então utilizaremos os dados do 2018. Participaram da edição 2018, 79 países, foram envolvidos cerca de 600 mil alunos sendo 10.691 brasileiros.

Segundo PISA (2018) o Relatório: “Apresenta resultados nacionais e regionais em Leitura, Matemática e Ciências; expõe dados sobre o contexto nacional [...], [...] e compara resultados com outros países participantes e entre as cinco regiões geográficas do Brasil. ” Os resultados do Pisa 2018 é assustador a média de proficiência dos jovens brasileiros em Matemática no Pisa 2018 foi de 384 pontos, 108 pontos abaixo da média dos estudantes dos países da OCDE - Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (492), e está em 69-72 no ranking dos 78 países perdendo apenas para Argentina, Panamá e Republica Dominicana.

É notória a necessidade em investimento eficaz na área de educação para melhorar a pontuação e quem sabe um lugar de destaque na educação mundial.

Segundo Ferreira (2018) a matemática está relacionada ao aprendizado de outras disciplinas e uma interfere na outra, porem os motivos dessas dificuldades pode se dizer que é mais extensa:

> Diversos motivos podem explicar tais dificuldades, entre eles, pouca ou nenhuma contextualização, falta de recursos para tornar o aprendizado estimulante, que forneça ao aluno formas de perceber que a matemática está a sua volta, ausência de estratégias que aproximem o conteúdo do cotidiano dos alunos ou desmotivação tanto de alunos quanto de professores (PIRES *et al.*, 2013 *apud* FERREIRA, 2018).

Além disso, o autor define como falta de “letramento matemático” a dificuldade que os estudantes possuem e ressalta a importância do chamado “processos matemáticos” esses processos de aprendizagem segundo Ferreira (2018) são de extrema importância para o “[...] desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) para o desenvolvimento do pensamento computacional. ”

Dessa forma nota-se que a “matemática é para o pensamento, tal qual, a água é para o corpo” vital. Sendo que nesse sentido, além da relação aluno-professor e o saber “os recursos lúdicos e os materiais concretos podem ser importantes aliados no processo de mediação do conhecimento, favorecendo a interação entre alunos-professores-saberes matemáticos”.

METODOLOGIA

A presente pesquisa teve o intuito de investigar a percepção dos estudantes do ensino fundamental anos finais frente a disciplina de matemática.

Utilizou-se a pesquisa Bibliográfica inicialmente e pesquisa social, para desenvolver resultados que possa ser satisfatório junto a questão da dificuldade que os alunos tem em conseguir desenvolver o aprendizado da disciplina de matemática.

Sousa *et al.* (2021, p. 65) diz que a pesquisa bibliográfica “ está inserida principalmente no meio acadêmico e tem a finalidade de aprimoramento e atualização do conhecimento, através de uma investigação científica de obras já publicadas “.

Segundo os autores (CHAER, DINIZ e RIBEIRO, 2011) o questionário tem um papel importante no levantamento de cunho empírico:

> [...] o questionário é uma técnica bastante viável e pertinente para ser empregada quando se trata de problemas cujos objetos de pesquisa correspondem a questões de cunho empírico, envolvendo opinião, percepção, posicionamento e preferências dos pesquisados. (CHAER, DINIZ e RIBEIRO, 2011).

A investigação foi realizada através de um questionário (de cunho nosso) que continha 06(seis) perguntas de múltipla escola, sim ou não, aplicado em 4 (quatro) turmas sendo, 2(duas) do 8° ano e 2(duas) do 9° ano.

Figura 3 – questionário aplicado aos alunos (produção própria)

NOME:

SERIE:

1- em sua opinião: a disciplina de Matemática tem um papel importante no seu futuro?
( ) sim ( ) não

2- Você considera, que foi bem preparado na série anterior para desenvolver atividades de matemática na série que você se encontra hoje?
( ) sim ( )não

3- Qual o nível de compreensão da disciplina você considera estar hoje.
( ) ruim ( ) razoável ( ) excelente.

4- Você considera a disciplina de Matemática.
( ) fácil ( ) intermediário ( ) difícil ( ) muito difícil.

5- Acredita que para conseguir acompanhar o conteúdo, seria interessante inserir tecnologias, jogos matemáticos, outros meios.

( ) não, compreendo perfeitamente, o suficiente.

( ) sim, seria ótimo

( ) tanto faz, não gosto da disciplina.

6- considerando este ano escolar, assinale:

	ciên	mat	port	hist	geo	ed. física	língua estrangeira
1. matérias que tenho mais dificuldade	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)
2. matérias que tenho mais facilidade	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)
3. matérias que mais gosto	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)
4. matérias que menos gosto	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)
5. matérias que acho mais importantes	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)
6. matérias que acho menos importantes	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)

Foram levantados junto à Secretaria Escolar da Escola Estadual 10 de Dezembro do Município de Pedra Preta – MT, 121 alunos matriculados no 9° ano e 128 alunos do 8° ano do ensino fundamental, um total de 249 alunos na sede do município. Nas áreas distritais e rurais a escola possui 74 alunos entre 8° e 9° anos, esses alunos não foram pesquisados. Somente os da Matrix, desses foram aplicados os questionários em 59 alunos no 9° ano e 62 no 8° ano.

O questionário levantou alguns considerações importantes relacionados a disciplina de matemática, 108 alunos concordam que a disciplina de matemática tem um papel importante em seu futuro; quando perguntados se consideram, ter sido bem preparados na série anterior para desenvolver atividades de matemática na série que se encontram hoje, 76 alunos afirmam que sim foram bem preparados e 45 não, não se consideram bem preparados; Foi perguntado a eles em qual nível de compreensão da disciplina considera estar hoje, 37 dos alunos se enquadram em ruins, 73 deles razoáveis e apenas 11 dos alunos se consideram excelentes; perguntados como veem a disciplina de matemática 49 dos estudantes acham a disciplina difícil seguido de 37 intermediário e 26 acham muito difícil, apenas 09 dos alunos questionados consideram a disciplina fácil; a questão 5 pergunta se a inserção de tecnologias educacionais auxiliaria o aprendizado da matemática e 94 deles disseram que ajudaria muito. Ao final uma tabela constando algumas perguntas rápidas e objetivas. Sendo 76 alunos consideram a matemática a matérias que possuem maior dificuldade; 72 afirmam que é a matéria que menos gostam seguido de português com 49 alunos; 78 desses consideram a matéria de matemática a mais importante, seguido de 43 alunos que acreditam em português, desses 121 alunos 90 marcaram Português e Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

É notório que a disciplina de matemática é essencial para o desenvolvimento intelectual do estudante, o universo dos cálculos são a base de muitos saberes e estão conectados em nossas existências. Também, que existe uma complexidade por traz do saber matemática, que acaba criando uma barreira muitas vezes intransponível para o estudante. Pela sua grandeza é necessário urgentemente políticas públicas voltadas para esse conhecimento. São assustadores os dados extraídos do IDEB e do PISA, precisamos de uma força tarefa concentrada nesses índices a ponto de mudar o quadro lamentável que o Brasil se encontra. Essas Políticas Públicas precisam ser concentradas na pedagogia, nos currículos aplicados a esses saberes, os professores e aqui apontando os de matemática, precisam rever suas metodologias de aplicação de conteúdo, reforçando o que na maioria das bibliografias vem dizendo, foco na formação continuada, urgente, dando assim oportunidade para os docentes se preparem.

A chave para o conhecimento, o desembaraçar dos números e o “se apegar” na disciplina está nas mãos de quem os apresenta e os ensina, todos os dias, os professores, é neles que precisa um foco. Além disso, o quadro apresentado aqui é um reflexo do País, os questionários aplicados a esses alunos, mesmo que em pequena proporção, reflete os índices apresentados acima, índices constrangedores para um País em ascensão mundial, em desenvolvimento, políticas e produção.

Temos que pensar de quem será a responsabilidade dos futuros e atuais Engenheiros, Matemáticos, Programadores de Sistemas, entre outros, pois reflete sobre uma sociedade que não basta frequentar escolas, precisa sair dela com a mente pronta para o que virá, preparados como profissionais de competitividade para o mercado global.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC/SEB, 2017

CERVO, Amado Luiz; BERVIAN. Pedro Alcino. Metodologia científica: para uso dos estudantes universitários. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1983.

CHAER, Galdino; DINIZ, P.R. Rafael; RIBEIRO, A. Elisa. A técnica do questionário na pesquisa educacional. Evidência, Araxá, v. 7, n. 7, p. 251-266, 2011.

CORREA, C. Valdones. A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL. Como a Matemática possibilita o saber pensar, raciocinar, propor, comparar e questionar. Disponível em: https://meuartigo.brasilescola.uol.com.br/educacao/a-importancia-da-matematica-no-ensino-fundamental.htm. Acesso em: 06 out. 2023.

FERREIRA, E. José. Recursos didáticos para o ensino de matemática nos anos finais do ensino fundamental: algumas possibilidades. Brasília, 86p., 2018. Dissertação de (Mestrado). Universidade de Brasília.

INEP. Ministério da Educação Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: https://download.inep.gov.br/ideb/resultados/apresentacao_ideb_2021.pdf. Acesso em: 09 de out. 2023.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira | Inep. RELATÓRIO BRASIL NO PISA 2018. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/relatorio_brasil_no_pisa_2018.pdf. Acesso em 09 out. 2023.

MUNIZ, Débora Renata Marques *et al.* A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: proposições sobre a unidade temática números e ações pedagógicas para o ensino. VII CONEDU - Conedu em Casa... Campina Grande: Realize Editora, 2021. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/80349>. Acesso em: 06/10/2023 16:41

OLIVEIRA, J. de Rosiele. O Bom Professor de Matemática segundo a Percepção de Alunos do Ensino Médio. Universidade Católica de Brasília – UCB. 2007.

SILVA, da P. Júlio; FREITAS, S. dos Tiêgo. Ensino e Aprendizagem em Matemática. Um olhar sob diferentes perspectivas. Pimenta Cultural. eBook. São Paulo. 2010p. 2022.

SOUSA, A. S.; OLIVEIRA, S. O.; ALVES, L H. A PESQUISA BIBLIOGRÁFICA: PRINCÍPIOS E FUNDAMENTOS. Cadernos da Fucamp, v.20, n.43, p.64-83/2021. Disponível em: file:///C:/Users/UAB%20PEDRA%20PRETA/Downloads/2336-Texto%20do%20Artigo-8432-1-10-20210308%20(1).pdf. Acesso em: 10 out. 2023.

Capítulo

05

Estratégias lúdicas etnomatemáticas dos números na língua Pemôm Taurepan dos estudantes da educação básica

Playful ethnomathematical strategies of numbers in the Pemôm Taurepan language of primary education students

Harlen Jane Souza Bermeo

Universidad Pedagógica Experimental Libertador. https://lattes.cnpq.br/4320043278233052

RESUMO

Esta pesquisa intitulada Estratégias lúdicas etnomatemáticas de números na língua Pemón Taurepan de alunos da educação básica, vislumbra-se no âmbito do ensino e aprendizagem de estratégias lúdicas no contexto da etnomatemática, referindo-se aos números na língua Pemón Taurepan. E significados pessoais em jogo e identificar potenciais conflitos semióticos na interação didática. A técnica é baseada em um modelo ontológico e semiótico para a cognição matemática apresentada elucidada pela análise dos números de 0 a 9, modelo ontológico coloca observações de língua materna e dominante em suas atividades matemáticas e objetos culturais linguísticos emergentes e desempenho acadêmico dos alunos relacionados aos números 0-9 em Taurepán da Escola Primária San Antonio de Morichal, localizada na comunidade indígena Gran Sabana em Santa Elena de Uairén -Venezuela. O estudo é de nível descritivo focado na modalidade etnomatemática, sendo a pesquisa direcionada a uma tese do tipo Projeto Viável, com apoio de campo, utilizando uma população de dez (10) alunos, cinco (05) Professores, dois (02) Auxiliares e três (03) da Equipe de Gestão, que deve ser finito e acessível, foi amostrado para pesquisa de informações relevantes, um questionário de oito (08) itens, onde se propõe que estratégias lúdicas No contexto da etnomatemática, representa uma forte ferramenta de aprendizagem no processo educativo para atender à necessidade de identificação de desempenho. Concluindo, que de fato o processo de aprendizagem é possível e mais eficaz através da implementação de técnicas e estratégias que permitem ao professor de forma pedagógica a captar o conhecimento nos alunos de forma didática.

Palavras-chave: estratégias lúdicas. jogos. matemática. etnomatemática

DOI: 10.47573/aya.5379.2.246.5

AYA Editora©

INTRODUÇÃO

Novas oportunidades de ensino abre metodologias em que os professores podem trabalhar juntos com as crianças, permitindo um trabalho educacional mais atraente e sentindo que as experiências de lazer podem resgatar sensibilidades esquecidas e aplicar o processo de semiose, onde a diversidade de objetos Isso está em jogo nas atividades matemáticas, tanto em termos de expressão quanto no conteúdo e diversidade de atos e processos de semiose (interpretação) entre diferentes tipos de objetos e os meios de produção de sinais. A etnomatemática nos permite vislumbrar outras formas de ser, de ter noções e se conectar ao mundo a partir de uma representação descolonizante, e a partir daí é possível problematizar o que concebemos por discernimento ou entendimento matemático. Entendendo que a didática e essas estratégias não são únicas, são universais e cobrem com grande habilidade e disposição tópicos de várias técnicas que permitem ao professor orientar os alunos a fim de conhecer e reconhecer o ambiente que os cerca, por isso é notável o desenvolvimento nas crianças ,dinâmica, estratégias lúdicas e muito mais, se isso se tornar um mecanismo substancial para despertar a curiosidade e gerar certeza diante da dúvida e da ignorância, que com o tempo os condescenderão eminentemente a se tornarem muito mais comunicativos e conscientes de seus interesses e realidade

Segundo Sáenz-Ludlow e Kadunz (2016):

> Deely consegue revelar que a história e a constituição da semiótica, co-evoluíram durante séculos, tanto sincrônica, quanto diacronicamente. Assim, a estruturação de uma consciência semiótica emergiu sistematicamente da influência e repercussão que o uso dos signos tem nas diferentes áreas de conhecimento. (*apud* Almeida e Silva,2018, p.2)

TIPOS DE ESTRATÉGIAS LÚDICAS

Lúdico é o jogo, o jogo é divertido e é desse ponto de vista que desenvolvemos essa pesquisa para que o aprendizado de matemática seja mais atraente e divertido. O jogo estava presente em todas as idades da humanidade, mantendo-se atual. Por fim, a participação de jogos engloba uma variedade de atividades meta-matemáticas e, entre outras, tanto em termos de expressões quanto no contexto apresentado de semiose (interpretação), entre diferentes tipos de mídia de leitura, representações de símbolos, gravuras, espaço temporal e psicossocial. Portanto, dependendo da proposta feita, são levados em consideração o contexto indígena no país, os processos de suas lutas, realizações e direitos adquiridos, que serão de interesse e importância para o ensino da visão de praticar e revisar como é a educação dos índios, em virtude do processo de aprendizagem da matemática e, mais ainda, se essa educação está associada à própria realidade. Conforme Miranda (2001):

> Com o jogo didático é possível alcançar vários objetivos como os relacionados com a cognição (desenvolvimento da inteligência e da personalidade); a afeição (desenvolvimento da sensibilidade e da estima); a socialização (simulação de vida em grupo); a motivação (envolvimento da ação, do desafio e mobilização da curiosidade) e a criatividade (capacidade de adaptar novas estratégias e recursos). (*apud* Miranda e Vieira ,2019, p.5)

O jogo ganha uma ferramenta potencial para promover meios mais significativos, onde o docente precisa apreciar diversas estratégias, e encontrar novos caminhos. O jogo abre vários leques que se apresentar como elemento mais receptiva aos estudantes. Os jogos aplicados em atividades de ensino geram motivação, interesse e participação ativa, permitindo aos estudantes adquirir uma aprendizagem significativa. Do mesmo modo, o tipo de investigação foi desenvolvido numa investigação de campo, baseada no modelo construtivista da educação humana, tomando como princípios os declarados na Reforma Curricular em vigor, bem como pelos métodos: ativo e científico. Em conclusão, a grande maioria dos professores da educação básica não aplica o uso de atividades lúdicas durante as aulas de matemática como um aspecto de motivação para a aprendizagem da matemática e não há formação aprofundada para professores sobre o uso de atividades lúdicas na área da matemática como um importante recurso didático para promover uma aprendizagem significativa. A contribuição do estudo foi orientada para o contexto na sala de aula da escola e para as ferramentas que podem ser utilizadas em torno da implantação de atividades destinadas à aprendizagem e ensino da matemática e dos conhecimentos do professor no âmbito destas abordagens.

