O ENSINO DE MATEMÁTICA NA ATUALIDADE: PERCEPÇÕES, CONTEXTOS E DESAFIOS

5

Paulo Marcos Ferreira Andrade
Organizador

AYA EDITORA
2022

O ensino de matemática na atualidade: percepções, contextos e desafios

Vol. 5

Prof.° Me. Paulo Marcos Ferreira Andrade
(Organizador)

Direção Editorial
Prof.° Dr. Adriano Mesquita Soares

Organizador
Prof.° Me. Paulo Marcos Ferreira Andrade

Capa
AYA Editora

Revisão
Os Autores

Executiva de Negócios
Ana Lucia Ribeiro Soares

Produção Editorial
AYA Editora

Imagens de Capa
br.freepik.com

Área do Conhecimento
Ciências Exatas e da Terra

Conselho Editorial

E598 O ensino de matemática na atualidade: percepções, contextos e desafios [recurso eletrônico]. / Paulo Marcos Ferreira Andrade (organizador) -- Ponta Grossa: Aya, 2022. 162 p.
v.5

Inclui biografia
Inclui índice
Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
ISBN: 978-65-5379-142-8
DOI: 10.47573/aya.5379.2.142

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática recreativa. 3. Geometria. I. Andrade, Paulo Marcos Ferreira. II. Título

CDD: 510

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Bruna Cristina Bonini - CRB 9/1347

International Scientific Journals Publicações de Periódicos e Editora EIRELI
AYA Editora©
CNPJ: 36.140.631/0001-53
Fone: +55 42 3086-3131
E-mail: contato@ayaeditora.com.br
Site: https://ayaeditora.com.br
Endereço: Rua João Rabello Coutinho, 557
Ponta Grossa - Paraná - Brasil
84.071-150

SUMÁRIO

Apresentação

A publicação de um texto técnico ou científico é uma das formas mais utilizadas para transmitir à comunidade o conhecimento adquirido durante o desenvolvimento de um projeto ou de uma pesquisa. O compartilhamento de conhecimento promove o acelerado desenvolvimento da sociedade, além de um crescimento pessoal e profissional através das trocas de aprendizados.

Portanto, neste livro intitulado ***"O ensino de matemática na atualidade: percepções, contextos e desafios - Vol. 5"*** são compartilhados conhecimentos interdisciplinares adquiridos por cada autor durante o desenvolvimento de seus estudos. A abrangência deste volume envolve diversos temas voltados ao ensino da matemática, onde os pesquisadores apresentam os resultados obtidos através da aplicação de diferentes teorias e práticas.

A fim de proporcionar uma experiência de leitura agradável, esta obra encontra-se organizada em dez (10) capítulos abordando diversas temáticas e discussões, demostrando a evolução proporcionada através do compartilhamento do conhecimento técnico e científico na área da matemática. Os estudos abordam discussões como: ensino da matemática na atualidade; história da matemática na BNCC; o lúdico e os jogos digitais educacionais no ensino da matemática; curricularização da extensão nos cursos de graduação e nos cursos de licenciatura em matemática; dificuldades no processo do ensino-aprendizagem de matemática; etnomatemática e a educação do campo; paradoxo metodológico da formação docente em matemática; o ensino da matemática e da geografia no 1º ano do ensino fundamental; two famous conjectures; e por fim, um estudo Geometria Maceniana.

Espero que através deste livro você possa aprender novas teorias e práticas para seu desenvolvimento pessoal e profissional e que também promova o compartilhamento destes conhecimentos com todos ao seu redor, impulsionando assim o desenvolvimento de nossa sociedade.

Boa leitura!

Prof.° Me. Paulo Marcos Ferreira Andrade

Capítulo

01

O ensino da matemática na atualidade: percepções, contextos e desafios

Or teach mathematics in the present: perceptions, contexts and challenges

Sidmara Pedroso Blaszak da Silva
Escola Municipal Fundamental Quinze de Novembro

DOI: 10.47573/aya.5379.2.142.1

RESUMO

Trazendo para estudo: O ensino da matemática na atualidade; percepções, contextos e desafios, torna-se imprescindível apresentar as características dos alunos ao enfrentarem o desafio de aprender matemática, o que tem levado a uma busca constante pelos professores de formas para ensinar e atingirem os objetivos dessa disciplina. Assim deparando-se com as dificuldades dos alunos e a falta de preparo por que não foram trabalhados para o confronto com este contexto, sentem-se fragilizados e buscam como atuar da melhor forma conciliando teoria e prática. Com o objetivo de analisar as percepções dos mesmos frente a esse contexto se evidencia a necessidade em formação continua já que é necessário atuar atendendo as reais necessidades percebidas voltadas para a aprendizagem da matemática facilitando as condições que favoreçam a mediação professor –aluno amenizando os conflitos.

Palavras-chave: matemática. percepções. contextos. ensino. desafio.

ABSTRACT

Bringing to study: The teaching of mathematics today; perceptions, contexts and challenges, it is essential to present the characteristics of students when facing the challenge of learning mathematics, which has led to a constant search by teachers for ways to teach and achieve the objectives of this discipline. Thus, faced with the difficulties of the students and the lack of preparation because they were not worked on to face this context, they feel fragile and seek how to act in the best way, reconciling theory and practice. Even in this context, the need for continuing education is evident, since it is necessary to act in response to the real perceived needs aimed at learning mathematics, facilitating the conditions that favor teacher-student mediation, mitigating conflicts.

Keywords: mathematics. perceptions. contexts. challenges.

INTRODUÇÃO

O presente estudo é uma pesquisa de abordagem qualitativa, que tem por objetivo investigar os desafios do ensino e da aprendizagem na matemática no contexto histórico-cultural e a constituição dos saberes docentes fundamentados em teorias e práticas contextualizadas.

Os professores geralmente não participam na escolha do material, pois este, além de não trazer a realidade do aluno, não contempla as necessidades básicas do cotidiano da sala de aula. As queixas e os conflitos maiores aparecem entre os professores de matemática. Segundo eles, está cada vez mais difícil ensinar matemática, pois os alunos não querem pensar, estudar e cumprir com suas obrigações.

A atuação do professor está vinculada à sua concepção de ensinar e aprender, e isso apresenta articulação com a construção de seu conhecimento, ou seja, sua formação acadêmica e continuada, seus estudos e vivências.

É imprescindível considerar a diversidade existente na sala de aula, para que todos sejam indivíduos e que tenham o direito de participar e transformar o contexto social de acordo com suas necessidades. A escola é o lugar onde a intervenção pedagógica intencional desencadeia o processo do ensino e da aprendizagem, e o professor tem o papel explicito de intervir no processo, diretamente de situações informais, nas quais a criança aprende por imersão em um ambiente cultural, e, principalmente pela própria experiencia.

O estudo é desenvolvido por meio de uma abordagem qualitativa e envolve ideias e concepções de aprendizagem focando nas percepções e desafios dos professores que trabalham com a matemática.

Para finalizar as considerações a respeito daquilo que deve fazer parte dos conhecimentos dos professores de matemática e de como precisam buscar os mesmos.

DESENVOLVIMENTO

Os saberes docentes são constituídos durante a trajetória de vida do professor. E nesta, incluem-se sua formação acadêmica e continuada, seus desejos e suas realizações, ou seja, sua identidade. “A identidade é um lugar de lutas e conflitos, é um espaço de construção de maneiras de ser e estar na profissão. [...] realçando a mescla dinâmica que caracteriza a maneira como cada um se sente e se diz professor. ” (NÓVOA, 1995, p. 16).

A consciência da mutabilidade, historicidade e relatividade dos conteúdos, papéis e funções sociais e profissionais exigem do professor empenhos constantes, sem ter o tempo necessário para acompanhar as mudanças nas políticas e nos controles públicos. Nas mudanças contínuas se constrói a profissionalidade, pois formam a ação de ensinar.

Percebe-se, a importância de considerar o contexto social do aluno e articulá-lo aos processos do ensino e da aprendizagem, na sala de aula, uma vez que:

> “[...] a experiência do homem é histórico-cultural. Esta não coincide com a experiência da espécie, biologicamente herdada, nem com a experiência individual, apesar de frequentemente se confundir com esta. ” (LEONTIEV, 1991, p. 103)

A realidade da sala de aula exige conhecimentos específicos. Alunos de diferentes culturas, diferentes níveis de conhecimentos que aprendem na experiência do dia a dia. Há falta de formação continuada, o que se apresenta são palestras, encontros semestrais, algo paliativo, mas de planejamento, questões do cotidiano escolar, como ensinar, como lidar com a indisciplina não acontece de fato.

A disciplina exige concentração e raciocínio lógico, coisa que os alunos não querem. De acordo com Luria (1996, p. 207), “[...] o processo de realizar operações numéricas abstratas desenvolve-se somente por influência do efeito da escola e do ambiente cultural específico. ”

A formação acadêmica contribui para o conhecimento científico, para formação específica, mas se dependesse só dela não daria certo. Aprende-se ensinando e revendo alguns conceitos por meio dos desafios que se apresentam no cotidiano da sala de aula. E importante a troca de experiência entre professores sendo que a escola poderia oportunizar mais esses momentos.

Observando no dia a dia, as falas dos professores, colegas de trabalho na área do ensino da matemática observa-se que a maioria deles pontua a teoria como destaque na graduação, deixando a desejar no que diz respeito à prática.

É preciso destacar a importância do conhecimento científico na universidade, pois, de maneira geral, é um dos poucos momentos em que o professor entra em contato com os referenciais teóricos e considera-se isso fator preponderante na constituição dos saberes docente. A reconstrução de conceitos e os diferentes avanços do professor ocorrem por meio da construção de novos conhecimentos e a aplicabilidade na sua experiência.

“[...] a ação do educador deverá se revelar como proposta às diferentes necessidades existentes na realidade educacional e social.” (CANDAU; LELIS, 2011, p. 69)

A formação continuada é necessária para contribuir na questão da diversidade cultural e social da realidade escolar, como também precisa ser pontuada nas questões e nos conteúdos que desafiam os professores.

Considera-se como importante que o professor perceba quais as maiores dificuldades vivenciadas no cotidiano escolar e, a partir disso, buscar conhecimentos e metodologias que contribuam para suas lacunas.

Nóvoa (1995, p. 25) observa que “[...] não se constrói por acumulação (de cursos, de conhecimentos ou de técnicas), mas sim através de um trabalho de reflexibilidade crítica sobre as práticas e de (re)construção permanente de uma identidade pessoal.

A aprendizagem se constitui por meio de mediações, orientações, experiências e ações. Vygotsky (2003) destaca a importância da atuação dos outros membros do grupo social na mediação entre cultura e o indivíduo, pois uma intervenção deliberada desses membros da cultura, é essencial no processo de desenvolvimento. O processo do ensino e da aprendizagem ocorre pela interação, nas trocas, na socialização. Portanto, não se pode afirmar que o aluno aprende sozinho a descobrir suas respostas e que a aprendizagem é resultante de uma atividade individual. O professor também não é o centro do processo, que ensina para que os alunos passivamente aprendam. Ele é o mediador e, ao propor desafios aos seus alunos, ajuda-os a resolvê-los.

Micotti (1999) observa que a mediação do professor permite organizar as situações de aprendizagem do aluno para o saber matemático. Nesse sentido, é importante o professor, em sua prática pedagógica, considerar o processo histórico-cultural da criança, em si, e o da própria matemática.

A diversidade em sala de aula está cada vez mais acentuada, parece que há alunos que rendem mais, outros são mais lentos; uns mais curiosos, outros mais apáticos. Idade e cultura diferentes fazem interferência. As famílias não participam, não sabem o que se passa na escola. O conteúdo não anda e muitos não aprendem.

Os alunos aprendem mais nas turmas menores. Gostam de ser atendidos individualmente, mas não dá tempo, nem para estudar e preparar melhor as aulas, o desgaste é muito grande. Há falta de discussão sobre a questão da avaliação e sobre o processo do ensino e aprendizagem. A gestão escolar precisa perceber as dificuldades que os professores enfrentam e desenvolver ações que contribuam para o trabalho pedagógico.

Partindo da concepção histórico-cultural, verifica-se que a história de vida de cada sujeito retrata sua maneira de aprender e de ser. A ação do ser humano está imbricada no contexto social vivenciado por ele.

Os professores, de maneira geral, apresentam a necessidade de aprofundar seus conhecimentos em relação aos processos do ensino e da aprendizagem, em virtude da diversidade existente em sala de aula. De acordo com eles, uma formação continuada efetiva por parte das políticas públicas poderia contribuir de forma significativa, já que o conhecimento do professor "[...] vem geralmente de uma aprendizagem por conta própria e isso deixa os professores entregues a si próprios [...] cada professor se considera único nas suas relações com os alunos, pois é bem 'ele' que entra em relação com eles. " (TARDIF, 2005, p. 90).

Quanto à aprendizagem de matemática, os alunos reforçam os desafios e as angústias vivenciadas pelos professores na prática pedagógica. Para um número significativo de alunos, a aprendizagem na matemática se efetiva por meio de atividades que envolvem experiências e pesquisas.

É importante contextualizar o conhecimento matemático com as vivências do aluno de forma prática, de maneira geral, os alunos nas escolas enfatizam o distanciamento entre a teoria e a prática, por sua vez, os professores observam que tal contexto não é contemplado tanto na formação inicial quanto na continuada.

O professor para o desenvolvimento da aprendizagem do aluno é o mediador, cria as condições para que os processos cognitivos se desenvolvam. Conforme Vigotski (2003, p. 75), "[...] na base do processo educativo deve estar a atividade pessoal do aluno, e toda arte do educador deve se restringir a orientar e regular essa atividade. " Segundo o autor, o ensino e a aprendizagem estão interrelacionados.

Ao se aproximar do aluno, o professor durante as atividades de ensino precisa considerar o contexto histórico-cultural do aluno. Seus conhecimentos, seus conceitos, sua maneira de aprender. Com base nisso, planejar o que ensinar, por que ensinar e como ensinar. Sabe-se que isso requer conhecimento, dedicação e comprometimento do professor. Reconhecer que cada aluno tem seu tempo e espaço para aprender, que sua maneira singular de ser e compreender nem sempre é a esperada e/ou percebida pelo professor.

O ensino da matemática, geralmente é visto com maus olhos por uma grande parcela dos estudantes. Isso se dá, principalmente, pela didática ditada pelos professores, com a escassez de aulas práticas e dinâmicas.

É preciso destacar que o ensino de Matemática perpassa por dimensões que vão além da compreensão dos números e das fórmulas que levam a respostas exatas, a Matemática está presente em nosso cotidiano e deve ser pensada sob um olhar inovador que compreende os diversos aspectos inseridos na sociedade.

Portanto, o processo de formação de professores que lecionam matemática, seja no curso de pedagogia ou no curso de licenciatura de matemática, deve ser repensado para que se possam romper as barreiras do ensino tradicional, como também para que se possa desmistificar a ideia de que a matemática é uma ciência que não abre espaço para erros.

Nem sempre as mudanças ocorridas nos modelos de ensino e formação de professores pretendem favorecer o progresso, são apenas fruto dos interesses da classe dominante.

> "[...] ninguém consegue ensinar o que não sabe" (LORENZATO, 2010, p. 3). Ainda que, se o ensino não é possível quando não se conhece o conteúdo a ser ensinado, de igual modo a aprendizagem não é viável quando as aulas são lecionadas sobre o que os professores não conhecem.

De acordo com Lorenzato (2010), a relação dos alunos com a matemática é definida a partir dos primeiros dias dos discentes na escola, cabendo ao professor um papel fundamental na aprendizagem matemática dos alunos por meio do emprego de metodologias de ensino que valorizem a construção de conhecimentos significativos.

Entende-se que a matemática pode ser construída e produzida pelo estudante, que, sendo considerado o sujeito ativo no processo de construção dos conceitos matemáticos, pode observar, manipular, questionar, interpretar e levantar hipóteses e fazer novas descobertas, produzindo significados sobre os conceitos. Alunos e professores precisam envolver-se na atividade intelectual de produzir matemática ou de matematizar nessa atividade, que exige reciprocidade, não apenas o professor é o sujeito ativo.

Passos e Nacarato (2018) enfatizam que o professor, para organizar e selecionar os conteúdos a serem ensinados, precisa ter algum conhecimento teórico específico da área, além de conhecimentos relacionados ao aluno e como ele aprende.

É imprescindível que compreendam como ensinar, que saibam quais recursos metodológicos serão utilizados na aula e como conduzir e mediar o processo de aprendizagem, que estejam comprometidos com a formação de sujeitos capazes de compreender e transformar o mundo, tendo como apoio a matemática.

É indispensável que o professor conheça o conteúdo a ser ensinado para poder dispor de metodologias de ensino que potencializem a aprendizagem matemática dos alunos. É fundamental esclarecer como estão sendo preparados os professores que lecionam nos primeiros anos de ensino, que se configuram como o alicerce da vida escolar dos alunos.

Conclui-se, portanto, que as dificuldades que atormentam professores e alunos em meio ao processo de ensino e aprendizagem da matemática é algo que não é novidade e sempre resulta na velha dicotomia, tendo como atores principais professor e aluno. O primeiro, por sua vez, tem plena consciência das dificuldades pedagógicas encontradas junto aos seus alunos, assim, na angústia de repensar suas ações pedagógicas, aventura-se, muitas vezes, sem preparo adequado, nas novas opções pedagógicas, tais como os materiais concretos e/ou outros recursos pedagógicos como uma solução definitiva em si mesma. Nesse sentido, é importante a formação, o estudo e o planejamento, sendo o professor peça importante no processo.

Dessa forma, compete ao professor elaborar planos de aula que favoreçam o desenvolvimento do pensamento criativo, pautados na prática imaginativa, e não que não deva ter problemáticas um pouco mais abstratas, mas se deve ter um evento contextualizado para partir para o pensamento abstrato, a fim de aperfeiçoá-lo ao longo do processo.

REFERÊNCIAS

CANDAU, V. M.; LELIS, I. A. A relação teoria-prática na formação do educador. In: CANDAU, V. M. (Org.). Rumo a uma nova didática. 21. ed. Petrópolis: Vozes, 2011.

LEONTIEV, A. Psicologia e Pedagogia: bases psicológicas na aprendizagem e no desenvolvimento. 2. ed. Lisboa: Estampa, 1991.

LORENZATO, Sérgio. Para aprender matemática. 3 ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de Professores

LÚRIA, A. R. Desarollo histórico de los processos cognitivos. Madri: Akal, 1996

MICOTTI, M. C. de O. O Ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, M. A. V. Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Ed. Unesp, 1999.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda. Leme da Silva; PASSOS, Carmem Lúcia Brancaglion. A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009

NÓVOA, A. Formação de professores e profissão docente. In: NÓVOA, A. (Org.). Os professores e sua formação. Lisboa: D.Quixote, 1995.

TARDIF, M. O trabalho docente: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas. Petrópolis: Vozes, 2005.

VIGOTSKI, L. S. Psicologia pedagógica. Porto Alegre: Artmed, 2003.

Capítulo

02

Reflexões sobre a presença da história da matemática na Base Nacional Comum Curricular

Lyncoln Gomes Pereira dos Santos

Licenciando em Matemática pelo Instituto Federal do Rio Grande do Norte (IFRN). Estudante do Instituto Federal do Rio Grande do Norte (IFRN). Natal, Rio Grande do Norte, Brasil

Enne Karol Venancio de Sousa

Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professora em Matemática pelo Instituto Federal do Rio Grande do Norte (IFRN). Natal, Rio Grande do Norte, Brasil

Vivianne Souza de Oliveira Nascimento

Doutora em educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Professora do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte

DOI: 10.47573/aya.5379.2.142.2

RESUMO

O presente estudo tem como objetivo investigar a presença de elementos da história da matemática nas competências da BNCC, analisar a contribuição que esses elementos trazem ao processo de ensino e aprendizagem da matemática, assim como se dá a sua utilização em sala de aula evidenciando seus limites e contribuições. A problemática refere-se à ausência explícita da história da matemática na Base Nacional Comum Curricular. A metodologia parte da abordagem qualitativa e utilização de pesquisa bibliográfica e documental. A pesquisa foi desenvolvida a partir da análise da produção existente no banco de teses e dissertações da CAPES e do documento Base Nacional Comum Curricular. Dentre os resultados, percebeu-se que nos documentos que antecederam a BNCC, como os Parâmetros Curriculares Nacionais, existia a presença de elementos da história da matemática. Apresentamos a análise da BNCC e do conhecimento a partir das produções acadêmicas o que caracterizou esta produção como exploratório em virtude dos resultados encontrados. Apresentamos ainda a utilização da história da matemática como recurso de ensino da matemática e sobre os elementos de história da matemática presentes nas competências da BNCC, bem como essa base sugere que esse recurso seja utilizado em sala de aula. Por último, contribuímos com o diálogo apresentando as reflexões sobre a produção existente nesse campo de pesquisa e o quão distante está a BNCC de utilizar de todo o potencial da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem além de quebrar barreiras sobre o conhecimento matemático, defendido por muitas décadas por professores como o Malba Tahan.

Palavras-chave: história da matemática. BNCC. ensino e aprendizagem.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objetivo investigar os elementos de história da matemática presentes nas competências da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), refletir sobre a contribuição que esses elementos trazem ao processo de ensino e aprendizagem da matemática, como se dá essa utilização em sala de aula mostrando as suas contribuições e limitações. A problemática envolvida neste artigo torna-se relevante em virtude da notória ausência da história da matemática na BNCC.

É comum no cotidiano das escolas ouvir de estudantes suas dificuldades e até mesmo perceber uma certa aversão com a disciplina de matemática. Esses relatos tanto ocorreram na nossa experiência como estudante, quanto como professor. Todavia, percebemos que são relatos muitas vezes feitos a partir da falta de compreensão de conteúdos estudados e da ausência da relação entre esses conteúdos e as experiências cotidianas que poderiam proporcionar mais sentido à disciplina. Neste sentido, a História da matemática pode contribuir com a mudança de chave para que essa disciplina seja vista de forma mais humana; trazendo assim não só aqueles alunos que já têm uma certa familiaridade com a matemática, como aproximando também os que possuem maior resistência à disciplina. Em função da importância desse recurso no processo de ensino e aprendizagem é necessário que a BNCC, como sendo uma base nacional, explore esse conhecimento para que se obtenha um melhor resultado com os estudantes.

Com uma abordagem qualitativa, pesquisa bibliográfica e exploratória buscamos analisar e refletir sobre a presença da história da matemática na BNCC e a sua contribuição para o processo de ensino e aprendizagem, a partir dos estudos de Miguel e Miorim (2011), Lorenzato (1995) e Pinto (2017). Realizamos ainda pesquisa a partir de estudos publicados em bancos de trabalhos acadêmicos e indexadores com o objetivo de ampliar a nossa compreensão através dessas produções acadêmicas.

Na primeira seção abordamos os Parâmetros Curriculares Nacionais, no qual já traziam algum elemento de história da matemática para o ensino da disciplina Matemática. Posteriormente fizemos uma apresentação breve da BNCC e do que ela trata. No tópico seguinte tratamos da busca pela produção acadêmica sobre o assunto, o que caracterizou esta produção como exploratório em virtude dos resultados encontrados que serão posteriormente apresentados no corpo do estudo. A seguir, mostramos a utilização da história da matemática como recurso de ensino da matemática com suas contribuições e também seus desafios. Além disso, na mesma seção, tratamos sobre os elementos de história da matemática presentes nas competências da BNCC e como essa base sugere que estes sejam abordados em sala de aula. Na última seção contribuímos com o diálogo anexando as reflexões sobre a produção existente nesse campo de pesquisa e o quão distante está a BNCC de utilizar de todo o potencial da história da matemática no processo de ensino e aprendizagem, além de quebrar barreiras sobre o conhecimento matemático, uma vez que desde muitas décadas essa ferramenta vem sendo defendida por professores como, por exemplo, o Malba Tahan.

Os parâmetros curriculares nacionais: A história da matemática no documento antecedente à BNCC

A Lei Federal nº 9.394 publicada em 20/12/1996 e denominada de Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, estabeleceu a competência da união, em colaboração com estados, Distrito Federal e municípios, de definir diretrizes para nortear os currículos de modo a assegurar uma formação básica comum em todo o território nacional. Esse dispositivo legal conduziu à elaboração de Parâmetros e Diretrizes Curriculares que nortearia a educação brasileira após sua publicação.

Apesar da necessidade de um currículo comum em todo o território nacional fazer parte das iniciativas das reformas educacionais ocorridas na década de 1990, um ano antes da publicação da LDB de nº 9.394/96 já estava sendo elaborado a proposta que se tornou os Parâmetros Curriculares Nacionais. Sendo assim, no período de 1998 a 2000, o Ministério da Educação do Brasil desencadeou o processo de elaboração e publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) da educação básica, em 1998 para e etapa do ensino fundamental e nos anos 2000 para o ensino médio. Também neste período o Conselho Nacional de Educação apresentou as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN), com força de lei.

Os PCN's na área da matemática buscam expressar a contribuição das investigações e das experiências na área de educação matemática. Esclarecem o papel da disciplina pela proposta de objetivos que evidenciam a importância de o aluno valorizá-la como instrumento para compreender o mundo à sua volta, e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse na matemática, a curiosidade de aprender mais, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. Os PCN's já traziam a contribuição valorizando o emprego da história da matemática quando defendem que:

> A história da matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a matemática como uma condição humana, ao mostrar as necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A história da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural. (BRASIL, 1997, p. 42)

A Base Nacional Comum Curricular é um documento que identifica as competências gerais e específicas, as competências básicas e as aprendizagens que todos os alunos devem desenvolver em cada etapa da educação básica (Educação infantil, Ensino Fundamental e Ensino médio). A BNCC também determina que essas competências e diretrizes devem ser os mesmos já os currículos são diversos. O cumprimento dessas diretrizes é comum aos sistemas de educação do país independente de sua natureza administrativa, quer seja da rede privada, municipal, estadual ou federal, todas elas são obrigadas a cumprir as orientações do documento.

A criação de uma base comum está prevista desde a origem da constituição de 1988. No ano de 1996 as Leis e Diretrizes de Base (LDB) da educação nacional reforçaram a necessidade da construção, porém apenas em 2014 através de uma das metas do Plano Nacional de Educação (PNE) é que houve significativo progresso na formulação.

Publicada em 2017 em sua versão final, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta o compromisso de propor um aprendizado com as melhores tendências de ensino de maneira comum a todos os estudantes da educação básica. A base contempla o desenvolvimento dessas disposições desde a educação infantil, passando pelo ensino fundamental anos iniciais, ensino fundamental anos finais até a etapa do ensino médio. As tendências modernas de ensino da matemática são abarcadas com propósito de tornar o aprendizado da disciplina de maneira significativa.

Produção do conhecimento acadêmico sobre História da Matemática e sua relação com BNCC

A Pesquisa bibliográfica e exploratória realizada sobre a produção do conhecimento científico acerca dos elementos presentes da história da matemática na BNCC no Brasil, permitiu a nossa descoberta de dados e referências de como o assunto é abordado em outros estudos e pesquisas, e ainda, em instituições educacionais por meio dos casos de trabalhos que relatam experiências, dentre outras formas de análises.

Para nossa pesquisa, foram considerados estudos apresentados em dissertações e teses publicadas no Catálogo de Teses e Dissertações no Portal da Fundação Coordenação e Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), que dispõe em domínio público as produções de pesquisadores realizadas em programas de pós-graduação stricto sensu do país.

O levantamento em questão foi executado no mês de julho de 2022 por meio de busca no Portal da Capes, utilizando as palavras chaves: “História da Matemática na BNCC”, entre aspas duplas. A busca com esses elementos (“”) indica ao buscador que se deseja procurar por exatamente aquilo que está entre as aspas. Porém os resultados não foram satisfatórios por não haver registro de trabalhos realizados. Em virtude disso, para ampliar o campo de busca foi utilizado a ferramenta Google Acadêmico para realizar a busca nas mais diversas fontes disponíveis, que retornou apenas 3 trabalhos sendo eles uma dissertação, um artigo baseado em um relato de experiência e uma monografia.

Categorias de análise da produção sobre História da Matemática na BNCC

Iremos a seguir realizar a análise desses trabalhos em categorias para melhor compreensão das características apresentadas em cada um desses trabalhos.

1. Relatos de execução de projeto envolvendo História da Matemática: Nessa categoria se enquadra o artigo anteriormente citado que trata da experiência vivida na aplicação da História da Matemática em uma proposta de ensino de razão e proporção.

2. História da Matemática na formação do professor: Nesta categoria está alocado a dissertação que surgiu com objetivo de explorar os limites da disciplina de História da Matemática para a formação humana dos futuros professores de matemática. O trabalho repensa a disciplina e as contribuições da História da Matemática (HM) na formação inicial dos professores considerando a aproximação entre a HM e o ensino para a formação humana dos futuros docentes. Além disso, também foi elaborado estratégias para potencializar o ensino da atemática com essa poderosa ferramenta.

3. Estudo de caso da aplicação da História da Matemática: Nesta categoria se enquadra a monografia encontrada, onde a autora busca analisar e destacar as contribuições da HM no processo de ensino e aprendizagem de uma turma de 7º ano do ensino fundamental anos finais.

Com base nessas 3 categorias podemos destacar algumas análises dos autores dos respectivos trabalhos acerca da contribuição na aprendizagem dos alunos ao utilizar o recurso da História da Matemática e sua importância na Base Nacional. Gonçalves (2022) destaca que de maneira generalizada em sua pesquisa os alunos aceitam bem a utilização da HM nas aulas. Mas também ressalta os desafios e vantagens encontrados:

- Desafios: Falta de material adequado; falta de literatura adequada e disponível; falta de tempo para trabalhar os conteúdos; relacionar os conteúdos a serem trabalhados com a História da Matemática.

- Vantagens: Fonte de motivação para os alunos; demonstração da matemática como criação humana; estímulo ao pensamento crítico; revelação da origem da matemática; desmistificação da matemática; relações entre a matemática e a sociedade; contextualização e atribuição de significado à matemática; mudança da forma como as crianças enxergam a matemática.

As barreiras quanto a ausência de literatura adequada é reforçada pelos questionamentos realizados por Miguel (1993). Isso pode estar diretamente ligado à falta de uma História da Matemática que tenha como foco o aspecto escolar, pois na grande maioria das vezes a HM é escrita na perspectiva dos historiadores, onde a preocupação é o contexto da matemática.

Essa dificuldade, portanto, não deveria ser uma barreira. Mas um estímulo para que as pesquisas em História da Matemática avancem e viabilizem o uso dessa ferramenta de maneira didática em sala de aula no ensino básico.

Já Machado e Trivizoli (2021) em seu relato de experiência que ocorreu no mesmo ano de publicação, relatam que a experiência vivida pela introdução da História da Matemática com a turma foi positiva e trouxe contribuições ao aprendizado dos alunos.

História da Matemática como metodologia de ensino

Nesta seção iremos apresentar a possibilidade de usar a HM como metodologia no ensino e aprendizagem da matemática de modo a tornar o conhecimento mais significativo. Miguel (1993) apresenta seis categorias de análise para identificar alguns modos de utilizar a História da Matemática, sendo elas:

1. Fonte de métodos adequados de ensino de matemática;
2. Instrumentos de conscientização epistemológica;
3. Fonte de motivação;
4. Instrumento de explicação dos porquês e como fonte de objetivos de ensino;
5. Formalização de conceitos;
6. Instrumento de resgate cultural

Miguel orienta que a História da Matemática pode ser baseada nessas 6 categorias. Os PCN's já traziam essa contribuição anteriormente abordando o ponto, 4, 5 e 6 dessas categorias.

Ao realizar uma busca na BNCC sobre a História da Matemática apenas 3 resultados são encontrados, dentre eles o seguinte:

> Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática (BRASIL, 2017, p.296).

Neste trecho é importante destacar em que contexto a História da Matemática está sendo sugerida ser utilizada. Dentre os recursos e materiais didáticos como: malhas quadriculadas, ábacos, jogos, softwares de geometria dinâmica. Em contrapartida sua inclusão é vista como uma possibilidade de despertar um contexto de aprendizagem significativa da matemática.

Em nossa análise do documento da BNCC, notamos que a nona habilidade referente ao ensino fundamental está relacionada a temática deste trabalho: O aluno desenvolverá as habilidades de identificar e refletir sobre identidades, histórias e relações pessoais e sociais em contextos matemáticos (BRASIL, 2017). Um dos poucos fragmentos do documento original que menciona a importância da inclusão da História na Educação Matemática encontra-se no parágrafo 4.1. Isso menciona que uma das competências gerais da educação básica é valorizar o conhecimento construído historicamente, que corrobora uma explicação da realidade e constrói uma sociedade inclusiva e democrática (BRASIL, 2017).

Pode-se verificar que os documentos da BNCC não mostram a possibilidade de HM ou o uso da história humana como conteúdo da matemática em sala de aula, como pode ser verificado. Segundo Pinto (2017), tem havido silêncio sobre o uso da História da Matemática como abordagem teórico-metodológica do ensino e aprendizagem na disciplina e a ênfase na resolução de problemas atribuída ao "fazer matemática". Portanto, de acordo com este documento, não há informações suficientes para construir uma compreensão dos aspectos humanos do conhecimento matemático em sala de aula. A exploração do tempo por meio do trabalho interdisciplinar e dos componentes do curso de História está associada à percepção de intervalos de tempo e ao uso de marcadores (como calendários), mas não se refere especificamente a eventos que podem ser encontrados na História da Matemática.

O tema Número para o 7º ano do ensino fundamental trata dos números de várias maneiras: ordenação, história, associação com números na reta numérica e operações. No campo das habilidades temos: "[...] comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração" (BRASIL, 2017, p. 305). Ainda para a mesma série, na Unidade Temática: Grandezas e Medidas; Objeto de Conhecimento: Medida do Comprimento da Circunferência, específica como habilidades "Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica" (BRASIL, 2017, p. 307).

Por meio da análise desse documento, verificamos que as referências à História da Matemática no currículo do ensino fundamental aparecem explicitamente nesses três momentos específicos. A Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio aprovada em 2017, apresenta as mesmas competências gerais já elencadas, com características semelhantes à tramitação do primeiro documento prescrito, mas com o intuito de demonstrar a percepção de unidade da matemática que:

> [...] além da diversidade de suas práticas, serve também para mostrar que o desenvolvimento da disciplina é fruto da experiência humana ao longo da história. Assim, ela não é um edifício perfeito que surgiu pronto da mente de poucos seres privilegiados, a fim de ser estudada para puro deleite intelectual. O desenvolvimento gradual desse campo do saber, por seres humanos inseridos em culturas e sociedades específicas, confere a ela valores estéticos e culturais, e fornece uma linguagem com a qual pessoas de diferentes realidades podem se comunicar, com precisão e concisão, em várias áreas do conhecimento (BRASIL, 2017, p.522).

O currículo escolar no nível elementar não é muito profundo, então este documento tenta preencher o vazio na vida dos alunos, incluindo matemática que pertence à cultura e à história, em vez de apenas regras e técnicas básicas. O documento descreve a situação em que se encontra o ambiente escolar, com alunos chegando atrasados ao ensino médio por conta de mudanças nos currículos e precisando de matemática que se relaciona com sua cultura e história.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com relação à BNCC em matemática no ensino fundamental, verifica-se pela leitura de todo o documento que não há menção à História da Matemática como possibilidade de humanização do conhecimento matemático em sala de aula. Isso mostra um abandono por incluir HM no ensino de matemática em sala de aula nesta etapa do ensino. Acreditamos que se este documento se referisse à História da Matemática como caminho, abordagem, tendência e/ou referência para explicar por que as ideias matemáticas são do jeito que são, indicaria aos professores e alunos que a matemática é uma construção humana, e poderia estimular a reflexão e a contextualização.

Da mesma forma, Pinto (2017) argumentou que a Base Nacional Comum Curricular causa uma falta de conexão entre as práticas teórico-pedagógicas da Educação Matemática, como a História da Matemática e a Etnomatemática, pois não destaca sua importância na qualidade do currículo, mas sim a submissão ao forças capitalistas que criam divisão de classes e uma educação inferior sem possibilidade de questionamento, como afirmam Venco e Carneiro (2018). Já Santos (2018) diz que a história está sendo pensada cronologicamente agora, o que limita a compreensão e a capacidade de reflexão crítica sobre os fatos históricos. A BNCC apenas garante que o conteúdo global seja uma das competências gerais, mas também exclui História da Matemática e História em geral. A respeito da abordagem metodológica da HM ocorre desde meados dos anos 60 no Brasil com o professor Malba Tahan, sobre isso Lorenzato (1995) diz:

> Atualmente, nas tendências de educação matemática, a resolução de problemas, a redescoberta, a aprendizagem, a lógica, as aplicações, entre outros temas, podem ser facilmente encontradas, mas eles já estavam nos livros e nas aulas de Malba Tahan, há mais de quarenta anos. Em 1961, ele nos falava da máquina eletrônica, o ENIAC. (LORENZATO, 1995, p. 95)

O trabalho de Malba Tahan é considerado um dos primeiros esforços na exploração da História da Matemática no ensino. Ele defendeu a inclusão de problemas que exigem uma reflexão mais profunda, em vez de apenas fórmulas e calculadoras. Malba usou ideias e jogos interessantes em seus trabalhos, tornando o estudo dos mesmos uma abordagem melhor para tornar o ensino de matemática mais divertido e interessante.