De acordo Winnicott (1975):

> Esclarece o professor, a brincadeira aponta o enriquecimento e a terapia presente pelos processos de crescimento da criança e pela remoção de bloqueios que podem tornar-se evidentes na hora da brincadeira: "A brincadeira é extremamente excitante. Compreenda-se que é excitante não primariamente porque os instintos se acham envolvidos; isto está implícito" (*apud* Vieira sofia, 2004, p.30)

JOGO DE CARTAS EM TAUREPAN

Observação: O importante aqui não é o jogo em si, mas está em contato com os números e a escrita da língua materna e da língua dominante, diferenciando, reconciliando as duas línguas e participando coletivamente e obtendo a busca de aprendizado.

Os números foram criados através de símbolos que representam as quantidades, a partir do número 5 a combinação de:

5 + 1 = 6

5 + 2 = 7

5 + 3 = 8

5 + 4 = 9

Quadro 1 - Números em espanhol e Pemón Taurepán.

Números	Español	Taurepan
0	CERO	ANTÖ
1	UNO	TÖUKÍN
2	DOS	SAKÜNE
3	TRES	SEURAWÖNE
4	CUATRO	SAKÖRÖRÖNE
5	CINCO	TOUKIN MÍA
6	SEIS	TÖUKÍN MÍA PONAK TÖUKÍN
7	SIETE	TÖUKÍN MÍA PONAK SAKÜNE
8	OCHO	TÖUKÍN MÍA PONAK SEURAWÖNE
9	NUEVE	TÖUKÍN MÍA PONAK SAKÖRÖRÖNE

Fonte: Bermon (2018)

Aprendizado Baseado em Jogos

> As novas metodologias de ensino podem proporcionar grande ajuda na aprendizagem significativa. A apropriação do conhecimento e a aprendizagem significativa são facilitadas quando o conteúdo toma a forma de atividade lúdica, pois essa proporciona uma maneira mais interativa e divertida de aprendizado, além de possibilitar a proatividade do aluno. Atividades lúdicas devem ser usadas para apresentar obstáculos e desafios a serem vencidos, como forma de fazer que o educando atue em sua realidade, o que envolve, portanto, o despertar do interesse e da motivação. (Soares, 2008, *apud* Silva e Bianco 2020, p. 11)

A pesquisa é baseada na estratégia lúdica da aprendizagem etnomatemática, muitos autores e teóricos estão sempre buscando novos conhecimentos, novas experiências da área da matemática, destacando a etnomatemática, onde a demanda por aprendizado em seu ambiente, sua cultura, geralmente analisam um pouco da etnomatemática dentro do lúdico, já que o principal objetivo dessas estratégias lúdicas é uma ferramenta de aprendizado agradável para as crianças. Como os alunos conhecem os números de idiomas predominantes e sentem dificuldade ,frequentemente tem vergonha e o desinteresse em aprender a língua materna, às vezes as crianças aprendem alguns números em Taurepan, mas muitas vezes esquecem por não estar em contato com os números em sua língua materna na escola e em sua casa, estão esquecendo a sua etnia, a maioria de sua família não fala mais tanto a língua materna, dando a preferência a língua predominante o espanhol, o objetivo é resgatar o idioma materno da comunidade, através de brincadeiras e o apoio etnomatemática , criar situações de motivação ás crianças ,para estavam sempre em contato com números em seu idioma materna e do idioma dominantes (espanhol) e oferecendo a oportunidade de aprender os números em sua cultura e seu idioma, aprender o espanhol sem esquecer seu idioma materno. Portanto, para D'Ambrósio (1990): "de Etnomatemática, que etimologicamente significa. [...] arte ou técnica de explicar, de conhecer, de entender nos diversos contextos culturais" (citado por Bandeira, 2016, p.13).

ETNOMATEMÁTICA -BENEFÍCIOS DAS ESTRATÉGIAS LÚDICAS

Um jogo bem projetado e usado corretamente oferece muitas vantagens, incluindo: a fixação de conteúdo, ou seja, facilita o aprendizado; permite a tomada de decisões e avaliações; O significado é difícil de entender. É necessária participação ativa; socializar e promover o trabalho em equipe; motiva, desperta criatividade, senso crítico, participação, competição saudável e prazer de aprender. Um jogo bem projetado deve ter as seguintes características: ser atraente, agradável e fácil de usar. O aluno deve ser capaz, sem dificuldade, de entender o funcionamento do jogo, os comandos e as opções mais básicas, podem ser orientadas rapidamente. Todas as opções devem levar para algum lugar. As estratégias lúdicas etnomatemática pode influenciar positivamente o aprendizado, o desempenho e o crescimento em diversas áreas. Do ponto de vista teórico, a contribuição da pesquisa se concentra no desenho de estratégias lúdicas como ferramentas etnomatemáticas para a aprendizagem dos números de 0 a 9 na língua Pemón Taurepan em alunos básicos da Escola Integral Bolivariana San Antonio Morichal, com um impulso na importância das habilidades e práticas que devem ser realizadas na sala de aula da escola em virtude do processo Educacional, determinando com tudo isso a comunicação e a oportunidade da gestão imponderável dos recursos necessários para melhorar e facilitar o conhecimento dos alunos e, é claro, o mesmo professor. No nível metodológico, a pesquisa está focada no aprofundamento dos processos instrucionais em torno da língua Pemón Taurepán, que devem predominar com base no reconhecimento da história e raízes da nação, bem como na proposta de desenho de estratégias lúdicas como ferramentas etnomatemáticas para aprender os números de 0 a 9 na língua Pemón Taurepan em alunos do ensino fundamental da Escola Integral Bolivariana San Antonio Morichal. Da mesma forma, o estudo constitui uma contribuição muito valiosa, pois servirá como fonte de consulta para futuros pesquisadores e em virtude da linha de pesquisa que está sendo tratada e que representa uma importante abordagem de conservação e manutenção no tempo de as raízes etno-culturais.

DESENVOLVIMENTO

Segundo Godino, Batanero e Font (2014): ” suas elaborações decorrem da necessidade de elaborar modelos ontológicos e semióticos para tratar da questão do significado institucional e pessoal dos objetos matemáticos” (citado por Almeida e Silva ,2018, p11).

> O jogo pedagógico deve ser fabricado com o intuito de facilitar a aprendizagem, sendo uma ferramenta alternativa para a melhoria do desempenho do educando, intermediando o processo de ensino. O jogo não é o fim, e sim o eixo que conduz a um conteúdo didático específico, resultando através da ação lúdica uma nova aquisição de conhecimentos. (Kishimoto, 1996, *apud* Silva e Bianco, 2020, p.8)

A técnica é baseada em um modelo ontológico e semiótico para a cognição matemática apresentada elucidada pela análise dos números de 0 a 9, modelo ontológico coloca observações de língua materna e dominante em suas atividades matemáticas e objetos culturais linguísticos emergentes e desempenho acadêmico dos alunos relacionados aos números 0-9 em Taurepán da Escola Primária San Antonio de Morichal, localizada na comunidade indígena Gran Sabana em Santa Elena de Uairén -Venezuela. O estudo é de nível descritivo focado na modalidade etnomatemática, sendo a pesquisa direcionada a uma tese do tipo Projeto Viável, com apoio de campo, utilizando uma população de dez (10) alunos, cinco (05) Professores, dois (02) Auxiliares e três (03) da Equipe de Gestão, que deve ser finito e acessível, foi amostrado para pesquisa de informações relevantes, um questionário de oito (08) itens, onde se propõe que estratégias lúdicas No contexto da etnomatemática, representa uma forte ferramenta de aprendizagem no processo educativo para atender à necessidade de identificação de desempenho. Concluindo, que de fato o processo de aprendizagem é possível e mais eficaz através da implementação de técnicas e estratégias que permitem ao professor chegar de forma pedagógica a captar o conhecimento nos alunos de forma didática. A pesquisa foi enquadrada em um desenho de campo não experimental, nível descritivo sob a modalidade de projeto factível. Com relação à população, foi composta pelos seis (6) professores da primeira série. A técnica aplicada foi a survey e o instrumento foi o questionário, que foi validado por julgamento de especialistas. A confiabilidade foi Kr= 0,96 obtida pela aplicação da fórmula de Kuder Richardson. As conclusões derivadas do estudo permitem-nos afirmar a presença de um processo de ensino e aprendizagem onde falta a aplicação de estratégias lúdicas para atingir os objetivos planeados. No entanto, os professores reconhecem que o ensino da matemática deve ser orientado de forma prática e através do uso de jogos, mas não possuem as estratégias necessárias ou não sabem qual aplicar. Realidade que sustenta a proposta onde se revela uma série de estratégias lúdicas, divertidas e relevantes para proporcionar uma aprendizagem significativa, dando uma contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Concluindo, que os professores investigados utilizam uma variedade de técnicas e estratégias que só levam à prática repetitiva do ato educativo, dentro delas podemos citar tanto a matemática quanto a escrita tradicional de números, cópia do livro e quadro negro, entre outras. Portanto, os docentes da instituição não utilizam estratégias lúdicas baseadas no uso do jogo, que lhes permitam ser criativos e inovadores no ensino da matemática e assim os alunos alcançarem uma aprendizagem significativa, induzindo-os a descobrir a importância da matemática e sua fácil aprendizagem através do jogo. A contribuição deste estudo foi evidenciada de forma significativa a partir da contextualização essencial da atual pesquisa que se apresenta e dada a importância de conceber os objetivos que se localizam no âmbito e gestão da informação relacionada com as atividades lúdicas em sala de aula.

AVALIAÇÃO SIGNIFICATIVA

> A aprendizagem torna-se mais significativa à proporção que o conteúdo apresentado incorpora-se ao conhecimento prévio de um aluno adquirindo significado para ele, incorporando a atribuição do significado, por interagir com conceitos relevantes pré-existentes na estrutura cognitiva. (Brito, 2012, p.3)

E deve-se notar que é na coleta de informações que a estrutura de Campo do processo investigativo é suportada, uma vez que o mesmo escopo de ação é adotado para a execução efetiva da obtenção das respostas relacionadas ao assunto em estudo .Nesta seção, o pesquisador procura detalhar, através da obtenção de gráficos e tabelas de frequência, cada uma das perguntas elaboradas em torno do problema, e com base na proposta de Estratégias Lúdicas Aplicadas como Ferramentas de Aprendizagem Etnomatemáticas para Números 0 a 9 em Pemón Taurepan, em alunos do ensino fundamental da Escola Integral

Bolivariana San Antonio Morichal. Com base nesse cenário, o pesquisador apresenta as seguintes questões, como parte do desenvolvimento do processo de pesquisa:

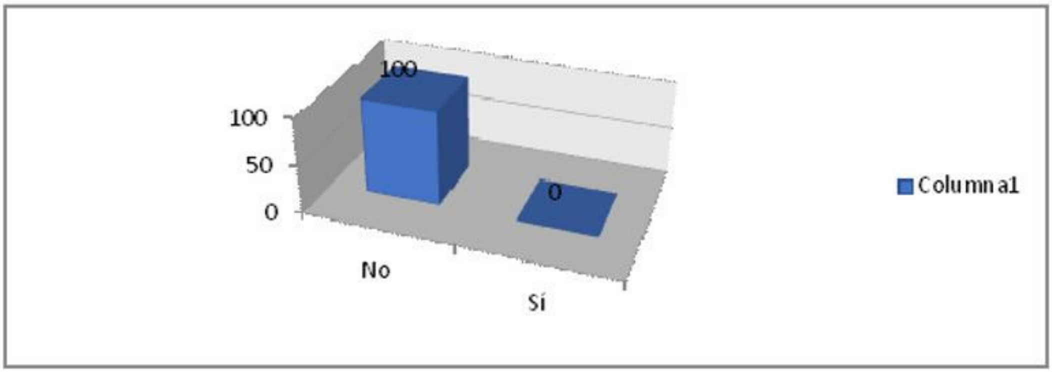
Quadro 2 - Você acha que a sala de aula da escola atualmente está usando estratégias em geral para facilitar o conhecimento?

Categoría	Frequência	%
Não	20	100
Sim	00	00
Total	20	100

Fonte: Bermeo (2018)`

Quanto ao fato dos entrevistados acharem que as estratégias estão sendo usadas da sala de aula para facilitar o conhecimento da matemática, os entrevistados declararam em cem por cento (100%) que não estão executando nenhum tipo de estratégia pedagógico ou lúdico, dependendo da facilidade de noções na área da matemática.

Gráfico 1 - Facilitar o conhecimento de matemática.



Fonte: Bermeo (2018)

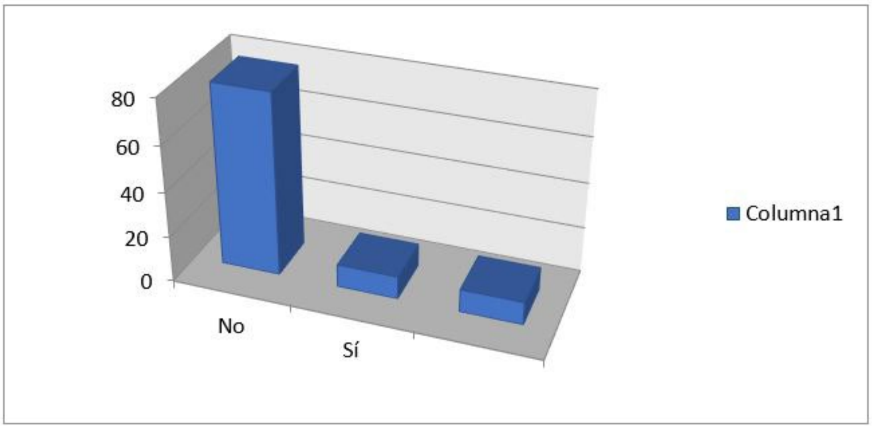
Quadro 3 - Existe algum tipo de dinâmica ou jogo para motivar os alunos nas aulas de matemática?

Categoría	Frenquência	%
Não	18	80
Sim	01	10
As vezes	01	10
Total	20	100

Fonte: Bermeo (2018)

Em relação ao fato de que, se algum tipo de dinâmica ou jogo é feito para motivar os alunos nas aulas de matemática, 80% (80%) dos entrevistados indicaram que nenhum tipo de mecanismo de ensino é executado na sala de aula nas aulas de matemática, enquanto dez por cento (10%) indica que sim e, por outro lado, outros dez por cento (10%) pensam que ocasionalmente

Gráfico 2 - Dinâmica ou jogo para motivar os alunos.



Fonte: Bermeo (2018)

Item 3. Quando a aula é ministrada, o idioma Pemón Taurepán é usado para exibir atividades na sala de aula da escola?

Quadro 4

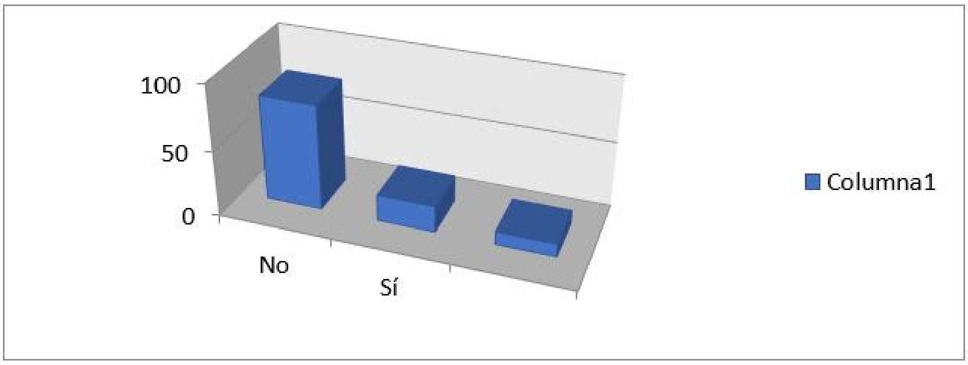
Categoría	Frequência	%
Não	17	70
Sim	02	20
Não respondeu	01	10
Total	20	100

Fonte: Bermeo (2018)

Considerando que, se a aula é ministrada, a língua Pemón Taurepán é usada no desenvolvimento de atividades na sala de aula da escola, os entrevistados em 70% (70%) indicaram que tais atividades não são realizadas. Vinte por cento (20%) pensam que se isso for feito e outros dez por cento (10%) não querem comentar.

Portanto, é inquestionável que exista uma fraqueza que surge a esse respeito na sala de aula da escola e o uso da língua Pemón como instrumento do processo de ensino e aprendizagem.

Gráfico 3 - Língua Pemón Taurepán na implantação de atividades.

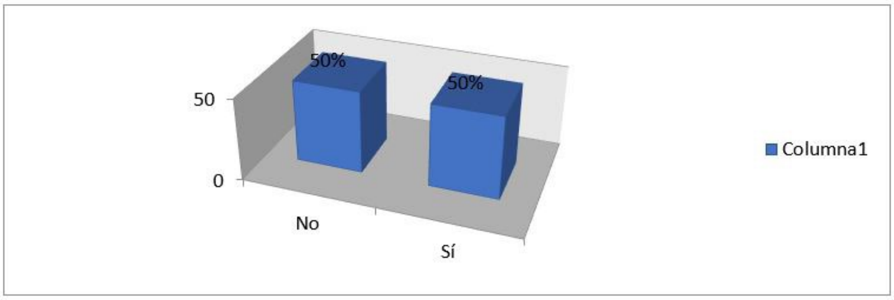


Fonte: Bermeo (2018)

Item 4. Você considera que o aluno se sente identificado com a língua materna nativa?

Em relação ao fato de que se você se identifica com a língua materna nativa, os resultados deste item mostram que há uma desagregação uniforme da resposta a essa pergunta, constatando que as opiniões são evidentemente divididas. No entanto, verificou-se que muitos estudantes têm vergonha ou não se sentem identificados com sua língua materna nativa, e é claro que isso se une ao fato de que não há participação efetiva da língua Pemón Taurepán na implantação de atividades na sala de aula da escola, ou seja, não há estímulo concreto.

Gráfico 4 - Identificação com a língua materna.



Fonte: Bermeo (2018)

Tem 5: O aluno tem algum conhecimento sobre os números de 0 a 9 na língua Pemón Taurepán?

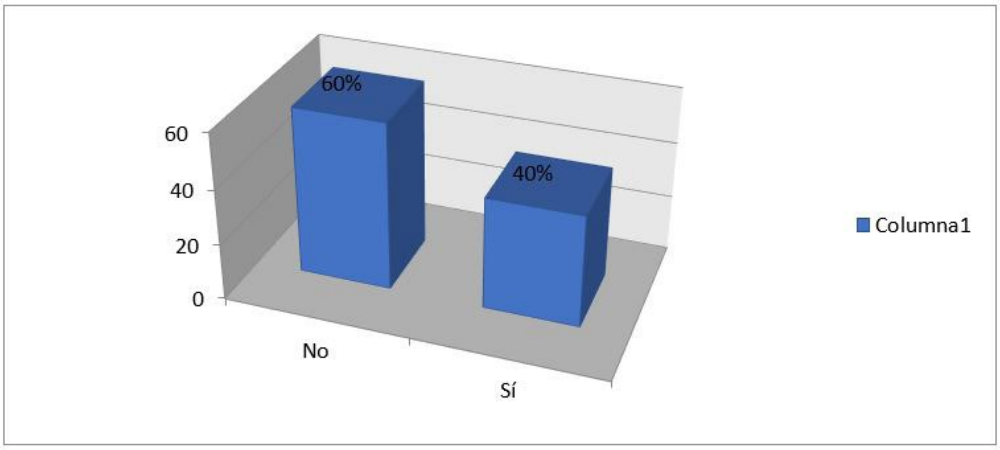
Quadro 5

Categoría	Frenquência	%
Não	12	60
Sim	08	40
Total	20	100

Fonte: Bermeo (2018)

Em relação ao fato de que, se os alunos tiverem algum conhecimento sobre os números de 0 a 9 na língua Pemón Taurepán, os resultados indicaram que sessenta por cento (60%) indicam que eles não têm conhecimento básico sobre os números na língua Pemón Taurepán, enquanto que quarenta por cento (40%) dizem que sim; nesse sentido, essa figura expressa o fato de que há de fato uma fraqueza primária na ignorância dos números na língua materna.

Gráfico 5 - Conhecimento dos Números de 0 a 9 no Idioma Pemôn Taurepán.



Fonte: Bermeo (2018)

Item 6. As Estratégias de lazer são implementadas na sala de aula da escola no processo de ensino e aprendizagem de números na língua Pemón Taurepán?

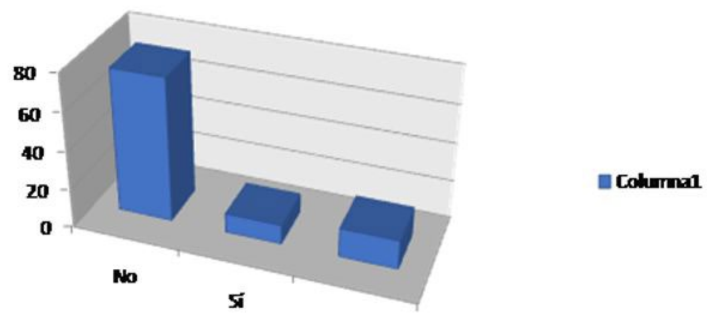
Quadro 6

Categoría	Frenquência	%
Não	15	75
Sim	02	10
Não respondeu	03	15
Total	20	100

Fonte: Bermeo (2018)

Sob a abordagem de que, se as estratégias recreativas forem aplicadas em sala de aula no processo de ensino e aprendizagem dos números na língua Pemón Taurepán, 75% (75%) dos entrevistados afirmaram que não tipo de estratégia lúdica, por outro lado, dez por cento (10%) pensam que sim e quinze por cento (15%) não deram uma opinião. Portanto, fica claro que certamente existem fragilidades no uso desses tipos de mecanismos para executar no processo de ensino.

Gráfico 6 - Estratégias Lúdicas.



Fonte: Bermeo (2018)

Ítem 7. Você tem conhecimento da etnomatemática como uma ferramenta eficaz para lidar com o processo de ensino de números na sala de aula da escola?

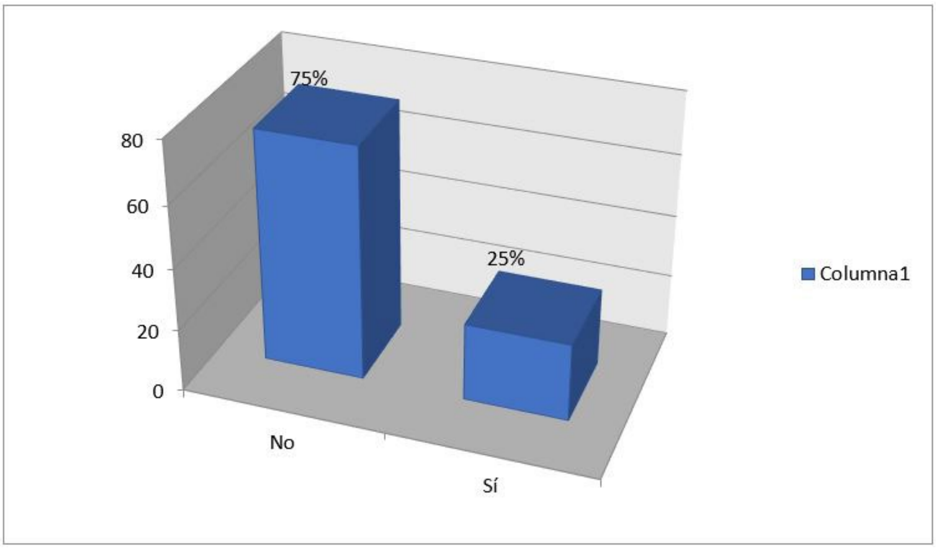
Quadro 7

Categoría	Frenquência	%
Não	15	75
Sim	05	25
Total	20	100

Fonte: Bermeo (2018)

Em relação ao fato de ser considerada a transmissão ou o ensino da história oral e escrita da língua Pemón Taurepán da escola; os resultados mostram que 100% dos sujeitos pesquisados afirmam que a transmissão ou ensino da história oral e escrita da língua Pemón Taurepán não é considerada. De acordo com os resultados, é necessário reorientar a práxis educacional utilizada pelos professores e refletir que a linguagem oral e escrita da língua original é realmente primordial.

Gráfico 7 - Conhecimento de Etnomatemática



Item 8. Você concorda em participar do desenho de estratégias recreativas aplicadas como ferramentas etnomatemáticas para a aprendizagem dos números de 0 a 9 na língua Pemón Taurepan em alunos do ensino fundamental da Escola Integral Bolivariana San Antonio Morichal?

Quadro 8

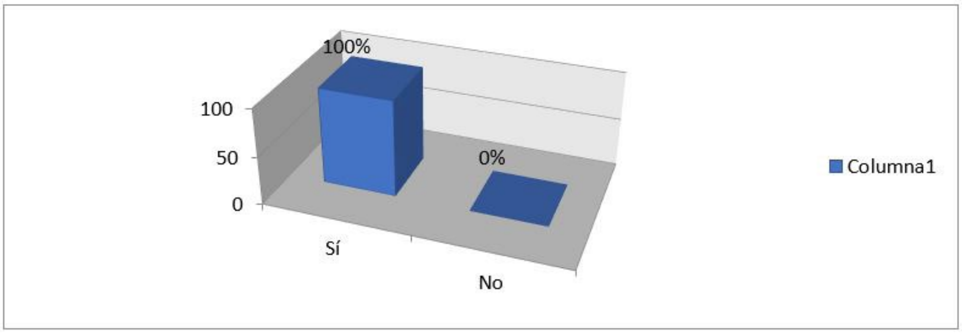
Categoría	Frequênccia	%
Sim	20	100
Não	00	00
Total	20	100

Fonte: Bermeo (2018)

Quanto à proposta de desenho de estratégias recreativas aplicadas como ferramentas etnomatemáticas para a aprendizagem dos números 0 a 9 na língua Pemón

Taurepan em alunos do Ensino Fundamental da Escola Integral Bolivariana San Antonio Morichal e a participação efetiva dos entrevistados, indicaram em cem por cento (100%) concorda com isso, em virtude de facilitar as atividades que são desenvolvidas e implantadas na sala de aula da escola na área de matemática e em termos de contribuir para o uso da língua Pemón Taurepán no sala de aula da escola

Gráfico 8 - Desenho das Estrategias Lúdicas.



Fonte: Bermeo (2018)

VARIEDADE E ADAPTAÇÃO

Ausubel (1982):

> Em sua teoria da aprendizagem, defende a valorização dos conhecimentos prévios dos alunos possibilitando o a construção de estruturas mentais por meio da utilização de mapas conceituais que abrem um leque de possibilidades para descoberta e redescoberta de outros conhecimentos, viabilizando uma aprendizagem que dê prazer a quem ensina e a quem aprende e também que tenha eficácia. (*apud* Brito, p.3)

No presente estudo, afirma-se efetivamente que o lúdico é uma ferramenta de grande importância nos processos de ensino e aprendizagem na sala de aula da escola, pois atua como um agente motivador para eles. Assim, o ensino por meio de mecanismos de jogo adquire preeminência para os alunos, uma vez que o jogo é de natureza significativa e natural na ocorrência diária dos alunos, por meio do uso de materiais lúdicos, o aprendizado da matemática adquire uma nova transcendência possibilitando uma motivação inovadora na aquisição das noções de matemática e de qualquer outra cadeira. Descobrir que a matemática é uma das áreas principais, que permite aos alunos implantar estruturas mentais importantes para a vida cotidiana e para a prática, merecendo o uso de diferentes ferramentas recreativas, como instrumentos pedagógicos que o professor tem à sua disposição. Ajude a expandir o campo de ação na sala de aula da escola.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi realizada aplicação do instrumento de coleta de dados, ilustra indiscutivelmente que existem grandes fragilidades no uso da língua Pemón Taurepán na sala de aula da escola, além do fato de que a ausência de estratégias lúdicas converte os alunos nos atores do conhecimento de maneira autônoma e não dinâmica, para isso, contribuem para a implantação intercultural bilíngue. Não basta considerar os desafios em outros tempos que não os desconectados da importância de remodelar a escola, que de muitas maneiras está ligada à lógica do domínio ideológico; então, ela procura maneiras de ser, conhecer estruturas diferentes e disciplinar todos os indivíduos que fazem parte dela. É preciso um esforço no processo de avaliação do aprendizado matemático desenvolvido pelos alunos, tanto em casa quanto na escola, para que a escola seja vista como o espaço onde devemos ir para transformar a mente para especificar o possível no exterior, representa uma das grandes instituições incluídas na configuração colonial civilizacional; isto é, na transformação de homens de selvagens em civilizados. A adjudicação da escola como um lugar em que os sujeitos se tornam cidadãos faz dela o contexto por excelência da luta de intransigência filosófica, imaginativa e cultural. Por isso, a proposta de estratégias lúdicas apresenta os jogos como uma alternativa no processo de aprendizagem, pois permitem o desenvolvimento pleno da criança por ser tratada de maneira efetiva e social; tudo isso acontece de maneira atraente, onde a criança cria e recria as regras e constrói alternativas para superar os obstáculos que surgem no ato de brincar, contribuindo para unir o conhecimento da comunidade indígena Pemón San Antonio de Morichal e analisar e interagir por meio de estratégias lúdicas no contexto da etnomatemática, buscar novos conhecimentos e alternativas de aprendizado na comunidade, realizando a troca de experiências e reconhecendo a existência de diferentes ferramentas originadas pela cultura de aprendizado, criando novos caminhos por diferentes maneiras de resolver problemas matemáticos, respeitando sua cultura e expandindo seus conhecimentos. A partir deste entendimento da comunidade indígena Pemón San Antonio de Morichal, analise e interaja por meio de estratégias lúdicas que buscam novas alternativas de conhecimento e aprendizado na comunidade para despertar uma troca de experiências, reconhecer que a existência de diferentes As ferramentas de aprendizagem se originaram da cultura, despertando novas portas abertas para obter diferentes maneiras de resolver problemas matemáticos, respeitando sua cultura e expandindo seus conhecimentos. Por fim, deve-se notar que, as estratégias de Etnomatemática Lúdica são uma ferramenta potencial de aprendizado; os jogos lúdicos podem ser usados em casa, escola, comunidade, construindo uma interação, não apenas crianças como adultos, jovens.

REFERÊNCIAS

A VIEIRA, Sofia Regina Candaten. A Importância do lúdico no processo de ensino/aprendizagem. 2004.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre os modos de inferência. Ciência & Educação, v. 18, n. 03, p. 623-642, 2012.https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8461951

BANDEIRA, Francisco de Assis. Pedagogia etnomatemática: reflexões e ações pedagógicas em matemática do ensino fundamental. Natal: EDUFRN, 2016.

BERMEO-ALMEIDA, Oscar *et al.* Blockchain na agricultura: uma revisão sistemática da literatura. In: Tecnologias e Inovação: 4ª Conferência Internacional, CITI 2018, Guayaquil, Equador, 6 a 9 de novembro de 2018, Anais 4. Publicação Springer Internacional, 2018. p. 44-56.

Brito, R. M. C. (2012). O professor, a aprendizagem significativa e a avaliação: base para o sucesso escolar do aluno. SEMINÁRIO REGIONAL DE POLÍTICA E ADMINISTRAÇÃO DA EDUCAÇÃO DO NORDESTE, 7.

DA SILVA, Joselia Cristina Siqueira; BIANCO, Gilmene. Jogos didáticos: a formação educativa através de uma aprendizagem significativa e um currículo adaptado por projetos. Research, Society and Development, v. 9, n. 9, p. e820997969-e820997969, 2020.

DE MIRANDA, Marcelo Ricardo Bezerra; DA SILVA VIEIRA, João Luiz. O jogo didático de trilha como estratégia de ensino de Geografia. GEOSABERES: Revista de Estudos Geoeducacionais, v. 10, n. 22, p. 1-13, 2019.https://repositorio.uninter.com/handle/1/377

MIRANDA, Simão de. Do fascínio do jogo à alegria do aprender nas séries iniciais. 2001.

BRITO, Rosa Maria Cavalcanti. O professor, a aprendizagem significativa e a avaliação: base para o sucesso escolar do aluno. Seminário regional de política e administração da educação do Nordeste, v. 7, 2012.sáenz-ludlow, Presidente; KADUNZ, Gert. Construir conhecimento é visto como uma atividade semiótica. In: Semiótica como ferramenta para aprender matemática. Brilho, 2016. p. 1-21.

WINNICOTT, D. W. O brincar e a realidade. Rio de Janeiro: Imago, 1975.