Como já expomos anteriormente a História da Matemática é utilizada há bastante tempo como metodologia de ensino. A BNCC se propõe em ter tudo o que há de mais moderno nas tendências de ensino da matemática. Porém esse recurso não é explorado como ferramenta de ensino de maneira satisfatória no processo de ensino e aprendizagem.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 22 jun. 2022

______. Ministério da Educação. Base nacional comum curricular: ensino médio. Brasília: MEC, 2017a.Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wpcontent/uploads/20806/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 10 jul. 2018

______. Ministério da Educação. Base nacional comum curricular: ensino fundamental. Ferramentas. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/download-da-bncc>. Acesso em: 10 jul. 2022.

FRANSOLIN, J. B. L. A disciplina história da matemática na formação inicial: uma perspectiva para a formação humana dos futuros professores de matemática. 2019. 207 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2019.

GONÇALVES, Thamires Santiago. A história da matemática no processo de ensino e aprendizagem: contribuições e desafios à prática pedagógica. 2022. 87 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Instituto do Noroeste Fluminense de Educação Superior, Universidade Federal Fluminense, Santo Antônio de Pádua, 2022.

LORENZATO, S. Um (re) encontro com Malba Tahan. ZETETIKÉ, Campinas, ano 3; n. 4,p. 95-102, nov. 1995.

______. Malba Tahan, um precursor. Educação Matemática em Revista, São Paulo, ano11, n. 16, p. 63-66, maio 2004.

MACHADO, S. R. A.; TRIVIZOLI, L.M. História da Matemática Prescrita em Documentos Curriculares para o Ensino Fundamental: Relações com a Humanização do Conhecimento Matemático. Revista Temporis [Ação] (Periódico acadêmico de História, Letras e Educação da Universidade Estadual de Goiás). Cidade de Goiás; Anápolis. V. 18, N. 02, p. 159-178de 250, jul./dez., 2018. Disponível em: <http://www.revista.ueg.br/index.php/temporisacao/issue/archive>. Acesso em: 10 jul. 2022

______. Três estudos sobre História e Educação Matemática. 1993. 361f. Tese (Doutorado em Educação) –Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 1993.

PINTO, Antonio Henrique. A base nacional comum curricular e o ensino de matemática: flexibilização ou engessamento do currículo escolar. Boletim de Educação Matemática, v. 31, n. 59, p. 1045-1060, 2017. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n59/0103-636X-bolema-31-59-1045.pdf>.Acesso em: 25 jul. 2022.

SANTOS, Maria José Costa dos. O currículo de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental na base nacional comum curricular (BNCC): os subalternos falam?. Horizontes, v. 36, n. 1, p. 132-143, 2018. Disponível em: <https://revistahorizontes.usf.edu.br/horizontes/article/view/571265>.Acesso em: 25 jul. 2022.

VENCO, Selma Borhi; CARNEIRO, Reginaldo Fernando. “Para quem vai trabalhar na feira... essa educação está boa demais”: a política educacional na sustentação da divisão de classes. Horizontes, v. 36, n. 1, p. 7-15, 2018. Disponível em: <https://revistahorizontes.usf.edu.br/horizontes/article/view/660276>. Acesso em: 25 jul. 2022.

Capítulo

03

O lúdico e os jogos digitais educacionais no ensino da matemática

Maria Tatiana Melo Kakijima

Aluno (a).Universidade do Estado do Amazonas - UEA

Jorge Luiz Soares Costa

Orientador. Secretaria de Estado da Educação e Qualidade do Ensino – SEDUC/AM

DOI: 10.47573/aya.5379.2.142.3

RESUMO

Este estudo apresenta um protótipo de jogo educacional digital para apoio ao aprendizado da Matemática, destinado para educandos com faixa etária de 10 a 16 anos, ou seja, aluno do 6º ano do ensino fundamental, explorando como conteúdo específico da Matemática as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, por meio de uma interface lúdica, compatível com a idade dos usuários. Este trabalho abordar a importância de trabalhar o lúdico e os jogos digitais na aprendizagem dos alunos nas escolas, usando a matemática de uma forma diferente para facilitar a aprendizagem desses discentes. Ao decorrer do trabalho será abordado dois aplicativos com o nome de “Pikeruxo no Desafio da Tabuada” e “Toon Math: Jogos de Matemática e Corrida Infinita” para facilitar a aprendizagem dos alunos.

Palavras-chave: jogo educacional digital. matemática. lúdico.

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo promover a reflexão sobre as contribuições das Tecnologias digitais: os jogos de vídeo games e computadores conquistaram um espaço importante na vida do aluno e hoje é um dos setores que mais cresce na indústria de mídia e entretenimento. Este trabalho aborda a importância de trabalhar o lúdico e os jogos digitais na aprendizagem dos alunos nas escolas, usando a matemática de uma forma diferente para facilitar a aprendizagem desses alunos.

Atualmente, o ensino da matemática nas escolas públicas, nos anos finais do ensino fundamental (6º ao 9º Ano), é realizado por profissionais graduados na área de pedagogia ou até mesmo que tenham algum tipo de especialização que, normalmente, adotam sistemas tradicionais de ensino, utilizando ferramentas didáticas tais como livros, cadernos, leituras e exercícios para fixação dos conteúdos trabalhados nas disciplinas. Infelizmente o ensino da matemática, em muitas escolas e por muitos professores, ainda está direcionado a atuar como um instrumento disciplinador e excludente. Um grande número de professores tem, como único objetivo, ensinar matemática sem se preocupar em possibilitar que o aluno construa um conhecimento significativo, mesmo porque sentem muita dificuldade em relacionar o conteúdo apresentado teoricamente com a prática educacional, visto que os programas de formação, em sua grande maioria, não incorporam situações práticas durante todo o processo de formação deixando uma vasta lacuna na formação do educador (SANTOS *et al.,* 2013).

Sendo assim, os jogos e as atividades são ferramentas fundamentais para exercitar a habilidade mental e a imaginação, as brincadeiras tipo desafios, as brincadeiras de rua, ou seja, toda a atividade lúdica agrada, prende a atenção, entusiasma e ensina com maior eficiência, porque transmite as informações de várias formas, estimulando diversos sentidos ao mesmo tempo e sem se tornar cansativo. Em um jogo a carga informativa pode ser significantemente maior, os apelos sensoriais podem ser multiplicados e isso faz com que a atenção e o interesse do aluno sejam mantidos, promovendo a retenção da informação e facilitando a aprendizagem. Portanto, toda a atividade que incorporar a ludicidade pode se tornar um recurso facilitador do processo de ensino e aprendizagem.

Mas para serem utilizados com fins educacionais os jogos precisam ter objetivos de aprendizagem bem definidos e ensinar conteúdos das disciplinas aos usuários, ou então, promover o desenvolvimento de estratégias ou habilidades importantes para ampliar a capacidade cognitiva e intelectual dos alunos (GROS, 2003).

Os jogos digitais podem ser definidos como ambientes atraentes e interativos que capturam a atenção do jogador ao oferecer desafios que exigem níveis crescentes de destreza e habilidades (BALASUBRAMANIAN; WILSON, 2006).

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E/OU TRABALHOS RELACIONADOS

O conhecimento por meio do lúdico é uma excelente ferramenta definida por inúmeros teóricos para o professor de matemática apresenta essa disciplina de forma mais utilitária e menos formal, entendido no sentido de utilização prática, leitura e interpretação, são indispensáveis para o ensino da matemática, oportunizando assim a participação do aluno na construção do seu conhecimento.

Os jogos educacionais computadorizados são softwares que apresentam conteúdo e atividades práticas com objetivos educacionais baseados no lazer e diversão. Nesses jogos a abordagem pedagógica adotada utiliza a exploração livre e o lúdico e como consequência estimula o aprendiz. Os jogos digitais auxiliam na construção da autoconfiança e podem incrementar a motivação no contexto da aprendizagem. A atividade de jogar é uma alternativa de realização pessoal que possibilita a expressão de sentimentos, de emoção e propicia a aprendizagem de comportamentos adequados e adaptativos.

Segundo Silveira (1998):

> Os jogos computadorizados são elaborados para divertir os alunos e com isto prender sua atenção o que auxilia no aprendizado de conceitos, conteúdos e habilidades embutidos nos jogos, pois, estimulam a autoaprendizagem, a descoberta, despertam a curiosidade, incorporam a fantasia e o desafio. O desenvolvimento de atividades lúdicas, como o jogo, segundo Neto, 2001, é de vital importância para a criança, tornando-a um ser independente, capaz de se auto expressar, realizando experiências e descobertas.

Brougére (1998), reforça essa ideia citando Erasmo e Baseadow:

> O jogo não é senão uma forma, um continente necessário tendo em vista os interesses espontâneos da criança; porém não tem valor pedagógico em si mesmo. Tal valor está estritamente ligado ao que passa ou não pelo jogo. Ao pedagogo cabe fornecer um conteúdo, dando-lhe a forma de um jogo, ou selecionar entre os jogos disponíveis na cultura lúdica infantil aqueles cujo conteúdo corresponde a objetivos pedagógicos identificáveis.

Segundo Gros (2007), aprendizagem é vista por muitas pessoas como um “dever” para as crianças. Esta visão crítica faz com que a aprendizagem seja encarada como um trabalho. Entretanto, quando uma atividade envolve prazer, diversão, motivação, interesse e paixão, o indivíduo é capaz de dedicar a ela uma grande parte do tempo e esforço. Como jogos digitais envolvem muitos fatores motivacionais, poderiam ser estimulados por educadores para auxiliar na aprendizagem de conteúdos difíceis de tratar em salas de aula tradicionais.

Pikeruxo no desafio da tabuada

O jogo Pikeruxo é um software que estimula o raciocínio lógico e fornece elementos para fixação da tabuada. Está disponível na web e foi desenvolvido utilizando a linguagem HTML

(Hyper Text Markup Language). No contexto do jogo o aluno precisa ajudar o Pikeruxo (personagem na forma de um palhacinho), a responder as questões da tabuada e de operações numéricas com a utilização de apenas dois números. O resultado deve estar correto, para evitar que o palhacinho caia. O jogador precisa ser rápido e ágil na resposta para não perder. O jogo é destinado para educandos do 2º ao 6º ano do ensino fundamental, e consiste em resolver as contas que o software solicita a cada acerto o placar é atualizado. Para isso é necessário clicar no balão correspondente ao valor correto da operação solicitada na tela, como mostra a figura 1.

Figura 1 -Tela do jogo Pikeruxo no Desafio da Tabuada

Fonte: Print feito professora, 2020

Toon Math: Jogos de matemática e Corrida Infinita

Toon Math Corrida Infinita é um divertido jogo de matemática e uma corrida infinita onde você pratica matemática enquanto se diverte! Promove que você um ninja da matemática e marque mais pontos que seus amigos. É um jogo ótimo para pais e professores que querem ensinar a criança a somar, subtrair, multiplicar e dividir. Jogo disponível no Play Store.

Figura 1 - Aplicativo no Play Store (Toon Math: Jogos de Matemática e Corrida Infinita)

Fonte: profª em formação, 2020

METODOLOGIA

O atual trabalho foi realizado seguindo os critérios de pesquisa básica, tipo bibliográfica, com abordagem qualitativa. Foi utilizado o método de pesquisa através de artigos científicos, e observações realizadas com aplicativos lúdicos para a aprendizagem dos alunos.

Acreditamos que uma das maneiras mais atraentes de buscarmos soluções para estes problemas, é proporcionar aos estudantes e professores, ferramentas pelas quais, possa existir uma interação de forma lúdica entre eles, visando a aprendizagem significativa dos conteúdos. Neste sentido, é que se insere o uso de jogos (digitais), como mecanismo de apoio ao ensino da matemática.

Observando o contexto evolutivo dos jogos digitais, bem como sua inserção e seu uso como ferramenta de apoio ao processo de ensino e aprendizagem, nos propomos a buscar na rede mundial de computadores, informações coesas a este respeito, de modo que possamos mapear os resultados encontrados, e nos embasarmos de forma profunda na discussão proposta neste texto.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Durante a apresentação e utilização do jogo foram realizados testes para verificar as funcionalidades dos jogos, bem como a correção das atividades propostas, no que diz respeito às operações matemáticas. Destaca-se que para utilização do jogo, realizou-se o experimento na escola Estadual Maria Ivone de Araújo Leite, juntamente com alunos de 6º ano do ensino fundamental, para observação da aprendizagem da mesma, foi testado e aprovado. Para realizar a validação do protótipo implementado, buscou-se, realizar a utilização do jogo em sala de aula para que pudesse observar se teve algum tipo de eficácia. Utilizam, também, jogos na área de matemática com conteúdos de raciocínio lógico. Inicialmente foi realizada uma breve apresentação do jogo digital, como sendo integrante de um projeto de conclusão do curso de pós-graduação em Letramento Digital no município de Itacoatiara, Am. Como mostra na figura 1.

Imagem 1 - Alunos do 6º Ano Aplicativo no Play Store
(Toon Math: Jogos de Matemática e Corrida Infinita)

Fonte: foto tirada pela professora Tatiana Kakijima, 2020.

Durante a realização do teste dos jogos educacionais digitais com alunos de 6º ano do ensino fundamental, inicialmente foi realizada uma breve apresentação do jogo digital para a mesma. Em seguida, a instalação do jogo no Play Store nos computadores da escola para que eu pudesse desenvolver a aprendizagem.

O jogo educacional digital que se utilizou para o desenvolvimento desse trabalho foi uma proposta relevante para apoiar os processos de ensino e de aprendizagem na área de matemática, por ser uma atividade diferente, onde o aluno desafia a usar o raciocínio para encontrar as respostas. Destacando-se que o jogo permite que os alunos desenvolvam a concentração para jogar, raciocínio para resolver pequenos cálculos, sendo assim estudando a tabuada de uma forma lúdica, além de exercitar a paciência e atenção para observar os valores que somados, sendo assim chegando à resposta correta.

Os aplicativos digitais utilizados no decorrer do presente trabalho, nas aulas de matemática, foram muito significantes para a consolidação do aprendizado dos alunos do 6° ano do ensino fundamental da Escola Estadual Maria Ivone de Araújo Leite. Os estudantes, que nunca tiveram acesso a essas ferramentas, ficaram encantados com a nova metodologia proposta pela professora em ensinar os conteúdos programáticos da disciplina de uma maneira lúdica. Os alunos aprovaram a ideia e ficaram mais atentos ao ensino da matemática. Houve, portando, um interesse maior pela disciplina.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os jogos educacionais digitais apresentado neste trabalho, além de servir como uma ferramenta pedagógica de apoio aos processos de ensino e aprendizagem na disciplina de matemática, pode proporcionar aos usuários um estímulo ao desenvolvimento de seu raciocínio lógico, por meio de situações cotidianas que envolvem as operações fundamentais da matemática. Além disso, traz consigo a ideia de educação financeira inserida no jogo, por meio de limitações em moedas que o usuário possui para comprar os objetos que deseja no ambiente selecionado. Pensando-se do ponto de vista da utilização do jogo pelo professor em sala de aula, este pode contar com uma ferramenta para auxiliá-lo em suas aulas adotando, assim, um método diferente dos tradicionais, livros e exercícios de fixação, podendo acompanhar o ambiente tecnológico que os alunos têm acesso, possibilitando que a disciplina da matemática possa despertar ainda mais o interesse dos educandos em não somente aprender, mas sim compreender e ter a oportunidade de compreender e principalmente aplicar o conhecimento adquirido dentro da sala de aula, primeiramente com a utilização do jogo, e consequentemente em seu dia a dia, conhecimento este que será de fundamental importância para a vida toda.

Atualmente, crianças começam muito cedo a utilizar computadores e o uso de jogos é uma prática bastante comum presente nessa etapa. Entretanto, a utilização de jogos educativos em ambientes escolares ainda é pouco explorada como forma de fixação e auxílio do aprendizado no Brasil.

A mobilidade é um fator que pode ser explorado pela educação, pois, dispositivos móveis tornaram-se uma peça fundamental no cotidiano das pessoas nestes últimos anos. Esse tipo de dispositivo permite realizar as atividades no tempo que for mais conveniente ao aluno, sua à principal vantagem. O aluno pode, por exemplo, aproveitar ocasiões como deslocamentos e filas de espera para atendimento para realizar atividades educacionais em seus dispositivos móveis.

Independente dos recursos digitais utilizados, mais ou menos complexos, no desenvolvimento de jogos, a eficácia do seu uso como instrumento didático depende da capacidade daqueles que o propõe. Por isso são necessárias mudanças nas práticas pedagógicas e cabe ao professor planejar, organizar e controlar as atividades de ensino utilizando esses recursos a fim de criar as condições ideais para que os alunos dominem os conteúdos, desenvolvam a iniciativa, a curiosidade científica, a atenção, disciplina, interesse, a independência e a criatividade.

Por fim, lembramos os trabalhos de pesquisadores como Lev S. Vygotsky, Aléxis Leontiev e Jean Piaget que defendem o uso das mídias digitais na educação, em especial dos jogos eletrônicos, ao mesmo, tempo que apontam as lacunas entre o tradicional, de sucesso comprovado, e o digital, presente no cotidiano de estudantes e professores, seguindo a linha de pensamento destes pesquisadores, acreditamos que os jogos podem e devem fazer parte do cenário escolar de jovens e adultos, desde que os tenham aliados a parte técnica digital e a parte pedagógica e psicopedagógico, podendo ser utilizado de fato, como mecanismo de motivação e auxilio ao processo de ensino e aprendizagem, por meio das características contidas nestes jogos, ao mesmo tempo em que consideramos necessário a virtualização dos jogos tradicionais, de modo que os jogos usados com resultados comprovados, possam fazer parte de forma efetiva do cotidiano destes estudantes e professores por meio de versões digitais.

REFERENCIAS

ARBEX, J., TOGNOLI, C. J. (1996) “Mundo pós-moderno”, In: Scipione, São Paulo.

BALASUBRAMANIAN, Nathan; WILSON, Brent G. Games and Simulations. In: SOCIETY FOR INFORMATION TECHNOLOGY AND TEACHER EDUCATION INTERNATIONAL CONFERENCE, 2006. Proceedings…v.1. 2006.

BROUGÈRE, Gilles. Jogo e educação. São Paulo: Artmed, 1998.

GROS, B. The impact of digital games in education. First Monday, v. 8, n. 7, pp.1-21, jul/ 2003.

KISHIMOTO, T. M. (1998) “O Jogo e a Educação Infantil”, In: Pioneira, São Paulo

PRIETO, L. M., TREVISAN, M. C. B. (2005) “Uso das Tecnologias Digitais em Atividades Didáticas nas Séries Iniciais”, In: Renote: revista novas tecnologias na educação, Porto Alegre.

RANGEL, A. C.; BERCHT, M.; FERREIRA, L. F. (2005). A educação Matemática e a construção do número pela criança, mediada pela tecnologia digital. Revista Novas Tecnologias na Educação, v.3 n. 1, maio. Disponível em: <http://seer.ufrgs.br/renote/article/download/13817/8007>. Acesso em: 18 de abril de 2015.

SANTOS, J. L.; SANTOS, G. B.; ARAGÃO, I. G. (2013). Possibilidades e Limitações: as dificuldades existentes no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Disponível em: <http://www.infoescola.com/pedagogia/possibilidades-elimitacoes-as-dificuldades-existentes-no-processo-de-ensino-aprendizagem-damatematica/>. Acesso em: 14 de abril de 2015.

SANTOS, P. (2015) Jogos Educacionais para Matemática: Pikeruxo no desafio da tabuada. Disponível em: <http://jogos mat.blogspot.com.br/p/jogoseducacionais_06.html>. Consultado em 12 de junho de 2015.

SAVI, R., VONWANGENHEIM, C. G., ULBRICHT, V. and VANZIN, T. (2010) “Proposta de um Modelo de Avaliação de Jogos Educacionais”, In: Novas Tecnologias na Educação, CINTEDUFRGS, Porto Alegre.

SELVA, K. R.; CAMARGO, M. O jogo matemático como recurso para a construção do conhecimento. In: X ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2009, Ijuí. Disponível em: < http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_4.pdf> Acesso em: 06 mar. 2013

SILVA JUNIOR, C. G., RÉGNIER, N. A. (2008) “Jogos como situação para aprendizagem segundo a teoria dos campos conceituais: o caso do pegavaretas”, In: SIPEMAT Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Pernambuco

SILVA NETO, S. R., SANTOS, H. R. M., SOLZA, A. A., SANTOS, W. O., (2013) “Jogos Educacionais como Ferramenta de Auxílio em Sala de Aula” In: Anais do XIX Workshop de Informática na Escola (WIE 2013)

SUAIDEN, E. J; OLIVEIRA, C. L. A ciência da informação e um novo modelo educacional: escola digital integrada. In: MIRANDA, Antônio; SIMEÃO, Elmira. (Org.). Alfabetização digital e acesso ao conhecimento. Brasília: Universidade de Brasília, Departamento de Ciência da Informação e Documentação, 2006. p. 95-108.

TAROUCO, L. M. R *et al.* Jogos educacionais. Revista Novas Tecnologias na Educação, Rio Grande do Sul, v.2, n. 1, mar. 2004. Disponível em: < http://www.virtual.ufc.br/cursouca/modulo_3/Jogos_Educacionais.pdf > Acesso em: 04 maio 2013.

TODOS PELA EDUCAÇÃO. Prova ABC: Resultados da Avaliação de Aprendizagem de Leitura e Matemática. 2012b. Disponível em: <http://www2.camara.leg.br/atividade legislativa/comissoes/comissoestemporarias/especiais/54a-legislatura/pl-8035 10-plano-nacional-deeducacao/arquivos/resultado-prova-abc>. Acesso em: 03 maio 2013.

Capítulo

04

Descrevendo as metodologias utilizadas nas pesquisas que discorrem sobre a curricularização da extensão nos cursos de graduação e nos cursos de licenciatura em matemática

Helena Maria de Jesus Laureano,

Pedagoga, Mestranda no Programa Pós Graduação em Educação Matemática, da Fundação Universidade Federal de Rondônia - PPGEM.

Nerio Aparecido Cardoso,

Professor do Departamento Acadêmico de Matemática e Estatística da Fundação Universidade Federal de Rondônia - Campus de Ji-Paraná

Ana Fanny Benzi de Oliveira

Professora do Departamento Acadêmico de Matemática e Estatística da Fundação Universidade Federal de Rondônia - Campus de Ji-Paraná

DOI: 10.47573/aya.5379.2.142.4

RESUMO

O Plano Nacional de Educação (2014-2024), Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014, na sua meta 12.7 - destina créditos curriculares para extensão universitária, prescrevendo que, no mínimo dez por cento da carga horária estabelecida para os cursos de graduação, destina-se aos programas e projetos de extensão universitária, sendo assim é necessário que as instituições de ensino façam suas discussões e encaminhamentos sobre a inserção da extensão aos currículos de seus respectivos cursos. A discussão que segue faz parte de estudos bibliográficos feitos em vários textos que discorrem sobre a curricularização da extensão nos cursos de graduação, utilizamos uma abordagem qualitativa, com análise de conteúdo, tendo como objetivo descrever o percurso metodológico presentes nas teses dissertações e artigos que discorrem sobre a curricularização da extensão universitária. Adoção de artigos neste estudo é justificado por não encontramos no momento da pesquisa nos repositórios as teses e dissertações, associadas a temática, com amostras suficientes que discorresse sobre a curricularização da extensão nos cursos de licenciatura em matemática. Algumas técnicas encontradas para registros e análises elencadas nos trabalhos foram: estado da arte, análise de conteúdo, pesquisa documental, qualitativa, grupo focal, grupo de discussão, entre outras, nos trabalhos elencados a abordagem qualitativa é predominante.

Palavras-chave: metodologia da pesquisa. curricularização. extensão universitária.

ABSTRACT

The National Education Plan (2014-2024), Law No. 13,005, of June 25, 2014, in its goal 12.7 - it allocates curricular credits for university extension, prescribing that, at least ten percent of the workload established for undergraduate courses, is intended for university extension programs and projects, so it is necessary that educational institutions make their discussions and referrals on the insertion of the extension to the curricula of their respective courses. The discussion that follows is part of bibliographic studies made in several texts that discuss the curricularization of extension in undergraduate courses, we use a qualitative approach, with content analysis, aiming to describe the methodological path present in theses dissertations and articles that discuss the curricularization of university extension. Adoption of articles in this study is justified by the non-study in the repositories the theses and dissertations, associated with the theme, with sufficient samples that would discuss the curricularization of the extension in undergraduate courses in mathematics. Some techniques found for records and analyses listed in the works were: state of the art, content analysis, documentary research, qualitative, focus group, discussion group, among others, in the listed works, the qualitative approach is predominant.

Keywords: research methodology. curricularization. university extension.

INTRODUÇÃO

O Plano Nacional de Educação 2014-2024 (Lei 13.005/2014) que defini dentre suas estratégias a inserção de no mínimo 10% do total da carga de horas curriculares exigidos nos cursos de graduação em programas e projetos de Extensão em áreas de pertinência social, sendo assim, as instituições de ensino superior deverão adequar seus currículos a fim de cumprir as exigências estabelecidas em lei, portanto, pesquisas que abordam temáticas associadas a curricularização de extensão se tornam importantes no âmbito acadêmico, desse modo, o presente estudo faz parte da disciplina Metodologia de Pesquisa em Educação Matemática do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM), ministrada no ano de 2021 no Campus de Ji-Paraná, Universidade Federal de Rondônia - UNIR, traz como objetivo abordar os procedimentos metodológicos adotados em teses, dissertações e artigos que discorrem sobre a curricularização da extensão nos cursos de graduação e a implementação da curricularização em cursos de Licenciatura em Matemática. Incipientemente foi realizado diversas buscas em repositórios de trabalhos científicos que descrevessem especificamente sobre a curricularização da extensão nos cursos de Licenciatura em Matemática, entretanto a frequência encontrada de trabalhos científicos no âmbito da Educação Matemática foi insuficiente para atender o objetivo deste estudo, optando assim por trabalhos científicos em outras áreas que desconhecem sobre a curricularização da extensão nas instituições de ensino superior brasileira.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Para o desenvolvimento deste estudo adotou-se pela abordagem qualitativa, por entender que os encaminhamentos metodológicos para registros e análises dos dados corrobora com estudos de Minayo (2001) afirma que:

> A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. Ela se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis. (MINAYO, 2001, p. 22).

Da mesma forma, é possível declarar que este estudo se enquadra nas caraterísticas de uma pesquisa exploratória, que se apoia em registros de dados realizados por meio de análise das teses, dissertações e artigos que discorrem sobre a a curricularização da extensão nas instituições de ensino superior. De acordo com Gil (2010, p. 27): “As pesquisas exploratórias têm como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e idéias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores [...]”. A escolha da abordagem qualitativa e do método de registros dos dados está ligada à investigação a ser realizada, tendo em vista as metodologias encontradas nas teses, dissertações e artigos que discorrem sobre a curricularização da extensão nos cursos das instituições de ensino superior brasileira, adotou-se para tratamento dos registros a análise de conteúdo, que para Bardin (2009), a análise de conteúdo pode ser entendida como:

> Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens. (BARDIN, 2009, p.41).

O estudo apresenta como objetivo descrever o percurso metodológico presentes nas teses, dissertações e artigos que discorrem sobre a curricularização da extensão nos cursos de graduação e a implementação da curricularização em alguns curso de Licenciatura em Matemática.

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS REGISTROS

Para a elaboração deste estudo inicialmente foram realizadas buscas no repositório da CAPES e SCIELO, no entanto, não foram encontradas suficientemente frequências de estudos a associado a curricularização da extensão para análises, portando agregou a este estudo outros repositórios de estudos científicos online, como o Google Acadêmico, periódicos e repositórios universitários. Os termos indexadores utilizados para seleção dos estudos foram: Curricularização, extensão universitária, curricularização nas licenciaturas, extensão universitária nos cursos de matemática, como não foram encontradas amostras satisfatória para a desenvolvimento da pesquisa, optamos também por garimparmos alguns artigos para a complementação do trabalho, onde tivemos mais sucesso no que diz respeito ao campo da Licenciatura em Matemática.

Os trabalhos científicos identificados e analisados trazem em seu referencial Leis, Resoluções e normativas que regulamentam a inserção da curricularização da extensão nos cursos de graduação, sendo que na Resolução 07, de 18 de dezembro de 2018 do Conselho Nacional de Educação/ Ministério da Educação estabelece as Diretrizes para a Extensão na Educação Superior Brasileira e regimenta o disposto na Meta 12.7 da Lei nº 13.005/2014, que aprova o Plano Nacional de Educação – PNE 2014-2024.

Como resultado dessas buscas encontramos 19 trabalhos que descrevem sobre a curricularização da extensão, a princípio foram identificados 25 trabalhos, mas 6 foram descartados por não se enquadrar com o objetivo proposto. Entre os trabalhos elencados 8 são dissertações, 7 delas discorria sobre a curricularização da extensão de uma forma geral, 1 discorria sobre a matemática, 2 teses, sendo que 1 fala sobre a contribuição da extensão universitária para a formação docente e a outra estuda-se a relação entre a Universidade e a Sociedade via extensão universitária a partir de ações de extensão universitária de cunho acadêmico, 8 artigos, sendo que 3 discorria sobre a extensão de uma forma geral, 5 travava especificamente da extensão nos cursos de Licenciatura em Matemática, totalizando assim 19 trabalhos selecionados para o desenvolvimento da pesquisa.

No quadro 1 abaixo constam os títulos das teses e dissertações elencadas, os autores e seus respectivos orientadores, as instituições de ensino superior (IES) nas quais os trabalhos estão vinculados, e as abordagens metodológicas descrita nos trabalhos, em relação aos artigos encontrados descreveremos apenas os autores, os títulos, as IES na qual estão vinculados e as abordagens identificadas.

Quadro 1 - Dissertações discorre sobre a Curricularização da Extensão selecionadas em julho de 2021 nos repositorios da CAPES, SCIELO e Google Acadêmico, periódicos e repositórios universitários.

Título	Autor (a) e Orientador (a) / Coorientador (a)	IES	Abordagem Metodológica
1-Crricularização da extensão: Projeto Comunitário nos cursos de Graduação do Centro Universitário- Católica de Santa Catarina em Jaraguá do Sul	Ana Paula Fliegner dos Santos Branca Jurema Ponce	Pontifícia universidade de Católica de São Paulo PUC-SP	Qualitativa: grupo focal, análise de conteúdo, pesquisa documental, questionário.
2-Curricularização da extensão na Universidade de Brasília: a modelagem do currículo segundo a resolução 7/2018 do conselho nacional de educação.	Juliângela Alves Damaso Gameiro Francisco Thiago Silva	Universidade de Brasília-UnB	Qualitativa: Análise de conteúdo, questionário, observação participante e análise documental, análise de conteúdo.

3-As contribuições da extensão universitária para o processo de aprendizagem, a prática da cidadania e o exercício profissional.	Jacildo da Silva Duarte Luiz Síveres	Universidade Católica de Brasília-UCB	Qualitativa: entrevistas semiestruturadas, questionário.
4-O Processo de Curricularização da Extensão nos cursos de graduação do Instituto Federal de Santa Catarina — IFSC	Tomé de Pádua Frutuoso Douglas Paulesky Juliani	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina (IFSC) / Centro de Referência em Formação e EAD (CERFEAD)	Qualitativa, aplicada, pesquisa exploratória, bibliográfica, documental e participante, explicativa, análise de contéudo, entrevistas semiestruturadas, participante, questionário, análise documental, análise do conteúdo do método do Discurso do Sujeito Coletivo.
5-Um estudo avaliativo sobre a implantação da curricularização em instituições de ensino superior: O caso da Universidade Federal do Ceará –UFC-	Margarida Maria de Souza Alberto Sampaio Lima	Universidade de Federal do Ceará-UFC	Qualitativa: exploratória, bibliográfica, documental e descritiva, questionário. Estudo de Caso.
6-A "fronteira" Universidade escola: Um estudo a partir da curricularização da extensão na formação de professores.	Paloma Marques dos Santos Ana Maria Santos Gouw	Universidade Federal de São Paulo- UNIFESP	Qualitativa: análise de conteúdo, estudo de caso, observação participante, questionários e entrevistas.
7-A história da extensão Universitária a partir de seus interlocutores	Ana Luisa Lima Sousa José Luiz Domingues	Universidade Federal de Goiás-UFG	Qualitativa: bibliográfica, pesquisa documental análise documental, entrevista, questionário, pesquisa narrativa histórica.
8- Estagio curricular em matemática na perspectiva da extensão universitária: Estudo de uma experiência da- UFU	Maria Teresa Menezes Freitas Marilúcia Menezes Rodrigues	Universidade Federal de Uberlândia-UFU	Qualitativa: descritivo-interpretativo, crítica-dialética, nota de campo, crítica-dialética, entrevistas, fotografias, questionários e relatórios.

Quadro 2 – Teses que discorre sobre a Curricularização da Extensão selecionadas em julho de 2021 nos repositorios da CAPES, SCIELO e Google Acadêmico, periódicos e repositórios universitários.

Título	Autor (a) e Orientador (a) / Coorientador (a)	IES/ano	Abordagem Metodológica
1-A contribuição da Extensão Universitária para a formação docente	Berenice Rocha Zabbot Garcia Marli Eliza Dalmazo Afonso de Andre.	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- PUC-SP	Qualitativa: Grupo de Discussão, entrevistas, formulário, observação participante.
2-A Extensão Universitária e os entre-laços dos Saberes	Alcides Leão Santos Júnior Álamo Gonçalves Pimentel.	Universidade Federal da Bahia- UFBA	Qualitativa: Documental, ecologia de saberes, Cartografia Simbólica ou Sociologia Cartográfica, Ciranda Cartográfica de Saberes, questionário.

Quadro 3 – Artigos que discorre sobre a Curricularização da Extensão selecionadas em julho de 2021 nos repositorios da CAPES, SCIELO e Google Acadêmico, periódicos e repositórios universitários.

Título	Autor (a)	IES	Abordagem Metodológica
1- Curricularização da extensão universitária no Brasil: questões estruturais e conjunturais de uma política pública	Simone Loureiro Brum Imperatore Valdir Pedde,	Universidade FEEVALE -RS	Qualitativa: Pesquisa bibliográfica, descritiva e prospectiva, pesquisa documental.
2- A curricularização da extensão nos cursos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná	Diego Estevam Teleginski Laíze Márcia Porto Alegre	Universidade de Passo Fundo UPF-MG	Os autores não descrevem a metodologia utilizada no trabalho.
3- Estudo da Curricularização da Extensão no Centro Universitário Norte do Espírito Santo	Marielce de Cássia Ribeiro Tosta Carla Viviane Novais Cabral de Oliveira.	Universidade Federal do Espírito Santo (UFES)	Qualitativa: estudo de caso, questionário.
4- Contribuições para a Formação Inicial de Professores de Matemática a partir de seu Envolvimento em um Projeto Extensionista Direcionado ao Público Idoso	Nayara da Silva Guilherme Henrique Gomes da Silva Rejane Siqueira Julio	Universidade Federal de Alfenas UNIFAL-MG	Qualitativa: estudo de caso, observação participante, entrevistas semiestruturadas, Análise de Conteúdo.
5-Extensão universitária no ensino da matemática magia da matemática: Soluções novas para os antigos problemas	Neuza Maria Cechetti	Faculdade Pereira de Freitas-FPF - Ipatinga/MG	A autora não descreve a metodologia utilizada no trabalho.
6- Contribuições da Extensão Universitária à formação docente	Edvania Portilho Lopes Wanderleya Nara Gonçalves Costa	Universidade Federal do Mato Grosso-UFMT	Qualitativa: estudo de caso, abordagem qualitativa , entrevistas, questionários.
7- A curricularização da extensão universitária em um curso de formação de professores de matemática	Ursula Tatiana Timm Claudia Lisete Oliveira Groenwald	Universidade Luterana do Brasil - ULBRA, Canoas-RS	Qualitativa: estudo de caso, questionário, pesquisa bibliográfica.
8- Curricularização da extensão. O desafio no contexto das licenciaturas.	Wanderleya Costa e Nara Gonçalves	Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT	Qualitativa: estudo de caso, questionário, entrevista.

O recorte temporal apresentado no quadro 1 referente as dissertações é de 1995 ao ano de 2021, o trabalho mais antigo encontrado trata-se de uma dissertação, apresenta como título: A história da extensão Universitária a partir de seus interlocutores – datado no ano de 95, de Ana Luisa Lima Sousa, em seu trabalho cita como metodologia para a obtenção dos registros, a pesquisa bibliográfica, pesquisa documental análise documental, análise crítica, questionários e as entrevistas, a autora cita a narrativa histórica na sua metodologia, cintando Nunes (1990) para conceituar tal abordagem. No trabalho a autora não dedicou um tópico exclusivo para descrever as metodologias, as técnicas de registros dos dados estavam descritas ao longo do texto.