AGRADECIMENTOS

Antes de tudo, agradeço a Deus pelas batalhas vencidas na minha vida, pelas oportunidades e pela força para enfrentar os desafios encontrados ao longo do caminho, aos meus amigos e à minha filha, por estar sempre perto dando apoio incondicional e minhas opções, tudo com paciência e amor incondicional. Um agradecimento especial pelo apoio de todas as horas. Colegas e professores - Meire, Dirce, Claudemir, Ednelza - companheirismo, paciência e toda alegria e conquista. Pelos meus novos amigos da Venezuela que nos ajudaram e nos acompanharam durante todo o ano letivo, essenciais para esta investigação, foi possível, meus agradecimentos e meu eterno afeto; Professora Teresa, Celia, nosso guia para compreensão e determinação em manter sempre a compreensão, mesmo nas horas mais difíceis, e por nos ajudar a não desistir de nossos objetivos, que tiveram um papel não apenas de orientação, mas de amigo. A você, meu amado irmão e amigo das lutas solidárias, Luis Beltrán Medina. A San Antonio Morichal por nos receber com amor e nos fornecer todas as informações necessárias para obter bons resultados em nossa pesquisa. E cada comunidade que não negou os esforços que nos orientam e sempre ajuda em tudo que é possível, desde o início da caminhada, possibilitando que minha viagem seja bem-sucedida em meu projeto.

Muito obrigado!!!

Capítulo

06

O uso do software Gráfico Winplot no estudo da função quadrática

The use of Winplot Graphics software in the study of the quadratic function

Ueliton Jesus de Oliveira

Instituição: Colégio Estadual Anísio Teixeira

RESUMO

Os estudantes da educação básica têm apresentado dificuldades no estudo da função quadrática, considerada essencial para a formação da educação matemática deles. Diante disso, o presente artigo buscou desenvolver uma sequência didática que permitisse identificar o software gráfico *Winplot* como recurso que contribui para o ensino e aprendizagem da matemática. O projeto foi desenvolvido no Colégio Estadual Anísio Teixeira, localizado na cidade de Palmas de Monte Alto-BA, com quarenta alunos voluntários, divididos em dois grupos. Para fins de comparação do desempenho dos estudantes, aplicamos a mesma sequência didática com e sem o uso do *Winplot*, tendo como abordagem, os elementos teóricos de Raymond Duval (1988) sobre as Propriedades Figurais. Contudo, vale ressaltar que os resultados obtidos mostraram que o software gráfico *Winplot* é uma ferramenta versátil que fornece uma maneira intuitiva e interativa de visualizar, explorar e compreender os conceitos matemáticos relacionados a função quadrática. Com capacidade de experimentação, torna os conceitos abstratos mais tangíveis e facilita a compreensão deles, além de conectar a matemática ao mundo real dos alunos ao demostrar o comportamento de gráficos de funções do seu cotidiano, por fim, estimula também os estudantes a participaram como protagonistas da sua aprendizagem, pois podem usar o *Winplot* de forma independente para reforçar seus conhecimentos e explorar tópicos mais avançados.

Palavras-chave: função. gráficos. software. *Winplot*.

ABSTRACT

Basic education students have been experiencing difficulties in studying quadratic functions, considered essential for their mathematical education.

AYA Editora©

In light of this, the present article sought to develop a didactic sequence that would identify the graphical software Winplot as a resource that contributes to the teaching and learning of mathematics. The project was carried out at the Anísio Teixeira State School, located in the city of Palmas de Monte Alto, Bahia, with forty volunteer students divided into two groups. To compare the performance of the students, we applied the same didactic sequence with and without the use of Winplot, using the theoretical elements of Raymond Duval (1988) regarding Figurative Properties as the approach. However, it is worth noting that the results obtained showed that the graphical software Winplot is a versatile tool that provides an intuitive and interactive way to visualize, explore, and understand mathematical concepts related to quadratic functions. With its experimentation capabilities, it makes abstract concepts more tangible and facilitates their comprehension. Additionally, it connects mathematics to the students' real-world experiences by demonstrating the behavior of function graphs in their daily lives. Finally, it also encourages students to become protagonists in their learning, as they can use Winplot independently to reinforce their knowledge and explore more advanced topics.

Keywords: function. graphs. software. Winplot.

INTRODUÇÃO

O estudo das funções matemáticas é indispensável ao processo de construção do conhecimento matemático, e entre as funções mais requisitadas e largamente estudadas está a função polinomial do segundo grau ou simplesmente função quadrática. Ela é utilizada para descrever uma variedade de fenômenos naturais e é uma ferramenta fundamental em muitas áreas do conhecimento, incluindo física, engenharia e ciências da computação.

Ao lecionar no Ensino Médio, frequentemente encontramos alunos que apresentam dificuldades em esboçar e interpretar gráficos de função quadrática. Diante disso, surge o problema norteador deste trabalho: De que maneira a utilização do software gráfico Winplot pode auxiliar os alunos na construção e interpretação de gráficos e na aprendizagem do conceito da função quadrática? Abordamos neste trabalho o tema: O uso do software gráfico Winplot no estudo da função polinomial do 2º grau.

Para auxiliar no estudo e na visualização das funções quadráticas, muitos educadores e estudantes recorrem a ferramentas gráficas, como o software gráfico Winplot. Percebemos que o estudo deste conteúdo nas escolas da ênfase apenas à passagem da representação algébrica para a representação gráfica, com a construção passo a passo dos gráficos. Os estudantes são rotineiramente treinados para montar tabelas de valores que satisfaçam equações algébricas com duas variáveis para marcarem pontos num plano cartesiano com escala adequada esboçarem o gráfico da função proposta, na maioria das vezes ignorando a passagem da representação gráfica para a algébrica.

Nesse sentido, procuramos desenvolver uma sequência didática que nos permitisse identificar o software gráfico Winplot como recurso que contribui para o ensino e aprendizagem da matemática, mais especificamente que nos permitisse analisar a construção do conhecimento matemático em ambientes distintos, em ambiente informatizado e não informatizado.

Acreditamos que o uso deste recurso tecnológico nas aulas de matemática, possa auxiliar os alunos na construção dos gráficos de função polinomial do 2º grau; possibilitar a escolha de coeficientes constituídos por números fracionários ou decimais, além de ajudá-los a construir e interpretar melhor os gráficos de função quadrática. Assim, ao manipular as imagens geradas pelo software gráfico, os alunos conseguem visualizar melhor as modificações ocorridas na escrita algébrica ao provocarmos qualquer alteração no seu gráfico.

O estudo da função quadrática envolve a compreensão de seus principais componentes, como o vértice, a concavidade, as raízes (ou zeros) e a interação ente o coeficiente a e o formato da parábola. O Winplot permite aos estudantes criarem gráficos instantâneos dessas funções, possibilitando que eles acompanhem as mudanças ocorridas na forma e posição da parábola ao variar os valores dos coeficientes da função estudada.

A exploração das transformações que podem ser aplicadas à função básica, é fundamental no estudo da função do 2º grau e o Winplot oferece ferramentas que auxiliam o estudo e a compreensão dessas transformações, permitindo aos estudantes ajustarem os parâmetros da função e observarem como isso afeta o gráfico (deslocamentos horizontais e verticais, esticamentos e compressões, bem como reflexões).

Além de entender os aspectos teóricos, o estudo da função quadrática também envolve a aplicação prática. Com o uso do Winplot, os estudantes poderão modelar situações do mundo real usando a função quadrática, como por exemplo, modelar o movimento de um objeto em queda livre ou comportamento de uma parábola em um projeto de arquitetura.

Ainda neste contexto, é possível atribuir ao Winplot a capacidade de representar visualmente padrões e relações matemáticas. Os estudantes podem traçar múltiplas funções quadráticas em um único plano cartesiano e compará-las, os levando à descoberta de padrões interessantes com a relação entre os coeficientes da função e a posição do vértice.

REFERENCIAL TEÓRICO

A escola e os recursos tecnológicos

O grande avanço tecnológico vem interferindo de forma cada vez mais intensa na vida das pessoas, seja na forma de viver, trabalhar, pensar e, sobretudo, de estudar, surgindo a necessidade de refletir sobre o uso de tais recursos em nossas vidas. Embora a maioria das escolas ainda não tenham incorporado o uso dessa ferramenta em seu trabalho escolar, já é visível a sua aceitação pela sociedade.

De acordo com Silva (1998, p.2):

> Num mundo em que cada vez mais a máquina estará presente para efetuar trabalhos rotineiros mais ou menos ligados a tarefas de cálculos intensivo, os desafios que se porão na interpretação e intervenção no real e na resolução de problemas concretos, quer sejam ligados ou não a uma profissão específica, incluirão certamente a ferramenta computacional.

Trata-se, portanto, de um momento de transformação que provoca mudanças em todos os setores, em especial no educacional. Embora, as escolas tenham buscado se adequar a essa nova tecnologia, sabe-se, no entanto, que é o setor que menos mudanças sofreu:

> ... A escola é uma instituição que há cinco mil anos se baseia no falar/ditar do mestre, na manuscrita do aluno, e, há quatro séculos, em um uso moderado da impressão. Uma verdadeira integração da informática supõe, portanto, o abandono de um hábito antropológico mais que milenar (LÉVY,1996, p.89).

Esse é o maior desafio da educação, romper com os velhos paradigmas centrados no discurso da oralidade e escrita, que deixa de lado o universo audiovisual apresentado pela tecnologia que domina o mundo contemporâneo e faz com que escola e tecnologia caminhem no sentido oposto.

No que diz respeito aos professores de Matemática, a adoção dessa tecnologia por meio do uso de softwares educativos, como o Winplot, contribuirá para a mudança na sua maneira de ver e ensinar a matemática. Mudando, assim, a crença de que ensinar matemática seja simplesmente transmitir conhecimentos e técnicas avulsas, recorrendo à memorização e a práticas repetitivas, para levar o aluno a aprender a interrogar, investigar, conjecturar, descobrir e argumentar (PONTE, 1997, p.22).

Vale ressaltar que ao referenciar o uso de recursos tecnológicos, coloca-se à prova “a necessidade de levar o aluno a compreender a importância do uso da tecnologia e a acompanhar sua permanente renovação” (PCNs, 1998, p.20). Mas sabemos também que a resistência ao uso de recursos tecnológicos no ensino de matemática não é somente dos docentes matemáticos, e sim de toda comunidade educativa.

De acordo com Demo (2000, p.31):

> Para dominar a tecnologia, é mister comparecer na cena do confronto como sujeito capaz. O humanismo carcomido pela mera resistência conservadora, pela superficialidade e unilateralidade não apresenta virtude que mereça atenção. Para humanizar a tecnologia, é essencial dominá-la.

Consoante ao exposto acima, a pouca iniciativa por parte dos professores em buscar novos conhecimentos ou assumir uma postura de reflexão constante sobre a própria prática pedagógica, está diretamente relacionada à concepção negativa do uso de recursos tecnológicos no ensino de matemática. Segundo D’Ámbrósio pai da Etnomatemática e defensor do ensino matemático inclusivo (2005, p. 63), a explicação para isso, está na fragilidade do conhecimento dos licenciandos, que muitas vezes passam despercebidas nos cursos de graduação.

Contudo, vale ressaltar que a verdadeira função dos recursos tecnológicos na educação não deve ser mais, a de ensinar, e sim, a de criar condições de aprendizagem. Assim, o professor passa a ser o criador de ambientes de aprendizagem e o facilitador do processo de desenvolvimento intelectual do aluno. Mas para que isso aconteça, é imprescindível que o professor também esteja preparado para lidar com essas tecnologias.

Informações técnicas do software gráfico Winplot

O Winplot é um programa de domínio público (*freeware*), desenvolvido por Richard Parris, da Phillips Exeter Academy. Sendo que atualmente existe uma versão em língua portuguesa traduzido por Adelmo Ribeiro de Jesus, que podem ser obtidas no endereço <http://math.exeter.edu/rparris>.

Essa ferramenta oferece uma série de recursos que o torna uma escolha popular entre os educadores matemáticos, estudantes e demais profissionais que desejam criar ou plotar gráficos de funções de maneira clara e eficiente. O *Winslet* é um software desenvolvido para rodar em sistema operacionais do *Windows*, embora já seja possível o seu uso de forma online.

O *Winslet* foi projetado com uma interface intuitiva e de fácil uso, com ele, é possível representar diversos tipos de funções matemáticas, incluindo funções lineares, quadráticas, exponenciais, logarítmicas, trigonométricas, paramétricas e polinomiais. Permite ainda a criação de gráficos em duas e três dimensões com opções de animações, além de contar com comunidade de usuários ativa, onde os usuários podem obter suporte, compartilhar recursos e discutir estratégias de ensino e aprendizado.

Por fim, o Winplot é uma ferramenta versátil e valiosa para os professores de matemática que pretendem explorar e visualizar conceitos matemáticos de maneira interativa e eficaz.

As propriedades figurais

Levando em consideração o software gráfico Winplot e o conteúdo de função Polinomial do 2º grau e tendo por base os estudos feitos por Duval (1988), podemos afirmar que o conjunto formado pelo traçado e pelo eixo ortogonal, forma uma imagem que representa um “objeto” descrito por uma expressão algébrica. Portanto, toda e qualquer modificação sofrida pela imagem, implicará em modificações relevantes na mesma, sendo importante relacionar todas as modificações ocorridas nela e consequentemente na sua escrita, pois será a partir da análise dessas modificações que o aluno perceberá as relações existentes entre a forma e a escrita de cada imagem.

A relação existente entre as variáveis visuais de representação e as unidades significativas da escrita algébrica constitui a base da Teoria das Propriedades Figurais, pois é a partir desse estudo que se dá a construção do conhecimento e que quase sempre passam despercebidos pelo ensino escolar, por requerer uma análise semiótica dos registros visuais e algébricos, isto é, uma análise detalhada de cada símbolo matemático utilizado durante o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de matemática.

Segundo Duval (*apud* SANTOS, 2004, p.6):

> Quando se fala em registros estamos colocando em jogo o problema da aprendizagem e apresentando ao professor um meio que deverá ajudá-lo a tornar mais acessível à compreensão da matemática.

Neste contexto, o conjunto formado pelos registros das representações constitui um sistema semiótico que tem as funções cognitivas em nível funcional consciente, cabendo ao professor explorar esses registros de forma significativa para que o aluno possa compreender as relações que existem entre a forma e a escrita de cada situação observada (SANTOS, 2004, p.6).

No estudo das representações semióticas, a forma de um objeto mudará de acordo com o sistema semiótico utilizado, pois existem vários registros de representações para o mesmo objeto e a cada um deles, corresponderá um tipo diferente de tratamento (SANTOS, 2004, p. 7).

Duval destaca ainda dois tipos de transformações quando se trata da elaboração e transformações de representações semióticas: a conversão e o tratamento. O primeiro acontece entre registros diferentes, quando ocorrem mudanças na apresentação do conteúdo, em outras palavras, podemos dizer que está relacionada a aprendizagem ou cognição do aluno, enquanto o segundo, diz respeito às representações internas dos registros e está voltado para a sua forma de representação: numérica ou algébrica.

Para que se possa entender melhor, é necessário falar na análise de congruência entre 2 registros de representação de um objeto, isto é, entre a escrita algébrica e a representação gráfica. Para Santos (2004, p.5),

> Uma análise de congruência exige a distinção das unidades significativas próprias a cada registro de representação, por isso o exame das transformações implícitas é eventualmente requerido pela troca de registros.

Nessa perspectiva, observa se a necessidade da distinção das unidades significativas próprias de uma expressão algébrica, como os símbolos relacionais; os símbolos de operações ou sinal; os símbolos de variáveis e os símbolos de coeficientes e constantes. Portanto, é importante conhecer esses aspectos quando se pretende estabelecer correspondências entre as variáveis visuais relevantes do gráfico e as unidades significativas da escrita algébrica, até mesmo porque em algumas situações, poderemos omitir alguns símbolos, enquanto em outras isso não será possível.

Assim, sendo a função quadrática uma curva aberta denominada parábola e escrita na forma algébrica $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, confeccionamos o quadro abaixo para melhor esclarecer as relações citadas anteriormente:

Quadro 1 – Símbolos utilizados no estudo da função quadrática.

Variáveis visuais	Valores	Unidades simbólicas
Concavidade da parábola	Voltada para cima Voltada para baixo	Parâmetro a > 0 Parâmetro a < 0
Abertura da parábola	Maior abertura Menor abertura	0 < |a| < 1 |a| > 1
Posição do vértice da pará-bola com relação ao eixo das abscissas	Acima do eixo Na origem Abaixo do eixo	c > 0 e b = 0 c = 0 e b = 0 c < 0 e b = 0
Posição do vértice da pará-bola com relação ao eixo das ordenadas	A esquerda do eixo Na origem A direita do eixo	b > 0 e c = 0 b = 0 e c = 0 b < 0 e c = 0

Fonte: Gravina (2006)

Vale lembrar que a construção do conhecimento aqui se dará a partir de uma função polinomial que chamaremos de $y = f(x) = x^2$ e que a partir dela, faremos as demais representações levando sempre em consideração os aspectos apresentados na tabela acima.

Portanto, acreditamos que o uso do software gráfico Winplot na construção do conhecimento matemático possibilita ao aluno ser o principal responsável pela construção do seu conhecimento, pois este software é de fácil utilização e permite visualizar todos os aspectos das representações gráficas, o que nem sempre é possível quando se utiliza apenas o quadro branco como recurso didático.