No ano de 2000, encontramos o dissertação de Maria Teresa Menezes Freitas, estágio curricular em matemática na perspectiva da extensão universitária: estudo de uma experiência da UFU (Universidade Federal de Uberlândia), a autora apresenta como abordagem a pesquisa qualitativa, ancorando-se em (CHIZZOTTI, 91), descritivo - interpretativo, para nota de campo cita os autores (BOGDAN e BIKLEN) e (LAVILLE e DIONNE 99), critica - dialética, entrevistas, fotografias, questionários e relatórios, cabe ressaltar que a dissertação de Maria Teresa Menezes Freitas foi a única que em sua narrativa aborda o campo da educação matemática.

O trabalho com o título: as contribuições da extensão universitária para o processo de aprendizagem, a prática da cidadania e o exercício profissional, de Jacildo da Silva Duarte, datado no ano de 2014, foi possível identificar uma abordagem qualitativa, ancoradas em Denzin; Lincoln (2006), e também Bagdan; Biklen (2010), quanto à análise dos registros ancorou-se em

Sarantakos (2004), o autor dedicou um tópico específico para descrever a metodologia utilizada, no resumo também consta um breve recorte da metodologia. Encontramos dois anos após a dissertação de Jacildo, a pesquisa de Ana Paula Fliegner dos Santos, do ano de 2017, intitulada: Curricularização da extensão: Projeto Comunitário nos cursos de Graduação do Centro Universitário- Católica de Santa Catarina em Jaraguá do Sul, apresenta uma abordagem qualitativa, fundamentada em Chizzotti, (2000), e Grupo focal apoiando-se em (GATTI, 2012), quanto às análises de conteúdo cita Franco (2012), as técnicas de registros dos dados estão descritas em um tópico denominado Metodologia e Análise, as abordagens aparece também no resumo de forma bem sucinta.

Quando nos reportamos aos anos de 2019, encontramos 2 dissertações, a de Paloma Marques dos Santos, intitulada: A “Fronteira” Universidade escola: Um estudo a partir da curricularização da extensão na formação de professores, fundamentando-se quanto as metodologias nos seguintes autores: Qualitativa, Godoy (1995), e Bogdan; Biklen, (1994), e André (2015, no que se refere a observação participante, descreve a metodologia já na introdução, apresentando um tópico indicando a metodologia de forma aprofundada. Quanto a dissertação de Margarida Maria de Souza, trata-se de um estudo avaliativo sobre a implantação da curricularização em instituições de ensino superior: O caso da Universidade Federal do Ceará – UFC, onde a autora apresenta para conceituar a pesquisa com abordagem qualitativa os estudos de Alvantara e Vesce, (2007), quanto ao estudo de caso a autora se baseia em mais de um autor, Yin (2001), Gil (2002), Ventura,(2007), além de descrever no resumo a metodologia utilizada, no tópico denominado de Procedimentos Metodológicos ela descreve detalhadamente as técnicas utilizadas na pesquisa assim como sua classificação.

Tomé de Pádua Frutuoso em 2020 em sua dissertação, intitulada: O Processo de Curricularização da Extensão nos cursos de graduação do Instituto Federal de Santa Catarina - IFSC, apresenta uma abordagem qualitativa, o autor optou por não descrever no resumo a metodologia utilizada na pesquisa, insere um tópico com os procedimentos metodológicos utilizados, nota-se que na dissertação de Frutuoso (2020) o percurso metodológico está descrito de forma bem detalhada, citando teóricos como, Silveira e Córdova, (2009), que discorrem sobre a pesquisa qualitativa, utilizou-se também como aporte teórico para conceituar a pesquisa explicativa, Severino, (2007), para o registros dos dados recorreu à análise documental de Sá-Silva *et al.* (2009) a pesquisa exploratória se fundamentou em Gil (2002).

Ao concluir o recorte temporal no que tange as dissertações, identificamos a pesquisa de Juliângela Alves Damaso Gameiro, com o título: Curricularização da extensão na universidade de Brasília: a modelagem do currículo segundo a resolução 7/2018 do conselho nacional de educação, datada em 2020, apresenta uma breve descrição no resumo sobre a abordagem metodológica, insere um tópico para descrever o percurso metodológico utilizado, conceituando o termo pesquisa, citando Lakatos; Marconi, (2003), trata-se de uma pesquisa qualitativa conceituado no trabalho por Minayo, (2016), com análise de Conteúdo de acordo com Bardin, (2016) e estado da arte de Romanowski e Ens (2006) e também Silva e Borges (2018) que discorre sobre o estado da arte.

Quanto às teses apresentadas no quadro 2 sobre a curricularização da extensão, encontramos somente dois trabalhos, um em 2012 e o outro em 2013, em nenhum deles citava a curricularização da extensão voltada para o curso de Licenciatura em Matemática, os dois exemplares foram localizados no catálogo de teses e dissertações da CAPES, a tese de Doutoramento de Garcia (2012) com o título: “A contribuição da extensão universitária para a formação docente”, apresenta como objetivo geral da pesquisa investigar as possíveis contribuições da extensão universitária para a formação docente, utilizando como abordagem metodológica a abordagem qualitativa, ancorando-se em Gatti e André (2010, p.30-31), que caracteriza a pesquisa qualitativa como:

> [...] as pesquisas chamadas de qualitativas vieram a se constituir em uma modalidade investigativa que se consolidou para responder ao desafio da compreensão dos aspectos formadores/formantes do humano, de suas relações e construções culturais, em suas dimensões grupais, comunitárias ou pessoais. [...] Essa modalidade de pesquisa veio com a proposição de ruptura do círculo protetor que separa pesquisado e pesquisador [...] o pesquisador assume a posição de ‘cientista’, daquele que sabe, e os pesquisados se tornam dados – por seus comportamentos, suas respostas, falas, discursos, narrativas [...] (GATTI, 2010).

Outro método utilizado para obtenção dos registros dos dados no trabalho de Garcia (2012) é o grupo de discussão, conceituado por Weller (2006, p. 246) onde afirma que: “[...] os grupos de discussão, como método de pesquisa, constituem uma ferramenta importante para a reconstrução do contexto social e dos modelos que orientem as ações dos sujeitos [...]”, a entrevista também foi uma das ferramentas utilizada para a composição da pesquisa, porém sem citar teóricos que discorre sobre esse instrumento de registros dos dados.

Já Santos (2013), apresenta em sua tese intitulada: “A Extensão Universitária e os entrelaço dos saberes”, onde traz um estudo sobre a relação entre a universidade e a sociedade via extensão universitária a partir de ações de extensão universitária de cunho acadêmico, o autor utiliza como metodologia da pesquisa a Cartografia Simbólica ou Sociologia Cartográfica, utilizando mapas, denominados de Ciranda Cartográfica de Saberes e Conhecimentos, construídos com falas dos sujeitos da pesquisa e interpretados a luz de autores como Santos (2010, 2004a, 2004c); Freire (2006, 1983) e Jezine (2006, 2002), que discute a extensão universitária numa perspectiva entrelaçadora de saberes e conhecimentos. No decorrer da descrição das técnicas utilizadas pelo autor na obtenção dos registros, ele cita alguns autores para conceituar a metodologia Cartografia Simbólica ou Sociologia Cartográfica: Joly (1990); Brito e Weller (2011), utilizando também a pesquisa documental e os relatos orais dos sujeitos da pesquisa.

Como já citado anteriormente os trabalhos identificados nas pesquisas em meio eletrônico gerou uma amostra insatisfatória para a elaboração do trabalho aqui proposto, pois as análises a respeito das metodologias utilizadas nas pesquisas que abordassem sobre “A curricularização da extensão nos cursos de Licenciaturas em Matemática deveria compor um grupo de no mínimo 20 teses e dissertações, no entanto, para complementação optamos por utilizar 8 artigos que discorressem sobre a temática.

Com relação aos artigos, apresentado no quadro 3, o recorte temporal foi de 2014 a 2021, sendo que o artigo mais antigo tem como título: “A curricularização da extensão nos cursos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná”, de Diego Estevam Teleginski e Laíze Márcia Porto Alegre, publicado no ano de 2014, o artigo apresenta o resultado do estudo da implementação dos dez por cento do total de créditos curriculares exigidos para a graduação em programas e projetos de extensão universitária da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, os autores não descrevem a metodologia utilizada para obtenção dos registros no trabalho, a análise feita sugere uma abordagem qualitativa, com pesquisa documental, estudo de caso e pesquisa bibliográfica.

Já no ano de 2016, foram identificados três artigos, sendo que dois deles abordaram a curricularização da extensão nos cursos de Licenciatura em matemática e um de forma geral. O primeiro artigo elencado nesse período é o de Simone Loureiro Brum Imperatore e Valdir Pedde, com o título: “Curricularização da extensão universitária no Brasil: questões estruturais e conjunturais de uma política pública”, sendo uma pesquisa de cunho bibliográfico, descritivo e prospectivo, utilizando-se também da pesquisa documental, revisão bibliográfica. O trabalho apresenta a descrição da metodologia utilizada no resumo e na introdução do trabalho, em seu artigo a autora não descreve os teóricos utilizados para conceituar a metodologia descrita.

O segundo artigo identificado tem como título: “Extensão universitária no ensino da matemática, magia da matemática: Soluções novas para os antigos problemas”, de Neuza Maria Cechetti, o estudo tem como objetivo relatar e divulgar as experiências referentes ao projeto de Extensão - A Magia da Matemática, em ação desde 2011, vinculado ao curso de Matemática da Faculdade Pereira de Freitas – MG, no entanto a autora não descreve a metodologia utilizada no trabalho, à análise feita sugere uma abordagem qualitativa, pesquisa de campo, estudo de caso e pesquisa bibliográfica.

A última pesquisa com o recorte de 2016 também está no campo da matemática, onde a autora Edvania Portilho Lopes e Wanderleya Nara Gonçalves Costa, intitulada: “Contribuições da Extensão Universitária à formação docente”, buscando analisar os impactos que tais ações têm causado na formação profissional dos licenciandos. O objetivo geral associado a essa investigação foi o de averiguar se a atuação neste tipo de atividade tem de fato contribuído para que o professor em formação inicial constitua saberes que o auxiliem a construir uma prática autônoma e competente de intervenção em problemas relacionados à docência na educação básica, o trabalho foi desenvolvido utilizando a abordagem qualitativa, que se pautou pelo estudo de caso, o procedimento de registros versa de um questionário, composto por perguntas abertas e fechadas, as autoras não descrevem os teóricos utilizados para fundamentar a metodologia utilizada na elaboração do artigo.

No ano de 2018 identificamos um artigo, das autoras Ursula Tatiana Timm e Claudia Lisete Oliveira Groenwald com o título: “A curricularização da extensão universitária em um curso de formação de professores de matemática”, tendo como objetivo investigar possibilidades de inserção de atividades extensionistas no currículo de um curso de Matemática Licenciatura, tendo como premissa a deliberação do Ministério de Educação de que a extensão seja incorporada em, no mínimo, 10% do total de créditos de formação acadêmica. A pesquisa configurou-se como um estudo de natureza qualitativa, a autora utiliza André (1983), que conceitua a abordagem qualitativa como a que traz a vantagem da possibilidade de analises de registros não quantificável. A pesquisa foi caracterizada como um estudo de caso, propondo a realização de um experimento no curso de matemática da ULBRA (Universidade Luterana do Brasil), conceituando o estudo de caso ancorando-se em Merrian (*apud* DEUS; CUNHA; MACIEL, 2010), identificamos também o uso de questionário e a pesquisa teórica, as autoras dedicam um tópico para descrever a metodologia utilizada.

No ano de 2019 encontramos um artigo, de Wanderleya Costa e Nara Gonçalves, como título: “Curricularização da extensão. O desafio no contexto das licenciaturas”, que discorre sobre o papel da extensão universitária nos currículos das Licenciaturas, abordando os caminhos percorridos pelo Curso de Licenciatura em Matemática do Campus do Araguaia da UFMT (Universidade Federal do Mato Grosso). Na leitura efetuada foi possível identificar o percurso metodológico utilizado para a elaboração do trabalho, identificamos na pesquisa uma abordagem qualitativa, pautado pelo estudo de caso, com aplicação de questionário composto por perguntas abertas e fechadas, no entanto na sua narrativa, Costa não cita quais os autores utilizados para referenciar as metodologias utilizadas para registros, apresenta a metodologia no resumo do trabalho, no entanto não dedicou um tópico específico para descrevê-la.

Seguindo a cronologia nos reportamos aos trabalhos identificados no ano de 2021, onde foram elencados 2 trabalhos, sendo que um abordava a curricularização de um modo em geral, onde as autoras Marielce de Cássia Ribeiro Tosta e Carla Viviane Novais Cabral de Oliveira traz um trabalho intitulado: "Estudo da Curricularização da Extensão no Centro Universitário Norte do Espírito Santo", apresenta como objetivo específico, diagnosticar se os Projetos Pedagógicos dos Cursos de Graduação (PPCs) do Centro Universitário Norte do Espírito Santo (CEUNES) estão atendendo a estratégia 12.7, do Plano Nacional de Educação (PNE) 2014-2024, o artigo apresenta um estudo exploratório de natureza qualitativa, caracterizado como estudo de caso. Utilizam também a pesquisa bibliográfica e documental, para registros, utilizou-se o levantamento das ações extensionistas, análise dos PPCs e aplicação de questionários. As autoras dedicaram um tópico para descrever a metodologia utilizada no trabalho, para conceituar a abordagem qualitativa pautou-se em Godoy (1995), onde afirmam que, esta abordagem procura entender o fenômeno no seu ambiente natural, os fatos sociais são observados e incluídos no contexto ao qual pertencem, no que se refere à natureza da pesquisa, classificou-se como aplicada, ancorando-se em Gerhardt e Silveira (2009) que afirma ser o tipo de pesquisa que produz conhecimento para aplicação prática direcionada para soluções de problemas específicos.

Na cronologia apresentada o último trabalho elencado é dos autores Nayara da Silva Guilherme, Henrique Gomes da Silva e Rejane Siqueira Julio, que tem como objetivo geral discutir os resultados de uma pesquisa que buscou compreender as contribuições para a formação inicial de professores de Matemática quando envolvidos em um projeto de extensão universitária, direcionado ao público idoso. Utilizou a abordagem qualitativa, estudo de caso, registro no caderno de campo, entrevistas semiestruturadas, relatórios, análise de conteúdo, utilizando a observação participante conceituado por Ludke; André, (1986), análise de Conteúdo se apoiando em Bardin, (2016), que afirma que a análise de Conteúdo possui três fases: pré-análise; exploração do material; e tratamento dos resultados, inferência e interpretação, os autores descrevem no resumo a metodologia de forma breve, inserindo um tópico para descrever a metodologia de forma mais detalhada.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A discussão aqui apresentada faz parte de uma pesquisa bibliográfica feita em vários textos que discorrem sobre a curricularização da extensão nos cursos de graduação, assim como alguns trabalhos que abordava a curricularização da extensão em cursos de licenciatura em matemática. Este estudo apresentou a descrição do percurso metodológico presentes nas teses, dissertações e artigos científicos que discorrem sobre a curricularização da extensão universitária. Apresentou um recorte temporal de 1995 a 2021. Os ambientes virtuais utilizados para o estudo foram os repositórios e periódicos da Instituições de Ensino Superior Brasileira, tanto em instituição pública quanto privada, inicialmente foram feitas buscas no repositório da CAPES e SCIELO, no entanto, foi necessário ampliar as fontes de pesquisa para possibilitar as análises associadas aos encaminhamentos metodológicos adotados em estudos científicos que versam sobre curricularização da extensão, portanto foi pesquisado foi acessado o Google Acadêmico e repositórios universitários.

Quanto aos trabalhos encontrados observamos que, quando se fala de teses e dissertações praticamente não encontramos trabalhos que abordam a curricularização da extensão nos cursos de Licenciatura em Matemática, mas quando nos reportamos aos artigos encontramos um número maior de exemplares. O artigo de Ursula Tatiana Timm e Claudia Lisete Oliveira Groenwald com o título: Curricularização da extensão universitária: possibilidades em um curso de Matemática Licenciatura, se trata de um breve recorte de dissertação, mas não foi possível localizar no momento da elaboração do estudo o acesso ao trabalho completo, impossibilitando assim utiliza-lo no quadro das dissertações.

Com a pesquisa realizada foi possível perceber que, o tipo de abordagem de maior prevalência nos trabalhos identificados é a Abordagem Qualitativa, observa-se que essa abordagem está presente tanto nas teses, dissertações quanto nos artigos. Outro ponto que merece destaque nas análises realizadas, é que muitos trabalhos descrevem suas metodologias ao longo do texto, não descrevendo o percurso metodológico em um tópico específico, e nem mesmo na introdução a descrição aparece, instigando o leitor a efetuar a leitura completa do texto para conseguir identificá-la. Por outro lado, alguns trabalhos não citavam a metodologia utilizada em nenhuma parte do texto, deixando o leitor subentendido quando as abordagens utilizadas em suas narrativas.

Quanto aos instrumentos utilizados na pesquisa para obtenção dos registros, destacamos a análise documental, análise de conteúdo e pesquisa documental. Observou-se que o questionário e as entrevistas semiestruturada tiveram uma maior prevalência nos trabalhos analisados. O instrumento de registro de menor incidência de acordo com a pesquisa realizada, trata-se da ecologia de saberes, Cartografia Simbólica ou Sociologia Cartográfica, Ciranda Cartográfica de Saberes.

Desse modo conclui-se que as abordagens metodológicas utilizadas em qualquer pesquisa é de fundamental importância para que o pesquisador consiga compreender qual o percurso metodológico adotados pelos autores para realizar os registros e análises dos dados que fundamentam as conclusões dos estudos científicos, ressalta-se no planejamento a importância de adotar o encaminhamentos metodológicos adequados para condução dos trabalhos, pois é o instrumento que guia o autor nas buscas por respostas ao seus questionamentos, sendo assim, a escolha das metodologias deverá ser feita de forma criteriosa a fim de alcançar os objetivos propostos nos trabalhos, desse modo, as metodologias utilizadas devem servir de apoio a fim de resolver os questionamentos levantados na pesquisa.

REFERÊNCIAS

ALVANTARA, Anelise Montanes. VESCE, Gabriela Eyne Possolli. As representações sociais no Discurso do Sujeito Coletivo no âmbito da Pesquisa Qualitativa. Disponível em: http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2008/anais/pdf/724_599.pdf . Acesso em 20/06/2021.

ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. Texto, contexto e significados: algumas questões na análise de dados qualitativos. Cadernos de Pesquisa, São Paulo, n. 45, p. 66-71, 1983.

BARDIN, L. Análise de Conteúdo. Lisboa, Portugal: Edições 70, LDA, 2009.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. Investigação qualitativa em educação: uma introduçao à teoria e aos métodos. Porto editora, 1994

______. Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 2010.

BRASIL, Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação - CNE. Resolução nº 7, de 18 de dezembro de 2018b. Disponível em: https://www.in.gov.br/materia/-/asset_publisher/Kujrw0TZC2Mb/content/id/55877808. Aceso em 03 nov. 2021.

______. Ministério da Educação. Planejando a Próxima Década Conhecendo as 20 Metas do Plano Nacional de Educação. 2014c. Disponível em: pne.mec.gov.br/images/pdf/pne_conhecendo_20_metas.pdf. Acesso dia 30 nov.2021.

BRITO, Francisco Jorge de Oliveira; HETKOWSKI, Tânia Maria. LINGUAGEM CARTOGRÁFICA: discussão e contemporaneidade. Anais do IV Encontro Interdisciplinar de Cultura, Tecnologias e Educação – INTERCULTE. 2009. Disponível em: Acesso em nov. de 2021.

CHIZZOTTI, A. Pesquisa em ciências humanas e sociais. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2000.

COSTA, W. N. G. (2019). Curricularização da extensão: o desafio no contexto das licenciaturas. Revista Panorâmica Online, 2. Recuperado de https://periodicoscientificos.ufmt.br/revistapanoramica/index.php/revistapanoramica/article/view/1023.

DENZIN, Norman K; LINCOLN, Yvonna S. O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens. Trad.: Sandra Regina. Porto Alegre: Artmed, 2006.

DEUS, Adélia Meireles de; CUNHA, Djanira do Espírito Santo Lopes; MACIEL, Emanoela Moreira. Estudo de caso na pesquisa qualitativa em educação: uma metodologia. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO DA UFPI, 6., 2010, Teresina. Anais... Teresina: UFPI, 2010. Disponível em: <leg.ufpi.br/ subsiteFiles/ppged/arquivos/files/VI.../GT.../GT_01_14.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2021 mar. 2016.

FRANCO, Maria Laura Puglisi Barbosa. Análise de conteúdo. 4. ed. Brasília: Liber Livro, 2012.

FREIRE, Paulo; FAUNDEZ, Paulo. Por uma pedagogia da pergunta. 9 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985. (Coleção Educação e Comunicação. v. 15).

______. Extensão ou comunicação? Trad. Rosisca Darcy de Oliveira. 13 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2006.

______. Educação como prática de liberdade. 18 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1983.

FRUTUOSO, Tome de Padua. O processo de curricularização da extensão nos cursos de graduação do Instituto Federal de Santa Catarina — IFSC ' 26/08/2020 165 f. Mestrado Profissional em EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA Instituição de Ensino: INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA, Vitória Biblioteca Depositária: https://repositorio.ifsc.edu.br/handle/123456789/1643.

Garcia, Berenice Rocha Zabbot. A contribuição da extensão universitária para a formação docente' 01/12/2012 115 f. Doutorado em EDUCAÇÃO (PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO) Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, SÃO PAULO Biblioteca Depositária: PUC / Monte Alegre.

GATTI, Bernadete; ANDRÉ, Marli. A relevância dos métodos de pesquisa qualitativa em Educação no Brasil. In: WELLER, Wivian; PFAFF, Nicolle (orgs.). Metodologias da pesquisa qualitativa em educação: teoria e prática. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. Métodos de pesquisa. 1. ed. Porto Alegre: UFRGS, 2009.

GIL, A. C. Métodos e técnicas de pesquisa social. 6 ed. 5. reimpr. São Paulo: Atlas, 2012.

______. Como elaborar projetos de pesquisa. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

GODOY, A. S. PESQUISA QUALITATIVA TIPOS FUNDAMENTAIS. Revista de Administração de Empresas, v. 35, n. 3, p. 20–29, 1995.

JEZINE, Edineide Mesquita. A crise da Universidade e o compromisso social da extensão universitária. João Pessoa: Editora da UFPB, 2006.

______. Universidade e saber popular: o sonho possível. João Pessoa: Autores Associados/ Edições CCHLA: UFPB, 2002

JOLY, Fernando. A cartografia. Trad. Tânia Pellegrini. 6 ed. São Paulo: Papirus, 1990.

JUNIOR, ALCIDES LEAO SANTOS. A extensão universitária e os entrelaços de saberes.' 28/02/2013 255 f. Doutorado em EDUCAÇÃO Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA, Salvador Biblioteca Depositária: Biblioteca Anísio Teixeira-FACED.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. Fundamentos de metodologia científica. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. A pesquisa em Educação: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). Pesquisa Social. Teoria, método e criatividade. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

NUNES, Clarice. História da Educação: espaço do desejo. Em Aberto. Brasília: INEPE. a.IX, n.47, p.37-45, jul./set./dez. 2006.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo "estado da arte" em educação. Revista Diálogo Educacional, v. 6, n. 19, p. 37-50, set./dez. 2006.

SANTOS, Boaventura de Sousa; MENESES, Maria Paula. (Org.). Epistemologias do sul. São Paulo: Cortez, 2010.

______. A Universidade no século XXI: para uma reforma democrática e emancipatória da Universidade. São Paulo: Cortez, 2004a. (Coleção Questões da Nossa Época, v. 120).

______. O Fórum Social Mundial: manual de uso. Madison. 2004c.

SÁ-SILVA, R.; ALMEIDA, J. C. D.; GUINDANI, J. F. Pesquisa documental: pistas

teóricas e metodológicas in Revista Brasileira de História & Ciências Sociais Ano I - Número I - Julho de 2009 Disponível em: <https://www.rbhcs.com/rbhcs/article/viewFile/6/pdf> Acesso em: 27 de nov. 2021.

SARANTAKOS, S. Social research. New York: Macmillan, 2004.

SEVERINO, A. J. Metodologia do Trabalho Científico. 23. ed. rev. e atual. São Paulo: Cortez, 2007.

SILVA, F. T.; BORGES, Lívia Freitas Fonseca. Currículo e Ensino de História: Um Estado do Conhecimento no Brasil. Educação e Realidade [edição eletrônica], v. 43, p. 1-31, 2018.

SILVA, Nayara da; Gomes, Guilherme Henrique; Siqueira, Rejane (2021). Contribuições para a formação inicial de professores de matemática a partir de seu envolvimento em um projeto extensionista direcionado ao público idoso. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 35(70), pp. 766-793.

SILVEIRA, D. T.; CORDOVA, F. P. A Pesquisa Científica in Métodos de pesquisa /

[organizado por] Tatiana Engel Gerhardt e Denise Tolfo Silveira ; coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: < http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf >. Acesso em: 18 de nov. 2021.

SOUSA, Ana Luiza Lima. A HISTORIA DA EXTENSA UNIVERSITAIA A PARTIR DE SEUS INTERLOCUTORES.' 01/06/1995 351 f. Mestrado em Educação Instituição de Ensino: Universidade Federal de Goiás, Goiânia

TATIANA TIMM, Ursula; LISETE OLIVEIRA GROENWALD, Claudia. A curricularização da extensão universitária em um curso de formação de professores de matemática. Cadernos Cenpec | Nova série, [S.l.], v. 8, n. 1, aug. 2018. ISSN 2237-9983. Disponível em: <https://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/395/394>. Acesso em: 03 nov. 2021. doi:http://dx.doi.org/10.18676/cadernoscenpec.v8i1.395.

VENTURA, Magda Maria. O Estudo de Caso como Modalidade de Pesquisa. Rev. SOCERJ, Rio de Janeiro, 2007.

WELLER, Vivian. Grupos de discussão na pesquisa com adolescentes e jovens: aportes teórico – metodológicos e análise de uma experiência com o método. Revista de Educação e Pesquisa. São Paulo. v.32. n.2. maio/agosto, 2006.

YIN. R - Estudo de caso: planejamento e métodos. 2a edição. Porto Alegre: Bookman. 2001.

Capítulo

05

Principais dificuldades no processo do ensino-aprendizagem de matemática em alunos do 1º ano do Ensino Médio na Escola Estadual João Valério, Itacoatiara-AM

Lillian da Silva Barreto
Mikail Queiroz da Silva
Kelvin Souza Oliveira

DOI: 10.47573/aya.5379.2.142.5

RESUMO

O presente estudo teve como objetivo compreender e identificar as principais dificuldades na aprendizagem de conteúdos matemáticos na concepção dos estudantes do 1º ano do Ensino Médio no turno Matutino. Os estudos metodológicos utilizados baseiam-se em uma pesquisa quali-quantitativa multimetodológica aonde buscou-se responder às seguintes inquietações: Que dificuldades são essas? Conhecidas as causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática, o que pode feito para minimizar essas dificuldades? Os resultados apontam algumas das causas, como a falta do incentivo familiar, as metodologias adotadas pelos professores, à falta de compreensão e interpretação e o pouco tempo para os estudos. Assim, entende-se que ensinar matemática é sempre um grande desafio para os professores e os mesmos devem encontrar meios para vencer esses desafios, adaptando-se a novos paradigmas e buscando atualização e aprimoramento constantemente.

Palavras-chave: dificuldades. aprendizagem. matemática.

INTRODUÇÃO

A história da Educação no Brasil tem indicado caminhos, papéis, deveres e estigmas que se modificam através do tempo, à medida que a sociedade, a família e a escola também mudam. A função do educador se altera e torna-se um desafio diante das transformações por que passa a Educação. O professor, qualquer que seja o nível em que atue, pode e deve buscar razões e motivações próprias para alcançar seus objetivos como educador e promover o alcance dos objetivos dos educandos (RESENDE e MESQUITA, 2013).

Hoje, a situação do ensino–aprendizagem da matemática necessita recorrer à capacidade e ao empenho de todos, alunos, professores e demais envolvidos no processo educacional para melhorar o padrão “ensinar/aprender matemática”. Nesse contexto, políticas públicas educacionais, escolas, professores, alunos e comunidade devem se preocupar em conhecer o ambiente em que se encontram para procurarem superar o modelo tradicional de ensino que, ao invés de promover o desenvolvimento dos cidadãos as, contribui para sua decadência e para o descaso com a sociedade (RESENDE e MESQUITA, 2013).

A Matemática é uma ferramenta essencial em várias áreas do conhecimento e, por isso, sua compreensão entre os estudantes é de extrema importância, mesmo diante dos grandes desafios da escola, como a conotação negativa da disciplina que influencia os alunos, a falta de uma base sólida no ensino básico, carência do letramento matemático, entre outros. Esses fatos tem levado professores da disciplina a encontrar, criar e desenvolver mecanismos para melhorar o ensino, e, consequentemente, a aprendizagem. No entanto, estes procedimentos ainda não são suficientes para mudar o atual cenário.

Com base neste pressuposto e diante da inquietação dos professores da disciplina o questionamento que se faz é: Por que a Matemática é um dos componentes curriculares em que os alunos apresentam maior dificuldade? Que dificuldades são essas? A que atribui essas dificuldades? Conhecidas as causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática, o que pode ser feito para minimizar essas dificuldades?

Diante desses questionamentos realizamos este estudo no intuito de identificar os principais fatores que dificultam a aprendizagem de conteúdos matemáticos por estudantes do Ensino Médio para compreender suas principais causas. Para construção das informações realizamos pesquisa de campo na Escola Estadual João Valério de Oliveira no Município de Itacoatiara – Amazonas, com estudantes do 1º Ano do Ensino Médio.

Os estudos metodológicos utilizados baseiam-se em uma pesquisa quali-quantitativa multimetodológica, utilizando como método e instrumentos de coleta de dados uma avaliação diagnóstica, entrevista individual e observação participante (QUEIROZ, VALL, SOUZA e VIEIRA (2007). Os questionários foram construídos com perguntas mistas (parte com perguntas abertas e parte com perguntas fechadas). Os dados coletados foram analisados com auxílio de tabelas e gráficos gerados a partir do editor de planilhas Excel.

É preciso avançar com práticas que sejam provocadoras de mudanças no sentido estimular o estudante a desenvolver sua capacidade e habilidades para construir seu próprio aprendizado e superar as dificuldades. Dessa forma, esta pesquisa vem contribuir com uma reflexão sobre quais são as possíveis causas relacionadas à dificuldade que muitos estudantes têm quando trabalham com conceitos matemáticos.

REFLEXÕES ACERCA DO ENSINO DA MATEMÁTICA

Ensino da Matemática no Brasil

O estudo e o aprendizado de Matemática, sempre foi peculiar, trabalhoso, que exigia tempo em cima dos livros e cadernos, tabuadas, fórmulas, os indefectíveis problemas que os professores passavam. Muita leitura, interpretação e aplicação de cálculos. Em contrapartida a toda essa dedicação, é que o acerto de uma questão, da resolução de um problema, de resolver uma *conta* com operações básicas, era motivo de grande comemoração, pois aqui uma batalha havia sido vencida (LEDOUX, 2017, p. 25).

Esse processo demonstram o descontentamento na aprendizagem dessa disciplina, e afirmam que ocorrem há muito tempo. Conforme Pacheco e Andreis (2018), esse descontentamento verifica-se tanto por parte dos alunos, quanto por parte dos professores, o que também vem sendo demonstrado pelos órgãos responsáveis pelas avaliações tanto nacionalmente como internacionalmente, como, por exemplo, o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

Deste modo, Teixeira (2015), assinala o importante papel da Matemática no processo de evolução das áreas científicas e tecnológica, pois seu desenvolvimento está vinculado de maneira estrita aos conhecimentos matemáticos, sendo ferramenta indispensável para compreensão e elucidação de situações-problema.

No Brasil, os Planos Curriculares Nacionais (PCNs) de matemática apresentam um currículo comum para ser desenvolvido, levando em consideração algumas discussões sobre o ensino/aprendizado, buscando alternativas para que o ensinar e o aprender se apresentem como ações naturais dos educadores e dos educandos e, assim, levar aos alunos uma melhor concepção dos conteúdos matemáticos compreendendo o que esses princípios representam no seu cotidiano (TEIXEIRA, 2015, p.10).

Os envolvidos no processo educacional, necessita compreender que essa disciplina é ferramenta essencial em várias áreas do conhecimento e, por isso, sua compreensão entre os estudantes é de extrema importância.

Portanto, tudo aquilo que se refere ao processo de ensinar e aprender Matemática nos diversos níveis de escolaridade e, em especial no Ensino Médio, é sempre uma questão que preocupa, pois nesse nível de escolaridade o estudante está encerrando uma etapa de sua vida escolar e, certamente, deve (ou deveria) estar preparado para avançar na sua formação (CARNEIRO, 2018), pois, compreende-se que a base preparatória para o estudante avançar na sua formação pessoal e profissional, deve ser dada durante a Educação Básica (TEIXEIRA, 2015, p.13).

Dificuldades no ensino-aprendizagem em Matemática

A Matemática apesar de estar presente na vida das pessoas, a maioria dos alunos a vêm como uma disciplina desagradável ou desafiadora. Porém, a Matemática é uma das disciplinas mais importantes, pois segundo os PCNs, é necessária para que o aluno desenvolva algumas habilidades como a criatividade, a interpretação, o senso crítico, a capacidade de fazer análise, a produção de estratégias, a resolução de problemas e o raciocínio rápido (BRASIL, 2001)

No processo de ensino e aprendizagem são muitas as dificuldades presentes nessa disciplina, tanto por parte dos alunos quanto por parte dos professores. Segundo Bessa (2007, p. 4), essas dificuldades podem estar relacionadas

> [...] ao professor (metodologias e práticas pedagógicas), ao aluno (desinteresse pela disciplina), à escola (por não apresentar projetos que estimulem o aprendizado do aluno ou porque as condições físicas são insuficientes) ou à família (por não dar suporte e/ou não ter condições de ajudar o aluno).

Sanchez (2004) *apud* Bessa (2007, p. 2) destaca cinco das principais dificuldades relacionadas a esse processo:

1. Dificuldades em relação ao desenvolvimento cognitivo e à construção da experiência Matemática; do tipo da conquista de noções básicas e princípios numéricos, da conquista da numeração, quanto à prática das operações básicas, quanto à mecânica ou quanto à compreensão do significado das operações. Dificuldades na resolução de problemas, o que implica a compreensão do problema, compreensão e habilidade para analisar o problema e raciocinar matematicamente.

2. Dificuldades quanto às crenças, às atitudes, às expectativas e a fatores emocionais acerca da Matemática.

3. Dificuldades relativas à própria complexidade da Matemática, como seu alto nível de abstração e generalizações, a complexidade dos conceitos e de alguns algoritmos; a natureza lógica exata de seus processos; a linguagem e a terminologia utilizadas.

4. Dificuldades intrínsecas, como bases neurológicas alteradas. Atrasos julga cognitivos generalizados ou específicos. Problemas linguísticos que se manifestam na Matemática; dificuldades a tencionais e motivacionais, dificuldades na memória etc.

5. Dificuldade originada no ensino inadequado ou insuficiente seja porque a organização do mesmo (sic) não está bem sequenciada, ou não se proporcionam elementos de motivação suficientes; seja porque os conteúdos não se ajustam as (sic) necessidades e ao nível de desenvolvimento do aluno, ou não estão adequados ao nível de abstração, ou não se treinam as habilidades prévias; seja porque a metodologia é muito pouco motivadora e muito pouco eficaz.

Essas dificuldades podem ser oriundas de questões metodológicas inadequadas, professores mal qualificados, de uma infraestrutura escolar insuficiente e ou relacionadas a alunos que apresentam bloqueios decorrentes de experiências negativas. Para Brum (2013), as dificuldades estão relacionadas a fatores externos e internos ao processo de ensino que acabam prejudicando de forma direta ou indireta a aprendizagem. Lima (1995, p. 3) acredita que alguns dos motivos do baixo rendimento em Matemática devem-se à

> [...] pouca dedicação aos estudos por parte dos alunos (e da própria sociedade que os cerca, a começar pela própria família) e despreparo dos seus professores nas escolas que frequentam.

Assim, algumas das possíveis dificuldades consideradas como relevantes para este estudo segundos alguns autores são: formação do professor atuante nas séries iniciais, a relevância familiar, insuficiente atenção e rejeição do aluno atribuída a disciplina e as metodologias empregadas pelo professor.

Lorenzato (2010) relata que o fracasso ou sucesso dos alunos perante a Matemática estão relacionados com os primeiros anos escolares. Fiorentini (2008) afirma que a reduzida carga didática dos cursos destinados à formação na área da Matemática tem sido um problema crônico. Além da falta de domínio conceitual da Matemática, os alunos que ingressam nesses cursos trazem crenças que, muitas vezes, são negativas e preconceituosas em relação ao ensino dessa disciplina.

Almeida *et al.* (2012) relatam que, nessa etapa escolar, esses professores têm que atuar em diferentes áreas. Ainda, segundo Sá (2012), esses cursos estendem-se em uma plataforma de múltiplas teorias pedagógicas e em uma grande escassez de práticas para auxiliar o futuro professor.

Outro ponto relacionado as dificuldades no ensino-aprendizado são os problemas no convívio familiar, podendo levar a criança a estruturar um sentimento de rejeição à Matemática, mesmo antes de ingressar na escola. Uma criança que, antes de entrar na escola, escuta de seus familiares e amigos que a Matemática é difícil e que não gostam dela, acaba tendo seu primeiro contato com essa disciplina de forma negativa, gerando possível desempenho baixo e acaba desmotivando-se a aprender (TATTO e SCAPIN, 2004).

Brum (2013) afirma que os pais têm se omitido da vida escolar de seus filhos, e estão cada vez mais terceirizando sua educação, jogando essa responsabilidade para a escola. De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional,

> a educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho. (BRASIL, 1996, art. 2º).

Conforme Barroso *et al.* (2016), especialmente na disciplina de Matemática, o fracasso escolar ocorre por fatores relacionados a problemas cognitivos e de aprendizagem. Além disso, baseado nas mesmas referências, as autoras, em suas pesquisas, evidenciam que a rejeição atribuída a referida disciplina, se dá, em partes, pela forma em que os alunos se relacionam com a Matemática, visto que trata-se de um componente curricular que necessita despertar a consciência crítica do aluno.

Conforme Pacheco e Andreis (2018), esses problemas surgem já nos primeiros contatos do aluno com a matéria, ainda nos anos iniciais, seja por despreparo didático do professor ou por insuficiente atenção do aluno relativamente à matéria, o consciente de muitos alunos fica condicionado no sentido de que a Matemática é praticamente impossível de ser compreendida, deixando marcas negativas para sempre.

Nesse contexto, o docente tem um papel imprescindível, sendo o principal responsável em estimular seus alunos para a aprendizagem, procurando ser altamente criativo e cooperador, reunindo habilidades que estimulem os alunos a pensar, propiciando sua autonomia. D' Ambrosio (2011) afirma que realmente é difícil motivar os alunos com fatos e situações do mundo atual. Cabe ao professor criar situações práticas em que os alunos se motivem e criem o gosto pela Matemática.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 3),

> "O educador matemático, em contrapartida, tende a conceber a matemática como um meio ou instrumento importante à formação intelectual e social de crianças, jovens e adultos e também do professor de matemática do ensino fundamental e médio e, por isso, tenta promover uma educação pela matemática, ou seja, o educador matemático, na relação entre educação e matemática, tende a colocar a matemática a serviço da educação, priorizando, portanto, esta última, mas sem estabelecer".

Outro fator investigado por Pezzi e Marin (2017), que tem associação direta com o desempenho do aluno em relação à Matemática, é a metodologia do professor nas aulas, que pode influenciar positivamente ou negativamente a aprendizagem de seus alunos. Compreende-se que o professor se torna motivador de seus alunos, contextualizando e problematizando o interesse deles pela disciplina, para isso, deve criar condições para chamar a atenção e curiosidade do aluno, usando de metodologias mais ativas, tais como uso da tecnologia e jogos que auxiliam na aprendizagem da Matemática.

Segundo Cunha (2009), o elo entre o professor e o aluno é a metodologia utilizada – quando o professor acredita nas potencialidades de seu aluno e está preocupado com sua aprendizagem, acaba tendo boas práticas de ensino. Além disso, o autor afirma que alunos relatam que seus melhores professores são aqueles cujas aulas são mais atrativas, que estimulam a sua participação, que se expressam de forma que todos entendem o conteúdo e que procuram sempre formas diversificadas para desenvolver sua aula, induzindo à crítica e à curiosidade.

Dessa forma, percebe-se que os mais variados fatores podem influenciar direta ou indiretamente a dificuldade de aprendizagem da Matemática. Para mudar esse cenário, cabe ao professor a habilidade para motivar e ser um facilitador no ensino, tornando o aluno protagonista, além do apoio familiar que é crucial para seu desenvolvimento.

METODOLOGIA DA PESQUISA

Este estudo foi realizado na Escola Estadual Deputado João Valério de Oliveira, na cidade de Itacoatiara-AM no intuito de compreender e identificar as principais dificuldades na aprendizagem de conteúdos matemáticos na concepção dos estudantes do 1º ano do Ensino Médio no turno Matutino. O percurso metodológico foi desenvolvido através de uma pesquisa quali-quantitativa multimetodológica, utilizando como método e instrumentos de coleta de dados uma avaliação diagnóstica, entrevista individual e observação participante (QUEIROZ, VALL, SOUZA e VIEIRA (2007).

No primeiro momento foram realizadas observações e entrevistas construídas com perguntas mistas direcionadas a professora que trabalha a disciplina de matemática, no intuito de coletar informações sobre a realidade das turmas em relação aos seus estudos, permitindo detectar algumas das causas relacionadas às dificuldades de aprendizagem na disciplina, além de identificar as metodologias utilizadas pelos professores e se eles procuravam formas contextualizadas, quando estas aplicáveis, de ensinar os conteúdos.

Posteriormente foi realizada uma Avaliação Diagnóstica, com 6 (seis) turmas do 1º ano da escola, para identificar as principais dificuldades apresentadas na disciplina. Foram selecionados 90 alunos para participarem do processo, mas apenas 60 alunos participaram assiduamente.

Para observação do perfil dos alunos foi realizada uma entrevista com os alunos participantes. As perguntas referiam-se das próprias dificuldades de aprendizagem na disciplina; hábitos de estudo; acompanhamento familiar nas tarefas escolares; falta de interesse, compreensão e concentração, uso de metodologias tradicionais entre outras.

Por fim, os dados obtidos neste estudo foram analisados e submetidos aos procedimentos de descrição, interpretação e inferência (GOMES, 2012), com utilização de tabelas e gráficos gerados a partir do editor de planilhas Excel.

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

A fim de tentar compreender e identificar as principais dificuldades na aprendizagem de conteúdos matemáticos dos alunos do 1º ano do E.M na Escola Estadual Deputado João Valério de Oliveira, foram constituídas uma investigação por meio dos seguintes questionamentos: Por que a Matemática é um dos componentes curriculares em que os alunos apresentam maior dificuldade? Que dificuldades são essas? A que atribui essas dificuldades? Conhecidas as causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática, o que pode feito para minimizar essas dificuldades? Após essas informações, os dados foram coletados, sistematizados e chegou-se aos resultados.

Observação e entrevista com professor

Iniciamos nossa pesquisa analisando os professores da disciplina. Questionados se acreditam que as dificuldades de aprendizagem na Matemática podem estar relacionadas com a formação dos alunos nas séries iniciais. Descrevem que a escola em questão, recebe alunos advindos do 9º ano do ensino fundamental de várias escolas, apresentando déficits de aprendizagem em assuntos tidos como iniciais para a construção do conhecimento matemático. Segundo a própria, a partir do diagnóstico realizado no início do ano escolar, dos 90 alunos do 1º ano do E.M participantes da amostragem, 34,4%, ou seja, aproximadamente 31 alunos apresentam tais dificuldades.

Bulos e Jesus (2006), *apud* Cunha e Costa (2008), destacam que os professores dessa etapa de ensino, notadamente, não têm domínio de conteúdo, apresentam insegurança e, muitas vezes, o não relacionamento dos conteúdos matemáticos com o cotidiano acaba influenciando negativamente na formação das crianças.

Os mesmos citam preocupação em saber se os alunos estão compreendendo o conteúdo. Quando questionados sobre o que fazem quando os alunos não compreendem um determinado assunto, admitem que uma aula expositiva nem sempre é a metodologia mais adequada e considera importante utilizar metodologias diferentes de acordo com os conteúdos trabalhados. Além disso, respondem que, em sua maioria, tentam modificar suas metodologias ou procuram explicar o conteúdo novamente porque nem sempre todos aprendem na primeira explicação.

Tomaz e David (2008) afirmam que, quando os alunos estão envolvidos nas atividades propostas, acabam desenvolvendo um contato mais produtivo com a Matemática. Esse contato não se dá pelo fato de terem somente compreendido os métodos, mas sim porque as práticas que estão envolvidas são mostradas em diferentes situações.

Do ponto de vista dos professores, as principais causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática foram: pouco incentivo familiar, falta de compreensão, dificuldade tanto na leitura quanto na interpretação, dificuldade de concentração (uso de celular), desânimo, o aluno não se lembra dos conteúdos das séries anteriores e a forma que o professor apresenta o conteúdo. Segundo Brum (2013, p. 47),

> [...] são poucos os pais que acompanham o desenvolvimento dos filhos na escola. Na maioria das vezes, os responsáveis apenas matriculam as crianças e esperam que a instituição de ensino se responsabilize por todos os aspectos educacionais desses meninos e meninas.

Depois de conhecer as dificuldades, o questionamento foi outro, agora de que forma o professor (a) pode auxiliar os alunos a diminuírem suas dificuldades de aprendizagem nessa disciplina? Com relação isso, às metodologias que os professores utilizam para facilitar o processo de aprendizagem e superar as dificuldades de assimilação dos conteúdos foram obtidos os seguintes depoimentos, como mostra a Tabela 1.

Tabela 1 - Auxílio do professor para diminuir as causas de dificuldades em Matemática

1	Trabalho do livro didático
2	Utilização de jogos
3	Relacionar os conteúdos com seu cotidiano
4	Trabalhar a realidade do aluno
5	Realização de experimentos (relação entre a teoria e a prática)
6	Trabalho em grupo
7	Formando aluno protagonista

As respostas mostram que os professores procuram trabalhar métodos diversificados que buscam aproximar os conteúdos à realidade dos alunos, mas, no entanto, a aprendizagem não está acontecendo de forma efetiva.

Desse modo, entende-se e traduz certa necessidade de aprofundamento metodológico, por meio de aulas diversificadas, lúdicas e ativas, além de práticas que permitam uma aprendizagem mais significativa, trazendo assim maior interesse pelas aulas de matemática e principalmente um meio de diminuir as notas baixas.

A necessidade de relacionar a prática à teoria, que aparece na Tabela 01, têm respaldo nas pesquisas de autores tais como Barbosa (1995), quando diz que a prática permite um maior aprendizado do que simplesmente ouvir e ver; Castilho (1990) que ressalta a importância da prática na fixação da memorização dos conceitos estudados e Bicudo e Garnica (2001), segundo os quais a matemática não se pode fundamentar apenas nas teorias; tem que criar novas práticas, o que concorda com opiniões de vários alunos que participaram neste trabalho.

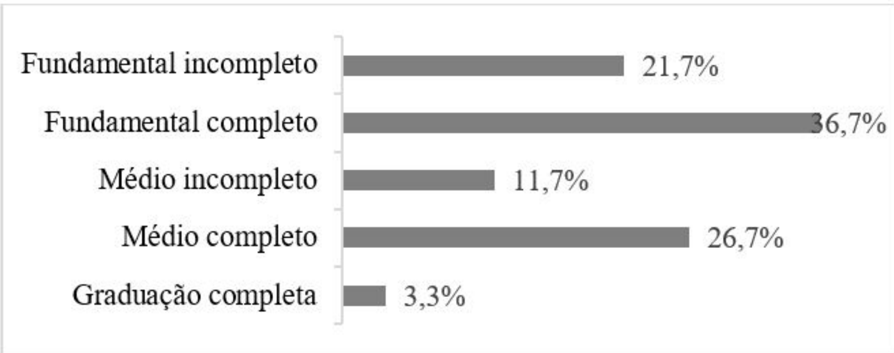
Smole (2011) considera que, o uso dos jogos por exemplo, provoca-se uma mudança significativa no processo de ensino e aprendizagem, permitindo mudar os métodos tradicionais de ensino, que muitas vezes, limitam-se aos livros didáticos e aos exercícios padronizados.

Porém é importante ressaltar que as dificuldades dos alunos não são influenciadas apenas por uma metodologia inadequada, mas também pode sofrer interferência de fatores sócio - ambientais e culturais a que esse aluno esteja exposto.

Resultados da Avaliação Diagnóstica

As primeiras perguntas realizadas ao grupo de alunos referem-se à escolaridade dos pais dos alunos (Figura 1), percebe-se que, 58,4% dos pais possuem, no mínimo o Ensino Fundamental completo/incompleto, enquanto que, 38,3% e aproximadamente 3,3% possuem, o Ensino Médio completo/incompleto e Ensino Superior. Segundo a pesquisa, 58,3% dos estudantes nunca receberam acompanhamento dos familiares nas tarefas escolares, 15% parcialmente recebem e 26,7% sempre recebem acompanhamento. Essa falta de auxílio pode estar relacionada com a baixa escolaridade dos pais. Segundo Oliveira e Oliveira (2011), os filhos de pais e mães mais escolarizados tendem a ter um índice de rendimento mais alto, situação da qual se conclui que o alto nível de escolaridade influencia na educação de seus filhos.

Figura 1 – Escolaridade dos pais dos estudantes



Segundo Pacheco e Andreis (2018), sem a orientação da família, os alunos não têm a organização necessária para o estudo, deixando tudo para a última hora. Esta falta de apoio pode ter como consequência o desinteresse pelas atividades, acarretando um baixo índice de rendimento em Matemática.

Quando questionados se possuem interesse pela disciplina de matemática, os alunos deveriam responder se *sim, não* ou *parcialmente*, a partir dessa constatação, observou-se que aproximadamente 88,3% (53) dos alunos afirmaram, e consequentemente consideraram interessante, ficando os que não gostam e que gostam parcialmente com um percentual de 8,3% (5) e 1,7% (2) alunos, respectivamente.

O "não gostar de matemática" vem do conceito pré construído que a "matemática é difícil", por ser complicada. Como efeito alguns alunos têm dificuldades em entendê-la e desta forma, a disciplina transforma-se num "bicho de sete cabeças" (SILVA, 2014). Para Thomas (1999) a dificuldade no aprendizado em matemática é consciente e resistente.

Aliado a isso, os alunos foram indagados sobre quais as possíveis causas para apresentarem dificuldade no entendimento da Matemática (podendo assinalar 2 sugestões cada aluno), as principais causas evidenciadas foram: falta de incentivo familiar, dificuldade na leitura e concentração, ocasionando problemas na interpretação, falta de domínio no conteúdo devido um base fraca no ensino fundamental, falta de interesse, pouco tempo para os estudos e o pouco recurso metodológico utilizado pelo professor (Figura 2).

Figura 2 – Dificuldades em Matemática apresentadas pelos alunos

Verificou-se que as 3 (três) principais causas apresentadas pelos alunos estão relacionadas com as operações fundamentais, falta de concentração (principalmente no uso de celular e conversas paralelas), além de problemas de memorização, não lembrando de assuntos passados, visto que, muitas destas dificuldades estavam relacionadas a problemas de escrita, leitura e interpretação, onde os mesmo não conseguem responder operações matemáticas básicas. Esses resultados corroboram e estão de acordo com o ponto de vista da professora da disciplina.

Segundo Lorenzato (2010, p. 4),

> [...] a falta de compreensão dos alunos os conduz a acreditarem que a Matemática é difícil e que eles não são inteligentes, entre inúmeras outras consequências maléficas.

Outra dificuldade ressaltada e não menos importante para ensino-aprendizagem é a falta do incentivo familiar. Os resultados estão de acordo com a afirmação Dell Prette (1998), que acredita que as crianças que não são estimuladas pelas suas famílias a estudarem, já de início começam a enfrentarem obstáculos, mesmo não tendo deficiências cognitivas ou físicas, elas tendem a desenvolver as habilidades básicas de forma mais lenta e geralmente não apresentam um bom rendimento escolar. Isso mostra que a participação da família na escola é de fundamental importância para o processo de ensino e aprendizagem.

Brum (2013) afirma que os pais têm se omitido da vida escolar de seus filhos, e estão cada vez mais terceirizando sua educação, jogando essa responsabilidade para a escola. De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional,

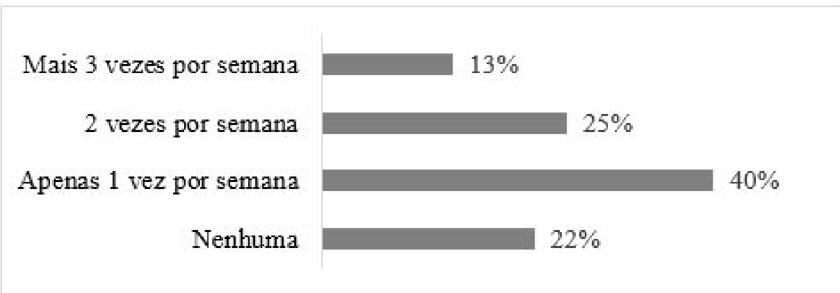
> A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho. (BRASIL, 1996, art. 2º).

Além disso, outro fator investigado que tem associação direta com o desempenho do aluno em relação à Matemática, é o pouco recurso metodológico utilizado pelo professor nas aulas, que pode influenciar positivamente ou negativamente a aprendizagem de seus alunos (PEZZI e MARIN, 2017). Compreende-se que o professor se torna responsável em motivar seus alunos, tendo que encontrar, criar e desenvolver mecanismos para melhorar o ensino, e, consequentemente, a aprendizagem. No entanto, estes procedimentos ainda não são suficientes para mudar o atual cenário. É preciso avançar com práticas que sejam provocadoras de mudanças no sentido estimular o estudante a desenvolver sua capacidade e habilidades para construir seu próprio aprendizado e dessa forma, superar as dificuldades.

Além disso, puderam-se evidenciar outras causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática, como a falta de compreensão e interpretação e o aprendizado superficial, já que os alunos não se lembram de conteúdos de anos anteriores.

Já quando questionados sobre o tempo direcionado aos estudos, a maioria dos alunos disseram que tem esse hábito e os demais (15%), disseram que não estudavam em casa. Após esse resultado, foram questionados também se havia, em casa, o hábito de olhar seus cadernos de atividades ou se existia um tempo dedicado aos estudos extraclasse e 62% disseram que desempenham essa tarefa apenas 1 vez na semana ou nenhuma, o que pode estar relacionado a isso, é o fato desses alunos muitas vezes acharem difícil a disciplina, não buscando outras fontes de estudo, também relataram a necessidade de trabalhar em turno contrário, além disso, são responsáveis nos cuidados da casa, da família (irmãos menores), e principalmente a falta de orientação familiar (Figura 3).

Figura 3 – Qual a frequência de estudos extraclasse



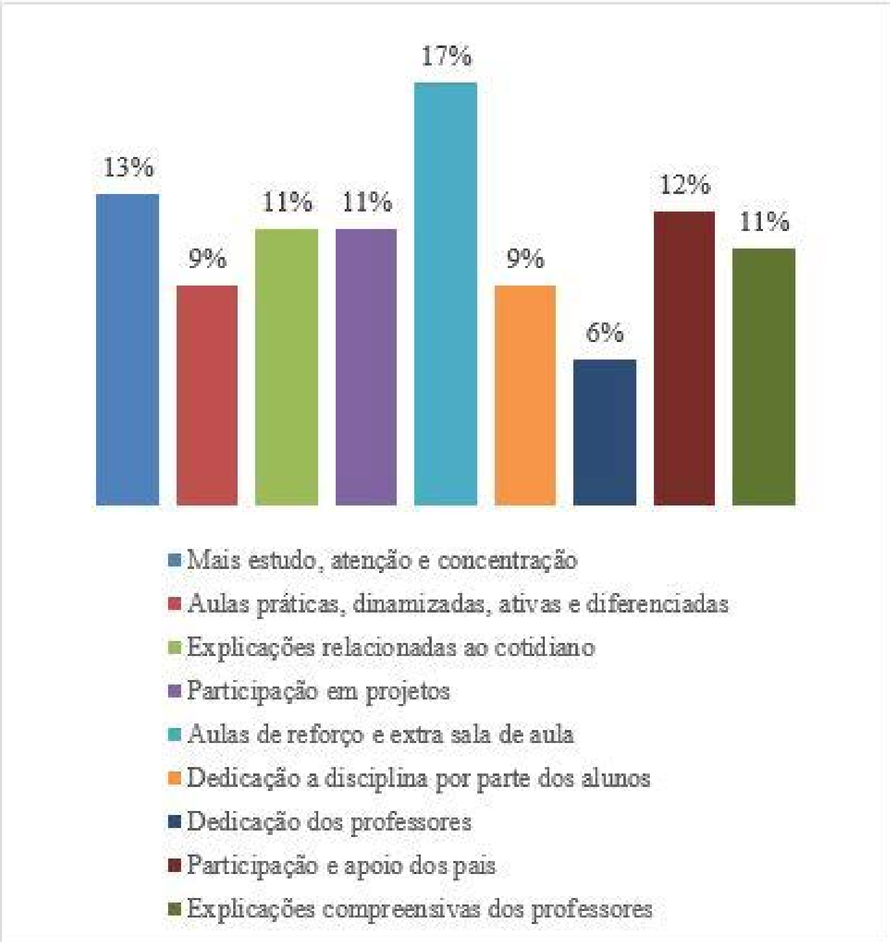
Assim, percebe-se que a realidade encontrada nas salas de aula é recorrente em parte por falta de compromisso e interesse por parte dos estudantes/familiares e parte fica com os professores que se preocupam apenas em repassar o conteúdo programado.

Mediante os resultados expostos nesse trabalho e a concordância com as causas descritas na revisão da literatura, os alunos foram questionados sobre quais as sugestões (podendo assinalar 2 sugestões cada aluno) para diminuir suas dificuldades de aprendizagem em Matemática.

As soluções apresentadas pelos alunos, conforme relacionada na Figura 4 foram mais estudo, atenção e concentração, aulas práticas, dinamizadas, ativas e diferenciadas, explicações relacionadas ao cotidiano, participação em projetos, aulas de reforço e extra sala de aula, dedicação a disciplina por parte dos alunos, dedicação dos professores, explicações compreensivas dos professores, maior participação e apoio dos pais. Percebe-se que as angústias e sugestões dos alunos são as mesmas ou estão próximas as entendidas pela professora da disciplina.

As sugestões propostas nos ajudam a refletir sobre as dificuldades de aprendizagem dos alunos no ensino de Matemática, e no entendimento da maioria dos alunos, essas proposições também podem contribuir ou minimizar essas dificuldades. Destaca-se que “mais estudo, atenção e concentração”, “participação em projetos e oficinas” e “aula de reforço” são alternativas diretamente vinculada ao próprio aluno, demonstrando maturidade e consciência de suas dificuldades e que devem buscar alternativas extracurriculares, para saná-las.

Figura 4 - O que deve ser feito para minimizar essas dificuldades?



Nesta concepção, nota-se a importância da família, do aluno e o papel que o professor exerce diretamente para o melhor aprendizado, evidencia-se também há necessidade de uma participação mais ativa de todos os integrantes do processo. Segundo Resende e Mesquita (2013), o professor sempre será uma peça fundamental para incentivar os alunos a aprenderem matemática. Ele pode ser também o elo que une o prazer de aprender e a obrigação de saber.

De tal modo, acredita-se que o exercício refletido dessa vivência poderá fortalecer uma prática docente mais consciente e efetiva, favorecendo assim, autoaprendizagem e a curiosidade do estudante para pesquisar, refletir e analisar possíveis situações problemas, sendo o professor apenas o facilitador desse processo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A matemática é uma disciplina importantíssima no nosso cotidiano, porém, constata-se que é aplicada de forma descontextualizada, distante da realidade vivenciada pelo aluno na sala de aula, comprometendo o processo de ensino e aprendizagem.

Por meio da presente pesquisa, pode-se, ainda que de maneira breve, identificar alguns aspectos que influenciam no insucesso na aprendizagem da Matemática, como falta de domínio no conteúdo devido um base fraca no ensino fundamental, a ausência de metodologias diferenciadas e ativas, o contexto familiar, à falta de compreensão de determinados conteúdos, à dificuldade de concentração, falta de interesse, pouco tempo para os estudos entre outros. Embora reconheça que estas dificuldades não estão centradas só no aluno, mas também no professor e no processo educacional vigente.

A sociedade contemporânea exige mudanças, principalmente no âmbito educacional e também um professor que se adapte a novos paradigmas e busque atualização e aprimoramento constantemente. Sendo assim, esta pesquisa demonstra a necessidade reflexão dos professores sobre suas práticas, sobre a importância da formação continuada, as conexões entre conteúdos matemáticos e o cotidiano e sobre suas metodologias de ensino.

Portanto o projeto alcançou os objetivos proposto, pois além de identificar as principais dificuldades de aprendizagem da Matemática dos alunos do 1º ano do Ensino Médio, foi possível dar atenção diferenciada a cada um deles nas dificuldades apresentadas na Matemática. Diante disso, acredito que seria importante a continuação desse trabalho acerca das dificuldades no aprendizado da Matemática, motivando inúmeras outras pesquisas, nas mais diversas áreas de conhecimento.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, B. *et al.* Formação em Pedagogia e universo de atuação docente nos anos iniciais. Revista Diálogo Educacional, v. 12, n. 37, p. 953-976, 2012.

ALMEIDA, L. P. D. *et al.* Reforço Escolar e o Ensino e Aprendizagem de Matemática. Anais do IV Simpósio de Matemática e Matemática Industrial. 2012. Disponível em: https://simmi.catalao.ufg.br/up/631/o/anais_simmi_2012.pdf. Acesso em 16 mar. 2017

BRASIL (2001). Parâmetros curriculares nacionais: matemática. 3. ed. Brasília: MEC/SEF.

BRASIL. Congresso. Senado. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 9394/96. Brasília, 1996.

BARROSO, E. de S.; JESUS, J. I. de; MOURA, D. A. da S. Ensino da matemática: falhas e

insucessos, um estudo de caso em uma escola de Pará, de Minas Gerais-MG. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. Anais... São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, p. 1-12.

BESSA, K. P. Dificuldades de aprendizagem em matemática na percepção de professores e alunos do ensino fundamental. 2007. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2007. Disponível em: http://docplayer.com.br/12671732-Dificuldades-de-aprendizagem-em-matematica-na-percepcao-de-professores-e-alunos-do-ensino-fundamental.html. Acesso em: 20 mar. 2021.

BICUDO, M. A.; GARNICA, A. V. M. Filosofia da educação matemática. 4 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

BULOS, A. M. M.; JESUS, W. P. Professores generalistas e a Matemática nas séries iniciais: uma reflexão. EBRAPEM, X Encontro, Belo Horizonte, 07, 08 e 09 de set., 2006.

BRUM, W. P. Crise no ensino de matemática: amplificadores que potencializam o fracasso da aprendizagem. São Paulo: Clube dos Autores, 2013.

CARNEIRO, Sueli. Escritos de uma vida. Belo Horizonte: Letramento, 2018.

CASTILHO, Ataliba T. de. O português culto falado no Brasil: história do Projeto NURC. In: PRETI, D.; URBANO, H. (Org.). A linguagem falada culta na cidade de São Paulo. v.4: Estudos. São Paulo: TAQ; Fapesp, 1990a. p.141-202

CUNHA, M. I. A relação professor-aluno. In: VEIGA, I. P. A. (Org.). Repensando a didática. 27. ed. Campinas: Papirus, 2009.

D' AMBROSIO, U. Educação matemática da teoria à prática. 22. ed. Campinas-SP, Papirus, 2011.

Del Prette, Z. A. P. & Del Prette, A. (1998). Um programa de desenvolvimento de habilidades sociais na formação continuada de professores. Em Associação Nacional de Pesquisa Em Educação (Org.), CD-Rom dos trabalhos selecionados para apresentação (29 p.) 20a. Reunião Anual da ANPED, Caxambu (MG).

FIORENTINI, D. A pesquisa e as práticas de formação de professores de matemática em face das Políticas Públicas no Brasil. Boletim de Educação Matemática, Rio Claro-SP, v. 21, n. 29, p. 43-70, 2008.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

GOMES, R. C. Por um realismo brutal e cruel. In: MARGATO, I.; GOMES, R. C. (Orgs.). Novos realismos. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2012. p.71-89

LEDOUX, M. L. Paula. Saberes Docentes como Mediadores Didáticos e Conceituais na Formação Inicial de Professores de Matemática. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Pará, 2017.

LIMA, E. L. Sobre o ensino da matemática. Revista do Professor de Matemática, n. 28, 1995

LORENZATO, S. Para aprender matemática. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010.

OLIVEIRA, E. A. C.; OLIVEIRA, M. F. A. Dificuldades apresentadas por alunos do ensino fundamental da disciplina em matemática. Revista Práxis, ano 2, n. 5, 2011

QUEIROZ, D. T., Vall, J., Alves e Souza, A. M., & Vieira, N. F. C. (2007) Observação participante na pesquisa qualitativa: conceitos e aplicações na área da saúde. Revista Enfermagem UERJ, v.15, n.2, p.276-283.

PACHECO, M. B.; ANDREIS, G. dá S. L. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. Revista Principia, João Pessoa, n. 38, p. 105-119, 2018.

PEZZI, F. A. S., & Marin, A. H. (2017). Fracasso escolar na educação básica: revisão sistemática da literatura. Temas em Psicologia, 25(1), 1-15.

RESENDE, G.; MESQUITA, M. G. Principais dificuldades percebidas no processo ensino-aprendizagem de Matemática em escolas do município de Divinópolis/MG. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 15, nº 1, p.199-222, 2013. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/9841. Acesso em: 10 dez. 2019.

SÁ, R. O ensino da matemática nas séries inicias. Infoescola: navegando e aprendendo. 2012. Disponível em: < http://www.infoescola.com/ educacao-matematica/o-ensino-da-matematicanas-series-iniciais/>. Acesso em: 18 maio 2014.

SANCHES (2004), REFLETINDO SOBRE AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM NA MATEMÁTICA: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES 1. José Augusto Florentino da Silva Licenciando em Matemática Universidade Católica de Brasília – UCB

SILVA, Marco. Sala de aula interativa. 7ª ed. São Paulo: Loyola, 2014.

SMOLE, Katia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patricia Terezinha. Resolução de Problemas. Porto Alegre: Artmed, 2011

TAHAN, Malba. O Homem que Calculava. Rio de Janeiro: Record, 1998

TATTO, F.; SCAPIN, I. J. Matemática: por que o nível elevado de rejeição? Revista de Ciências Humanas, v. 5, n. 5, p. 1-14, 2004.

TEIXEIRA, Bruno Moreira. Principais dificuldades de aprendizagem em matemática no ensino fundamental: uso de jogos matemáticos como recurso pedagógico. Universidade Federal de Rondônia, 2015.

THOMAS, G. B. Cálculo I. Ao livro Técnico S. A. Rio de Janeiro, 1999 TOMAZ,V.S.; DAVID, M.M. Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2008

UPINSKY, Arnad-Aaron. A Perversão Matemática. Rio de Janeiro: F. Alves, 1989.

Capítulo

06

A relação entre a Etnomatemática e a Educação do Campo, vista aos professores que nela atuam, uma análise superficial das Escolas Família Agrícola – EFA's

Dânlei de Oliveira Preato
Mestrando na Universidade Federal de Rondônia.(PPGEM/UNIR). Ji-Paraná, Rondônia
Mopidaor Suruí
Mestrando na Universidade Federal de Rondônia. (PPGEM/UNIR).Ji-Paraná, Rondônia
Helena Maria de Jesus Laureano
Mestrando na Universidade Federal de Rondônia. (PPGEM/UNIR). Ji-Paraná, Rondônia

DOI: 10.47573/aya.5379.2.142.6

RESUMO

O presente estudo tem como finalidade investigar as potencialidades acerca da etnomatemática com a educação do campo fazendo um entrelaço com a formação de professores. No decorrer do trabalho será apresentado descrições sobre o modelo de Escola Família Agrícola – EFA bem como uma análise histórica, em seguida trazemos concepções acerca da Etnomatemática, a formação de professores, o entrelaço entre essas três vertentes, EFA, Etnomatemática e Formação de Professores. O trabalho foi fundamentado em um estudo exploratório de cunho qualitativo procedente de um ensaio bibliográfico. Infere-se, que as EFA's vislumbram grandes potencialidades de pesquisa, campo este a ser desbravado pelos futuros pesquisadores dos Programas de Pós-Graduação.

Palavras-chave: educação do campo. escola família agrícola. formação de professores. etnomatemática.

ABSTRACT

The purpose of this study is to investigate the potentialities of ethnomathematics with rural education, making an intertwining with teacher training. In the course of the work will be presented descriptions of the Agricultural Family School model - EFA as well as a historical analysis, then we bring conceptions about Ethnomathematics, teacher training, the intertwining between these three strands, EFA, Ethnomathematics and Teacher Training. The work was based on an exploratory study of a qualitative nature from a bibliographic essay. It is inferred that the EFA's envision great research potential, a field to be explored by future researchers of the Graduate Programs.

Keywords: rural education. agricultural family school. teacher training. ethnomathematics.

INTRODUÇÃO

A concepção de Educação Campo, de acordo com Souza (2008), valoriza os conhecimentos da prática social dos camponeses e enfatiza o campo como lugar de trabalho, moradia, lazer, sociabilidade, identidade, enfim, como um lugar da construção de novas possibilidades da reprodução social e de desenvolvimento sustentável. De tal modo, a Educação do Campo possa ser considerada uma pedagogia alternativa e diferenciada, que dê atenção às particularidades das demandas de formação de trabalhadores do campo, partindo da percepção de diversidade e pluralidade. Tendo como escopo de pesquisa a Educação Matemática, acreditamos numa relação direta da Etnomatemática com a Educação do Campo, visto que D'Ambrosio (1985) define Etnomatemática sendo diferentes formas de matemática que são próprias de grupos culturais. Assim, considerando que a cultura campesina, do homem do campo, do pequeno agricultor, tem uma matemática própria, entrelaçando em seu dia a dia o seu modo de pensar atrelado a suas vivências no meio agrícola.

Apesar de sermos um país ligado ao setor agrário desde os primórdios de sua colonização, entretanto a Educação do Campo somente começa a ser levada em consideração após a Constituição de 1988, que instituiu a educação um direito de todos e um dever do Estado, em decorrência, aprova-se a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (Lei nº 9394/1996), que em seu artigo 28 traz como o ensino deva ser ofertado para população rural, onde destaco o respectivo inciso, "I – conteúdos curriculares e metodologias apropriadas às reais necessidades e interesses dos alunos da zona rural."(BRASIL, 1996).

Assim, o presente estudo, visa estudar tais conceitos e relações, pretendendo pesquisar acerca das Escolas Família Agrícola, em específico do Estado de Rondônia, sendo uma escola voltada para atender à comunidade campesina, o filho de agricultores, do jovem do campo, revestindo-se de uma pedagogia diferente do ensino regular, conhecida como Pedagogia da Alternância (P.A.).

O termo Pedagogia da Alternância é utilizado por diferentes denominações de propostas educacionais. Por exemplo: Escola Família Agrícola (EFA), Casa Familiar Rural (CFR), Escola Comunitária Rural (ECOR), Pró-Jovem, Escola Técnica Agrícola, Escola Popular Rural e Casa da Família Rural (PEREIRA, 2005), sendo as três primeiras as mais conhecidas e difundidas no Brasil. Segundo Rodrighero (2022), a partir de então, surgiu o termo comum: Centro Familiar de Formação por Alternância (CEFFA). No entanto, a escolha pela terminologia EFA, no projeto de pesquisa, teve a intenção de delimitar o contexto em que a pesquisa do autor está inserida. Entretanto, ciente de que essa instituição é parte das escolas que aplicam a alternância no Brasil.

Diante disso, busca tratar sobre as relações entre a formação, as práticas e os conhecimentos de professores de matemática, com a Etnomatemática. Sendo assim, Minozzo evidencia:

> Quando o ensino da matemática é trabalhado com a ideia da Etnomatemática com características (crítico/significativo), os alunos conseguem modelar sua própria história (modo de resolver cálculos aritméticos associando as suas vivências), e então eles fazem uma leitura crítica da mesma (etnologia) (MINOZZO, 2011, p. 41).

Ainda segundo Lima (2017), a Etnomatemática passou a fazer parte de discussões de pensadores e estudiosos na década de 1970. O termo foi constituído pelo professor Ubiratan D' Ambrosio. Conforme esse autor, a referida expressão significa que há várias maneiras, técnicas, habilidades de explicar, de entender, de lidar e de conviver com distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade.

> Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de certa faixa etária, sociedades indígenas e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos. (D'AMBROSIO, 2005, p. 9).

De certo modo, compreende-se que a matemática está difundida em diversos povos e culturas, decorrente da habilidade de responder às demandas de sobrevivência por meio de solução de problemas e atividades do cotidiano, sendo moldada e aprimorada com o passar dos anos de acordo com as necessidades desses grupos. Transcrevendo o termo "matemática" para dentro do campo etno e epistemológico, temos a matemática como uma ciência viva e em constante transformação.

A presente pesquisa está estruturada do seguinte modo: o Tópico II expõe um breve relato do histórico e funcionamento das EFAs; no Tópico III, traz o conceito de Etnomatemática sob a perspectiva do Ubiratan D'Ambrosio; no Tópico IV, traz as reflexões sobre a formação dos professores concepções e perspectivas; o Tópico V trazemos a inter-relação acerca da EFA, Etnomatemática, Formação de Professores,; e o Tópico VI, finda-se ponderando as considerações finais do estudo.