Estudando o comportamento das curvas

Um dos aspectos que devemos levar em consideração ao trabalhar o conteúdo de função quadrática, diz respeito ao comportamento das curvas. Não devemos nos ater somente a parte algébrica, mas também a representação gráfica.

De acordo com Gravina (2004, p.236),

> Ao lecionar no Ensino Médio, constatamos o quanto os alunos vêm presos ao uso de tabelas na construção de gráficos de funções. E isto faz com que percam a ideia mais geral sobre o comportamento da função.

Ela afirma que a importância do estudo de funções não deve se limitar à construção de gráficos usando tabelas, pois isso reduz o problema à simples marcação de alguns pontos do gráfico, geralmente, padronizado com $x = 0, +1, -1, + 2, -2,$ tornando-se um exercício meramente mecânico, sem o uso do raciocínio. Assim, é importante também que o aluno tenha conhecimento acerca do comportamento das curvas.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Elaboramos uma sequência didática composta por quatro atividades, visando alcançar os seguintes objetivos: o primeiro, foi analisar a construção do conhecimento matemático em ambiente informatizado e não informatizado; o segundo, utilizar o software gráfico Winplot como elemento articulador para a contextualização das informações no processo de ensino e aprendizagem da matemática; e o terceiro, comparar o desempenho dos alunos nos dois ambientes (informatizados e não informatizados).

Escolhemos trabalhar com a forma geral da função do 2º grau, definida por, $f(x) = ax^2 + bx + c$ porque acreditamos que essa forma permite uma melhor interpretação dos gráficos, ou seja, a partir do gráfico de uma função que denominamos inicialmente de $f(x) = x^2$ é possível prever a representação gráfica de outras funções polinomiais do 2.º grau, através dos parâmetros a, b e c que indicam a maior ou menor abertura da parábola, bem como sua reflexão em relação ao eixo das abscissas; translação horizontal e translação vertical, respectivamente.

Para construir os gráficos utilizamos o software gráfico Winplot. Selecionamos esse software por ele possibilitar a manipulação da representação gráfica das funções e permitir que os alunos utilizem os números decimais e fracionários com mais facilidade, como coeficientes das funções, o que não é comum quando o aluno constrói o gráfico com lápis e papel, pois sentem muitas dificuldades em efetuar operações que envolvem estes números.

Aplicamos nossa sequência com dois grupos de voluntários, cada um formado por 20 alunos da 1ª série do Ensino Médio, do Colégio Estadual Anísio Teixeira, localizada na

Praça da Bandeira, em Palmas de Monte Alto-Ba, em dois ambientes distintos. O primeiro grupo, também chamado de Turma A, realizou as atividades com o auxílio do software gráfico Winplot, individualmente e fora do horário de aula (turno oposto). Para isso a escola disponibilizou o laboratório de informática por uma semana, sendo 50 minutos de aula por dia. Já o segundo grupo ou Turma B, desenvolveu a mesma sequência, nas mesmas condições, porém tendo como recursos papel e lápis. Para ter uma ideia do trabalho que realizamos, apresentamos a seguir as situações propostas nas atividades.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DAS ATIVIDADES APLICADAS

Primeira situação

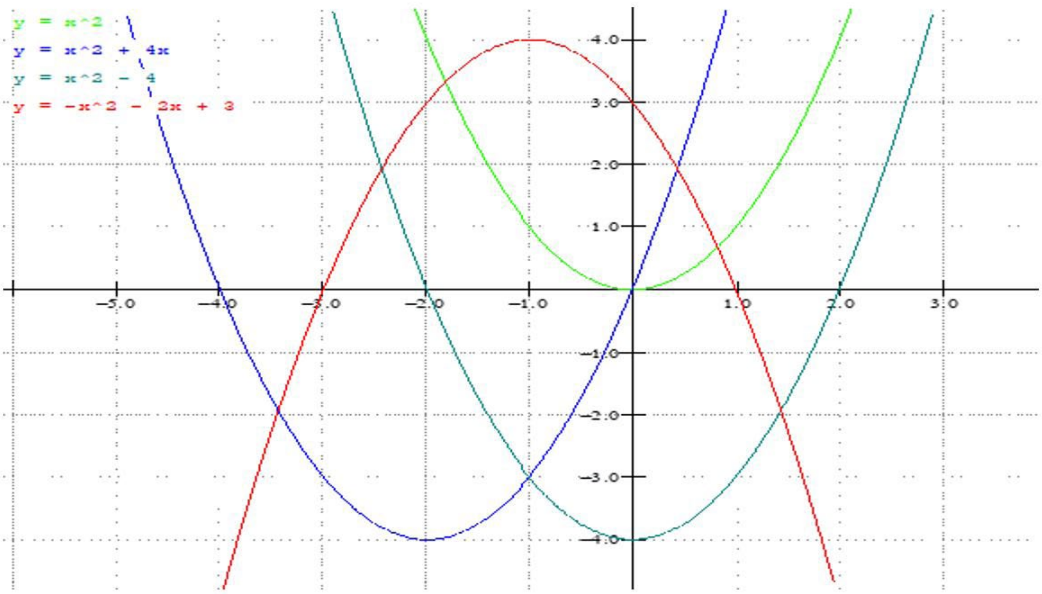
Usando o software Gráfico Winplot, construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos das funções abaixo:

a) $f(x) = x^2$

b) $f(x) = x^2 + 4x$

c) $f(x) = x^2 – 4$

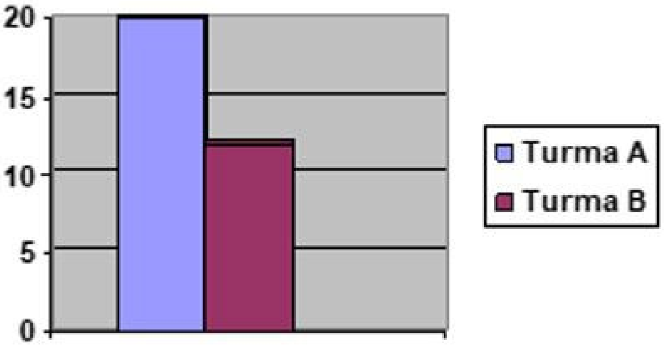
d) $f(x) = –x^2 – 2x + 3$



Fonte: Autoria própria

Analisando o gráfico abaixo do desempenho dos alunos nesta primeira atividade e os relatos feitos pelos mesmos, chegamos à conclusão de que a nossa primeira hipótese se confirma, pois, o uso do software gráfico – Winplot – auxilia os alunos na construção dos gráficos de uma função polinomial do 2º grau.

Gráfico 1 – Número de alunos que acertaram a atividade 1.



Fonte: Autoria própria

Embora a maioria dos alunos da Turma B tenha conseguido desenvolver a atividade, é evidente que na Turma A, o aproveitamento foi total, o que nos leva a crer que o software Winplot é uma ferramenta que contribui para o ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos.

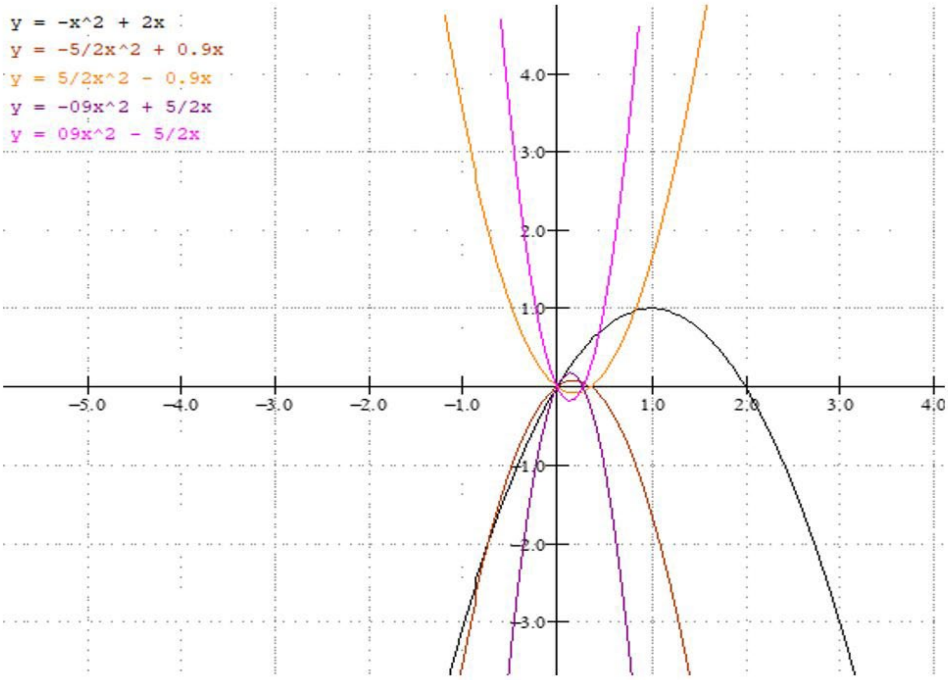
Nesta primeira atividade, apresentamos propositalmente as funções acima para que os alunos começassem a perceber as relações existentes entre a escrita algébrica e a representação gráfica. Duval (1988) considera importante para as representações gráficas o procedimento de interpretação global, e leva em consideração a discriminação das variáveis visuais pertinentes e a percepção das variações correspondentes na escrita algébrica.

Isso não foi difícil de ser notado na Turma A, pois logo surgiram os questionamentos com relação a mudanças de sinais e valores dos coeficientes numéricos das funções apresentadas. Já na Turma B, as dificuldades foram maiores, pois os alunos além de necessitarem de mais tempo para desenvolver a atividade proposta, também tiveram dificuldades em perceber que a cada representação gráfica corresponde uma escrita algébrica diferente. Isso se deve ao fato de se preocuparem apenas em reproduzir as situações propostas em matemática sem analisarem o que cada situação representa.

Segunda situação

Uma pedra é lançada verticalmente para cima e ao cair, descreve uma parábola com representação $y = -x^2 + 2x$. Suponha que y seja a altura dada em metros, em relação ao ponto de lançamento, x segundos após o lançamento, e x o tempo em segundos. Esboce o gráfico da função y descrita acima e em seguida, atribua os valores $-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}$, *-0,9 e 0,9* para os coeficientes *a e b.*

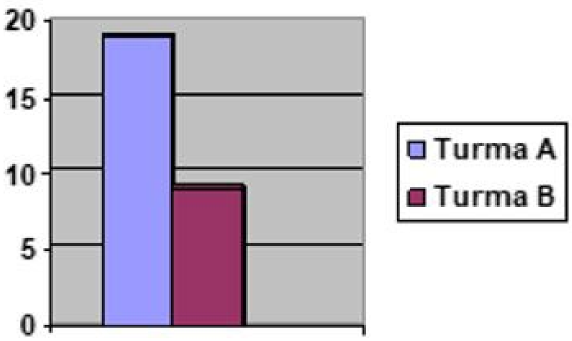
Figura 2 – Representação da atividade 2.



Fonte: Autoria própria

O gráfico a seguir mostra o desempenho dos alunos nas duas turmas:

Gráfico 2 – Número de alunos que acertaram a atividade 2.



Fonte: Autoria própria

Comparando os resultados e os comentários tecidos pelos alunos, percebemos que a dificuldade neste caso, em particular da Turma B, não é exclusivo do conteúdo trabalhado (Função Quadrática), e sim da parte específica das operações envolvendo frações e decimais. E isso foi possível ser identificado em ambas as salas, e pode ser facilmente observado nos relatos dos alunos, conforme mostramos a seguir:

- "(...) quando vi esses números fracionários e decimais, achei que não fosse conseguir realizar a atividade, pois detesto frações, mas graças a Deus, com este programa foi mais fácil do que eu imaginava, bem que as aulas deveriam ser todas assim." (T. A. S. – Turma A)

- "(...) E, já começou a complicar, estava demorando, não vou nem tentar, pois sei que não vou conseguir, nunca me dei bem com frações. " (J. S. P. – Turma B).

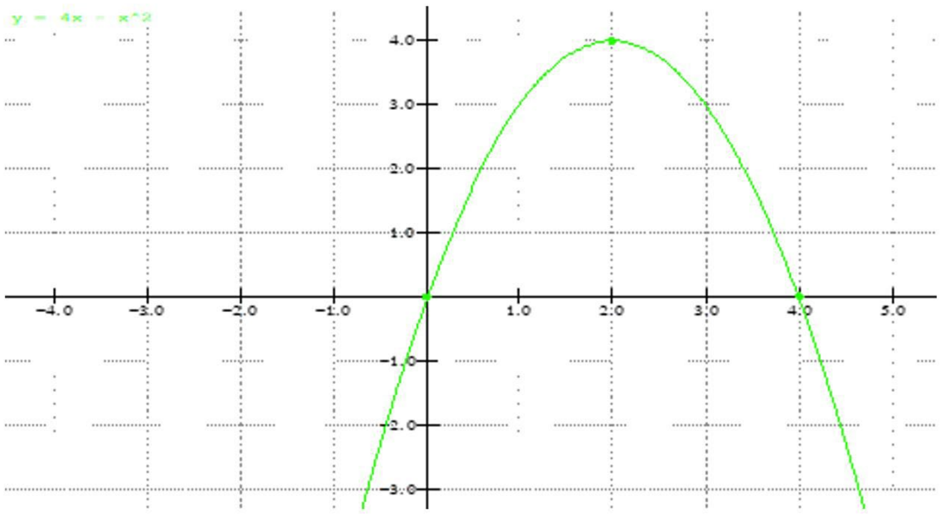
Percebe-se nitidamente que muitos dos nossos alunos têm rejeição à matemática devido a conteúdos que não foram bem compreendidos anteriormente e isso acabam dificultando o processo de aprendizagem deles sempre que se deparar com situações que exijam o conhecimento desses conteúdos. Para Duval (1988, p. 16), o aluno utiliza os conhecimentos que já havia adquirido com atividades anteriores para resolver a situação proposta, e isso faz com que eles manifestem suas dificuldades.

Contudo, percebemos ainda a comprovação da segunda hipótese: A utilização do software gráfico Winplot possibilita ao aluno escolher ou utilizar coeficientes constituídos por números fracionários ou decimais, ou então de grandezas maiores do que a dezena. Isso fica claro quando comparamos os resultados no gráfico acima.

Terceira situação

Gerador é um aparelho que converte uma forma de energia em energia elétrica. Se a potência y em watts, que um gerador lança num circuito elétrico é dada por: $y = 4x - x^2$, esboce o gráfico e marque nele os zeros e as coordenadas do vértice.

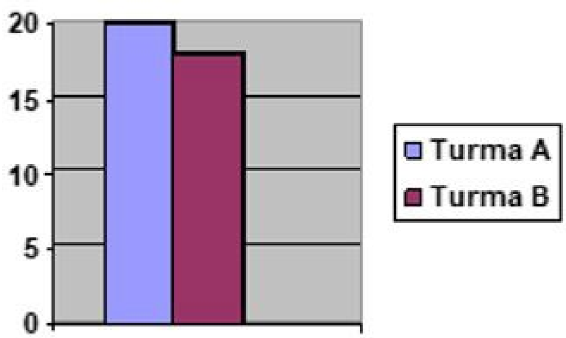
Figura 3 – Representação da atividade 3.



Fonte: Autoria própria

O gráfico abaixo mostra o desempenho dos alunos nessa atividade.

Gráfico 3 – Número de alunos que acertaram a atividade 3



Fonte: Autoria própria

Fazendo uma análise do gráfico do desempenho dos alunos nessa atividade, percebemos que houve um equilíbrio entre as duas turmas. Contudo, vale ressaltar que mesmo diante desse equilíbrio, as duas últimas hipóteses se concretizam, pois, utilizando o Winplot, os alunos conseguem esboçar e interpretar melhor os gráficos de uma função do 2º grau.

Ainda Segundo Duval (1988, p.16), quando o aluno alcança o nível de aprendizagem, passa a fazer conjecturas a respeito da exploração sistemática dos gráficos construídos. Neste caso, eles conseguiram perceber a mudanças ocorridas nos gráficos ao mudar os seus coeficientes.

Esta atividade foi muito importante, pois aqui os alunos não só observaram o comportamento da curva, como também identificaram informações importantíssimas dentro do estudo de função quadrática: as raízes e as coordenadas do vértice. Após terem esboçado vários gráficos em situações diferentes, perceberam que quando o gráfico não corta o eixo *x*, não é possível determinar as raízes reais da função.

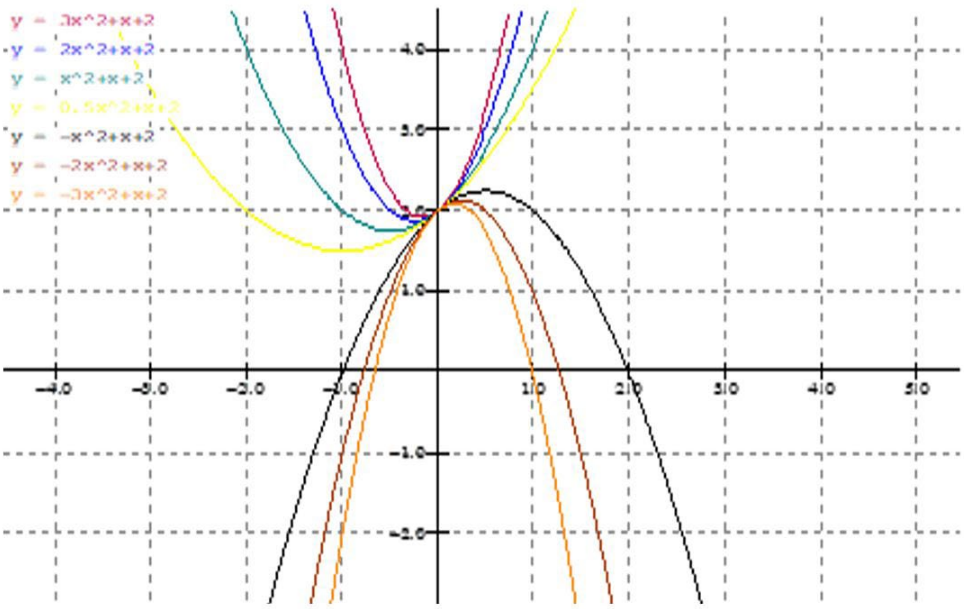
Isso se tornou mais evidente ainda na Turma B, pois quando os alunos encontraram as raízes, logo perceberam que poderiam a partir do gráfico, localizar as raízes e voltar a função geradora, utilizando para isso a soma e o produto das raízes.

Quarta situação

Construa as seguintes famílias de curvas com a, b e c variando de *-3 a +3* em cada caso abaixo:

$y = ax^2 + x + 2$

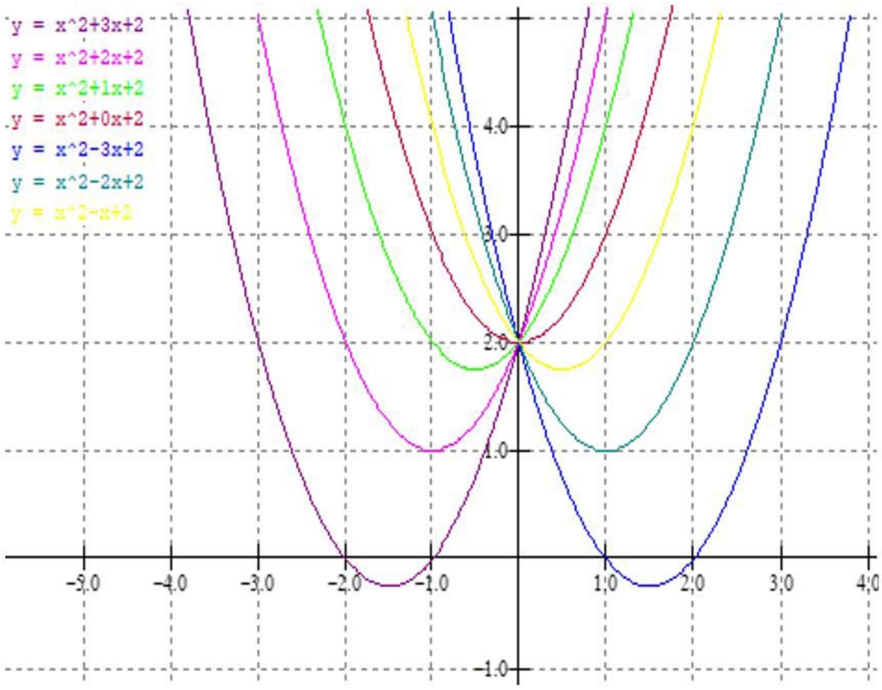
Figura 4 – Representação da atividade 4 (A).



Fonte: Autoria própria.

$y = x^2 + bx + 2$

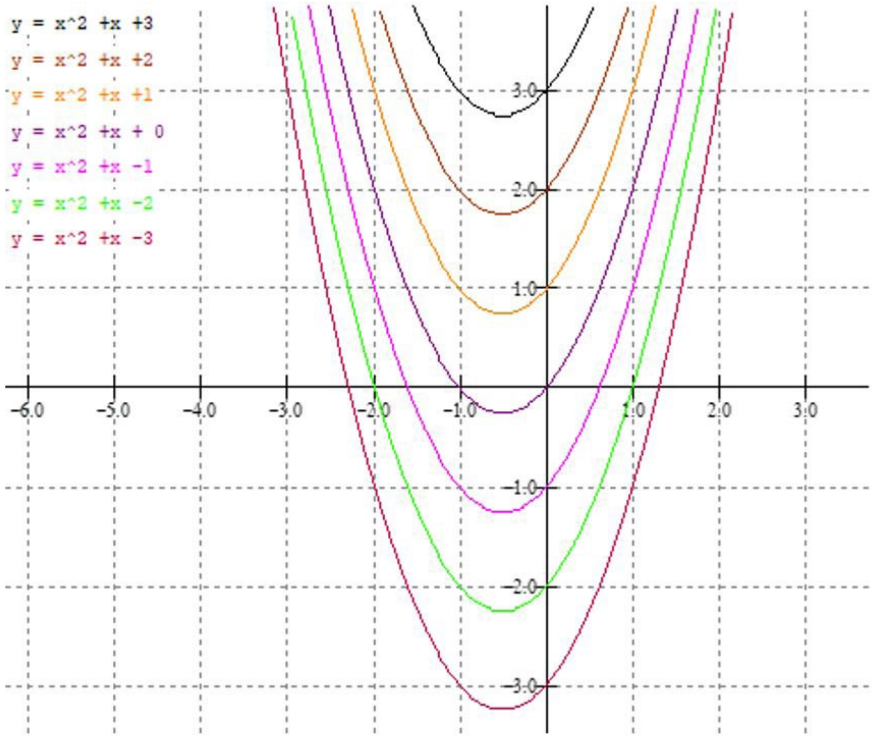
Figura 4 – Representação da atividade 4 (B)



Fonte: Autoria própria.

y = x^2 *+ x + c*

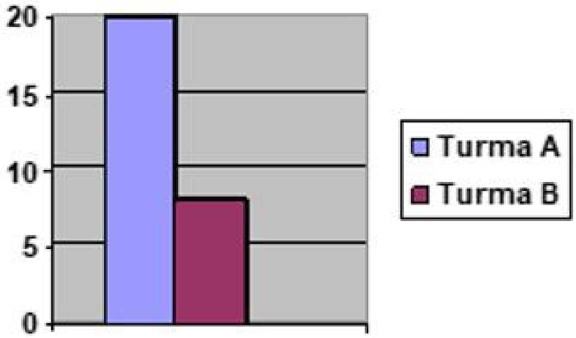
Figura 4 – Representação da atividade 4 (C)



Fonte: Autoria própria

O gráfico abaixo mostra o desempenho dos alunos nas duas turmas:

Gráfico 4 – Número de alunos que acertaram a atividade 4



Fonte: Autoria própria

Verificamos com facilidade que os resultados foram melhores na turma A, pois os alunos apenas mudavam os valores dos coeficientes numéricos e o software realizava todo o trabalho de construção dos gráficos, ao passo que na turma B, os alunos tiveram de construir passo a passo cada gráfico para conseguir realizar esta atividade. E nesse sentido, percebemos que o Winplot não deve ser utilizado como único recurso para a aprendizagem dos alunos, e sim como um recurso complementar, capaz de proporcionar aos alunos, o conhecimento necessário para resolver qualquer situação que envolva o conteúdo estudado.

Nesta atividade, percebemos ainda, o quanto foi importante o recurso tecnológico utilizado durante a pesquisa, como o computador e o software gráfico Winplot. Ao realizar esta atividade na turma B, necessitamos de mais tempo para a construção, análise e interpretação dos gráficos ao compararmos com a turma A. Isso sem levar em consideração o fator motivação dos alunos que diante de algo novo, como o Winplot, se sentiam estimulados a realizar as atividades propostas, enquanto na outra turma isso não aconteceu com frequência.

De acordo com Duval (*apud* GRAVINA 2004, p.238), o aluno deve buscar um modo de construir os gráficos, localizando no mesmo, características ou detalhes específicos do conteúdo. Assim, na situação de aprendizagem, o aluno deve buscar a melhor maneira de construir os gráficos da situação proposta, cabendo ao professor observar e promover as devidas intervenções que a aprendizagem efetivamente aconteça.

Ao estudar o comportamento das famílias de algumas curvas nesta atividade, encontramos alguns alunos na turma B, que preferiam traçar os gráficos determinando as raízes e as coordenadas dos vértices e quando encontram o valor de Δ (Delta) negativo, optavam por construir a tabela de valores, determinando os pares ordenados, para em seguida localizarem os pontos no plano cartesiano.

Salientamos que essas atividades fazem parte de uma sequência didática, cujo intuito é verificar a utilização do procedimento de interpretação global das propriedades figurais como facilitador da construção e entendimento de gráficos da função polinomial de 2º grau. Ou seja, pretendemos mostrar que por meio da forma geral de uma função o aluno consegue perceber que mudanças ocorridas na expressão algébrica acarretam mudanças na representação gráfica e vice-versa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após analisar todos os dados colhidos durante a execução do nosso estudo voltado para o uso do software gráfico Winplot no estudo da função quadrática, percebemos que este recurso só tem a contribuir para o ensino e aprendizagem da matemática, pois com ele conseguimos explorar melhor os pontos específicos de cada conteúdo, no nosso caso, da função polinomial do 2.º grau, além de despertar nos alunos a curiosidade, a motivação para investigar e a iniciativa para buscar informações.

Contudo, vale lembrar que de acordo com a pesquisa realizada, o uso dos recursos tecnológicos isoladamente, pode mascarar os resultados sobre a aprendizagem, isto é, o aluno certamente aprenderá, mas terá mais dificuldades de resolver uma situação sem o uso desses recursos, ao passe que os alunos que construíram o conhecimento utilizando apenas lápis e papel, terão mais facilidade de apresentarem respostas a estas questões, isso fica evidente quando analisamos o gráfico da figura 33.

Portanto, o ideal seria a utilização dos recursos tecnológicos juntamente com o uso do papel e do lápis, para que os alunos possam vivenciar as duas experiências e explorar melhor as particularidades dos conteúdos, que muitas vezes não são feitas, como é o caso de muitos gráficos que envolvem coeficientes numéricos fracionários e decimais, e até mesmo em alguns casos em que não é possível determinar as raízes das equações.

Mas sabemos também que a resistência em fazer uso dos recursos tecnológico, está ligado diretamente a falta de preparação ou qualificação do corpo docente para lidar com estes aparelhos. Em contrapartida a esta realidade temos excelentes máquinas empilhadas em depósitos ou salas que nunca ou bem pouco são utilizadas.

Esperamos que os resultados obtidos nesta pesquisa possam servir de parâmetros para novas pesquisas nesta área que busca mudar essa visão distorcida que alunos e professores têm da matemática. E que possa contribuir também para a melhoria do ensino da matemática, pois sabemos que a forma como ela vem sendo trabalhada, não desperta nos alunos prazer pelos estudos.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD. AG. Saddo. Fundamentos da didática da matemática. Caderno de Educação Matemática. PUC-SP, 2000.

ALVES, Margolinas Santos. Entendendo a Teoria das Situações. São Paulo: Ática. 1993.

BROUSSEAU, Raymund. Teoria das situações didáticas e adidáticas. Campinas. S.P.: Papirus, 2003.

BARUFI, M. C. B.; LAURO, M. M. Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando o microcomputador. São Paulo: CAEM-IME/USP, 2000.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática. Brasília,1998.

BRASIL, Ministério de Educação e Secretaria de Educação básica. Explorando o ensino da Matemática: Artigos: volume 1. Brasília, 2004.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Educação matemática: da teoria à prática. Campinas: Editora Papirus, 1997.

DEMO, Pedro. Desafios modernos da educação. 9. ed. São Paulo: Vozes, 2000.

DUVAL, R. Gráficos e equações: Teoria da Interpretação global. Disponível em: <www.usp.paje.fe.usp.br/estrutura/eventos/ebrapem/completos/147.doc > Acesso em jun/2020.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto. Matemática 1: conjunto, funções, trigonometria: 2º grau. São Paulo: FTD, 1992.

GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Lucila Maria. Aprendizagem matemática em ambientes informatizados. Disponível em: <http://paje.fe.usp.br/estrutura/eventos/ ebrapem/completos/147.doc> Acesso em: maio/2020.

LÉVY, Pierre.(Tradução Carlos Irineu da Costa). O futuro do pensamento na era da informática. São Paulo: Ática, 1996.

MACHADO,S. D. A. (org.) in: Aprendizagem em matemática: registros de representações semióticas. Campinas, SP: Papirus, 2003.

PIRES, Magna Natália Marin. Fundamentos teóricos do pensamento matemático. Curitiba: IESDE, 2005.

PONTE, José Nunes. Computadores no ensino da matemática: uma coleção de estudos de caso. Lisboa: APM e Projeto MINERVA,1997.

RICIERI, Aguinaldo Prandini. Todos podem entender e gostar de matemática. Jornal da tarde. São Paulo, 2000.

SANTOS, Diana Maria. Função quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional. Dissertação de Mestrado. São Paulo: UNICAMP, 2003.

SILVA, E. R. Aprendizagem em Matemática: os recursos tecnológicos. São Paulo, 2003.

SILVA, Jaime Carvalho e. A formação de professores em novas tecnologias da informação e comunicação no contato dos novos programas de matemática do ensino secundário. Disponível em: <http://www.mat.uc.pt~jaimecs> Acesso em: maio/2020.

SOUZA, Sérgio de Albuquerque. Usando o Winplot. Disponível em <www.mat.ufpb.br/~sergio/winplot/winplot.html> Acesso em maio/2020.

Capítulo

07

Construção de um Cubo de LED 8x8x8 para o Ensino Lúdico da Geometria Espacial

Rafaela Garcia Martins

RESUMO

Este estudo descreve a construção de um cubo de LED 8x8x8 para o ensino lúdico das figuras geométricas espaciais. Neste está disposto os aspectos construtivos do cubo, controlado pelo Arduíno, onde o usuário, aluno, poderá escolher a visualização da figura geométrica espacial, suas faces, vértices e arestas, por meio de um aplicativo de celular.

Palavras-chave: construção de um cubo. figuras geométricas espaciais. lúdico. ensino.

ABSTRACT

This study describes the construction of a 8x8x8 LED cube to the playful teachins of spatial geometric figures. This is arranged the constructive aspects of the cube, controlled by Arduino, where the user, student, will be able to choose the visualization of the spatial geometric figure, its faces, vertices and edges, through a mobile application.

Keywords: building a cube. spatial geometric figures. ludic. teaching.

INTRODUÇÃO

A matemática é uma ciência exata que estuda objetos abstratos, como funções, figuras e números, e as relações que existem entre eles. Esses conceitos abstratos tornam essa disciplina muito detestada pelos alunos. Dentro da disciplina de Matemática, temos o estudo da Geometria que permite o desenvolvimento do raciocínio lógico e a compreensão do mundo em que vivemos.

Entretanto a compreensão dos conteúdos abordados, como as figuras geométricas espaciais, é limitada por dois fatores. Primeiro, pelos recursos didáticos. Segundo, pela imaginação do aluno. Quando não há a compreensão do aluno do que se é ensinado, gera-se um desinteresse consecutivo em conteúdos posteriores, e na disciplina como um todo.

Cury, T. E., and Hirschmann D. R. (2014) ressaltam o avanço

DOI: 10.47573/aya.5379.2.246.7

tecnológico e a possibilidade do estudo da matemática através de softwares já conhecidos como GeoGebra, Dr. Geo, Gambol, entre outros. Assim, explorar os recursos tecnológicos para fins educacionais torna-se cada vez mais necessário, visto que essas podem transformar o modo de ensino e aprendizado.

Dessa forma a construção de um cubo de LED pode contribuir para o ensino das figuras geométricas espaciais, através da interação com o aluno. Essa interação realizada por meio de um aplicativo de celular, faz com que o aluno possa escolher uma figura geométrica para ser visualizada, como também suas faces, arestas e vértices. Facilitando em tempo real, a visualização tridimensional.