Breve relato do histórico e funcionamento das EFAs

Discorrer sobre o histórico das EFAs requer apresentar a Pedagogia da Alternância, em que o ensino aprendizagem é alternado entre o espaço familiar e escolar. Sendo assim, segundo Granereau (2020), a pedagogia da alternância surgiu em 1935 na França, tendo o nome de Maison Familial e Rural (MFR), ou Casa Familiar Rural (CFR), nasce portanto, uma experiência de formação em alternância que possibilitou a criação da primeira MFR, tendo como sua principal característica a organização de um grupo de pequenos agricultores, os quais se preocupavam com a formação geral, social e profissional de seus filhos adaptada à realidade onde residiam, bem como o desenvolvimento da região local, o que possibilitou a difusão por diversos países da Europa, América Latina, Asia, África e Oceania.

De acordo com Nosella (2012), as EFAs desembarcaram na década de 1960, no sul do estado do Espírito Santo, por intermédio do Padre Jesuíta de origem Italiana, Humberto Pietrogrande, Portanto, a experiência em alternância veio primeiramente da Itália, da região de Venetro, norte do país. Houve o período de organização e expansão das EFAs, de 1973 a 1987, o modelo das EFAs do Espírito Santo é consolidado e a partir desse marco, inicia-se a sua difusão por vários estados do Brasil. Diante de um número maior de escolas, das dificuldades enfrentadas durante o período, visando diminuir o isolamento e fortalecer o trabalho de formação dos filhos dos agricultores surgem na primeira Assembleia Geral das EFAs em março de 1982, a criação da União Nacional das Escolas Famílias Agrícola do Brasil (UNEFAB).

No estado de Rondônia, a ideia de iniciar um processo de implantação de Escolas Famílias Agrícola, nasceu na década de 1980, motivada pela circunstância em que viviam os filhos dos agricultores, onde terminavam o ensino fundamental da época e não tinham possibilidade de continuar com seus estudos sem abandonar a propriedade rural. Visando contornar tal situação, lideranças das comunidades rurais de Rondônia procuraram agricultores provenientes do Estado do Espírito Santo, onde esses apresentaram a experiência educativa de quase duas décadas em atividade naquele estado. A seguir temos a ordem cronológica, em forma de tabela, da implantação das EFA em Rondônia. (MACHADO, 2017).

Quadro 1 - EFA no estado de Rondônia.

Município de implantação	Ano de implantação	Nome da EFA	Modalidade de ensino
Cacoal	1989	Padre Ezequiel Ramin	Médio integrado ao Técnico em Agropecuária
Vale do Paraíso	1990	Vale do Paraíso	Ensino Fundamental (Ciclo 2)
Ji-Paraná	1991	Itapirema	Médio integrado ao Técnico em Agropecuária
Novo Horizonte do Oeste	1992	Chico Mendes	Médio integrado ao Técnico em Agropecuária
São Francisco do Guaporé	2005	Vale do Guaporé	Médio integrado ao Técnico em Agropecuária
Jaru	2013	Dom Antônio Possamai	Médio integrado ao Técnico em Agroecologia
Cerejeiras	2021	Manoel Ribeiro	Médio integrado ao Técnico em Agroecologia

Fonte: AEFARO (2021).

Para as EFAs é fundamental a realização da metodologia de ensino e do trabalho pedagógico com o princípio da Pedagogia da Alternância, onde os alunos alternam 15 dias em casa (sessão familiar) e 15 dias na escola (sessão escolar), propiciando a troca de conhecimento entre a prática (realizada em casa) e a teoria (aprendida na escola), na ação e transformação de si mesmo em congruência com o social. Essa modelo objetiva a formação integral aos estudantes e, dessa forma, oferece um estudo diferenciado, no qual o conhecimento é desenvolvido dia a dia tanto em sala de aula como fora dela.

Na sessão escolar, os alunos são submetidos às aulas didáticas com disciplinas da base comum curricular e da base técnica na perspectiva da educação profissional, os estudantes têm aulas das 07h até as 15h30, perfazendo 8 aulas de 50 minutos/dia. Neste meio tempo há os intervalos para lanche e almoço, e das 15h50 até as 17h ocorrem as atividades práticas, para as quais os estudantes são distribuídos entre os setores agrícolas e animal da instituição, como horta, roça, pocilga, horta medicinal, jardim etc. Nesses setores, os estudantes são acompanhados pelo professor/monitor responsável do setor, que são os mesmos profissionais que ministram as disciplinas da base comum e técnica. No período noturno, ocorrem os serões, momento em que os estudantes participam de palestras com temas sociais ou técnicos relacionados à área do curso.

Aos finais de semana, não ocorrem atividades didáticas, entretanto aos sábados das 07h até as 11h30 há aulas, sendo 5 aulas de 50 minutos e, logo após, os estudantes desenvolvem atividades pessoais de acordo com suas necessidades. Ressalta-se que em cada dia fica um professor responsável para acompanhar o funcionamento da instituição e dar os encaminhamentos necessários no decorrer do dia.

As EFAs têm em seu rol de estudantes, em sua maioria, filhos de agricultores, nesse contexto, D'Ambrosio evidencia que grupos culturais, tais como agricultores, podem desenvolver conhecimentos por meio de práticas, que podem ser aprimoradas com o tempo.

> Estes grupos culturais, tais como crianças ou ainda agricultores, engenheiros e classe de profissionais em geral, desenvolvem modos próprios de comportamento, com símbolos e códigos próprios, assim como modos próprios de matematizar, em outras palavras, sua própria matemática. [...] cada cultura tem sua própria Matemática, que se desenvolve e morre com a própria cultura (D'AMBROSIO, 1985, p. 42-43).

De tal modo, torna-se importante indagar se os professores que trabalham a matemática na educação do campo tiveram em sua formação inicial disciplinas de cunho cultural. Dominiciano *et al.* (2021, p.46) com relação à formação inicial de professores relata:

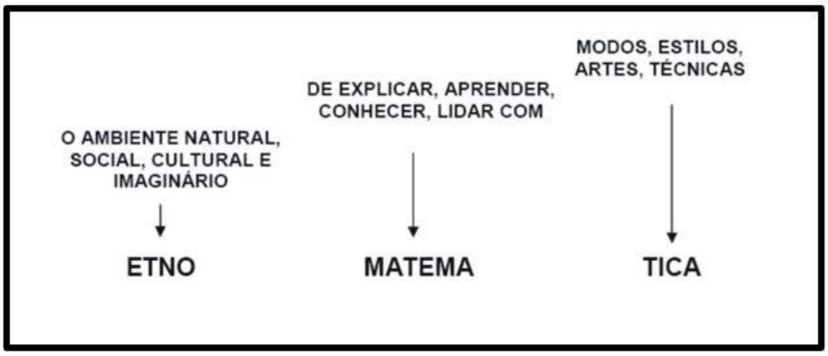
> [...] é de se esperar que a formação inicial de professores de matemática demanda dos formadores um perfil acadêmico que corresponda à regionalização da formação prevista nas diretrizes curriculares nacionais de formação de professores, bem como aponta para a necessidade de abordar, regionalmente, formas próprias de existência de povos e populações tradicionais, detentores de diferentes saberes, inclusive os de natureza matemática.

Finda-se do espaço rico que as EFAs têm, onde a pedagogia da alternância possibilita uma verdadeira partilha de troca de saberes, entre a família e a escola, considerar esses saberes se torna essencial para uma formação ativa, com aquilo que a Lei de Diretrizes e Bases – LDB (Lei nº 9.394/1996) preconiza em seu artigo 2º, onde mostra a necessidade de se conhecer o estudante e o cotidiano em que ele vive, a fim de prepará-lo para o exercício da cidadania, olhando a educação como um ato político. De tal modo o Programa de Etnomatemática surge como uma potencialidade, vista que este considera os saberes que esses estudantes já tem, os saberes tradicionais, onde no texto seguinte iremos elucidar as definições que tecem a Etnomatemática.

Etnomatemática

Segundo D'Ambrosio (1993, p. 48), "[...] etnomatemática é a arte ou técnica de explicar, de conhecer, de entender nos diversos contextos culturais". Etimologicamente o termo etnomatemática assim se explica, na configuração a seguir:

Figura 1 - Definição do termo Etnomatemática.



Fonte: D'Ambrosio, 2001.

Ainda segundo D'Ambrosio (2001, p. 38), "Não se deve tentar construir epistemologia para a Etnomatemática, pois estar-se-ia propondo uma explicação final para a mesma, o que na sua visão feriria o Programa Etnomatemática".

De acordo com D'Ambrosio (2012), a Etnomatemática busca entender ao longo da história da humanidade o saber/fazer, sendo algo construído e aperfeiçoado ao longo dos anos, partindo do princípio de técnicas de assertividade, nas quais por necessidades são criadas, sem que tal indivíduo tenha uma base científica estruturada, pois seu desenvolvimento cognitivo é moldado por técnicas de observação e assertividade, impostas pela necessidade de sobrevivência.

> O ser humano, independentemente de sua cultura tem necessidades básicas no intuito de sua sobrevivência, havendo a necessidade de produção de objetos e técnicas, onde se pode conhecer como seu próprio matema, que se traduz quando os membros da sociedade "compartilham maneiras de explicação, artes e técnicas próprias e especificas" para realizar suas atividades. (D'AMBROSIO, 2012, p.17)

Considerando que os Etnoconhecimentos se ramificam desse entendimento, Miranda (2007) o define como um conhecimento produzido por diferentes etnias em diferentes locais do globo terrestre a partir do saber popular. Reputamos o conhecimento sendo uma construção sociocultural em que cada grupo étnico e cultural tem um modo próprio de ver, entender e representar o mundo, com isso, "trazer a realidade" do aluno possibilita dar significado aos conteúdos matemáticos, suscitando o interesse pela aprendizagem" (KNIJNIK, 2012, p. 68). Compreende-se então, que o conhecimento é construído pela necessidade de dar respostas a situações diversas do dia a dia, constitui-se ainda, de acordo com a realidade em que o indivíduo vive, sendo marcado, desse modo, a sua crença, sua história, a sua visão de mundo e o seu costume.

D'Ambrosio (2018) reforça que, em sua concepção de Etnomatemática como programa de pesquisa é bem mais amplo do que somente "a matemática de grupos nativos":

> [...] todos os sistemas culturais, em todas as partes do mundo, grupos de indivíduos com mitos e valores comumente aceitos e comportamentos compatíveis [ethnos] desenvolveram Technés apropriadas [maneiras, artes, técnicas] de mathema [explicação, compreensão, aprendizagem]. (D'AMBROSIO, 2018, p.30)

Souza e Silveira (2015, p. 104) aludem que o saber etno: "É um tipo de saber que existe à margem do saber considerado científico pelas escolas e universidades. Contudo, está mais presente no dia a dia do que imaginamos".

Na visão de Gelsa Knijnika, em seu texto "Etnomatemática e politicidade da Educação Matemática[1]", relata que a Etnomatemática opõe-se às visões tradicionais da ciência, com suas características de homogeneidade e universalidade, enfatizando não só que a Matemática é uma construção social, mas, mais que isso, que tal construção se dá em um terreno minado pela disputa política em torno do que vai ser considerado como Matemática, o que vai ser considerado como o modo legítimo de raciocinar e, portanto, quais grupos são os que têm legitimidade para produzir Ciência (Knijnik, 1996). Ainda segundo a autora, a Etnomatemática desloca seu foco de atenção de questões eminentemente psicológicas e epistemológicas que têm sido tradicionalmente objeto de estudo na Educação Matemática.

Infere-se de modo etimológico, que a Etnomatemática são fazeres e saberes, que comunidades socioculturais necessitam para resolverem situações problemas, nos quais estão submetidos diariamente em que tais saberes não são estáticos. Pelo contrário, esses estão em constante aprimoração. Finalizo tal tópico com Lima (2017, p. 37: [...] "trabalhar com o contexto de nossos alunos não significa criarmos "probleminhas" inadequados, mas problemas que abordem valores que estejam ligados aos grupos culturalmente identificados".

Formação dos professores concepções e perspectivas

Início este texto com uma indagação: *como um professor aprende a ser professor? O que ele precisa saber?*

Para alguns autores, a formação de professores é um processo **contínuo, complexo** e **dinâmico**, contínuo, pois ela acontece ao longo de toda a vida. O sujeito aprende a ser professor desde as experiências como aluno, como criança, observando os pais, com aqueles professores que o marcaram, a personalidade é construída ao longo de suas vivências. Complexa, visto que envolve múltiplas aprendizagens interferências, sendo uma mistura de várias interferências com que esse profissional precisa lidar nas situações do dia a dia. Dinâmica, devido acontecer de forma muito instantânea e simultaneamente de modo espontânea. O aprender ser professor está atrelado na graduação, na pós-graduação, nas formações continuadas, mas não apenas nessas formações, o aprender também está, de modo subjacente, nas crenças e valores, na observação de outros colegas de profissão, em que aprender está ligado ao longo de suas vivências.

> No que se refere às competências e habilidades próprias do educador matemático, o licenciado em Matemática deverá ter as capacidades de: e) perceber a prática docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente; (BRASIL, 2001, p. 4).

O professor ao planejar boas práticas deve considerar os interesses e as necessidades de aprendizagem dos estudantes, pois esses aprendem na relação com adulto, entre os demais estudantes, na interação com os espaços e com os saberes constituídos pelas suas vivências. De certo modo, deve-se considerar que as estratégias para apoiar os estudantes neste percurso de aprendizagem são de orientação e modelagem. D'Ambrosio (2018, p. 8) discorre que os cursos de formação de professores de Matemática devem preparar para inovar, evitando a mesmice

1 http://www2.fe.usp.br/~etnomat/site-antigo/anais/GelsaKnijnik.html

na escolha de conteúdos e métodos. Assim, deve-se ater em considerar seu público de formação e explanar tendências capazes de instigar esses futuros formadores a questionar suas práxis. Nesse sentido, a Etnomatemática considera os saberes prévios constituídos em determinado povo ou cultura, não reconhecendo a Matemática como única e universal, vendo o mundo constituído com múltiplas matemáticas diferentes espalhadas pelo globo.

> [...] a Etnomatemática se encaixa em uma postura de descolonização e visa viabilizar possibilidades de reconhecimento e acesso aos saberes matemáticos que foram marginalizados e subalternizados ao longo da história, sendo – enfim – uma prática libertadora que promove espaço para questionar a educação. (D'AMBROSIO, 2001, *apud* SOARES, 2020, p. 22).

Seguindo essa linha de pensamento, Soares (2020) com base em Bourdieu (1983) no que tange às práticas heréticas, podemos apresentar a Etnomatemática como uma prática "herética" que promove espaço para questionar a educação.

> É preciso entender que apresentar a Etnomatemática como proposta que concilia a Matemática dominante, devido à sua necessidade para o desenvolvimento tecnológico, com as práticas matemáticas de diversos grupos sociais, visando reconhecer e respeitar suas raízes, é essencial para formar professores de Matemática mais críticos e reflexivos. (SOARES, 2020, p.24).

Assim, é plausível indagar se os programas de formação inicial de professores, tais profissionais devem aceitar de modo não explícito com a universalidade cultural, forçado pelo conhecimento Matemático Escolar/Acadêmico, ou devem valorizar e reconhecer as técnicas, os métodos e práxis matemáticas desenvolvidas em seu relativismo cultural. Torna-se importante ponderar que os programas devam dar ênfase à associação de abordagens matemáticas universais com os saberes/fazeres característicos de certa comunidade (in loco), com o intuito de valorizar e respeitar as tradições das localidades onde o ensino está sendo executado.

Um outro ponto de destaque está relacionado na existência de uma ruptura ao sair da universidade e se tornar um professor, Nóvoa (1988), elucida que a formação é sempre um processo de transformação individual, na tripla dimensão do saber (conhecimento), saber-fazer (capacidade) e saber-ser (atitudes). Nessa perspectiva, sendo algo que precisa ser feito com supervisão, tendo a oportunidade de teorizar as práticas que esses profissionais encontram. Essa perspectiva infere que esses profissionais aprendem fazendo, sendo uma profissão do saber da ação, em que se dá na relação do professor com o estudante e com o ambiente, promovendo, assim, boas experiências, tais contextos são considerados como fonte de produção de conhecimento, conforme evidenciam-se nas Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Matemática:

> Os currículos dos cursos de Bacharelado/Licenciatura em Matemática devem ser elaborados de maneira a desenvolver as seguintes competências e habilidades.
>
> d) capacidade de aprendizagem continuada, sendo sua prática profissional também fonte de produção de conhecimento; (BRASIL, 2001, p. 3)

Entretanto, não necessariamente precisa desconsiderar a formação inicial e continuada, pois essa é uma formação que pode fazer um grande diferencial no contexto escolar, ter boas oportunidades de exercer a prática ainda que acompanhado no primeiro momento, e em um segundo momento sem este acompanhamento, mas ter observação de um mediador experiente.

Dessa forma, surgem reflexões quanto às concepções desses professores em início de carreira sobre o Ensino de Matemática, permeando esferas que envolvem esse ensino (dificuldades no processo ensino e aprendizagem, adaptação no âmbito escolar, interação com os pares, formação, aspectos metodológicos, dentre outros). Segundo alguns pesquisadores (PONTE, 1992; ALMEIDA, 2018), as crenças e concepções dos professores de matemática podem influenciar nas suas práticas pedagógicas.

Nesse sentido, a compreensão de concepção aproxima-se à proposta Thompson (1992), que utiliza o termo concepção de ensino para se referir a “uma estrutura mental mais geral, que inclui crenças, significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais” (THOMPSON, 1992, p. 130). Compreendendo como os saberes, os questionamentos, as afinidades e a maneira de refletir, uma mini teoria pessoal do sujeito frente a um objeto, nesse caso o professor iniciante em relação ao ensino e aprendizagem de matemática.

De tal modo, o professor se torna um melhor profissional quando tem a oportunidade de aprender com o estudante, um sujeito em constante transformação num espaço com muitos sujeitos e com diversas vivências e culturas, sendo um aprendizado constante em que cada estudante novo que esse profissional recebe e se responsabiliza, são aprendizados que os desafiam a colocar em ação tudo aquilo que foi estudado na graduação sobre a didática e conteúdo. Entretanto nem todos os fatos que ocorrem em sala de aula são respondidos com as didáticas e conteúdos abordados na graduação, pois cada ambiente escolar tem uma roupagem diversificada, apresentam especificidades únicas. Para esses fatos, surgem uma formação espontânea caracterizando-se numa autoformação e se reciclando através dos diferentes contextos que esse profissional possa se submeter, acarretando numa formação profissional aos interesses e às necessidades de aprendizagem desses sujeitos, os quais irão aprender e se desenvolver.

> Os profissionais devem, assim, auto formar-se e reciclar-se através de diferentes meios, após seus estudos universitários iniciais. Desse ponto de vista, a formação profissional ocupa, em princípio, uma boa parte da carreira e os conhecimentos profissionais partilham com os conhecimentos científicos e técnicos a propriedade de serem revisáveis, criticáveis e passíveis de aperfeiçoamento. (TARDIF, 2000, p.7)

As práticas formativas estão atreladas ao saber/fazer, interligando as suas vivências e concepções, sendo que o aprender a ser professor na ação é uma prerrogativa de uma formação continuada na escola, pois é um ambiente em que várias sensações acontecem, conforme pondera Tardif (2000):

> Os saberes profissionais também são temporais no sentido de que os primeiros anos de prática profissional são decisivos na aquisição do sentimento de competência e no estabelecimento das rotinas de trabalho, ou seja, na estruturação da prática profissional. Ainda hoje, a maioria dos professores aprendem a trabalhar na prática, às apalpadelas, por tentativa e erro. (TARDIF, 2000, p. 14)

Campos (1999) relata que é importante trabalhar o conhecimento dos conteúdos de ensino, assim como o conhecimento dos estudantes, como eles aprendem bem, e como garantir que o professor conheça muito bem a fase de desenvolvimento em que eles se encontram, suas características culturais, sociais, étnicas, de gênero, de qual realidade partem e como aprendem. Nota-se que o professor de educação básica tenha construído ao longo de sua formação, competências, conhecimentos e habilidades que lhe permitam criar contextos de aprendizagem promotores do desenvolvimento integral.

> [...] um professor se serve de sua cultura pessoal, que provém de sua história de vida e de sua cultura escolar anterior; ele também se apoia em certos conhecimentos disciplinares adquiridos na universidade, assim como em certos conhecimentos didáticos e pedagógi-

> cos oriundos de sua formação profissional; ele se apoia também naquilo que podemos chamar de conhecimentos curriculares veiculados pelos programas, guias e manuais escolares; ele se baseia em seu próprio saber ligado à experiência de trabalho, na experiência de certos professores e em tradições peculiares ao ofício de professor. (TARDIF, 2000, p. 14)

Infere-se que tais contextos devem garantir os direitos e os objetivos da aprendizagem e desenvolvimento dos professores, de forma articulada com seus saberes, suas experiências, com os conhecimentos de nosso patrimônio cultural, científico, artístico e tecnológico, comprometidos com a justiça social e a equidade educacional.

EFA, Etnomatemática, Formação de Professores, a inter-relação acerca da pesquisa

As EFAs, por se tratar de uma educação do campo, possui o seu espaço físico inserido no contexto rural, elementos que possam potencializar o uso de ferramentas inovadoras como o caso da Etnomatemática, que considera o saber construído pelas vivências dos sujeitos. Esses elementos estão preconizados nas Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica, na secção educação do campo.

> Art. 13 Os sistemas de ensino, além dos princípios e diretrizes que orientam a Educação Básica no país, observarão, no processo de normatização complementar da formação de professores para o exercício da docência nas escolas do campo, os seguintes componentes:
>
> I - Estudos a respeito da diversidade e o efetivo protagonismo das crianças, dos jovens e dos adultos do campo na construção da qualidade social da vida individual e coletiva, da região, do país e do mundo;
>
> II - Propostas pedagógicas que valorizem, na organização do ensino, a diversidade cultural e os processos de interação e transformação do campo, a gestão democrática, o acesso ao avanço científico e tecnológico e respectivas contribuições para a melhoria das condições de vida e a fidelidade aos princípios éticos que norteiam a convivência solidária e colaborativa nas sociedades democráticas. (BRASIL, 2013, p. 284)

Muitos professores desconhecem o significado da Etnomatemática, por ser uma tendência da Educação Matemática de poucos anos que vem se difundindo no meio acadêmico. Entretanto, muitos profissionais da educação matemática já a usam, mesmo desconhecendo suas origens ou suas definições, de modo subjacente. O fato de ter o contato com essa ferramenta na formação inicial ou continuada poderia acarretar uma melhor compreensão de contextualização da matemática, fugindo da matemática “engessada”, Soares (2020), pondera que:

> [...] ensinar matemática a partir das perspectivas da Etnomatemática colaboraria para que futuros professores compreendessem essa disciplina, além de ajudar na elaboração de práticas e estratégias que visem superar a discriminação. [...] programa de pesquisa que se desenvolve reconhecendo que as culturas produziram e produzem conhecimentos magmáticos, não havendo uma verdade única e absoluta, não havendo uma matemática única e universal (SOARES, 2020, p.23-24).

No que tange à BNCC, essa se utiliza de termos que convergem para uma formação humana, entretanto se torna importante ponderar que tais situações são isoladas no escopo como um todo da proposta, em que deveria ser mais enfática nos quesitos sociais e contextos dos estudantes. Considerando que somos um país continental com diversas culturas espalhadas pelo país, assim não se pode engessar o ensino como algo comum e limitado. O estudante irá aprender quando se sentir desafiado pelo conteúdo, e tal desafio advém de conteúdos que consideram seus contextos e saberes prévios, a fim de se tornarem uma práxis constante no dia a dia do estudante.

> A BNCC determina os conhecimentos e as habilidades essenciais que todos os alunos e alunas têm o direito de aprender. Na prática, isso significa que, independentemente da região, raça ou classe socioeconômica, todos estudantes do Brasil devem aprender as mesmas habilidades e competências ao longo da sua vida escolar (LEMANN, 2020, p. 1).

De acordo com D'Ambrosio (2021), propostas desse tipo são imposições que visam controlar e que vão na contramão da proposta Etnomatemática que envolveria "deixar a criança pensar, criar, dar oportunidade, provocar, fazer coisas" (p.12).

> Desse jeito você não tem educação, o que você tem é doutrinação, disciplinação. e com isso, cria o indivíduo sem nenhuma capacidade crítica, sem nenhuma capacidade de reflexão sobre o que está se passando, sobre o que ele representa no contexto. Não tem capacidade. Como eu vou resolver este problema? Vou esperar as instruções que vêm. Sou mandado fazer isso e eu faço. [...] Tudo isso eu acho que tem que ser analisado nesse contexto (D´AMBROSIO, 2021, p.12).

Nota-se um distanciamento que a BNCC tem com relação a Etnomatemática, pois desconsidera saberes prévio, estrutura e organiza competências e habilidades voltados a uma formação tecnicista:

> Este documento pode acabar impondo às práticas curriculares uma "roupagem tradicional, basicamente no formato expositivo" (FREITAS, 2013, p.72), com pouco ou nenhum espaço para diálogo, reflexão, criação coletiva, ou ainda a possibilidade de rememorar e expor suas experiências em matemática. Afinal, um grande número de suas habilidades está envolto a ações marcadamente técnicas [...] (FREITAS; FANTINATO, 2020, p. 6).

Quanto à formação de professores, na qual são eles que irão atuar de forma ativa na execução de tal proposta, Leite (2016) pondera que:

> [...] muitos professores formadores que, em função do contexto histórico, social e político do país, vivenciaram uma formação escolar e acadêmica pautada na racionalidade técnica e que, portanto, esse aspecto pode incidir na prática pedagógica desses professores formadores. (LEITE, 2016, p. 102).

Infere-se que os contextos devem garantir os direitos e os objetivos da aprendizagem e desenvolvimento dos professores, de forma articulada com seus saberes, suas experiências, com os conhecimentos de nosso patrimônio cultural, científico, artístico e tecnológico, comprometidos com a justiça social e a equidade educacional. Entende-se que as universidades formadoras necessitam de disciplinas "integradoras" em que a práxis e o teórico se mesclem, e assim comtemplem e dão legitimidade aos saberes/conhecimento de certo grupo, como já dizia nosso ilustre pensador Paulo Freire, "educação não transforma o mundo, educação muda as pessoas, pessoas transformam o mundo".

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No Brasil, apesar da implantação da primeira CEFFA ocorrer em 1969, no decorrer desses 53 anos foram constatados poucos trabalhos acerca da Pedagogia da Alternância, em especial, ao estudo de concepções de Etnomatemática e à Pedagogia da Alternância, não se evidenciam pesquisas que se convergiam com tal temática, mostrando-se um campo de pesquisa novo que necessita ser elucidado.

Apesar das poucas pesquisas acerca de tal temática, os dados aqui apresentados evidenciam uma inter-relação entre a Educação do Campo e a Etnomatemática, e o sujeito capaz de articular esta relação é o professor de matemática, por isso se torna primordial os cursos de formação desses professores repensar currículos que estimulem as práxis e a teoria de modo integrador, que aproximem da realidade das escolas, proporcionando ferramentas que potencializem os saberes tradicionais, pois nossos estudantes não chegam na escola como uma "tábua rasa" sem conhecimento, é sabido que ele teve uma vivência e é esta vivência que requer ser valorizada, a fim de legitimar os saberes tradicionais.

Infere-se que os programas de pós-graduação e departamentos de cursos de formação inicial, se atentem na busca por romper a "mesmice" de currículos rígidos e conteudistas, buscando criar disciplinas integradoras entre a práxis e teoria, a fim desses professores e futuros professores romperem o discurso que exista uma única matemática Universal, e passe a considerar que exista inúmeras matemática espalhadas pelo mundo, onde cada povo a trabalha tecendo suas vivências e seus saberes.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, I. J. S., As concepções de ensino e aprendizagem de professores e licenciandos em matemática e sua influência no tratamento dado aos erros dos alunos. 2018. 114 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática), Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Amargosa, 2018.

BOGDAN, R. e BIKLEN, S. Investigação Qualitativa em Educação: Uma Introdução à Teoria e aos Métodos. Porto: Porto Editora. 2010.

BOURDIEU. O campo científico. In: ORTIZ, R (org.). Bourdieu – Sociologia. São Paulo: Ática. Coleção Grandes Cientistas Sociais, vol. 39. p.122-155. 1983.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação: Lei 9.394. Diário Oficial da União. Brasília-DF, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica. Brasília, 2013.

BRASIL. Parecer CNE/CP n. 1302/2001, de 06 de novembro de 2001. Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Brasília, 2001.

BRASIL. Parecer CNE/CP n. 02/2019, de 20 de dezembro de 2019. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Brasília, 2019.

CAMPOS, M. M. A formação de professores para crianças de 0 a 10 anos: modelos em debate. Educação & Sociedade. 20. 10.1590/S0101-73301999000300007. 1999.

D'AMBROSIO, U. Ethnomatemathics and its place in the history and pedagogy of mathematics, in POWEL, A. B. & FRANKENSTEIN, M. (Eds), Ethnomatemathics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education. Albany: State University of New York Press, p.13-24, 1997/1985.

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2 ed. 2005/2001.

D'AMBROSIO, U. Transdiciplinaridade. 2.ed. São Paulo: Palas Atenas, 2012.

D'AMBROSIO, U. Como foi gerado o nome etnomatemática. IN:FANTINATO, M.C; FREITAS, A.V.(Org.) Etnomatemática Concepções, dinâmicas e desafios. Jundiaí. São Paulo: Paco, 2018.

DOMICIANO, D.et al. O ensino de história diante dos discursos negacionistas e revisionistas no contexto da pandemia: Desafios e possibilidades. Revista Catarinense de História, n. 37, p. 45-60, jul./dez. 2021.

FREITAS, A.; FANTINATO, M. C. Os distanciamentos entre a Base Nacional Comum Curricular e a etnomatemática. Revista de Educação Matemática, v. 18, n. Edição Esp, p. e021047, 3 set. 2021.

KNIJNIK, G. [et al.]. Etnomatemática em movimento. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012

GRANEREAU, A. O Livro de Lauzun onde começou a pedagogia da alternância / Abbé Graneneau; organização de Elenilce Gomes de Oliveira Enéas de Araújo Arrais Neto; revisão técnica de Paolo Nosella, João Batista Begnami, Thierry De Burghgrave; tradução de Antonio João Mânfio, José Eustáquio Romão, Ático Fassini, Thierry De Burghgrave. – Fortaleza: Edições UFC, 2020.

LEITE, E. A. P. Formação inicial e base de conhecimento para o ensino de matemática na perspectiva de professores iniciantes da Educação Básica. 2016. 269 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2016.

LEMANN – Fundação. O que é a BNCC? Entenda os detalhes desta política educacional e o que ela muda na educação. Disponível em:< https://fundacaolemann.org.br/noticias/o-que-e-abncc?gclid=EAIaIQobChMIotLc2vrC6wIVAgeRCh2J3QlUEAAYASAAEgK-B_D_BwE >. Acesso em 01 nov. 2022.

LIMA, S. O. de. ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DO CAMPO: um estudo de caso no curso procampo: urca. 2017. 107 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ensino de Ciências e Educação Matemática – Ppgecem, Universidade Estadual da Paraíba (Uepb), Campina Grande - Pb, 2017.

MACHADO, D. T. Educação no campo em Rondônia: a prática educativa na Escola Família Agrícola Vale do Guaporé. Revista de Educação Popular, [S. l.], v. 16, n. 2, p. 95–104, 2017. DOI: 10.14393/REP_v16n22017_art07. Disponível em: https://seer.ufu.br/index.php/reveducpop/article/view/37622. Acesso em: 2 set. 2022.

MARTINS, R. L. Concepções sobre a matemática e seu ensino na perspectiva de professores que ensinam matemática em licenciaturas de Alagoas. 123 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife/PE, 2012.

MINOZZO, J. B. S. A ETNOMATEMÁTICA COMO PROPOSTA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS NA E.E.E.M. TANCREDO DE ALMEIDA NEVES. 55 f. Monografia (Especialização) - Curso de Tecnologia no Ensino de Matemática, FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA – UNIPAMPA, 2011.

MIRANDA, M. L. C. de. A organização do etnoconhecimento: a representação do conhecimento afrodescendente em religião na CDD. Encontro Nacional de Pesquisa em Ciência da Informação, v. 8, 2007.

MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. Ciência & Educação: Bauru, SP, v. 9, n. 2, p. 191-210, 2003.

NOSELLA, P. Educação no campo: origens da pedagogia da alternância no Brasil. Vitória: EDUFES, 2012. 288 p.: il. – (Educação do campo. Diálogos interculturais).

Nóvoa, A. Professionnalisation des enseignants et sciences de l'éducation, Paedagogica Historica - International journal of the history of education, III (supplementary series), pp. 403-430. 1998.

PEREIRA, Erialdo Augusto. Avaliação Formativa e Pedagogia da Alternância: uma experimentação pedagógica na Escola Família Agrícola de Porto Nacional-TO, (2001-2002). In: Revista da Formação por Alternância. Brasília: União Nacional das Escolas Famílias Agrícolas do Brasil. Setembro de 2005. v.1, n.1, p.56-77. ISSN 1808-7043

PONTE, J. P. d. Concepções dos professores de matemática e processos de formação. Instituto de Inovação Educacional, 1992.

RODRIGHERO, D. F. S. Nas trilhas da escrita de nós: percursos formativos e profissionais dos monitores de matemática das Escolas Famílias Agrícola de Rondônia: memórias e histórias de vida que se entrelaçam. 2022. 155 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Fundação Universidade Federal de Rondônia, Campus Ji-Paraná, 2022.

SOARES, G. A. ETNOMATEMÁTICA E SUAS MARCAS NA FORMAÇÃO INICIAL DOS FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA. 223 f. Tese (Doutorado) – Doutorado em Educação, Universidade Federal do Fluminense, Niterói/RJ, 2020.

SOUZA, E. S. R. de; SILVEIRA, M. R. A. da. Etnofísica e Linguagem. Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemática, [S.I.], v. 12, n. 23, p. 103-117, jul./dez. 2015.

TARDIF, M. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas conseqüências em relação à formação para o magistério. Rev. Bras. Educ. [online]. 2000, n.13, pp.05-24. ISSN 1413-2478.

TEIXEIRA, E. S., BERNARTT, M. L. e TRINDADE, G. A. Estudos sobre Pedagogia da Alternância no Brasil: revisão de literatura e perspectivas para a pesquisa. Educação e Pesquisa [online]. 2008, v. 34, n. 2 [Acessado 3 setembro 2022], pp. 227-242. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1517-97022008000200002>. Epub 22 Set 2008. ISSN 1678-4634. https://doi.org/10.1590/S1517-97022008000200002.

THOMPSON, A. Teachers' beliefs and conceptions: a syntesis of the research. Em D. A. Grouws (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 127–146). Nova Iorque: MacMillan, 1992.

Capítulo

07

O paradoxo metodológico da formação docente em matemática – ritmos e temáticas em nível nacional

The methodological paradox of teacher training in mathematics - rhythms and themes at national level

Leonardo Moraes Armesto
Thabata Roberto Alonso

DOI: 10.47573/aya.5379.2.142.7

INTRODUÇÃO

O processo evolucionista que vincula as perspectivas do tempo atual com a produção de conhecimento baseada no aspecto histórico e na consolidação da tecnologia de informação como mediadora de melhores práticas de ensino-aprendizagem, enxerga no paradoxo metodológico, um dos desafios que se revela com necessidade de solução urgente, dado pela melhoria da formação de educadores na área de matemática. Em nível nacional, segundo o Indicador de Adequação da Formação do Docente da Educação Básica (INEP, 2014), apenas 53% dos professores que lecionam nos anos iniciais e nos anos finais do ensino fundamental, possui formação superior de licenciatura em matemática, ou bacharelado na mesma disciplina com curso de complementação pedagógica concluído. Já para o ensino médio esse índice vai para 72,7% Assim, em âmbito nacional, se expressa a falta de adequação da formação docente nos quadros que atuam no ensino fundamental, no que se refere a área de matemática.

Não obstante, quando observada o processo de matrícula para as modalidades de educação, nota-se a retração desse processo, muito em vista pela baixa no oferecimento e dinâmicas sociais que impactem nesse processo. Válido salientar que muito disso, tem em vista a construção de uma dialogia que se fundamenta na manutenção da idéia de escola como um ambiente de oficialização do ensino, mas que ao longo do tempo, vem quebrando esse paradigma, no sentido de melhor propiciar um resgate da relação entre os pares do saber, que não ficam alocados apenas na localidade formal, mas estende-se em múltiplos ambientes que comungam do processo de informação (ALVES 2020). Assim, a escola deve ser compreendida como o ambiente da fluidez e deve agrupar outros espaços não-escolares, tratando de entender o processo e tudo que envolve a manutenção do aluno, enxergando os impactantes sociais, culturais, econômicos e formadores da comunidade que cerca.