METODOLOGIA

Para a construção do cubo foi realizado um gabarito 8x8, este possuí furos equidistantes entre si, de 15mm, com profundidade de 5mm, pois considerou-se o diâmetro dos diodos emissores de luz (LED). Dessa forma criou-se uma base para a montagem das matrizes que compõem o cubo.

Assim, para a primeira etapa da construção, soldou-se os cátodos dos LEDs que se encontravam no gabarito. Esse processo foi realizado até que 8 matrizes de LEDs fossem constituídas, com os cátodos como referenciais comuns, como mostra a Figura 1. Após a finalização das 8 matrizes, colocou-se umas sobre as outras, e dessa forma soldou-se os ânodos dos LEDs, como mostrado na Figura 2. Totalizando ao final da montagem 512 LEDs de alto brilho monocromáticos.

Figure 1 - Matrizes de LEDs.

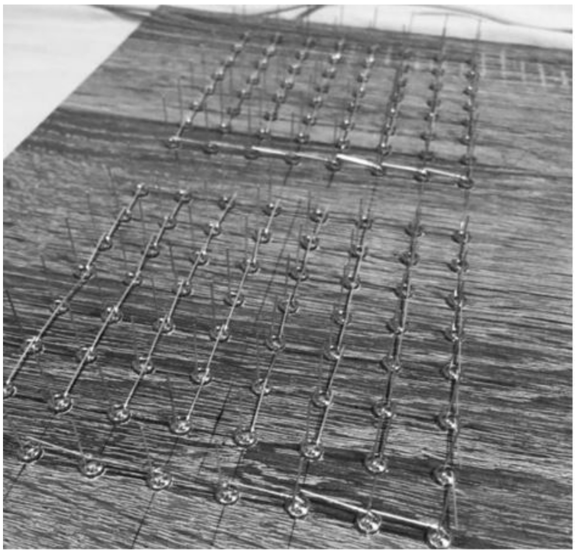
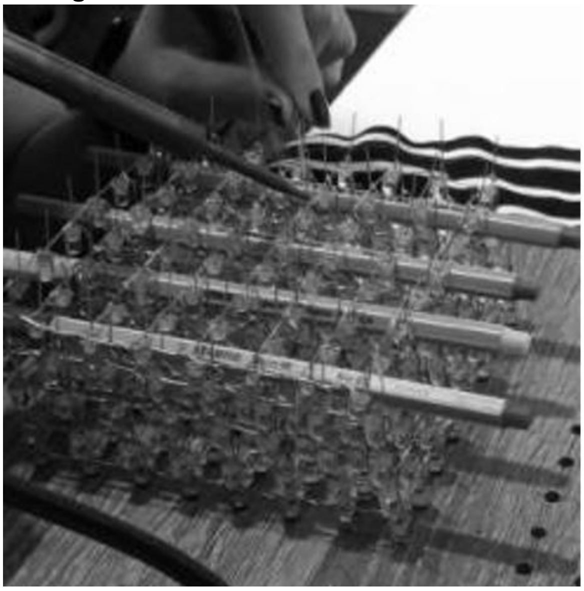


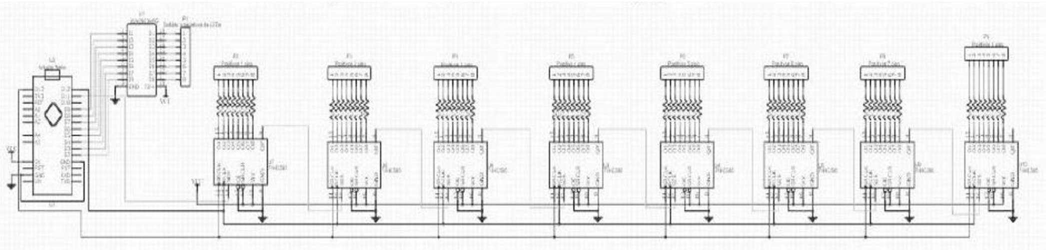
Figura 2 - Solda dos ânodos dos LEDs



Para o controle e programação do cubo de LED, utilizou-se o microcontrolador Arduíno UNO. Visando a expansão das portas lógicas do microcontrolador, optou-se pela utilização de registradores de deslocamento, sendo necessário a utilização de 8 circuitos integrados 74HC595. Outro circuito integrado utilizado para o projeto foi o ULN2803, que se assemelha a uma matriz de 8 pares de transistores *Darlington*. O esquemático das ligações mostrado na Figura 3. Esse foi montado em uma *protoboard*.

Utilizou-se também de 64 resistores de 100 Ohms para limitar a corrente.

Figura 3 - Esquemático das ligações.



Para a programação do cubo utilizou-se a IDE do Arduíno integralizada ao *App* Inventor através do módulo *bluetooth* HC-05. O *App* Inventor permite o desenvolvimento de uma interface gráfica para que os alunos utilizem, como mostrado na Figura 4. A programação do aplicativo é desenvolvida através de blocos. A partir dessa comunicação, entre aplicativo e Arduíno, pode-se escolher entre a visualização completa da forma geométrica espacial, ou pelas arestas desta, pelos vértices ou pelas faces. A programação das formas geométricas foi feita na IDE do Arduíno em linguagem C.

Figura 4 - Interface gráfica do aplicativo.

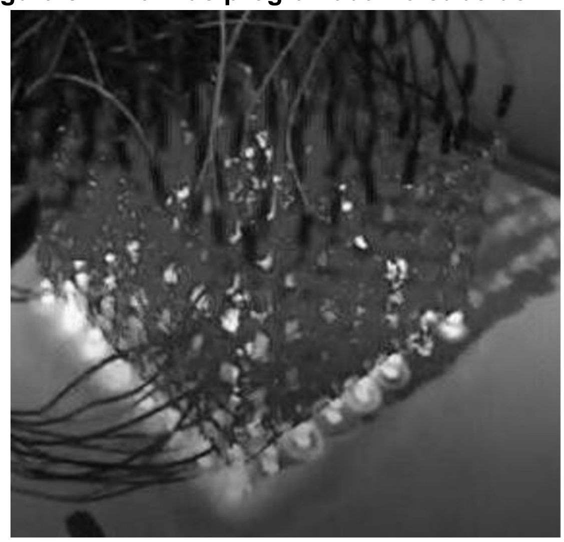
Ao final de todos os testes, o cubo será colocado na parte superior de uma caixa, e as ligações de seus circuitos integrados, Arduíno, resistores e módulo *bluetooth*, ficarão dentro da caixa, visto que para o protótipo não será desenvolvida uma placa de circuito impresso. Os circuitos estarão guardados para garantir o perfeito funcionamento do protótipo.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Apesar do protótipo não possuir todas as funcionalidades do que foi proposto inicialmente, já é possível obter algumas considerações prévias. A primeira delas trata- se da estrutura do cubo, observou-se durante o processo de construção que esta é frágil, podendo não ser viável para que se tenha um contato completo com os alunos. Visto que por simples deslocamentos as soldas foram soltas. Dessa forma pode-se pensar a respeito de uma caixa de acrílico, para a proteção da estrutura do cubo de LED.

Outro parâmetro a ser considerado a partir das primeiras figuras geométricas feitas no cubo como a pirâmide, mostrada na Figura 5, é que as dimensões do cubo afetam a composição das figuras, principalmente as que envolvem linhas diagonais. O que atrapalha na resolução da figura geométrica. Um cubo de dimensões maiores possibilitaria uma melhor resolução de figuras geométricas mais complexas, por exemplo figuras que envolvem hexágonos.

Figura 5 - Pirâmide programada no cubo de LED.



E por fim o critério que possui maior influência sobre o protótipo, é a posição do observador. Como mencionado devido as dimensões do cubo, muitas figuras não possuem alta resolução, e em certos momentos a posição do observador, no qual seria o aluno, em relação ao protótipo influencia na compreensão e visualização das figuras, vértices e arestas.

Em relação a comunicação é necessário que se integralize o aplicativo ao Arduíno ainda. Outro problema verificado nos testes, foi em relação ao processo de inicialização (SetUp) que em alguns casos, não realiza a limpeza dos bits de sujeira.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A construção desse protótipo possibilita o desenvolvimento de recursos tecnológicos didáticos para diversas áreas do conhecimento. Esse também possibilita dentro do mesmo protótipo o desenvolvimento de outras formas geométricas espaciais, e outras funcionalidades, como cálculo de volume, por exemplo. Esse também pode ser modificado para a realização de jogos. Dessa forma poderá se desenvolver o raciocínio lógico desde o ensino básico da criança, despertando assim o interesse na produção de tecnologias e para área das ciências exatas.

REFERÊNCIAS

CURY, Thiago Espindola; HIRSCHMANN, Daniela Rohan. Ensino de Matemática através do Arduino. Porto Alegre. IERGS/UNIASSEL. VI, 2014.

ASADI, Farzin. Análise de circuito elétrico com EasyEDA. Primavera, 2022.

Easy EDA. Disponível em: <https://easyeda.com/modules/Cubo-8x8x8-led-74HC595- ULN2803-moj_11430e6a52d247dca5d9a42109653225>. Acesso em: 13 nov. 2020.

ICs Robot Gadgets. Disponível em: <http://www.icstation.com/light-squared-blue-flashing- light-cube-8x8x8-cube-light-lamp-blue-home-decoration-p-3531.html>. Acesso em: 12 nov. 2020.

PORSANI, R. N., HELLMEISTER, L. A. V., & JURISATO, A. S. (2019). Arte E Tecnologia Aplicação De Arduino Na Montagem De Um Monitor 3D “Cube Led” (Cubo De Diodo Emissor De Luz). Investigação Científica Nas Ciências Humanas 2, 176–187.

Capítulo

08

Aplicação de jogos matemáticos na prática de ensino de matemática

Application of mathematical games in mathematics teaching practice

Diogo Maia Ramos Lopes
Wellington Soares Paiva
Alexandre Martins Dias
Noêmia Maria José Maia Ramos

RESUMO

O presente trabalho se trata de uma revisão de literatura com o objetivo geral de apresentar formas de como melhorar a forma de ensino e aprendizagem na disciplina de matemática, tendo como objetivo específico basicamente apresentar uma possível solução para sanar esse problema que é justamente a aplicação de jogos matemáticos. Para isso, primeiramente se utilizou da análise de artigos publicados evidenciando os motivos do baixo desempenho escolar na disciplina de matemática. Em seguida, é apresentado como possível solução justamente a aplicação de jogos matemáticas, uma metodologia alternativa na prática de ensino-aprendizagem de matemática. Após todas as explanações, é possível concluir que os jogos matemáticos são de fato uma excelente ferramenta para o melhoramento do ensino da disciplina de matemática.

Palavras-chave: jogos matemáticos. educação. processo. de. aprendizagem.

ABSTRACT

The present work is a literature review with the general objective of presenting ways to improve the way of teaching and learning in the discipline of mathematics, having as specific objective basically to present a possible solution to solve this problem that is precisely the application of mathematical games. For this, firstly, the analysis of published articles was used, showing the reasons for low school performance in the Mathematics discipline. Next, the application of mathematical games is presented as a possible solution, an alternative methodology in the teaching-learning

DOI: 10.47573/aya.5379.2.246.8

AYA Editora©

practice of mathematics. After all the explanations, it is possible to conclude that mathematical games are indeed an excellent tool for improving the teaching of mathematics.

Keywords: mathematical games. education. learning process.

INTRODUÇÃO

Ainda nos dias atuais, percebe-se que ainda existe um grande problema na transmissão e conhecimento em diversos tipos de disciplinas escolares. Muitas possíveis causas são discutidas por diversos autores, não existindo uma única solução específica para todos os problemas, sendo que cada área de conhecimento pode possuir uma limitação intrínseca a ela. Algumas são comuns a diversas áreas, como a falta de infraestrutura escolar.

No caso do ensino da matemática, acaba-se percebendo um baixo desempenho escolar em grande parte dos alunos, e, com isso, muitos professores acabam sendo mal avaliados por parte da comunidade escolar. Sabe-se que não existe um culpado para esse problema na disciplina de matemática. O que se percebe é um conjunto de fatores que contribuem para o baixo rendimento nessa disciplina, sendo infraestrutura escolar ruim um exemplo citado.

Com a finalidade de contornar esse problema no aprendizado de matemática, muitos professores acabam utilizando metodologias de ensino alternativas. Algumas dessas técnicas alternativas são fruto de uma metodologia criada com materiais acessíveis a todos os públicos, ditos materiais de baixo custo. Uma técnica que se pode citar são justamente a aplicação de jogos matemáticos na prática de ensino-aprendizagem de matemática.

Os jogos matemáticos vêm a ser uma ótima alternativa nessa prática de ensino de matemática, uma vez que se sabe que jogos atraem bastante a atenção das pessoas, criando uma certa motivação para a prática da disciplina. O jogo força a pessoa a pensar em como encontrar uma solução para ele. A combinação dele com a matemática basicamente isso, ou melhor dizendo, a aplicação de jogos matemáticos acaba deixando o aluno em uma situação na qual ele acaba se sentindo obrigado a solucionar aquele problema e o espírito de competição que normalmente os jogos trazem em si acabam servindo de motivação para isso.

Assim, o objetivo geral deste trabalho se fundamenta basicamente em apresentar formas de como melhorar a forma de ensino e aprendizagem na disciplina de matemática, tendo como objetivo específico basicamente apresentar uma possível solução para sanar esse problema que é justamente a aplicação de jogos matemáticos.

É de conhecimento geral que a matemática não é bem vista por grande parte dos alunos por ser considerada uma das disciplinas mais difíceis do currículo escolar e que ela acaba servindo como uma forma de seleção dos indivíduos que ingressam no nível superior e no mercado de trabalho. Isso acontece porque praticamente todas as áreas de conhecimento dependem de matemática, ou seja, têm a matemática como ferramenta de aplicação como as engenharias, por exemplo. Um bom ensino-aprendizado de matemática tem justamente impactos positivos no futuro do ser humano, uma vez que resulta em futuros profissionais muito bem capacitados que podem contribuir muito mais para o desenvolvimento da ciência.

A revisão de literatura se utilizou primeiramente da análise de artigos publicados evidenciando os motivos do baixo desempenho escolar na disciplina de matemática. Após evidenciar o problema, é apresentado como possível solução justamente a aplicação de jogos matemáticas, uma metodologia alternativa na prática de ensino-aprendizagem de matemática.

Este trabalho está estruturado na seguinte forma:

No capítulo 1, é feita uma básica introdução a respeito do trabalho apresentado, sendo evidenciado a relevância e o objetivo dele.

No capítulo 2, é apresentado a metodologia utilizada para a coleta de informações para esta revisão bibliográfica.

No capítulo 3, é feita uma explanação do problema de ensino-aprendizagem em matemática apontando possíveis causas dele.

No capítulo 4, é apresentado basicamente os jogos matemáticas como uma solução para o problema.

No capítulo 5, são apresentadas as conclusões a respeito do artigo apresentado.

No capítulo 6, são apresentadas as referências bibliográficas que ajudam a identificar os trabalhos, livros e artigos, por exemplo, utilizados nesse estudo.

MATERIAIS E MÉTODOS

A revisão bibliográfica apresentada se baseou em pesquisas realizadas na plataforma google acadêmico. Foram utilizados todo tipo de artigos publicados em periódicos nacionais reconhecidos, assim como dissertações de mestrado.

A pesquisa envolveu as seguintes palavras: dificuldade no aprendizado de matemática e jogos matemáticos, sendo ela voltada basicamente a apresentar as causas da dificuldade no ensino-aprendizagem matemática nas escolas e formas de solucionar esse problema baseadas em jogos matemáticos.

Os critérios utilizados levaram em consideração a verificação de trabalhos recentes publicados em revistas/jornais da área, trabalhos acadêmicos, indo de 2011 até 2020, sendo praticamente toda a pesquisa baseada em estudos de casos, selecionando-se os trabalhos mais relevantes sobre o tema de jogos matemáticos e as dificuldades de ensino-aprendizagem matemática nas escolas.

Utilizou-se como critérios de exclusão textos com restrições de acessibilidade, trabalhos publicados antes de 2011 e demais que não tinham relevância com a área da educação, matemática e jogos matemáticos.

Após a aplicação dos critérios de inclusão e exclusão, 30 trabalhos com temas relevantes para elaboração deste texto foram selecionados. Porém, somente 11 entraram na forma de citação direta no trabalho, sendo o restante servindo como forma de aprendizado e organização do texto.

DIFICULDADES NO APRENDIZADO DE MATEMÁTICA

Muito ainda se discute a respeito das dificuldades que grande parte dos alunos de todos os níveis escolar têm com a disciplina de matemática e com as demais com a usam como uma ferramenta de aplicação. Não se sabe ao certo a explicação para esse baixo rendimento entre os estudantes. Na verdade, verifica-se que não há um motivo específico para essa ocorrência. Vários autores apontam diversas causas distintas, algumas delas até relacionáveis entre si, só que não verificam de fato qual a raiz do problema.