Neste sentido, o Censo da Educação Básica de 2019, indica ainda que no ano de 2019, foram registradas 47,9 milhões de matrículas nas 180,6 mil escolas de educação básica no Brasil, cerca de 582 mil matrículas a menos em comparação com 2018, o que corresponde a uma redução de 1,2% no total (Gráfico 1).

Gráfico 1

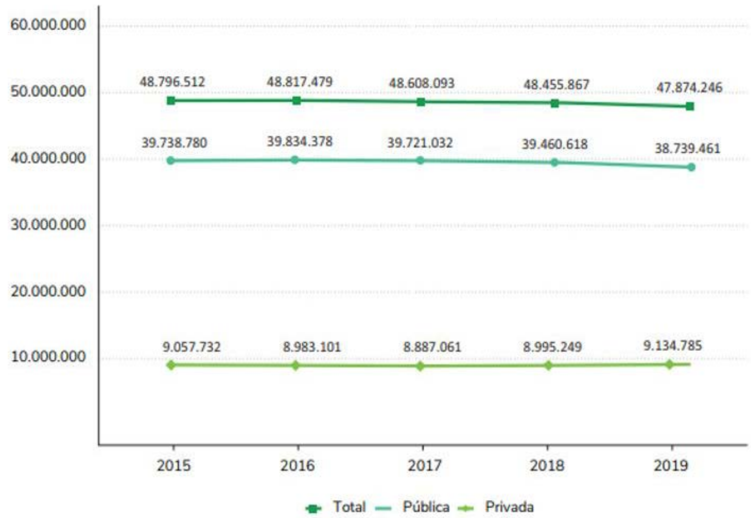


GRÁFICO 1

TOTAL DE MATRÍCULAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA SEGUNDO A REDE DE ENSINO – BRASIL – 2015-2019

Fonte: Adaptado de Censo da Educação Básica Brasileira (2019)

O confronto entre as informações salientadas faz entender, de certa forma, que há grande impacto no processo de ensino, à medida que a escola não comunga do aspecto de educação, tão imprescindível, quanto necessária, em seu uso de atribuições e desempenho para fundamentar a atuação docente e dos entes que compartilham do processo, na tentativa de atender longitudinalmente os alunos em suas multilateralidades e singularidades. Nesse sentido, a consolidação de possibilidades para uma formação docente engajada na educação do aluno e dele, decorrentemente, fundamentar o transbordo para uma fluidez social, que seja a extensão do processo de conhecimento, informação e autopercepção, é parte significativa do ensejo de ensino-aprendizagem. Em conformidade, a DCN do curso de Matemática, Resolução CNE/CES nº 1.302, em conexão com a Resolução CNE/CES nº 7, faz-se "luz" naquilo que se fundamenta pela óptica de engajamento e envolvimento da sociedade consubstanciada no processo de assimilação e atendimento da comunidade, forma crítica, zelosa, fundamentada e pautada em critérios comunitários e aglutinadores da divulgação e assistência capacidade da demanda de ensino e da oferta de vagas para todos.

Singularizando dada percepção, Censo da Educação Básica de 2019, indica ainda alguns pontos de suporte para as notoriedades e reflexão da qualidade e quantidade de vagas, enquanto ideário de Educação á Distância, de forma a observar que as matrículas da educação básica se encontram majoritariamente na área urbana (88,9%). Na rede privada, 99% das matrículas estão em escolas urbanas. Na rede pública, as escolas municipais são as que apresentam a maior proporção de matrículas na área rural, com 19%, seguida das escolas federais, com 12,3% das matrículas. Ainda nisso, em 2019, foram registradas 26,9 milhões de matrículas no ensino fundamental. Esse valor é 3,6% menor do que o registrado para 2015. A queda no número de matrículas foi similar nos anos iniciais (3,5%) e nos anos finais (3,7%) do ensino fundamental. Ainda em observação á oferta de vagas no que tange as redes de ensino para matrícula discente na educação básica, é possível observar, nacionalmente, essa perspectiva, como subsidiado (Gráfico 2).

Gráfico 2

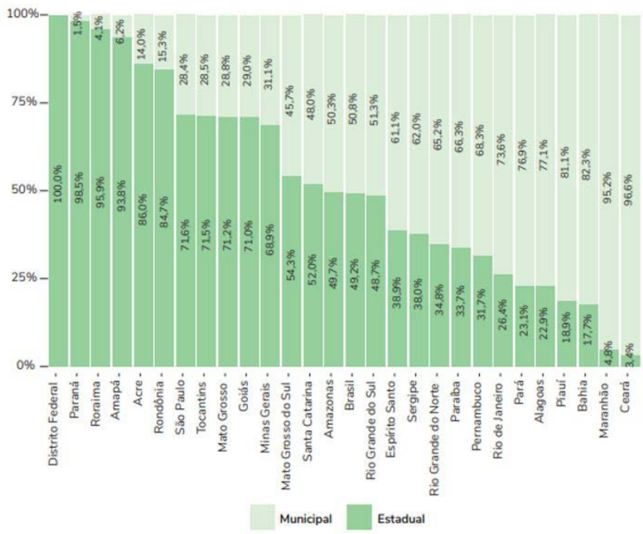


GRÁFICO 2

DISTRIBUIÇÃO DAS MATRÍCULAS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL CONSIDERANDO APENAS AS REDES ESTADUAL E MUNICIPAL – BRASIL – 2019

Fonte: Elaboração própria com base nos dados do Censo da Educação Básica.

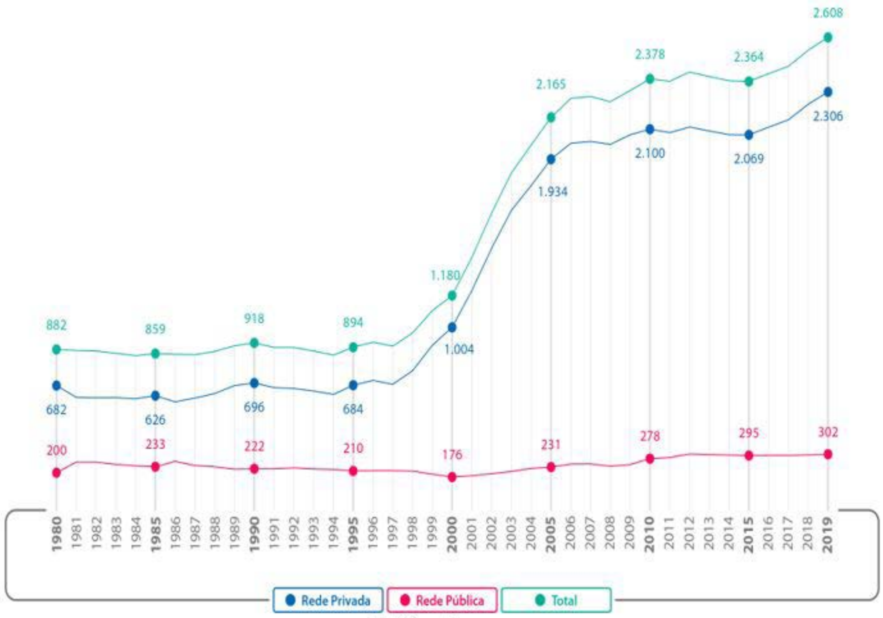
Fonte: Adaptado de Censo da Educação Básica Brasileira (2019)

Esse processo dá alguma indicação que a concentração de vagas em oferta particular da rede de ensino, finca-se em localidade urbanas de acessibilidade garantida, bem como na perspectiva regional de ensino, e absorção econômica majoritária. Isto é, encontra-se no ambiente rural, por exemplo, um déficit no oferecimento de vagas para a educação básica. Neste caso, há correspondência no interesse de formação superior, dado que a fundamentação do processo vincula-se a caracterização de oferta e demanda. Isso propicia a diminuição interesse de formação docente, em dadas localidades, convertendo o processo de baixo interesse em dadas regiões nacionais, pelo baixo oferecimento seguido de ofertas e vagas, também, de emprego e renda para os profissionais licenciados (LIBÂNEO *et al.,* 2009).

Em face desse contexto, faz-se necessário um esforço, não apenas para incrementar quantitativamente o percentual de docentes com adequada formação matemática, mas para entregar à sociedade professores que possam contribuir para uma formação que permita ao cidadão a aquisição das “competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas” (BRASIL, 2018). A fim de realizar esse intento formativo, o projeto buscou orientar sua prática pedagógica com base em concepções e processos que se aproximam à pedagogia histórico-crítica.

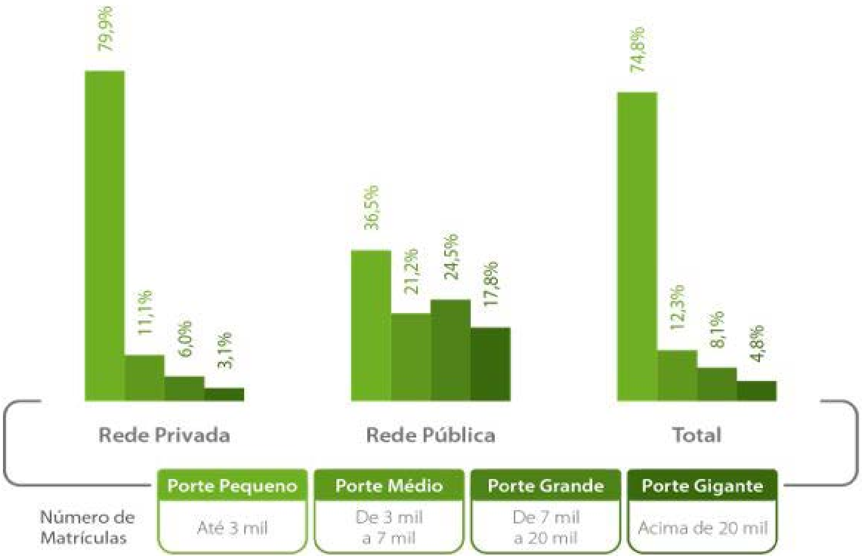
Dada formação docente para um atendimento tão necessário, quanto perceptível das múltiplas localidades e regionalidades nacionais, perpassa pela forma com a qual esse conhecimento superior será oferecido, de maneira a atender todos os entes que se fundamentam e se beneficiam desse seguimento. Para tanto, é válido entender a distribuição das instituições superiores que agem nessa condicionante. Assim, segundo SEMESP (2021), em sua análise acerca de um mapeamento do ensino superior, nota-se que depois de crescer 3,6% em relação a 2018, o número de IES no país teve um aumento ainda menor em 2019, 2,8%, com acréscimo de 3,0% no total de instituições de ensino privadas. A rede privada segue representando 88,4% do total de IES no país, concentrando 75,8% das matrículas do ensino superior. (Gráfico 3 e 4)

Gráfico 3 - Número de Instituições de Ensino Superior no Brasil



Fonte: Adaptado de Semesp (2021)

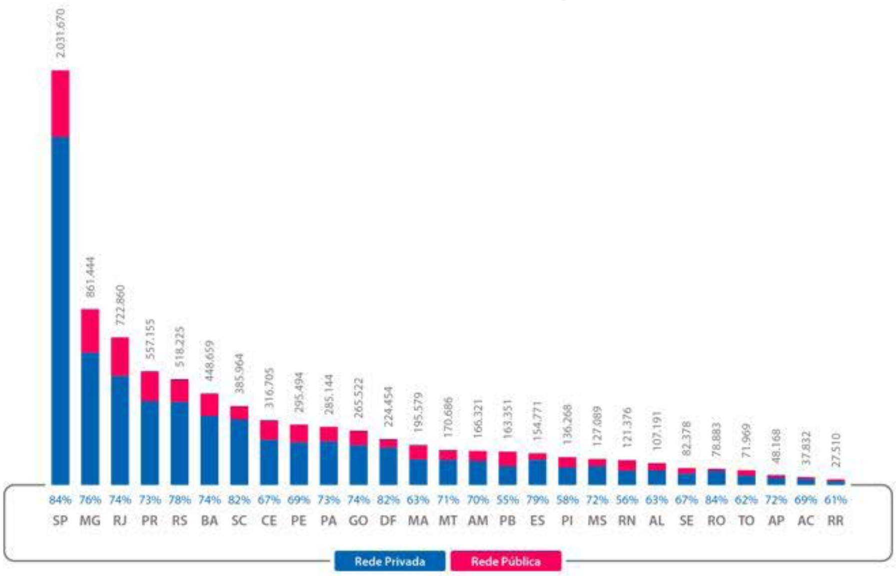
Gráfico 4 - Relação de vagas oferecidas e setor de referência



Fonte: Adaptado de Semesp (2021)

Ainda que haja a evolução no oferecimento e crescimento de instituições de ensino superior no Brasil, quando notada sua ascendência temporal, pelo menos nos últimos 40 anos, bem como a verificação de que destas, parte significativa é expressada pela rede privada de ensino, Alves (2020), indica que esse oferecimento não atende de maneira igual, em muito, pois como dito anteriormente, acaba por se estabelecer, em grandes metrópoles e/ou localidades de elevado impacto financeiro, acompanhando o eixo regional de investimento nacional. (Gráfico 5)

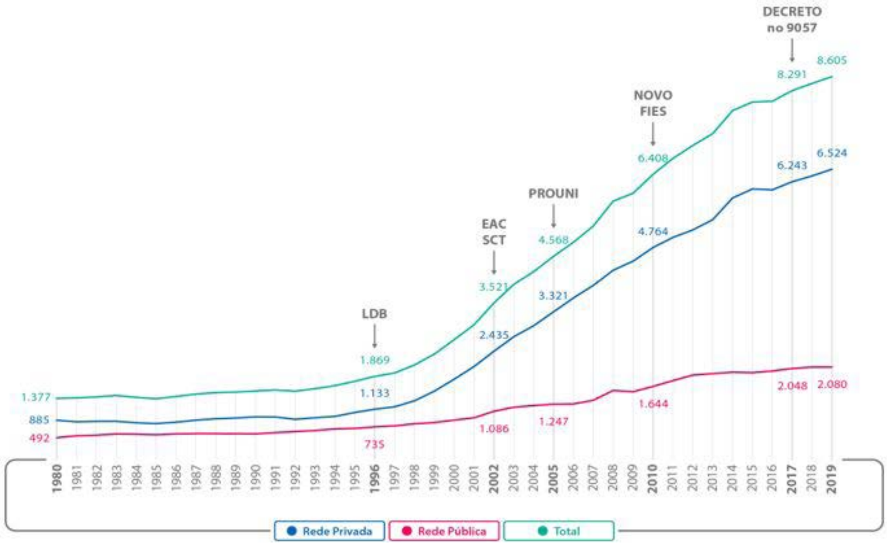
Gráfico 5 - Matrícula no Ensino Superior Brasileiro



Fonte: Adaptado de Semesp (2021)

São Paulo segue como o estado com maior número de matrículas do país, somando mais alunos no ensino superior do que o segundo e terceiro estados (Minas Gerais e Rio de Janeiro) juntos, tanto quanto, em um valor bem significativo quando comparado a demais regionalidades do território nacional.

Gráfico 6 - Matrícula no Ensino Superior Brasileiro



Fonte: Adaptado de Semesp (2021)

De forma que o propósito institucional está pautado no oferecimento de vagas em um aspecto que atenda o princípio da equidade, o ideário legitima-se em seu atendimento ao longo do território nacional. Assim, o entendimento vem fundamentando melhor expectativa para o crescimento de políticas públicas que fomentem mecanismos e modalidades que propiciem o acesso ao ensino superior, por parte da população que outrora necessitava deslocar-se, caso fosse desejosa dessa acessibilidade. Para tanto, entre outro, o Decreto N°9.057/2017 dispõe sobre a oferta de cursos na modalidade a distância. Na qual as instituições de ensino superior devem obter credenciamento para oferta de cursos de graduação, pós-graduação e lato sensu. (Gráfico 6) Tendo isso em vista, há uma ressignificação do panorama de acessibilidade e melhoramento na discussão de integração das populações na entrada do curso superior.

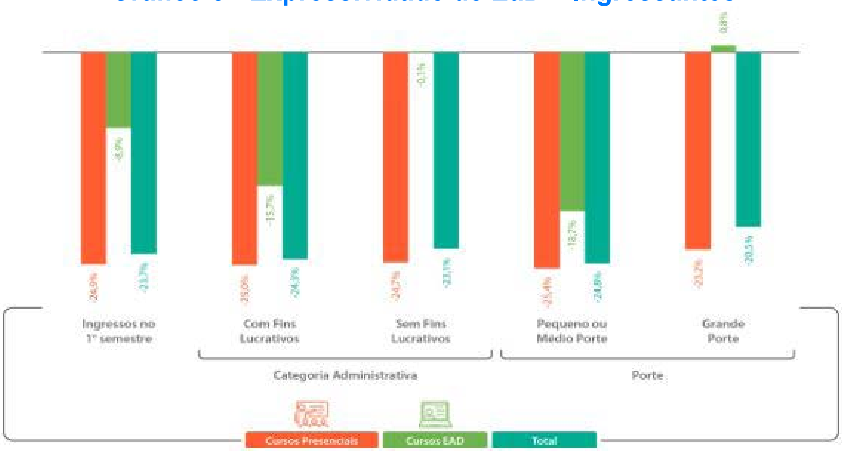
Com isso, (INEP, 2021), há desenvolvimento e estímulo pelo oferecimento de vagas em locais que antes requeriam grande infraestruturas para cursos presenciais, mas que com o advento de melhores estruturas para oferecimento de cursos EaD, passam a representar notoriedade para o com o setor. Desta forma, a evolução dos polos EAD segue a tendência de crescimento das matrículas na modalidade. De 2020 para 2021, houve aumento de 14,0% dos polos EAD, com concentração na rede privada, que detém 93,6% das matrículas da modalidade no país. (Gráfico 7)

Gráfico 7 - Evolução de Polos EaD no Brasil

Fonte: Adaptado de Inep (2021)

Contudo, as discussões que envolvem e engajam o processo de fundamentação, integração e estímulo ao ensino superior, carrega um mecanismo de valoração de determinados cursos, ainda de forma arraigada, onde organiza-se no espaço temporal, para a maior parte das instituições de ensino da rede privada, a predileção por área dos saber que acomodem para a sociedade atual, maior influência, impacto econômico privado e mobilização infraestrutural do setor, como Negócios, Administração e Direito, Saúde e Bem-Estar, Serviços e Engenharias. A rede pública só domina as matrículas nas áreas de Ciências Naturais, Matemática e Estatística e Programas Básicos, assunto o qual em breve retornaremos.

Gráfico 8 - Expressividade de EaD – Ingressantes



Fonte: Adaptado Ministério da Educação (2022)

Em consonância, á essa evolução, a partir de projeções de captação, é possível perceber que é por meio do estímulo e ingresso na modalidade á distância que se expressam os maiores indicadores de aderência do ingressante. (Gráfico 8)

Á saber compreende-se á entender os panoramas para definição de oferta de vagas, o desenvolvimento de evasão, no qual a estrutura do oferecimento de cursos EaD, possui grande valor de interesse em termos de alcance, mas que de acordo com ABED (2015), ao observarem-se os cursos fundamentados nas exatas, a forma, base e mecanismos nos quais esses cursos se apresentam para um aluno na modalidade EaD, costumeiramente acabam por definir ou pelo menos indicar sua permanência em termos de oferta. Isto é, naturalmente cursos em exatas exigem alguns processos de assimilação e concepção da informação, que se acaso não tenham um suporte, organização e dinâmicas adequadas em observação ás múltiplas realidades de seus alunos, acabarão por prover um processo contínuo e facilitado de evasão. O gráfico 9, corrobora desse processo.

Gráfico 9 - Evasão de Cursos Superiores no Brasil

Fonte: Adaptado Semesp (2021)

Esse fenômeno se dá, pois na instrumentalização da informação e conhecimento que constitui-se desde o preâmbulo da formação na faixa mais básica de ensino, não houve, quase que sempre, uma cultura que estimula-se a autonomia, bem como uma formação que propicias-se a busca pela informação e uma política de acessibilidade ao conhecimento aberto de qualidade, que legitimasse o indivíduo a desde sempre, alicerçar suas bases de maneira questionadora, seletiva e comparativas entre os saberes apresentados. Ainda nisso, a universidade de hoje, quando realizada por meio da modalidade EaD, em muito acaba por não preparar um processo contínuo de autoavaliação de si e de seu aluno, á título de verificar a eficácia de seu processo de concepção e transpasse dos saberes. Neste sentido, a elaboração bem assentada que reúna vários agentes que fortaleçam essa detecção, em múltiplas instâncias institucionais de qualidade continua, preocupadas em entender seus pontos fracos e fortes, bem como ameaças e oportunidades, como por meio de "Comissão Própria de Avaliação", "Núcleos de Apoio Intensivo ao Aluno", e juntas institucionais que tracem "Planos de Ação por Núcleo Docentes de Estruturação" para seus cursos, transparece como alicerce de excelente em um modelo á distância de ensino.

Gráfico 10 - Evasão por Curso e Modalidade

Cursos Presenciais

Curso	Taxa de Evasão
Sistemas de Informação	37,6%
Administração	35,9%
Educação Física	34,3%
Engenharia Mecânica	34,2%
Engenharia de Produção	33,5%
Publicidade e Propaganda	33,0%
Contabilidade	32,9%
Engenharia Civil	31,5%
Nutrição	31,4%
Biomedicina	30,6%
Enfermagem	29,9%
Fisioterapia	29,1%
Arquitetura e Urbanismo	28,4%
Pedagogia	27,9%
Direito	27,6%
Psicologia	27,1%
Farmácia	24,1%
Medicina Veterinária	23,4%
Odontologia	19,0%
Medicina	6,8%

Cursos EAD

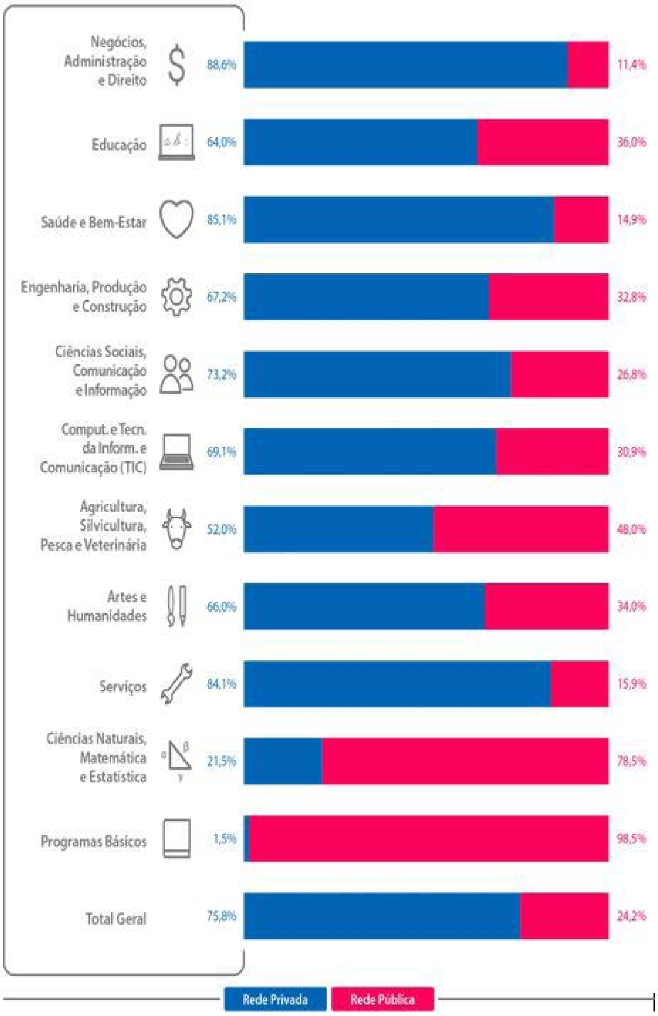
Curso	Taxa de Evasão
Marketing	44,7%
Matemática Formação de Professor	44,3%
Letras Português Formação de Professor	44,1%
Gestão Comercial	42,5%
História Formação de Professor	42,0%
Gestão Financeira	41,7%
Sistemas de Informação	41,3%
Logística	40,9%
Gestão Ambiental	40,5%
Gestão de Pessoas	38,6%
Gestão de Negócios	37,5%
Engenharia de Produção	37,2%
Gestão Pública	36,8%
Administração	36,5%
Contabilidade	35,3%
Serviço Social	34,7%
Educação Física Formação de Professor	31,6%
Enfermagem	30,6%
Educação Física	29,5%
Pedagogia	28,0%

Fonte: Adaptado Semesp (2021)

Dada preparação e análise continua é de grande responsabilidade, pois se bem estruturada é capaz de atuar na raiz do problema de potenciais discentes que desejam realizar um curso superior nos setores de exatas, mas que por falta de assistência e suporte, evadem do curso e acabam gerando um impacto na cadeia de ensino, com falta de mão de obra qualificada, que por decorrente, impacta significativamente no atendimento às múltiplas instancias necessitadas desses profissionais. (SOUZA *et al.,* 2004) Como visto, no curso de formação de professores em matemática, há essa ocorrência, que fundamenta a diminuída oferta de mão de obra para esse atendimento, necessitando de retenção desse ingressante, cuidando de sua trajetória, evitando com isso, sua desistência e o ciclo perene da falta de profissionais.

Assim, apesar do fenômeno de evasão pelo mal cuidado na continuidade de atendimento ao curso, há no curso de licenciatura em matemática, quanto á sua formação de professores, destaque no que tange a busca por vagas, por parte de interessados, tanto em uma óptica de instituições particulares, quanto para as públicas. (Gráfico 11 e 12)

Gráfico 11 - Curso na Modalidade EaD com maior número de matrículas



Fonte: Adaptado Semesp (2021)

Gráfico 12 - Curso na Modalidade EaD mais procurados

Cursos EAD

Curso	Matrículas	% Matrículas	Ingressos	% Ingressos
Rede Privada				
Pedagogia	515.057	22,5%	278.971	17,9%
Administração	251.495	11,0%	160.563	10,3%
Contabilidade	151.110	6,6%	87.601	5,6%
Gestão de Pessoas	117.913	5,1%	89.303	5,7%
Educação Física	94.842	4,1%	75.003	4,8%
Serviço Social	86.391	3,8%	42.050	2,7%
Educação Física Formação de Professor	69.634	3,0%	36.675	2,4%
Gestão de Negócios	62.547	2,7%	43.569	2,8%
Sistemas de Informação	60.510	2,6%	46.872	3,0%
Logística	54.803	2,4%	42.184	2,7%
Gestão Comercial	43.106	1,9%	35.583	2,3%
Gestão Pública	42.268	1,8%	29.034	1,9%
Marketing	39.663	1,7%	34.599	2,2%
Enfermagem	39.324	1,7%	33.264	2,1%
Gestão Financeira	36.837	1,6%	29.904	1,9%
História Formação de Professor	36.497	1,6%	24.179	1,6%
Matemática Formação de Professor	30.121	1,3%	22.486	1,4%
Gestão Ambiental	22.209	1,0%	15.121	1,0%
Engenharia de Produção	21.672	0,9%	12.791	0,8%
Letras Português Formação de Professor	21.505	0,9%	14.470	0,9%
Rede Pública				
Pedagogia	36.804	23,3%	7.971	24,6%
Matemática Formação de Professor	14.424	9,1%	3.558	11,0%
Administração Pública	11.412	7,2%	1.374	4,2%
Letras Português Formação de Professor	9.128	5,8%	3.104	9,6%
Engenharia de Produção	8.170	5,2%	779	2,4%
Biologia Formação de Professor	8.048	5,1%	1.380	4,3%
Administração	7.790	4,9%	2.417	7,4%
Geografia Formação de Professor	6.599	4,2%	1.617	5,0%
Gestão Pública	5.237	3,3%	903	2,8%
Engenharia de Computação (DCN Engenharia)	4.836	3,1%	1	0,0%
História Formação de Professor	4.577	2,9%	690	2,1%
Computação Formação de Professor	3.820	2,4%	215	0,7%
Física Formação de Professor	3.276	2,1%	1.203	3,7%
Química Formação de Professor	3.054	1,9%	411	1,3%
Gestão de Negócios	2.907	1,8%	13	0,0%
Sistemas de Informação	2.573	1,6%	1.008	3,1%
Segurança Pública	2.453	1,6%	812	2,5%
Filosofia Formação de Professor	2.283	1,4%	346	1,1%
Letras Espanhol Formação de Professor	1.864	1,2%	129	0,4%
Educação Física Formação de Professor	1.837	1,2%	62	0,2%

Fonte: Adaptado Semesp (2021)

Dentro disso, é imprescindível salientar que há, enquanto acessibilidade do curso nas áreas d formação de professores, uma demanda contínua da formação desse profissional, visto a escassez desses profissionais tão fundamentais na cadeia de formação da sociedade como um todo. Especialmente ao observar a formação de professores em matemática, ao enxergar-se a correlação apresentada entre procura e evasão, nota-se que apesar do desejo na participação por parte do ingresso na busca desse conhecimento e estimulo social na realização do curso, a forma de condução de sua estada, em muitos casos, acaba por fazê-lo evadir, prejudicando a ele, que passa a acreditar que o curso é difícil demais para ser realizado, á sociedade, que perde em sua autossustentação alicerçada pela entrada profissional do professor de matemática ao mercado de trabalho e atendimento escolar, e de maneira retroalimentada, á formação e operacionalização das variadas frentes econômicas, pois acaba por não consolidar uma formação de base bem constituída, atingindo o processo de formação escolar desde sua raiz, comprometendo a visão de mundo, significação profissional e relevância dos conhecimentos matemáticos a uma parcela bastante expressiva da comunidade como um todo.

Uma formação de professores qualificada pode ser concebida metaforicamente como o “alicerce” para a constituição de boas escolas, bons cidadãos, profissionais competentes e, sobretudo, sujeitos éticos e humanos. Daí a inegável importância de que os professores da atualidade estejam cada vez mais bem preparados e atualizados, seja a fim de que possam promover questionamentos e críticas acerca da realidade, seja com o intuito de que estejam aptos a contribuir na busca de soluções para os desafios contemporâneos da sociedade. Tais aspectos só serão passíveis de concretização na medida em que o processo de formação de professores seja capaz de integrar uma capacitação de qualidade, que considere a importância dos avanços tecnológicos, todavia, sem que se distancie das perspectivas humanas e humanizadoras da educação. Pimenta (2005) destaca que a finalidade da educação escolar na sociedade tecnológica, multimídia e globalizadora é possibilitar que os alunos trabalhem os conhecimentos científicos e tecnológicos, desenvolvendo habilidades para operá-los, revê-los e reconstruí-los com sabedoria. O que implica analisá-los, confrontá-los, contextualizá-los, buscando formar um arcabouço de "cidadania mundial".

A profissão docente seja indubitavelmente, uma das funções que ocupa e sempre ocupará um lugar de destaque no mundo do trabalho, mas, sobretudo, pelo fato de que educação é para qualquer país a área de maior importância para o desenvolvimento dos sujeitos e, consequentemente para o seu desenvolvimento social, cultural, econômico. Entendemos que o curso de Matemática na modalidade EAD, forma professores para exercerem sua prática pedagógica com vistas a atender às exigências atuais da sociedade do conhecimento, uma sociedade cada vez mais tecnológica, dinâmica, integrada com os processos desenvolvimentistas de soluções inovadoras no mundo do trabalho na qual os saberes e fazeres de matemáticos, seu raciocínio lógico, real e questionador por formação, estão estreitamente enlaçados aos fenômenos digitais coletivos e contemporâneos. Portanto, o vislumbre de formação docente em cursos de Licenciatura em Matemática, acaba por prestar mais do que a simples oferta de cadeiras universitárias despropositadas, mas passa a um patamar que toma para si a responsabilidade social do funcionamento sistemático e humanístico da formação de qualidade de seu povo nacional, à medida que confronta os aspectos de estabelecimento e trava seu compromisso com o recôndito social mais intrínseco: seu propósito no mundo.

REFERÊNCIAS

ABED. Estado da Arte da Educação a Distância no Brasil e as tendências de mercado – Apresentação IPAE, 2015. Disponível em: <http://www.abed.org.br/site/pt/midiateca/textos_ead/1241/2014/09/http//abed.org.br/arquivos/os_cenarios_para_educacao_superior_ipae.pps_>; Acesso: jul. 2022.

ALVES, L. Educação remota: entre a ilusão e a realidade. Revista Interfaces Científicas, v. 8, n. 3, p. 348-365, 2020. Disponível em: <https://periodicos.set.edu.br/educacao/article/view/9251/4047>; Acesso: ago. 2022.

BRASIL. DECRETO N.º 5.622/05. Regulamenta o art. 80 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/dec_5622.pdf#:~:text=DECRETO%20N%C2%BA%205.622%2C%20DE%2019%20DE%20DEZEMBRO%20DE,estabelece%20as%20diretrizes%20e%20bases%20da%20educa%C3%A7%C3%A3o%20nacional.>; Acesso: ago. 2022.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Censo da Educação Básica – Notas Estatísticas. Brasília: Inep, 2019. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/notas_estatisticas_censo_da_educacao_basica_2019.pdf>; Acesso: ago. 2022.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Sinopse Estatística da

Educação Superior 2020. Brasília: Inep, 2022. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/acesso-a-informacao/dados-abertos/sinopses-estatisticas/educacao-superior-graduacao>; Acesso: jul. 2022.

INSTITUTO SEMESP. Mapa do Ensino Superior no Brasil, 582 p, 2021.

LIBÂNEO, J. C; PIMETA, S. G. Formação de profissionais da educação: visão crítica e perspectiva de mudança. Revista Educação & Sociedade, v. 20, n. 68, p. 239-277, 2009. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/es/a/GVJNtv6QYmQY7WFv85SdyWy/?format=pdf>; Acesso: ago. 2022.

PIMENTA, S. G. Pedagogia Ciência da Educação? São Paulo, SP: Cortez, 136 p, 2001.

SOUZA, L. A; GARNICA, A. V. M. Formação de Professores em Matemática: Um Estudo Sobre a Influência da Formação Pedagógica Prévia em um Curso de Licenciatura. Revista Ciência & Educação, v. 10, n. 1, p. 23-39, 2004. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/3t9FVjWfKvy7dfy5dgrn5Dr/?format=pdf>; Acesso: ago 2022.

Capítulo

08

O ensino da matemática e da geografia no 1º ano do ensino fundamental: o lúdico e a lateralidade como interface

Sabrina Lima Bruno
Andréa Haddad Barbosa

DOI: 10.47573/aya.5379.2.142.8

INTRODUÇÃO

Este texto tem como objetivo identificar os componentes curriculares de matemática e de geografia, especificamente, os conteúdos expressos nas Unidades Temáticas de Geometria e Formas de Representação e Pensamento Espacial, no 1º ano do Ensino Fundamental, e refletir na possibilidade de um trabalho interdisciplinar. Para cumprir esse propósito, o estudo fundamenta-se na Base Nacional Comum Curricular - BNCC, um documento normativo que orienta o ensino na Educação Básica brasileira (BRASIL, 2017).

O motivo para realizar esta pesquisa foi a constatação de que, de modo geral, pode-se dizer que as atividades escolares relacionadas à matemática costumam ser consideradas difíceis pelos estudantes e, até mesmo, por professores dos anos iniciais (MIGUEL, 2005). No que diz respeito à geografia, o ensino foi e, em alguns casos, ainda é fortemente associado à memorização e, no caso da cartografia[1], relacionado a atividades mecânicas (FILIZOLA, 2010). Tais características tendem a levar a criança a ter dificuldades de compreensão e, até mesmo, contribuem para o desinteresse por essas disciplinas. Tornar os conteúdos mais interessantes e significativos para as crianças passa a ser um desafio para parte das professoras[2] que atuam nessa etapa de escolaridade.

A primeira parte deste capítulo apresenta algumas considerações gerais sobre o ensino da matemática e da geografia nos anos iniciais do ensino fundamental. Na sequência, são feitas algumas reflexões sobre os conteúdos expressos nas Unidades Temáticas já referidas, tendo como recorte o 1º ano do ensino fundamental. A proposta é buscar possibilidades de um trabalho interdisciplinar e tornar esses conteúdos mais significativos, compreensíveis e interessantes para o universo infantil.

O ensino de Matemática e Geografia: desafios e possibilidades

O ensino e a aprendizagem da matemática nos anos iniciais costumam ser desafiadores para parte de estudantes e professores. Tornar o ensino desse componente curricular significativo para as crianças tem sido objeto de estudo para alguns pesquisadores (MIGUEL, 2005; 2007; ZIMMER, 2010 e outros).

Zimer (2010) reforça a importância do domínio do conteúdo e da metodologia para aqueles que desejam ensinar Matemática para crianças. Tal afirmativa é algo óbvio, no entanto, não se pode afirmar que isso seja uma realidade em todas as escolas do território brasileiro. Para Miguel (2007), um outro fato a ser elencado é que essa possível falta de domínio teórico e metodológico, que não possibilita uma abordagem segura dos conteúdos, pode fazer com que as professoras adotem uma perspectiva mais tradicional do ensino, focada na transmissão dos conteúdos e em atividades descontextualizadas, que favorecem a memorização de fórmulas ou atividades realizadas de forma mecânica. Isso faz com que a criança não atribua sentido ao que está aprendendo ou realizando.