No caso do Brasil, o ensino ainda é muito deficitário, principalmente o ensino público. E para ajudar a piorar a situação do ensino, em muitas escolas públicas, os professores não chegam a cumprir a carga horária completa da disciplina, não ministrando, assim, todo o conteúdo que deveria ser passado em um ano letivo completo. Assim, muitos estudantes acabam sentido dificuldades no futuro, não conseguindo se inserir direito no mercado de trabalho. Não só isso, quando optam por fazer uma universidade, acabam tendo grandes dificuldades principalmente em cursos de engenharia que utilizam a matemática como ferramenta de aplicação e necessitam que os alunos possuam um conhecimento prévio do assunto e um pouco de afinidade com a matéria.

Muitos autores apontam diversas causas como motivo dessa deficiência de conhecimento em matemática. Resende *et al.* (2013), em seu artigo intitulado “Principais dificuldades percebidas no processo ensino-aprendizagem de Matemática em escolas do município de Divinópolis (MG) ” apresenta uma pesquisa realizada com alunos de ensino fundamental e médio em escolas do município de Divinópolis (MG), cuja finalidade é verificar as principais dificuldades encontradas no processo ensino-aprendizagem de matemática, quais as possíveis causas e sugerir algumas soluções para o problema. O trabalho foi feito basicamente na forma de pesquisas participativas, entrevistas e questionários tanto com professores quanto alunos. Dentre todas as conclusões tiradas pelos autores, a principal que eles puderam verificar é que o problema na aprendizagem de matemática ocorre devido a uma certa dificuldade em relação à linguagem usual dos alunos e a linguagem matemática.

> Estes resultados demonstram que os alunos, na realidade, têm dificuldades no aprendizado que extrapolam a própria matemática, como a interpretação de texto, e ainda, demonstram-se incapazes de correlacionar o aprendizado teórico com a prática, ou seja, podem até resolver uma regra de três, calcular um MDC, MMC, resolver uma equação e tantos outros, no entanto, quando o dia-a-dia requer o emprego deste aprendizado, não possuem a capacidade de correlação, pois decoraram as fórmulas e os algoritmos de execução. (Resende *et al.*, 2013, p. 208).

Essa dificuldade na interpretação dos problemas matemáticos pode ser vista como uma consequência de uma cultura preocupada basicamente com a aprendizagem do algoritmo propriamente dito, deixando de lado a parte interpretativa, conforme identifica Eberhardt & Coutinho (2011, p. 65):

> Privilegia-se no e aprendizagem em Matemática o uso cultural ao algoritmo: o cálculo mental é deixado de lado, o aluno é habituado a escrever a conta e sempre armar o cálculo. É preciso provar o que se pensou, ou melhor, escrever o cálculo para ir pensando. Cria-se uma dependência do cálculo escrito.

Ainda em sua pesquisa, Resende *et al.* (2013), verifica as diferenças encontradas com relação a alunos da rede pública e da rede particular, ligando o desempenho escolar também a questão da infraestrutura escolar, como fez Marri & Racchumi (2012) em seu artigo intitulado "Infraestrutura escolar e desempenho educacional em Minas Gerais: possíveis associações". Sabe-se que muitas escolas, principalmente da rede pública, ainda carecem dessas infraestruturas básicas e isso acaba contribuindo para a baixa de rendimento escolar dos alunos. Agora, não se pode achar que só porque um estudante se encontra em uma escola bem estruturada e possui uma situação financeira superior que ele acaba não sofrendo carência de conteúdo, conforme diz Eberhardt & Coutinho (2011, p. 65):

> Crianças de uma situação socioeconômica privilegiada também podem apresentar déficit de experiências concretas. Muitas vivem com excesso de cuidados, presas, sem possibilidades de interagir com a natureza. Conhecem realidades representadas pela televisão, mas, não vivenciam outras brincadeiras que não seja o computador.

O déficit no aprendizado da disciplina de matemática pode causar sérios problemas no futuro profissional dos estudantes. Para exemplificar, Dantas Filho (2018) avaliou as possíveis causas do baixo índice de aprovação nas disciplinas de cálculo e o número grande de reprovados e de desistência do curso de engenharia de pesca devido a essas disciplinas.

O trabalho de Dantas Filho (2018) foi além do que só uma análise de desempenho em provas nas disciplinas de cálculo. Ele procurou um pouco da história dos alunos, considerando o desempenho deles em matemática desde o ensino fundamental, passando pelo ensino médio. Em sua pesquisa, ele pôde perceber que os alunos com baixo rendimento e desistentes já possuíam problemas em matemática desde o ensino fundamental e acabaram piorando no ensino médio como consequência da base fundamental ruim que tiveram, sendo que grande parte tirou nota baixa na parte de matemática da prova do ENEM. Com isso, ele acabou concluindo que o grande problema do aluno está justamente nas primeiras séries escolares, mais precisamente no ensino fundamental. Como eles não tiveram uma base de ensino matemático boa, é evidente que esse problema se propague no futuro acadêmico deles.

Importante frisar que grande parte dos autores identificam como causa do problema do baixo rendimento das pessoas nas disciplinas de matemática justamente o aprendizado deficitário que tiveram na infância, ou mais precisamente no ensino fundamental. Todas essas dificuldades são um reflexo do passado do aluno. Em sua pesquisa, Pacheco, & Andreis (2018) afirmam: "Essas dificuldades podem ser oriundas de questões metodológicas inadequadas, professores mal qualificados, de uma infraestrutura escolar insuficiente e ou relacionadas a alunos que apresentam bloqueios decorrentes de experiências negativas.". Ele vê como possível solução para esse problema a capacitação dos professores que atuam nas séries iniciais, a influência da família na comunidade escolar e a adoção de novas metodologias por professores de Matemática.

JOGOS MATEMÁTICOS COMO METODOLOGIA DE APRENDIZAGEM

Para sanar essa dificuldade no ensino de matemática, o que se deve fazer é justamente estudar novas metodologias de ensino que possam ajudar a melhorar o desempenho dos alunos e aplicá-las no cotidiano do aluno. Pode-se citar com estratégia para o melhoramento do ensino a aplicação de jogos matemáticos.

> O uso do jogo no ensino de matemática se justifica porque possibilita a produção de uma experiência significativa para o indivíduo (crianças ou adultos) tanto em termos de conteúdos matemáticos como no desenvolvimento de competências e habilidades. O indivíduo é motivado a trabalhar e pensar ao jogar. Desta forma, ele descobre, formula questões, resolve problemas e não somente recebe informações. (Lamas, 2015, p. 1).

Gitirana *et al.* (2012) em seu artigo intitulado "Jogos com sucata na educação matemática" argumentam que "muitos jogos incluem ideias matemáticas que podem ser aproveitadas como ponto de partida para o ensino". Citam como exemplo o próprio jogo de par ou ímpar que acaba introduzindo a ideia de paridade de números por crianças pequenas e no futuro ainda ajuda ele a entender a divisibilidade por dois.

> Outro aspecto importante é que a busca por estratégias para a vitória ou para solucionar um desafio inclui, via de regra, uma variedade de questões de lógica ou matemática que vão do nível mais elementar até problemas ainda não resolvidos pelos especialistas. Este fato possibilita a exploração de um mesmo jogo em diversos níveis, dependendo do estágio dos participantes. (Gitirana, *et al.*, 2012, p. 10).

Diversos autores defendem uso de jogos para o ensino matemático que se utilizam de plataformas digirais. Romio, & Paiva (2017) apresentam uma metodologia de ensino aplicando as ferramentas Kahoot e GoConqr. O Kahoot possibilita elaborar e jogar quizzes em grupos de forma síncrona, disponibilizando uma aula recreativa e competitiva. O GoConqr possibilita elaborar e jogar quizes, disponibilizar material didático, elaborar mapas mentais, dentre outros. Os autores puderam perceber que ambas as ferramentas despertaram uma motivação e o interesse maior dos alunos para com os conteúdos ministrados, aumentando o interesse pela matemática, ajudando, inclusive, a desenvolver habilidades que talvez não pudessem ser alcançadas em aulas tradicionais.

Neto & da Fonseca (2013) criaram um jogo educativo para dispositivos móveis (sistema operacional androide) baseado na obra literária de Malba Tahan chamado "O homem que calculava". O jogo contém cenários baseados na obra com histórias envolvendo situações matemáticas, como se contagem, multiplicação, divisão, por exemplo. O jogo criado foi dividido em seis estágios, com níveis de dificuldade crescente. Assim, o estudante passa de fase e cria uma certa motivação para conseguir vencer o próximo estágio. Essa estrutura do jogo é justamente para o deixar mais atrativo e motivador. Foi feita uma avaliação dentre os alunos a respeito do jogo e cerca de 87% dos alunos disseram que conseguiram identificar os conteúdos trabalhados em sala de aula pelos professores no jogo. O que fez os autores verificarem que práticas deste tipo são forte aliadas no ensino-aprendizagem de matemática, servindo inclusive como fortes motivadores de conhecimento, uma vez que, sabe-se que jogos em si já atraem a motivação das pessoas.

Oliveira *et al.* (2015) avaliaram a utilização de dois jogos educativos em interfaces computacionais, Jogo Conquistando com Resto e o Jogo Desafios com Palitos. O primeiro é um jogo de tabuleiro em que cada casa possui um número específico. Joga-se um dado e o participante avança o número de casas equivalentes ao resto da divisão entre o número identificado na casa e o valor que caiu no dado. O segundo é um jogo que envolve diversos conteúdos tais como Algoritmos Romanos, Conversão de Valores e Raciocínio Logico, etc, utilizando palitos. Como exemplo, "tendo 12 palitos, como se formaria 10 quadrados? ". Os autores tiveram resultados positivos junto aos alunos com a utilização desses jogos, avaliando que a metodologia deles poderia ser replicada em outros contextos para avaliação de outros jogos educativos.

Apesar da grande melhoria no ensino-aprendizagem de matemática verificada com a utilização de jogos matemáticos digitais, aplicar esse tipo de metodologia ainda está fora da realidade de muitas escolas do país, principalmente, segundo de Vasconcelos Soares & Oliveira (2019), da rede pública de regiões periféricas, podendo ser classificada, em termo, como uma forma de exclusão digital.

> O fato é que, problematicamente, as instituições em localização periférica estão em desvantagens, seja pela sua contemporaneidade ou por outros motivos, o que acaba por ascender é a ideia de uma defasagem que se associa ao contexto geográfico, fazendo com que aumente ainda mais os pensamentos de desigualdades, abandonos e a ineficiência das políticas públicas educacionais e dos órgãos dirigentes. Infelizmente, por não haver um estudo específico para tal investigação, ficou-se com esse sentimento de um "esquecimento tecnológico" a estas instituições contempladas, o que impossibilita uma acessibilidade tecnológica ao mundo da informação e da comunicação. (De Vasconcelos Soares & Oliveira, 2019, p. 9).

Devido a essa realidade. Enquanto não houver investimento tecnológico de fato nas instituições de ensino, o professor deve buscar outras metodologias de ensino. A metodologia utilizando jogos matemáticos tem se mostrado bastante eficaz no ensino-aprendizagem da matemática. Porém, na realidade de hoje em grande parte das instituições de ensino do país, é notório que ainda não tem como ela ser aplicada em conjunto com ferramentas digitais. Então, o interessante é justamente o educador de matemática buscar uma forma de utilizar esses jogos sem a utilização dessas ferramentas.

Diversos autores propõem algumas metodologias de ensino para a utilização de jogos matemáticos com matérias de baixo custo e até mesmo materiais encontrados no cotidiano do aluno, como Gitirana *et al.* (2012) em "Jogos com sucata na educação matemática". Diversos jogos envolvendo matemática com materiais de fácil acessibilidade são apresentados por eles neste trabalho, servindo como uma solução de ensino e aprendizagem de matemática.

Diversos projetos em universidades propõem a criação de jogos matemáticos para o melhoramento na prática de ensino na matemática. Engelmann (2015) coordenou um grupo de alunos bolsistas que criaram diversos tipos de jogos matemáticos, que, conforme ela:

> [...] tais alunos se empenharam em criar jogos e elaborar estratégias inovadoras que permitissem a assimilação de conteúdo, antes considerados difíceis, no contexto das escolas estaduais no município de Natal/RN. Sendo assim, os jogos aqui apresentados trabalham com uma série de conteúdos matemáticos, tais como: as operações básicas da Matemática, números naturais, inteiros e reais, frações, mínimo múltiplo comum e mínimo divisor comum, potenciação, radiciação, fatorial, logaritmos, equações de 1º e 2º graus, coeficientes, soma e produto de raízes, discriminante, entre outros.

Assim, pode-se dizer que Gitirana *et al.* (2012) e Engelmann (2015) apresentam técnicas que são fortes aliadas na prática do ensino de matemática e que se replicada, podem ajudar a aumentar o desempenho escolar dos alunos na disciplina de matemática, dentro das realidades estruturais das escolas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho se baseou em apresentar as possíveis causas do baixo rendimento de alunos em disciplinas que envolvem matemática e encontrar solução para sanar esse problema. Assim, a partir do estudo, pode-se perceber que a aplicação de jogos matemáticos é uma excelente ferramenta no ensino da matemática. Ainda há, contudo, a deficiência tecnológica em muitas escolas, principalmente as escolas encontradas nas periferias, não se podendo fazer jogos em conjunto com ferramentas digitais. Por isso, sugere-se como uma solução para a melhoria do ensino-aprendizagem matemática justamente a aplicação de jogos matemáticos derivados de materiais simples e de fácil acesso.

REFERÊNCIAS

DANTAS FILHO, Jerônimo Vieira. Baixo rendimento na disciplina de matemática. EDUCA-Revista Multidisciplinar em Educação, v. 4, n. 9, p. 98-113, 2018.

DE VASCONCELOS SOARES, Lucas; OLIVEIRA, Lílian Aquino. A EXCLUSÃO DIGITAL NO SÉCULO XXI: DIÁLOGOS NA INCORPORAÇÃO DE TICS NA GESTÃO EDUCACIONAL EM ESCOLAS DA REDE PÚBLICA DE SÃO LUÍS/MA. ARTEFACTUM-Revista de estudos em Linguagens e Tecnologia, v. 18, n. 1, 2019.

EBERHARDT, Ilva F. Neves; COUTINHO, Carina V. Scheneider. Dificuldades de aprendizagem em matemática nas séries iniciais: diagnóstico e intervenções. Vivências: Revista Eletrônica de Extensão da URI, v. 7, n. 13, p. 62-70, 2011.

ENGELMANN, Jaqueline. Jogos matemáticos: experiências no PIBID. 2015.

GITIRANA, Verônica *et al.* Jogos com sucata na educação matemática. Recife: Nemat: Ed. Universitária da UFPE, 2013.

LAMAS, Rita de Cássia Pavani. JOGOS E MATERIAIS DIDÁTICOS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA. Departamento de Matemática, IBILCE- UNESP XXVII Semana da Matemática: 03 a 06 de novembro de 2015.

MARRI, Izabel; RACCHUMI, Julio. Infraestrutura escolar e desempenho educacional em Minas Gerais: possíveis associações. Encontro nacional de estudos populacionais, v. 28, 2012.

NETO, José Francisco Barbosa; DA FONSECA, Fernando de Souza. Jogos educativos em dispositivos móveis como auxílio ao ensino da matemática. RENOTE-Revista Novas Tecnologias na Educação, v. 11, n. 1, 2013.

OLIVEIRA, Wilk *et al.* Avaliação de jogos educativos: Uma abordagem no ensino de matemática.

In: Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação-SBIE). 2015. p. 657.

PACHECO, Marina Buzin; ANDREIS, Greice da Silva Lorenzzetti. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. Revista Principia, João Pessoa, n. 38, p. 105-119, 2018.

RESENDE, Giovane *et al.* Principais dificuldades percebidas no processo ensino-aprendizagem de Matemática em escolas do município de Divinópolis (MG) The mains difficulties looking of the process teaching-learning of mathematics in schools of the district of Divinópolis, MG. Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 15, n. 1, 2013.

Organizador

Luiz Henrique Domingues

Mestre em Engenharia de Produção pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR/PG, linha pesquisa em Gestão da Produção e Manutenção e Grupo de pesquisa em Gestão da Transferência de Tecnologia (GTT). Possui especialização em Docência no Ensino Superior pelo UNICESUMAR, graduou em Automação Industrial pela UTFPR.

Índice Remissivo

A

C

D

E

F

G

I

J

L

M

P

Q

R

S

T

V

W

AYA EDITORA

2023