Zimer (2010) argumenta que não há um único método para ensinar matemática, mas destaca que determinadas ações podem contribuir para tornar o ensino mais compreensível e

1 Neste estudo iremos identificar a Unidade Temática Formas de Representação e Pensamento Espacial com o termo alfabetização cartográfica ou cartografia.
2 Iremos usar a palavra “professoras” durante todo o trabalho, por entendermos que parte expressiva dos que exercem a docência nos Anos Iniciais é o público feminino.

significativo para as crianças. Associar o conhecimento matemático às práticas cotidianas valorizando também as diferentes culturas é uma possibilidade ou um princípio que deve fazer parte das práticas docentes. É o reconhecimento da matemática na vida cotidiana da criança e a possibilidade de propor atividades que desencadeiem a investigação e a resolução de problemas com elementos das diferentes culturas: brasileira, afro-brasileiras, indígena, quilombola , entre outras.

Os autores Zimer (2010) e Miguel (2007) dão certo destaque à perspectiva metodológica de Resolução de Problemas como uma possibilidade bastante profícua para o ensino e a aprendizagem. Nessa abordagem, é possível explorar o uso de materiais didáticos diversificados: material dourado, ábaco, sólidos geométricos, réguas de Cuisenaire, palitos, embalagens, tampinhas e muitos outros. No entanto, Zimer (2010) destaca que tais materiais não substituem a mediação do professor, que é imprescindível no processo de ensinar e aprender.

Um outro aspecto mencionado pela autora é a importância de as professoras construírem uma cultura de sala de aula em que o erro das crianças ou soluções inadequadas das atividades sejam tratadas com muita naturalidade e de forma respeitosa: um contexto de sala em que a criança se sinta segura para expressar suas estratégias e, se for necessário, reorganizar o seu raciocínio de forma a chegar ao resultado correto. Isto é, um ambiente onde se reflita sobre os erros, mas também se construam caminhos para o acerto (ZIMER, 2010).

Em consonância com esse ponto de vista, Miguel (2005; 2007) reforça a importância da interação social. Para o autor, isso é fundamental no processo de ensino e aprendizagem. Há, em parte das aulas de Matemática, um espaço de silêncio no sentido de não haver verdadeiro diálogo entre professora e alunos. É preciso permitir e valorizar um ambiente no qual o aluno sinta-se à vontade para fazer os questionamentos, levantar hipóteses, testá-las e trocar opiniões entre os estudantes e com as professoras. A criança necessita ser estimulada a explorar, organizar seus pensamentos e ideias, a discutir suas estratégias ou os caminhos que ela escolheu para chegar a um determinado resultado, ou seja, é preciso levar a criança a raciocinar de forma criativa.

Um outro elemento bastante destacado pelos autores Zimer (2010) e Miguel (2007) são as atividades lúdicas no ensino da matemática. Zimer (2010) dá um destaque especial às situações-problema propostas pelas professoras que podem partir de contextos do brincar da criança. As brincadeiras infantis tradicionais, como amarelinha, pular corda, bola queimada, pega-pega, boliche e outras, podem ser problematizadas de forma que as crianças sejam desafiadas a resolver exercícios matemáticos a partir das vivências delas nessas brincadeiras.

Fora isso, Zimer (2010) acrescenta o uso dos jogos corporais, de tabuleiro ou digitais, assim como a utilização das diferentes linguagens, como obras de arte, literatura infantil, gêneros textuais, fotografias e experimentos. Tais recursos são ricas possibilidades para a geração de problemas matemáticos de forma contextualizada e mais atraente para o universo infantil. Segundo Miguel (2005), os jogos e as mais diferentes atividades lúdicas são fundamentais para a compreensão dos conteúdos matemáticos na infância. Nesse contexto lúdico, a professora é a mediadora, problematizando a realidade e solicitando das crianças respostas e soluções para os desafios apresentados. Além disso, nessa condição, também é possível aprender com o erro, na medida em que a docente explora ou problematiza os resultados inadequados, desafiando as crianças a encontrarem novas estratégias de resolução.

Quanto aos conteúdos específicos da Geometria que envolvem a exploração da relação espaço-forma, Miguel (2005, p. 392) enfatiza que esse estudo compreende figuras, formas e relações, que devem contribuir para que a criança desenvolva noções espaciais considerando três elementos ou condições:

> [...] espaço vivido (espaço físico vivenciado pelo deslocamento e exploração física), espaço percebido (para lembrar-se dele, a criança não precisa mais explorá-lo fisicamente) e espaço concebido (estabelecimento de relações espaciais pelas suas representações: figuras, plantas, mapas, diagramas etc.).

Nessa perspectiva, é preciso também considerar o corpo e o movimento no processo de aprendizagem, que envolvem as dimensões do espaço vivido pela criança. É muito comum nas aulas de matemática valorizar apenas atividades nas quais as crianças ficam sentadas em suas carteiras resolvendo os exercícios. O aprendizado das relações espaço-forma também pode ser potencializado a partir do momento em que o ensino da matemática envolva também o corpo, o movimento e o espaço por meio de atividades lúdicas. Essas atividades costumam ser comuns na educação infantil, mas elas podem e devem estar presentes nos anos iniciais.

Miguel (2007) ressalta a importância de diversificar materiais e metodologias e de propor atividades contextualizadas, pois isso pode tornar as aulas de matemática mais interessantes para o aluno. O autor ainda ressalta que, de modo geral, a criança é curiosa, participativa e questionadora, cabe, portanto, às professoras explorarem essas características. O ensino numa perspectiva tradicional não favorece o estímulo adequado, pois, grosso modo, nessas aulas, as crianças tornam-se mais passivas e receptoras do conhecimento a ser transmitido. O autor adverte que são mudanças simples que tornam o conhecimento mais significativo para a criança.

De modo similar ao ensino da matemática, o outro componente curricular foco deste trabalho, que é a geografia, também passa por desafios para tornar esse conteúdo mais significativo para os estudantes. De acordo com Callai (2005), o ensino tem passado por mudanças significativas, mas não tem acompanhado a evolução da sociedade atual. A ciência está sempre em modificação, mas as mudanças nem sempre chegam na mesma velocidade ao âmbito escolar.

No decorrer da história, o ensino da geografia esteve atrelado a uma visão tradicional de ensino, voltada para a memorização de dados, questionários, em que se reproduziam as respostas do livro didático, cópias de mapas e conteúdos mais descritivos. Na avaliação, cabia aos estudantes reproduzirem as informações fielmente. Esse contexto resultou, para a maioria dos alunos, na falta de compreensão dos conteúdos e no afastamento da possibilidade de entendimento da dinâmica da sociedade e da sua complexidade (FILIZOLA, 2010).

Filizola (2010) argumenta que o ensino deve ir muito além da memorização. Precisa compreender e questionar a realidade e suas desigualdades, conhecer a história, as mudanças e as permanências do espaço, realizar a leitura crítica do mapa, repensar as ações da sociedade antigamente e nos dias atuais. Isto é, contribuir para a formação do cidadão crítico, que seja capaz de ter as suas próprias ideias, observando e analisando o passado para construir o futuro, pensar a sociedade como um todo e a partir de diferentes ângulos.

Além disso, argumenta Callai (2005), é preciso que o ensino de geografia seja significativo para as crianças, partindo dos conhecimentos, das vivências, das histórias que elas trazem. De acordo com Filizola (2010), é necessário que o aluno interaja em sala de aula e que a mediação docente contribua para promover a curiosidade da criança pelo mundo em que vive e a sua complexidade. É preciso diversificar os recursos e ir além do livro didático. Acrescenta, ainda, a importância da adoção de uma metodologia que contemple a análise em diferentes escalas, entendendo que as localidades não se explicam por elas mesmas. É preciso um olhar crítico sobre as desigualdades sociais, a valorização e respeito às diversas culturas e os modos de ser para a conquista de uma sociedade mais justa. Da mesma forma que a matemática promove o desenvolvimento do raciocínio lógico, a geografia deve contribuir para a formação do raciocínio geográfico e pensamento espacial.

Ainda para o autor, as aulas da geografia não devem se limitar ao espaço físico da sala de aula, mas explorar o entorno da escola e outros espaços na cidade, quando possível. Ou seja, ir muito além do livro didático e diversificar as atividades; valorizar o lugar de vivência da criança como ponto de partida para o conhecimento geográfico.

Callai (2005) ressalta a importância pedagógica do diálogo. Em outras palavras, não é apenas a transmissão de conhecimentos, mas a importância da interlocução, da troca, do diálogo como uma postura pedagogicamente importante para o ensino e aprendizagem. É necessário promover a comunicação com os professores, os colegas, os funcionários, os familiares e com as outras pessoas que estão no cotidiano da criança. Além disso, é necessário dialogar com o lugar, que possui vida e uma dinâmica em constante movimento. É preciso considerar a relação entre natureza e sociedade e fazer com que os alunos entendam que as paisagens urbanas são construções sociais, elementos que os homens modificaram para sobreviver em sociedade.

Um dos conteúdos de responsabilidade da geografia nos anos iniciais é a cartografia ou a alfabetização cartográfica. Para Callai (2005), a partir do momento em que as crianças começam a alfabetização, precisam também iniciar o aprendizado da cartografia, que é uma condição importante para se fazer a leitura do espaço. A cartografia na infância parte das atividades simples para as mais complexas, que irão acontecendo ao longo da escolaridade. É o observar, é o desenhar os vários trajetos importantes do cotidiano da criança, produzir pequenos "mapas" (croquis) como um passo significativo para conseguir, futuramente, fazer a leitura dos mapas que auxiliam na localização de diversos lugares e na compreensão dos fenômenos geográficos.

Vale ressaltar, conforme descreve Filizola (2010), que o aprendizado da orientação e da localização envolve, na infância, a vivência e o aprendizado de noções simples: dentro e fora, direita e esquerda, em cima e embaixo, observar vários lugares e a posição dos objetos. É aprender com o corpo, com o movimento, com o lúdico e a brincadeira, tornando o conhecimento cartográfico interessante para o universo infantil.

Entendemos o lúdico como algo que vai além de jogos e brincadeiras. Nesse sentido, os autores Filizola (2010) e Callai (2005) vão propor que o ensino da geografia envolva uma diversidade de atividades que podem se caracterizar como lúdicas. Entre elas estão as atividades de campo, os desenhos e as tecnologias. De forma mais específica, Alves (2012) traz alguns apontamentos sobre a importância do lúdico no ensino de geografia, pois trata-se de uma vivência importante da cultura infantil que pode se tornar pedagógica no contexto escolar.

A autora ressalta que o contexto atual exige que o professor tenha clareza dos objetivos educacionais e busque metodologias e atividades que envolvam o estudante com mais qualidade. Nesse sentido, o lúdico pode ser uma rica possibilidade. No entanto, ao utilizar o lúdico no contexto escolar para ensinar geografia, é preciso que a intencionalidade pedagógica esteja bem definida e que a atividade seja mediada pelo professor para que a criança perceba e/ou amplie o seu entendimento do conteúdo a ser ensinado. A atividade lúdica pode oportunizar às crianças um ambiente escolar mais agradável, mais motivador, favorecendo a aprendizagem dos conteúdos geográficos e promovendo o desenvolvimento da criatividade, dos vários tipos de inteligência, da coordenação motora, a socialização, o trabalho em grupo etc. (ALVES, 2012).

Ao observarmos as ponderações dos autores Miguel (2005; 2007), Zimer (2010), Filizola (2010) e Callai (2005), é possível perceber similaridades nos desafios e também nas possibilidades didáticas que podem enriquecer o ensino desses componentes curriculares.

No contexto das políticas públicas, o ensino da geografia nos anos iniciais, assim como o da matemática, tem, ao longo dos anos, sido objeto de orientações pedagógicas e curriculares nas esferas federal, estadual e municipal.

O ensino de Geometria e Cartografia na perspectiva da Base Nacional Comum Curricular

Em 2017, foi aprovada a Base Nacional Comum Curricular que pode ser definida como:

> [...] documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais como direito das crianças, jovens e adultos no âmbito da Educação Básica escolar, e orientam sua implementação pelos sistemas de ensino das diferentes instâncias federativas, bem como pelas instituições ou redes escolares (BRASIL, 2017, p. 2).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento normativo com especificidades regimentais que define um conjunto de conteúdos e objetivos de aprendizagem que devem ser comuns e graduais a todos os alunos ao longo do seu processo de educação no ensino básico, garantindo seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento educacional.

Embora a BNCC aponte diretrizes nas diferentes áreas do conhecimento, este trabalho objetiva identificar um potencial interdisciplinar nos componentes curriculares de matemática e geografia, especificamente, nas Unidades Temáticas de Geometria e Formas de Representação e Pensamento Espacial (Cartografia). Mesmo sendo distintas, há semelhanças em alguns aspectos do conhecimento, tais como: pontos referenciais, localizações, relações com objetos e representações. Esses conhecimentos presentes nos anos iniciais, de certo modo, são complexos e precisam ser compreendidos pelas crianças de forma significativa a ponto de elas estabelecerem relação com o seu cotidiano. Partimos do princípio de que esses conteúdos podem ser apresentados e vivenciados pelos estudantes de maneira mais dinâmica e lúdica, conforme colocado pelos autores referidos neste trabalho.

Vale evidenciar que o documento da BNCC propõe sutilmente a possibilidade de brincadeiras, jogos e algumas outras sugestões em que o lúdico pode se fazer presente, mas não de forma aprofundada. Há uma sugestão para que os docentes possam ampliar o repertório de atividades no seu planejamento (BRASIL, 2017). No entanto, em nosso entendimento, o documento poderia propor mais elementos para instigar o professor a utilizar a ludicidade em suas aulas.

Analisando as Unidades Temáticas de Geometria e Formas de Representação e Pensamento Espacial, expressas na BNCC, pudemos identificar conteúdos que são comuns às duas áreas do conhecimento e que possibilitam um trabalho interdisciplinar. Para isso, o foco foi a análise dos objetos dos conhecimentos e das habilidades presentes na BNCC, referentes ao 1º ano do ensino fundamental como mostra o Quadro 1.

Quadro 1 - Conteúdos comuns no 1º ano do ensino fundamental

1º ANO			
Área do conhecimento	**Unidade temática**	**Objeto do conhecimento**	**Habilidades**
Geografia	Formas de representação e pensamento espacial	Pontos de referência	(EF01GE08) Criar mapas mentais e desenhos com base em itinerários, contos literários, histórias inventadas e brincadeiras. (EF01GE09) Elaborar e utilizar mapas simples para localizar elementos do lugar de vivência, considerando referenciais espaciais (frente e atrás, esquerda e direita, em cima e embaixo, dentro e fora) e tendo o corpo como referência.
Matemática	Geometria	Localização de objetos e de pessoas no espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário apropriado Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico. Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais	(EF01MA11) Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço em relação à sua própria posição, utilizando termos como à direita, à esquerda, em frente, atrás. (EF01MA12) Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço segundo um dado ponto de referência, compreendendo que, para a utilização de termos que se referem à posição, como direita, esquerda, em cima, embaixo, é necessário explicitar o referencial. (EF01MA14) Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos.

Fonte: próprio das autoras (2022)

No 1º ano, o ponto de referência é o mesmo objeto do conhecimento presente nas duas áreas. Além disso, há também a possibilidade de trabalho conjunto em conteúdos e atividades que dizem respeito à localização de objetos, referenciais espaciais, o reconhecimento de figuras planas (atividade necessária para a representação do espaço). Foi também possível identificar a possibilidade do trabalho lúdico, de forma explícita, ao mencionarem as brincadeiras, a literatura e a possibilidade do uso do imaginário a partir de histórias criadas pelas crianças.

Ao identificar esses conteúdos, constatamos que há possibilidade de um trabalho interdisciplinar entre a geometria e a cartografia[3]. Vale ressaltar que a relação entre a cartografia e a geometria não é algo novo, remonta à antiguidade. Com o avanço da ciência, a representação cartográfica se tornou mais complexa, e a geometria e outros conteúdos matemáticos ainda continuam sendo importantes na elaboração das representações cartográficas, ao lado de outras áreas do conhecimento.

Quando pensamos em cartografia para crianças, porém, estamos nos referindo a noções iniciais do conhecimento cartográfico. Nesse sentido, é necessário considerar que devemos partir do concreto, do espaço vivido, levar em conta cada etapa da escolaridade e as características do universo infantil. Ao identificar os conteúdos comuns, constatamos que a lateralidade e as

3 Unidade Temática Formas de Representação e Pensamento Espacial.

noções espaciais elementares são um elo importante entre essas duas áreas do conhecimento.

De acordo com Oliveira, Borges, Lima e Santos (2015), o significado etimológico da palavra lateralidade tem origem no latim e significa lado. É preciso considerar tanto os aspectos internos do corpo, como o hemisfério direito e esquerdo do cérebro, quanto os aspectos externos, que envolvem a dominância manual, pedal e ocular. De acordo com Negrine (1986), os lados esquerdo e direto do corpo não são homogêneos, a definição da lateralidade envolve, em alguma medida, elementos de natureza inata e uma dominância espacial adquirida no ambiente cultural.

> Se, na observação da lateralidade de uma criança de 4 anos apenas, se verificar que esta criança usa a mão direita para realizar tarefas [...], o pé direito para chutar a bola [...], e o olho direito como olho diretor na observação de um monóculo ou de um caleidoscópio, pode se concluir que esta criança possui uma LATERALIDADE HOMOGENIA DEFINIDA e, no entanto, não é necessário que saiba identificar no seu próprio corpo a direita e a esquerda. Portanto, a dominância lateral refere-se ao predomínio de um lado do corpo sobre o outro, ao passo que a noção espacial refere-se a discriminação conceitual de um lado e de outro do corpo (NEGRINE, 1986, p. 30, grifo nosso) .

Em outras palavras, compreende-se que a lateralidade é um processo interno no qual a criança vai aos poucos, por meio da experiência, descobrindo a sua dominância lateral, sem necessariamente saber conceituar ou definir ou distinguir qual é o seu lado direito ou esquerdo, isso acontece posteriormente. É por meio da consciência da lateralidade e da discriminação de direita e esquerda que o indivíduo percebe os movimentos do seu próprio corpo e se orienta no espaço.

A lateralidade e a noção espacial são condições necessárias para compreender determinados conteúdos iniciais da geometria e da cartografia. A iniciação cartográfica e a da geometria precisam considerar e promover situações em que a criança conheça o seu próprio corpo e o espaço que ocupa. Para isso, é importante trabalhar a lateralidade, pois a organização espacial tem por base tanto o conhecimento quanto o domínio de noções espaciais elementares como direita e esquerda, frente e atrás, dentro e fora, em cima e embaixo, entre outros (NOVACK; SILVA; TESSMAN; DIAS, 2013; GUARNICA; SALANDIM, 2015).

São vários os autores que defendem a ideia de que tanto as atividades de alfabetização cartográfica quanto de geometria incluam experiências lúdicas, como brincadeiras, jogos, tecnologias, desenhos, literatura (GUARNICA; SALANDIM, 2015; NOVACK; SILVA; TESSMAN; DIAS, 2013; SILVA; CASSOL; RIZZATTI; BATISTA, 2017, entre outros). Essas atividades devem ter uma intencionalidade pedagógica clara e bem definida, além de serem problematizadoras (GUARNICA; SALANDIM, 2015).

Brito (2014) aponta, como possibilidade para o ensino de geometria, o uso de softwares educativos. Para isso, é necessário que o docente leve em consideração critérios pedagógicos e técnicos. A autora menciona os jogos com a linguagem Logo, pois possuem comandos de fácil utilização pelas crianças e que possibilitam desenhar figuras geométricas utilizando noções espaciais elementares, como frente, atrás, em cima, embaixo, direita e esquerda. Existem outros aplicativos que permitem que a criança resolva problemas, aprenda conceitos e desenvolva habilidades de localização, orientação e movimentação de um objeto. No entanto, é preciso que os professores conheçam um pouco as tecnologias atuais para auxiliar na construção da aprendizagem dos alunos de uma forma mais lúdica, mas que não seja apenas um passatempo. Isto é, a escolha do jogo demanda uma intencionalidade pedagógica clara.

Os autores Garnica e Salandim (2014) ressaltam que a organização e a ocupação de espaço é um conteúdo presente em diversas disciplinas: matemática, geografia, artes e história. Muitas vezes, porém, a escola ignora os sentidos, o próprio corpo da criança e sua relação com o espaço, resumindo a geometria ao estudo das figuras planas e espaciais. É preciso explorar os conhecimentos que as crianças trazem do seu espaço de vivência, quais esquemas de representação possuem e a sua lateralidade. Pensar e discutir o espaço, a sua organização e representação, considerando os elementos socioculturais que as crianças possuem, pode tornar o ensino da geometria mais significativo. É importante propor atividades de localização de objetos no espaço, desenhos, itinerários, maquetes, brincadeiras, como a Caça ao Tesouro, o Chefe Mandou, Batalha Naval, carimbos, mapas do corpo, o trabalho com imagens aéreas, entre outros. Essas atividades, além de ter um potencial lúdico, envolvem o corpo, desenvolvem diferentes habilidades que contribuem para o desenvolvimento da lateralidade e a noção espacial.

É primordial que os docentes elaborem várias atividades lúdicas nas quais as crianças possam explorar o corpo, desenvolver diferentes habilidades e, aos poucos, ir compreendendo a organização espacial e sua complexidade ao longo da escolaridade. O ensino de geometria pode ser mais lúdico quando as crianças reconhecem os espaços através do seu próprio corpo e por meio de outras atividades com o auxílio de músicas, jogos e brincadeiras. Cabe reforçar que todas as atividades propostas, independentemente de serem lúdicas ou não, devem ter objetivos pedagógicos bem definidos.

Até o momento, apresentamos alguns autores que abordam o ensino da geometria. A seguir, trazemos elementos para se pensar na alfabetização cartográfica tendo como foco os conteúdos que se conectam nessas duas áreas do conhecimento.

A Cartografia busca representar, por meio de mapas, cartas e outras formas de representação gráfica, a espacialização de fenômenos naturais e geográficos, de forma a contribuir para a leitura de mundo e a compreensão da realidade. De maneira similar ao que foi apontado para o ensino de geometria, a alfabetização cartográfica deve partir do espaço vivido, da experiência com o corpo e do uso de atividades lúdicas. Os conceitos de localização, orientação e pontos de referência devem também ser abordados considerando o cotidiano das crianças (SILVA; CASSOL; RIZATTI; BATISTA, 2017). Tal condição contribui para que, posteriormente, o aluno entenda a linguagem complexa dos mapas e consiga fazer análises consistentes da realidade com o auxílio das representações cartográficas.

É importante destacar, conforme argumenta Katuta (2000), que as aprendizagens das noções espaciais, habilidades de orientação e de localização partem, inicialmente, das ações cotidianas. Todavia, a orientação e a localização geográficas dos fenômenos exigem conhecimentos e habilidades mais complexas, que vão sendo adquiridas ao longo da educação básica.

Nos anos iniciais, o processo de construção das noções espaciais, orientação e localização deve partir do corpo e do espaço concreto vivenciado pela criança. Nesse período, é importante trabalhar a lateralidade, pois a organização espacial depende do conhecimento de direita e esquerda, frente e atrás, em cima e embaixo e de outras referências espaciais elementares (NOVACK; SILVA; TESSMANN; DIAS, 2013). É através de atividades vinculadas ao cotidiano que as crianças aprendem a se localizar, orientar-se e posicionar-se no espaço vivido, e começam a entender que seu corpo é também um ponto de referência.

Uma sugestão interessante de atividade, proposta por Silva, Cassol, Rizzatti e Batista (2017), é o Tabuleiro Vivo e a Caça ao Tesouro. Tais atividades podem ter diferentes níveis de complexidade limitando-se às noções espaciais de direita e esquerda, frente e atrás, ou inserir as orientações cardeais (conteúdo do 4º ano de geografia). Na atividade do tabuleiro, os estudantes recebem um comando e devem se posicionar no tabuleiro gigante feito na quadra da escola. As autoras ressaltam a importância de proporcionar às crianças jogos e brincadeiras que utilizem o corpo.

Vale destacar que as propostas de atividades lúdicas apresentadas inicialmente neste texto, quando mencionamos o aprendizado de geometria, também podem ser usadas no aprendizado inicial da cartografia. Isto é, existe um amplo leque de possibilidades para tornar esses conteúdos mais significativos para a criança. Ao analisar as propostas apresentadas pelos diversos autores, destaca-se que o trabalho com o corpo e com lateralidade é elemento importante no desenvolvimento da noção espacial da criança e que subsidia o aprendizado das áreas do conhecimento em foco neste trabalho.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, foi possível constatar que os pontos de referência, a localização, a orientação, a lateralidade e as noções espaciais elementares estão presentes nessas duas grandes áreas. Tal fato possibilita um trabalho interdisciplinar, o que pode facilitar e contribuir com o aprendizado desses conteúdos pelas crianças no 1º ano do ensino fundamental.

Em nossas pesquisas, pudemos verificar a valorização do lúdico considerando as grandes áreas do conhecimento de matemática e de geografia. A presença do lúdico também foi apontada, de forma expressiva, no ensino dos conteúdos específicos da cartografia e da geometria, conforme apontado pelos autores. Entretanto, vale destacar que o documento da BNCC descreve superficialmente as atividades que envolvem as brincadeiras, os jogos, os desenhos, entre outras ideias, de que o lúdico pode fazer parte. Nosso entendimento é que tal documento poderia agregar mais informações para estimular o uso do lúdico em sala de aula.

Embora a BNCC não enfatize o uso do lúdico nas atividades escolares nos Anos Iniciais, o professor tem autonomia de oportunizar às crianças essas experiências. Constatamos tanto na Geometria quanto na Cartografia a importância da lateralidade, do trabalho com o corpo e com o movimento, considerados como necessários para o desenvolvimento da noção espacial.

Os autores apresentados expuseram várias ideias de atividades lúdicas possíveis de serem realizadas no trato dos conteúdos da geometria e da cartografia. Dessa forma, eles apresentaram um olhar importante para a ludicidade e o quanto isso pode ser significativo para o aluno e para o docente, contribuindo, assim, para o processo de ensino, de aprendizagem e a compreensão de conteúdos que são complexos para as crianças.

Quando nos perguntamos se o lúdico pode contribuir para o aprendizado da cartografia e da geometria nos anos iniciais, a resposta é sim. No entanto, as atividades lúdicas devem ser planejadas e possuir uma intencionalidade pedagógica clara e bem definida, agregando razão e emoção, considerando o indivíduo como um todo, isto é, o corpo como importante no processo de ensino e aprendizagem. Esses aspectos podem contribuir para tornar o conteúdo mais significativo e favorecer a aprendizagem. O lúdico na escola não é entretenimento. Há um leque grande de possibilidades para se trabalhar com o lúdico, cabe ao professor fazer as melhores escolhas de forma e problematizar as atividades e contribuir para o aprendizado do estudante.

Outro aspecto relevante encontrado nos autores tanto da geometria quanto da cartografia é ter como ponto de partida o cotidiano e o espaço vivido pelo estudante. O conteúdo dos anos iniciais possui uma complexidade para a criança, por isso é importante que se parta do concreto para que, posteriormente, a criança consiga fazer abstrações.

Diante do que foi apresentado ao longo deste trabalho, fica a seguinte pergunta a ser respondida em próximas pesquisas: Em que medida o lúdico, o corpo e o movimento têm sido valorizados no ambiente escolar para o aprendizado da geometria e da cartografia?

REFERÊNCIAS

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2017, p. 351-377. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 13 de jan. de 2020.

BRASIL. Resolução CNE/CP 2/2017. Ministério Da Educação Conselho Nacional de Educação Conselho Pleno. Diário Oficial da União, Brasília, 22 de dezembro de 2017, Seção 1, pp. 41 a 44. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/RESOLUCAOCNE_CP222DEDEZEMBRODE2017.pdf. Acesso em: 05 de mar de 2022.

BRITO, Andréia Aparecida da Silva. Materiais virtuais para o ensino de geometria. In: Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Geometria / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014. p. 43- 45.

CALLAI, Helena Copetti. Aprendendo a ler o mundo: a geografia nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Cadernos Cedes, Campinas, v. 25, n. 66, p. 227-247, maio/ago. 2005.

FILIZOLA, Roberto. Geografia. In: Paraná. Secretaria de Estado da Educação. Ensino Fundamental de Nove Anos: orientações pedagógicas para os anos iniciais. Curitiba, 2010, p. 99-103.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. SALANDIM, Maria Ednéia Martins. Localização e Movimentação no espaço. In: Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Geometria / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014a. p.46-47.

KATUTA, Ângela Mssumi. O ensino e aprendizagem das noções, habilidades e conceitos de orientação e localização geográficas: algumas reflexões. Geografia, Londrina, v.9, n.1, p. 5-24, jan./jun. 2000.

MIGUEL, José Carlos. Alfabetização matemática: implicações pedagógicas. In: PINHO, Sheila Zambello de; SAGLIETTI, José Roberto Corrêa (org.). Núcleos de Ensino. São Paulo: Cultura Acadêmica Editora⁄UNESP Publicações, 2007. p. 414-429.

MIGUEL, José Carlos. O ensino de matemática na perspectiva da formação de conceitos: implicações teórico-metodológicas. In: PINHO, Sheila Zambello de; SAGLIETTI, José Roberto Corrêa (org.). Núcleos de Ensino. São Paulo: Cultura Acadêmica Editora⁄UNESP Publicações, 2005. p. 375-394.

NEGRINE, Airton. Educação psicomotora lateralidade e a orientação espacial. Porto Alegre Pallotti, 1986. p1- 45.

NOVACK. Suelen Ramos, SILVA, Pamela Freitas da Silva, TESSMANN, Jessica Moara da Cunha, DIAS, Liz Cristiane. A importância da lateralidade para a iniciação cartográfica nos anos iniciais. Congresso de Iniciação Científica da Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2013.

OLIVEIRA, George Luiz; BORGES, Fabricio; LIMA, Paulo Henrique Campos, SANTOS, Daniella Pereira. Lateralidade: conceito e sua importância no desenvolvimento motor da criança até os 12 anos de idade. 9º FEPEG, Montes Claros, MG, 2015.

SILVA, Guilherme Moreira da Silva; CASSOL, Roberto; RIZZATTI, Mauricio; BATISTA, Natália Lampert. Oficina pedagógica sobre lateralidade e orientação: uma experiência com alunos do ensino fundamental. XVII- Simpósio Brasileiro de Geografia Física Aplicada, Campinas, São Paulo, 2017.

ZIMER, Tania Teresinha Bruns. Matemática. In: Ensino Fundamental de nove anos: orientações pedagógicas para os anos iniciais. Arleandra Cristina Talin do Amaral, Roseli Correia de Barros Casagrande, Viviane Chulek (Orgs). Curitiba, PR : Secretaria de Estado da Educação, 2010, p.153-166.

Capítulo

09

Two famous conjectures (Pierre de Fermat and Andrew Beal)

Sandoval Amui

DOI: 10.47573/aya.5379.2.142.9

ABSTRACT

The author offers proofs for two famous conjectures relating to number theory: Fermat's Conjecture (Fermat' Last Theorem after Andrew Wiles) and Beal's Conjecture. He suggests that Fermat's Conjecture is a corollary and Pythagoras' Theorem is a particular case of a new theorem, which he proposed and named "Theorem of Infinite Right Triangles". The rationale behind that concept is the fact that Fermat's Conjecture and Pythagoras' Theorem are mere instances of a same unbreakable geometric law, a property of the circumference (its magic quadratic relationship), as expressed by the referred Theorem of Infinite Right Triangles and algebraically represented by the equality "x2 + y2 = constant". Regarding Beal's Conjecture, he proposes a proof solely based upon elementary concepts of arithmetic, geometry and trigonometry. In addition to the proof of the existence of a prime number as a common factor of the base numbers of the three powers of Beal's equality, he also offers an explanation why two out of three of those powers that form Beal's Conjecture must share a common exponent.

FERMAT'S CONJECTURE

Introduction

Pythagoras' Theorem is possibly the oldest and certainly the most famous theorem in the science of math, traditionally understood as a proper ty of the right triangle. Fermat's Conjecture is a famous conjecture proposed by the French judge Pierre de Fermat almost four hundred years ago, which challenged the best mathematician worldwide until recent times, when the British mathematician Andrew Wiles proposed a proof accepted by the math community.

In a previous book, "The circumference, Pythagoras and Fermat", published in 2019, by Cata Livros Editora, Brazil, I proposed the Theorem of Infinite Right Triangles, as a generalization of Pythagoras' Theorem. In that book, I also offered a proof for Fermat's Conjecture, using geometric concepts, associated to algebraic concepts.

In a subsequent article, published in 2020, by, Global Scientific Journal, volume 8, issue 8, August 2020 edition, p6, I presented another proof for Fermat' Conjecture, with the help of algebraic concepts in association with geometric concepts. In this second proposition, I suggested that Fermat's Conjecture has a clear and direct connection with the hyperellipse.

In this paper, I propose a third proof for Fermat's Conjecture based upon the referred Theorem of Infinite Right Triangles, since this theorem allows us to state that Pythagoras' Theorem and Fermat's Conjecture are mere instances of a same geometric law, the magic quadratic relationship of the circumference, algebraically represented by the equality "$x^2 + y^2 =$ constant".

Pythagoras' Theorem

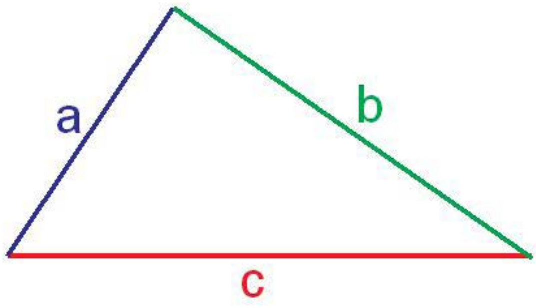
It is a common understanding that Pythagoras' Theorem is a property of the right triangle, and in its traditional concept it states that:

> **In any right triangle, the sum of the squares of the numbers that represent its legs is equal to the square of the number that represents its hypotenuse.**

As illustrated in the right triangle of Figure I, algebraically speaking:

$a^2 + b^2 = c^2$

Figure 1 - Pythagora's Theorem



Although correct, this traditional concept is a restricted understanding of a circumference property (its magic quadratic relationship). In fact, and as I will show, Pythagoras' Theorem is a particular case of a new theorem, which I named the Theorem of Infinite Right Triangles, a property of the circumference.

Fermat's Conjecture

Almost 400 years ago, Pierre de Fermat, a French judge, raised a question, initially known as Fermat's Conjecture, which challenged mathematicians and non-mathematicians until recent times, when the math community accepted a proof presented by the British mathematician Andrew Wiles. After Wiles, the math community refers to said Conjecture as Fermat's Last Theorem. The Conjecture states that:

> **With whole numbers, it is impossible to express a third power as the sum of two third powers or a fourth power as the sum of two fourth powers or, in general, any number to a power greater than the second power as the sum of two powers with the same exponent.**

In terms of algebra, if "x", "y" and "z" are whole numbers and "n" is an integer greater than "2":

$x^n + y^n \neq z^n$

Fermat was reading a book and added:

> **I found a truly marvelous proof for that statement, but the margin of this book is too narrow to write it.**

If Fermat in fact had a proof for his Conjecture, nobody knows, since he did not disclose it. Fermat's comment suggests that his proof, if it in fact exists, was rather concise and ingenuous, quite different from Wiles' proof, who work for many years and used numerous equations, concepts and theories that nobody knew at Fermat's time.

Theorem of Infinite Right Triangles

In the book previously referred, "The circumference, Pythagoras and Fermat", I introduced a new theorem, the Theorem of Infinite Right Triangles, which reflects a geometric law that rules a property of the circumference (its magic quadratic relationship), and I showed that this new theorem is a generalization of Pythagoras' Theorem.

I will reproduce the new theorem here to show in this article that Fermat's Conjecture is a corollary of said theorem. Figures II and III illustrate the new theorem.

Figure 2 - Angle formed by secants and the right triangle inscribed in a circumference

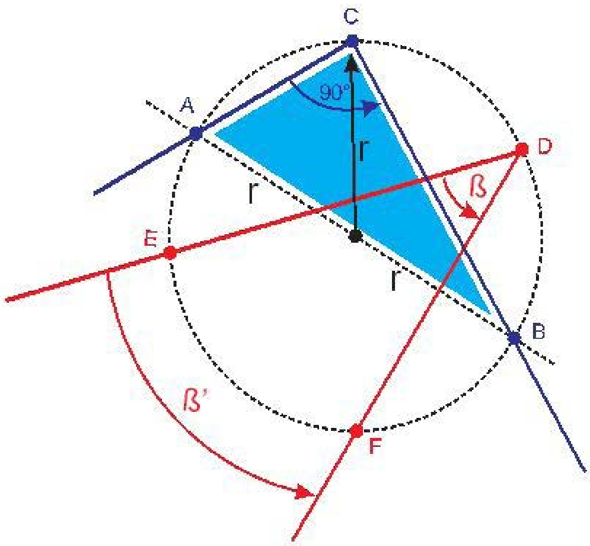
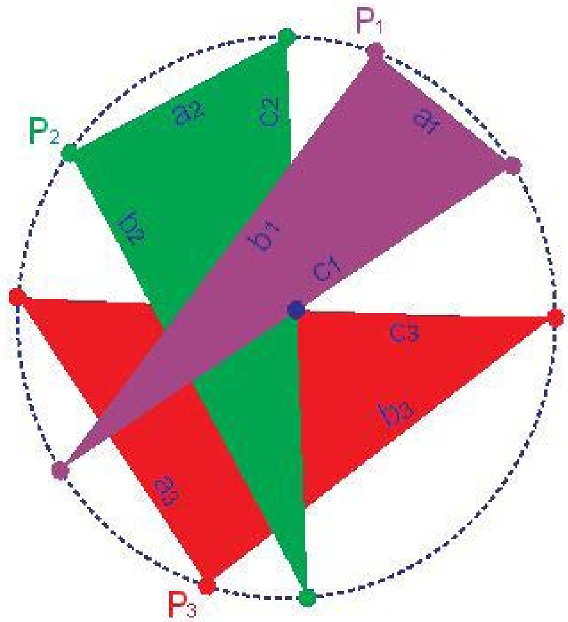


Figure 3 - Family of infinite right triangles inscribed in a same circumference



The angle "β" formed by secants "DE" and "DF" from a common point "D" placed in the circumference, shown in Figure II, is equal to half of the arch "β'" defined by such secants in the circumference, whatever the value of arch "β'".

It is then clear that two secants, which connect a point "C" in any circumference to the sides of any diameter, for instance "AB", define an arch of "180°" in the circumference, what means that the angle "ACB" will always be a right angle (90°).

As a result, the triangle formed by chords "CA" e "CB" with the diameter "AB" is a right triangle for any location of point "C" (with the sole exception when point "C" coincides with one of the ends of the diameter "AB"), and the right triangle hypotenuse is always the diameter of the circumference.

All the infinite triangles formed from any point "C" in a circumference contour line and any diameter "AB" of that circumference, as in Figure II, are right triangles and have the circumference diameter as their common hypotenuse. In fact, any circumference circumscribes a family of an infinite numbers of right triangles with a common hypotenuse.

In summary, we may enunciate the previously referred magic quadratic relationship as a property of the circumference:

> **The sum of the squares of the numbers that represent two segments of chords that connect any point in a circumference to the ends of any circumference diameter is constant and equal to the square of the number that represent the circumference diameter.**

Similarly, all infinite triangles formed from points "P_1", "P_2", "P_3" … and any diameter of the circumference that subscribes all of them, as in Figure III, are right triangles and have the same hypotenuse "c_1" = "c_2" = "c_3" … = "c", which is equal to the circumference diameter.

We may enunciate that circumference magic quadratic relationship as a function of the right triangle:

> **Any straight-line segment "z" is the hypotenuse of an infinite numbers of right triangles, in which the legs, "x" and "y", may take any value, provided the sum of their squares, "$x^2 + y^2$", remains constant, and equal to "z^2".**

Clearly, the geometric place resulting from the vertex of the right angles of the infinite right triangles, with a common hypotenuse, is a circumference that circumscribes all right triangles. The common hypotenuse is the circumference diameter.

We also may enunciate the circumference property, its magic quadratic relationship, as my Theorem of Infinite Right Triangles:

> **Every circumference circumscribes a family of right triangles, all of them with a common hypotenuse, which is the diameter of the circumscribing circumference. In all those infinite right triangles their legs may freely vary, provided the sum of the squares of the numbers that represent the legs remains constant, and equal to the square of the number that represents the diameter of the circumscribing circumference, which also is their common hypotenuse.**

$$a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2 = a_3^2 + b_3^2 \ldots = c^2$$

While Pythagoras' Theorem refers to a single right triangle, the Theorem of Infinite Right Triangles refers to a family of infinite right triangles circumscribed by a specific circumference, it being a generalization of Pythagoras' Theorem, and expressed in a more general algebraic form as:

$$(a^2 + b^2) = \text{constant}$$

All right triangles in that family of right triangles have a common hypotenuse (the circumference diameter), but their legs can freely vary, provided the sum of the squares of the numbers that represent said legs remains constant and equal to the square of the number that represents the circumference diameter.

As a further clarification:

We see in Figure IV that a same point "P" located in the contour line of a circumference indicates the right angle of a family of an infinite number of right triangles, which have the same hypotenuse, the circumference diameter.

We also see in Figure V that a same circumference diameter "AB" is the hypotenuse of a family of an infinite number of right triangles inscribed in said circumference.

Figure 4 - Different right triangles from a same point in a circumference

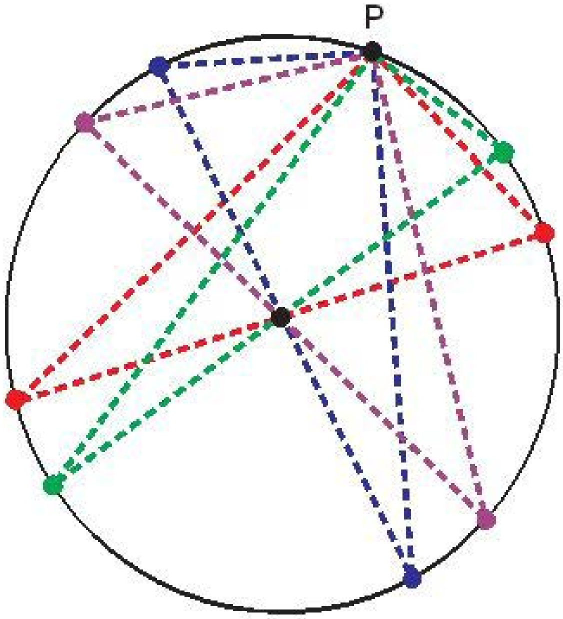
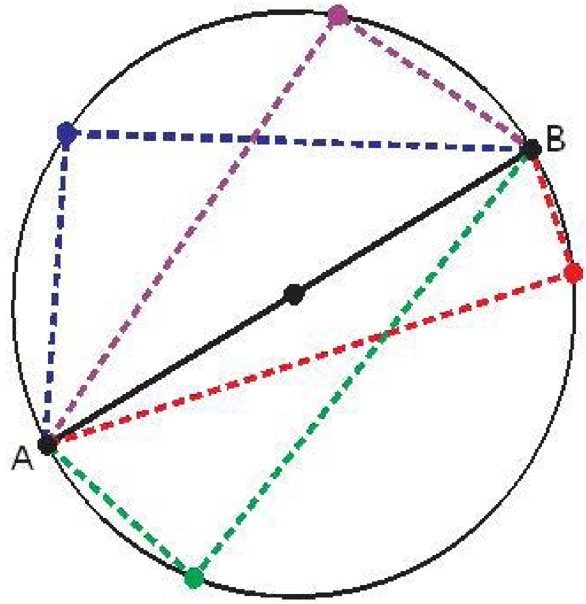


Figure 5 - Different right triangles with a same hypotenuse



Each family of right triangles have an unbreakable link with a specific circumference and obey the circumference quadratic relationship, “$x^2 + y^2 = z^2 =$ constant”. Clearly, “x” and “y” are the variable legs, and “z” is the common hypotenuse of all right triangles of a same family, as well as the diameter of the specific circumference circumscribing the right triangles.

We may state:

If three straight-line segments form a right triangle, the numbers “x”, “y” and “z”, which represent the three straight-line segments, will obey the quadratic relationship, “$x^2 + y^2 = z^2$”. The largest segments will be the hypotenuse “z”. Mutatis mutandis, if three numbers, “x”, “y” and “z”, obey the quadratic relationship, “$x^2 + y^2 = z^2$”, they represent three straight-line segments, which form a right triangle, in which “x” and “y” are the legs, and “z” is the hypotenuse of the formed right triangle. The number “z” will also be the diameter of the circumference that circumscribes a family of right triangles, all of them with a common hypotenuse “z”.

FERMAT’S CONJECTURE AS A COROLLARY OF THE THEOREM OF INFINITE RIGHT TRIANGLES

With the purpose to prove Fermat’s Conjecture as a corollary of my Theorem of Infinite Right Triangles, let us recall that the theorem requires that any circumference must circumscribe a family of an infinite number of right triangles. In all right triangles of that family, the legs “x” and “y” can freely vary, provided the sum of their squares remains constant and equal to the square of a common hypotenuse “z”. The common hypotenuse also is the diameter of the circumscribing circumference. In terms of algebra:

$$x^2 + y^2 = z^2 = \text{constant}$$

If Fermat’s expression, “$x^n + y^n = z^n$”, is a true equality, the Theorem of Infinite Right

Triangles imposes that "$(x^{n/2})^2 + (y^{n/2})^2 = (z^{n/2})^2 = constant$", what requires the numbers "$x^{n/2}$" and "$y^{n/2}$" to freely vary, while "$z^{n/2}$" remains constant. To allow the legs to vary, we either alter "x" and "y" or we alter the exponent "n". We cannot change "x", "y" and "z", because we will modify the original equality "$x^n + y^n = z^n$". If we change the exponent "n", the term "$z^{n/2}$" will not remain constant.

Then, we see that, if "n" is greater than "2", we cannot allow the numbers "$x^{n/2}$" and "$y^{n/2}$" to vary and, at the same time, maintain the sum of their square values constant (meaning "$z^{n/2}$" constant), as required by the Theorem of Infinite Right Triangles. For "$n > 2$", there is no circumference of diameter "$z^{n/2}$" = constant" circumscribing a family of right triangles with variable legs "$x^{n/2}$" and "$y^{n/2}$".

A numerical example will clarify the reasoning. Suppose we want to test Fermat's Conjecture for any three whole numbers randomly selected, for instance, "3", "5" and "k", and "n" integer greater than "2", as follows:

$$3^n + 5^n = k^n$$

We may rewrite that math expression as follows:

$$(3^{n/2})^2 + (5^{n/2})^2 = (k^{n/2})^2 = constant$$

With the purpose to allow the numbers "$3^{n/2}$" and "$5^{n/2}$"freely vary, we cannot change the base numbers "3", "5" and "k". We can only alter the exponent "n". However, a change of "n" contradicts the Theorem of Infinite Right Triangles, since it is not possible to change "n", and at the same time keep the number "$k^{n/2}$" constant. Then:

$$3^n + 5^n \neq k^n$$

Whatever the base numbers, "x", "y" and "z", and the exponent "n" (other than "1" or "2"), the reasoning would be the same.

Figures VI, VII and VIII illustrate the geometric law that supports the previous statements. Except for "n = 1" or "n = 2", any modification of the numbers "xn/2" and "yn/2" also imposes a modification of the number "zn/2" (what contradicts the Theorem of Infinite Right Triangles).

> **In order to exist one single right triangle (to contradict Fermat's Conjecture), with legs "a" and "b" and hypotenuse "c", its circumscribing circumference imposes the existence of a family of an infinite number of right triangles, with a common hypotenuse "c", to which said single right triangle belongs. All right triangles of that family (with variable legs "a" and "b") obey the same circumference quadratic relationship, "$a^2 + b^2 = c^2$" = constant", in which "c" also is the constant circumference diameter.**

Inevitably, and whatever the values of "x", "y" and "z" in Fermat's math expression, the circumference property imposes the quadratic relationship "$x^2 + y^2 = z^2 = constant$" for each family of right triangles, and Fermat's math equality, "$x^n + y^n = z^n$", requires the exponent "n" to be equal to "1" or "2".

Figure 6 - Geometric law and the circumference property expressed by the quadratic relationship.

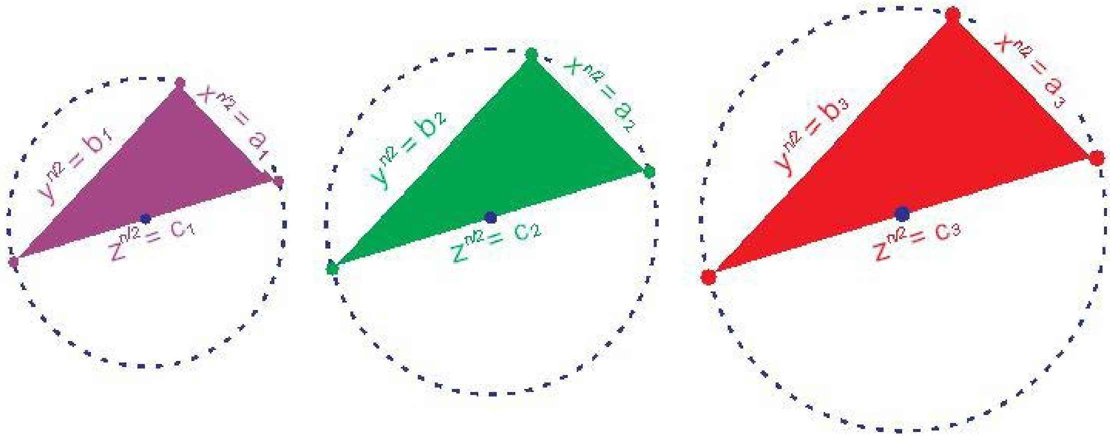


Figure 7 - Different hypotenuses and different circumference diameters

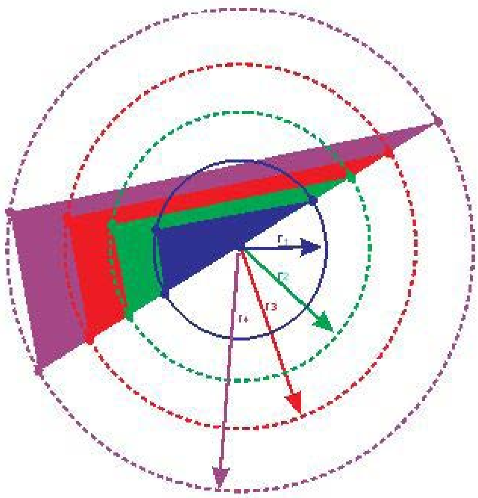
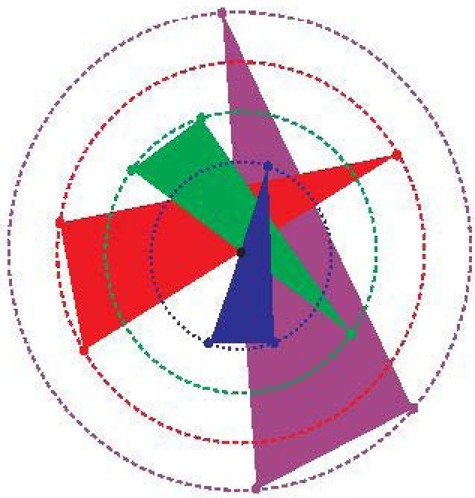


Figure 8 - Right triangles and their respective circumferences



In brief, the right triangle that could contradict Fermat's Conjecture does not exist

We see in Figure IX a specific circumference that circumscribes a family of right triangles as the one formed from point "P" and any circumference diameter "z". It means that the three numbers representing any three straight-line segments that form all right triangles of that family, with a common hypotenuse "z", obey the circumference quadratic relationship, "$x^2 + y^2 = z^2 = \text{constant}$" ($n = 2$ in Fermat's equality).

Whatever three numbers, "a", "b" and "c", if they do not obey the quadratic relationship"$a^2 + b^2 = c^2 = \text{constant}$", "c" being the largest number, the three straight–line segments they represent cannot form a family of right triangles with a hypotenuse "c". They can form acute triangles (as from point P_1), obtuse triangles (as from points P_2 and P_3), or no triangle at all, as segments "a" and "b" in Figure IX, but in no case these three numbers can satisfy the original relationship "$a^n + b^n = c^n$" (except for "$n = 1$").

Figure X shows that each one of the three given straight-line segments, which form a non-right triangle, is the diameter of a different circumference, and form a different family of right triangles with other segments, but not with the two remaining segments previously considered. For all the infinite right triangles formed from each side of the non-right triangle, “$x^{n/2} = a$”, “$y^{n/2} = b$” and “$z^{n/2} = c$”, the quadratic relationship “$x^2 + y^2 = z^2 = constant$” prevails, and each segment becomes the common hypotenuse (New “z”, and “$n = 2$”) of those different families of right triangles.

Figure 9 - Different triangles, if any

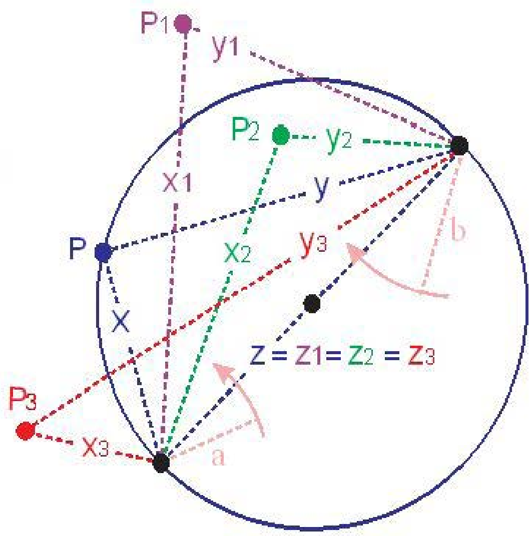
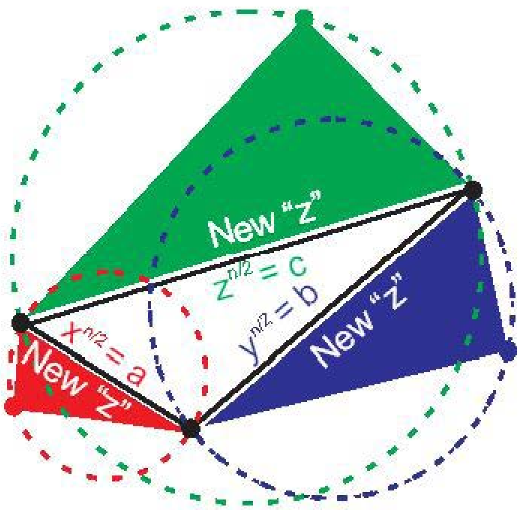


Figure 10 - Families of right triangles from the sides of a non-right triangle



We may state the validity of Fermat’s Conjecture as a corollary of my Theorem of Infinite Right Triangles

The geometric law, which imposes the quadratic relationship, “$x^2 + y^2 = z^2 = constant$”, is a property of the circumference, and the rationale behind the statement that Pythagoras’ Theorem and Fermat’s Conjecture are instances of a same geometric law and particular views of my Theorem of Infinite Right Triangles.

COMMENTS

A geometric law requires the chords connecting any point in a specific circumference to the ends of any one of the circumference diameters, to form a family of right triangles with a common hypotenuse, whatever the value of the circumference diameter. Said geometric law also imposes a magic quadratic relationship “$(x^2 + y^2) = z^2 = constant$”, where “$x$” and “$y$” are numbers that represent the variable chords (the legs of all right triangles), and “z” the number that represent the circumference diameter (also the common hypotenuse of all right triangles).

There is no right triangle disconnected from a specific circumscribing circumference. Additionally, that specific circumference that circumscribes a right triangle, also imposes the existence of a family of right triangles, all of them with a common hypotenuse, what means that “$(x^2 + y^2) = z^2 = constant$”. It also means that Fermat’s equality, “$x^n + y^n = z^n$”, requires “$n = 1$” or “$n = 2$”.

There are math questions, which must comply with geometric laws. Pythagoras’ Theorem and Fermat’s Conjecture (Fermat’s Last Theorem after Andrew Wiles) are good examples of matters, which are dependent upon geometric laws. Their proofs require a logic algebraic approach, which implies geometry, what I did by introducing the Theorem of Infinite Right Triangles.

> **As previously stated, Pythagoras' Theorem is a particular case, and Fermat's Conjecture (Fermat's Last Theorem after Andrew Wiles) is a corollary of the Theorem of Infinite Right Triangles. Mere instances of a same geometric law, the circumference quadratic relationship.**

BEAL'S CONJECTURE

Introduction

The Beal Conjecture is a well-known unsolved math question in number theory, proposed by Daniel Andrew Beal, a banker and amateur mathematician. The conjecture, sometimes referred to as a generalization of Fermat's Conjecture, states that:

> **If "$A^x + B^y = C^z$", "A", "B" and "C" must have a common prime number, provided all numbers are positive integers, and all the exponents are greater than "2".**

It is relevant to emphasize that the conjecture imposes four conditions:

1st) the math expression "$A^x + B^y = C^z$" is a true equality;

2nd) "A", "B" and "C" are non-zero integers;

3rd) "x", "y" and "z" are integers greater than "2"; and

4th) "A", "B" and "C" have a common prime factor (we have to ignore the number "1", which is not a prime number).

The first three conditions of Beal's Conjecture are mere preliminary requirements, which we have to observe. For the fourth condition, the math community requires proof. In this paper, I propose that proof with the help of elementary concepts of arithmetic, geometry and trigonometry.

I also offer a line of reasoning to explain why two out of three of the powers that satisfy Beal's Conjecture (explicitly or not) must share a common exponent

As a preliminary comment, I say that if the powers "A^x", "B^y" and "C^z" of Beal's Conjecture do not have a common factor (CF_P), and two out of three of the powers do not have a common exponent the first condition imposed by the Conjecture will not occur

With the purpose to have a common understanding about abbreviations used in this paper, let us assume that:

CF_P means a common factor of the powers "A^x", "B^y" and "C^z";

LCF_P means the least common factor of the powers "A^x", "B^y" and "C^z";

CF_B means a common factor of the base numbers "A", "B" and "C";

LCF_B means the least common factor of the base numbers "A", "B" and "C";

LF_B means the least factor of one or more than one of the base numbers, but not necessarily the least factor of all of the three base numbers.

To illustrate the meaning of these abbreviations, let us consider three powers, which satisfy Beal's Conjecture, "$33^5 + 66^5 = 33^6$", where "$A^x = 33^5$", "$B^y = 66^5$" and "$C^z = 33^6$":

CF_P = 39,135,393 and others;

LCF_P = 3 (and 11, as prime numbers);

CF_B = 33 and others;

LCF_B = 3 (and 11, as prime numbers);

LF_B = 2 (a prime number of the base number "B = 66").

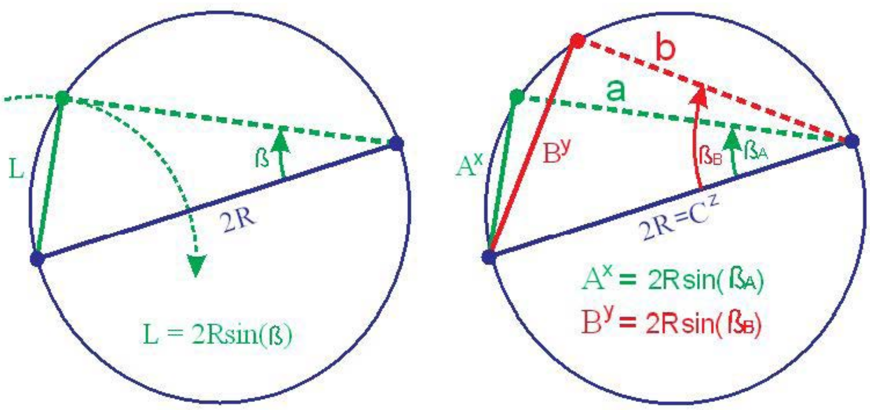
FIRST CONDITION REQUIRED BY BEAL'S CONJECTURE

Fundamentals of geometry and trigonometry – the circumference chord

As we see in Figure I, we can express any circumference chord "L" as a function of the circumference radius "R" by using a trigonometric relationship applicable to right triangles.

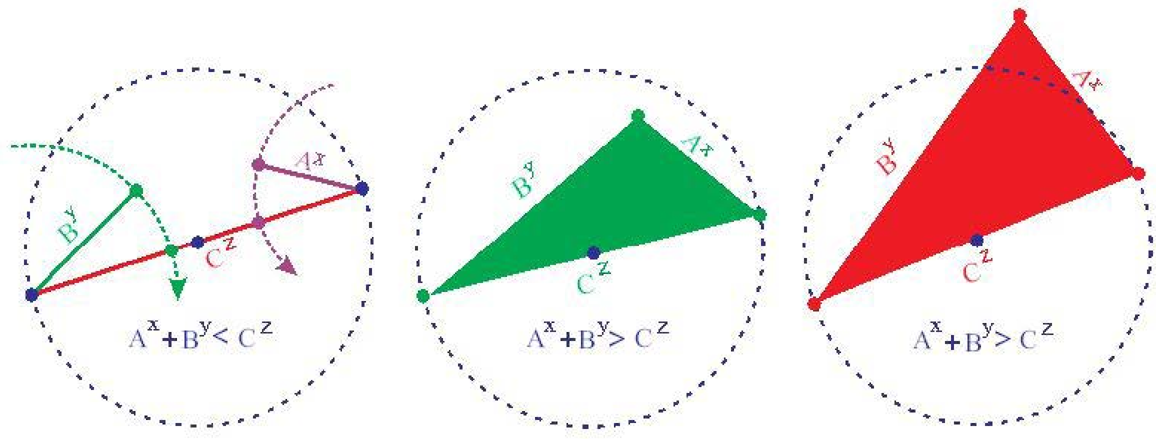
Beal's Conjecture requires that "$A^x + B^y = C^z$". It is possible to associate the three powers of Beal's equality "A^x", "B^y" and "C^z" to straight-line segments, and analyze what kind of geometric figure occurs when said powers assume different values. Then, we can represent the straight-line segments associated to the powers of Beal's math expression "A^x" and "B^y" as chords and "C^z" as the diameter of a circumference (2R), as we see in Figure I.

Figure 11 - Circumference chords



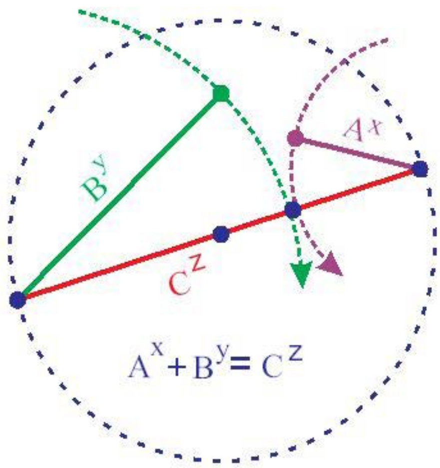
It is clear that, in order to comply with the first condition required by the conjecture, $A^x + B^y = C^z$, we have to avoid all the situations where the sum of the two straight-line segments represented by "A^x" and "B^y" is different from "C^z", as in Figure II. If these two straight-line segments form any triangle (including right triangles), the sum of two sides is greater than the largest side: "$A^x + B^y > C^z$". If that sum is lesser than the largest side, "$A^x + B^y < C^z$".

Figure 12 - Non-compliance with the first condition



However, the previous situations do not mean that there are not numbers, which meet Beal's equality. It corresponds to the case where the sum of two straight-line segments, "A^x" and "B^y", is equal to the largest straight-line segment, "C^z", the only acceptable situation. In a circumference, the diameter is equal to the sum of two chords, as in Figure III, "$A^x + B^y = C^z$". Since "A", "B", "C", "x", "y" and "z" are integers, obviously, "A^x", "B^y" and "C^z" are integers. As a result, only diameters and chords represented by integers can satisfy Beal's Conjecture.

Figure 13 - Compliance with the first condition



Having in mind the previously referred property of a circumference, which expresses the length of a circumference chord in function of the circumference radius, and that Beal's Conjecture requires "$A^x + B^y = C^z$", Figure I allows us to state that:

$A^x = 2R\sin(ß_A)$

$B^y = 2R\sin(ß_B)$

$C^z = 2R$

$2R\sin(ß_A) + 2R\sin(ß_B) = 2R$

$\sin(ß_A) + \sin(ß_B) = 1, \qquad ß_A + ß_B = 90º$

According to the requirements of Beal's Conjecture, "$C^z = 2R$", "$A^x = 2R\sin(ß_A)$" and "$B^y = 2R\sin(ß_B)$" are whole numbers.

Since the math expression "$2R\sin(ß_A) + 2R\sin(ß_B) = 2R$" can be a true equality for any value of "R" (not necessarily satisfying Beal's Conjecture), we can state that there exist a link that connects these three terms, which relates to "$C^z = 2R$".

First elementary arithmetic property

Knowing that "M^n" is a power of a non-zero integer "M" raised to an integer exponent "n" equal to or greater than "2", "M^n" necessarily has one or more factors, as "M", factors of "M" and/or multiples of "M", including a least factor, either the base number "M" or a factor of "M", and necessarily a prime number.

Examples:

$M^n = 3^5 = 3.3.3.3.3 = 243$

Factors of M^n = 3, 9 and others.

Least factor of $(M^n) = M = 3$ (a prime number)

$M^n = 38^3 = 38.38.38 = 54,872$

Factors of M^n = 2, 19 and others.

Least factor of (M^n) = Least factor of (M) = Least factor of (38) = 2 (a prime number)

As a result, if three powers "A^x", "B^y" and "C^z", of a non-zero integers "A", "B" and "C"," raised to integer exponents greater than "2", "x", "y" and "z", have a common factor, the corresponding base numbers, "A", "B" and "C", also have a common factor, not necessarily satisfying Beal's Conjecture. The least common factor of the base number's "A", "B" and "C" is one or more than one of the three base numbers or is the least factor of one or more than one of these three base numbers (we have to ignore the number "1", since it is not a prime number).

Examples of common factors of certain powers:

2^5	6^4	8^3
32	1,296	512

CF_P = 2, 8, 16 etc.

$LCF_P = 2$.

$CF_B = 2$, a prime number, also the LCF_B and the LF_B of "A", "B" and "C".

3^4	9^3	27^3
81	729	19,683

CF_P = 3, 9 etc.

$LCF_P = 3$.

$CF_B = 3$, a prime number, also the LCF_B and the LF_B of "A", "B" and "C".

5^3 5^4 10^3

125 625 1,000

$CF_P = 5, 25$ etc

$LCF_P = 5.$

$CF_B \equiv = 5$, a prime number, the LCF_B of "A", "B" and "C", and also the LF_B of "A" and "B", but not LF_B of "C", which is 2.

Mandatorily, the least factor "LF_B" of one or more than one of the base numbers is the least common factor "LCF_B" of all base numbers, and necessarily a prime number, but not necessarily the least factor of all of the three base numbers. For instance, in the third example above, "5" is the least common factor "LCF_B" of the three base numbers, "A = 5", "B = 5" and "C = 10" (and a prime number), but not the least factor "LF_B" of "C = 10", which is "2".

Second elementary arithmetic property

Knowing that "M" is a non-zero integer and "n" is a integer equal to or greater than "2", if "K = Mnsin (ß)" is a whole number, "sin(ß)" (except zero and "1") must be a fractional number (the ratio of two integers "p/q"), since the number behind "sin(ß)" cannot be a non-terminating decimal.

Examples:

Assuming $M^n = 3^5 = 243$

Resulting K = 216

$K = M^n\sin(ß) = 3^5\sin(ß) = 243 \sin(ß) = 216$

$Sin(ß) = K/Mn = 216/243 = 8/9$

p = 8 and q = 9

We see that:

$(M^n – K) = (243 – 216) = 27$

$(M^n – K)/M^n = 27/243 = 1/9$

Then, "(q - p) = 1", since that "p/q" and "(q – p)/q" are numbers complementary to unity.

Assuming $M^n = 57^3 = 185,193$

Resulting K = 54,872

$K = M^n\sin(ß) = 57^3\sin(ß) = 185,193 \sin(ß) = 54,872$

$Sin(ß) = K/Mn = 54,872/185,193 = 8/27$

p = 8 and q = 27

Similarly, "(q – p) = 19", since "p/q" and "(q – p)/q" are numbers complementary to unity:

$(M^n - K) = (185,193 - 54,872) = 130,321$

$(M^n - K)/M^n = 130,321/185,193 = 19/27$

As a result, since "Mn", "q" and "K = Mnsin (ß)" are whole numbers, "q" must be a factor of "Mn", and "Mn/q" must be a common factor of "Mn" and "K". In the examples above:

$q = 9,\ M^n/q = 243/9 = 27$

$K = (M^n/q)p = 27x8 = 216$

$q = 27,\ M^n/q = 185,193/27 = 6,859$

$K = (M^n/q)p = 6,859x8 = 54,872$

Application of concepts to Beal's Conjecture

If we put together the elementary concepts previously discussed, we can rewrite Beal's Conjecture as follows:

$A^x = 2R\sin(ßA) = C^z(p/q)$

$B^y = 2R\sin(ßB) = C^z[(q-p)q]$

$C^z(p/q) + C^z[(q-p)q] = C^z$

"$A^x = (C^z/q)p$" and "$B^y = (C^z/q)(q - p)$", and we know that "p/q" and "$(q - p)/q$" cannot be zero, "1" or non-terminating decimals, because "$C^z(p/q)$" and "$C^z[(q-p)q]$" are whole numbers.

Since "C^z", "A^x", "B^y", "p", "q" and "$(q - p)$" are whole numbers, and "p/q" and "$(q - p)/q$" are numbers complementary to unity, we can say that "q" is a factor of "C^z", and "(C^z/q)" is a common factor "CF_P" of "A^x", "B^y" and "C^z".

These elementary concepts allow us to state that powers that satisfy Beal's Conjecture obey the following formation law:

$(C^z/q)p + (C^z/q)(q - p) = C^z$

Where

$A^x = (C^z/q)p$ and $(p/q) = A^x/C^z$

$B^y = (C^z/q)(q - p)$ and $(q - p)/q = B^y/C^z$

We can also say that the powers "A^x", "B^y" and "C^z" have a common factor (CF_P) as follows:

$CF_P = C^z/q = A^x/p = B^y/(q - p)$

As a restatement of the first elementary arithmetic property, the formation law tells us that the base number "C" or a factor of "C" is a common factor with the other base numbers "A" and "B". This common factor is a prime number or a multiple of a prime number.

In summary, to satisfy Beal's Conjecture the powers "A^x", "B^y" and "C^z" must have common factors (CF_P). One of these common factors or their least common factor (LCF_P) is a common factor (CF_B) of their respective base numbers "A", "B" and "C". The least factor (LF_B) of one or more than one of the base numbers (necessarily a prime number) is the least common factor (LCF_B) of all base numbers.

Side comment

In respect of the numbers complementary to unity, "p/q" and "$(q-p)/q$", we have three possible cases "$(p < q)$":

First case

$p = 1$ and $q = 2$;

$C^z(p/q) + C^z[(q-p)/q)] = C^z(1/2) + C^z(1/2) = C^z$

$A^x = B^y = (1/2)C^z$

$C^z/q = C^z/2$

$C^z/q = C^z/2$ is a CF_P of "A^x", "B^y" and "C^z".

"$A = B$" and "$x = y$" (either explicitly or not). We see that two out of three of the powers must share a common exponent.

Example 1

$2^3 + 2^3 = 2^4$

$8 + 8 = 16$

$p = 1;\ q = 2;\ (q - p) = 1$

$C^z/q = 16/2 = 8$

$A^x/p = 8/1 = 8$

$B^y/(q - p) = 8/1 = 8$

$C^z/q = A^x/p = B^y/(q - p) = 8$

Following the formation law, it is possible to say that:

$k(2^3) + k(2^3) = k(2^4)$

$2(2^3) + 2(2^3) = 2(2^4)$

$16 + 16 = 32$

$2^4 + 2^4 = 2^5$

That case explains why the general expression "$2^n + 2^n = 2^{n+1}$" has an infinite number of solutions for "$n > 2$".

Example 2:

$2^9 + 8^3 = 4^5$

$(2^3)^3 + 8^3 = 4^5$

$8^3 + 8^3 = 4^5$

512 + 512 = 1,024

p = 1; q = 2; (q – p) = 1

C^z/q = 1,024/2 = 512

A^x/p = 512/1 = 512

$B^y/(q – p)$ = 512/1 = 512

$C^z/q = A^x/p = B^y/(q – p) = 512$

$C^z/q)$ = 1,024/2 = 512 is the CF_P of "A^x", "B^y" and "C^z".

"A = B" and "x = y" (not necessarily explicitly). We see that two out of three of the powers must share a common exponent.

Then, "p = 1" and "q = 2", "$A^x = B^y = (1/2)C^z$" and "A = B". "A^x" and "B^y" have a common exponent.

Second case

p = 1 and q > 2;

$C^z(p/q) + C^z[(q-p)/q)] = C^z(1/q) + C^z[(q – 1)/q] = C^z$

Example 1:

$3^3 + 6^3 = 3^5$

27 + 216 = 243

p = 1; q = 9; q – p = 8

C^z/q = 243/9 = 27

A^x/p = 27/1 = 27

$B^y/(q – p)$ = 216/8 = 27

$C^z/q = A^x/p = B^y/(q – p) = 27$

Example 2:

$162^3 + 27^4 = 9^7$

$162^3 + (3x27)^3 = 9^7$

$162^3 + 81^3 = 9^7$

4,251,528 + 531,441 = 4,782,969

$p = 8, q = 9, q – p = 1$

$C^z/q = 4{,}782{,}969/9 = 531{,}441$

$A^x/p = 4{,}251{,}528 /8 = 531{,}441$

$B^y/(q – p) = 531{,}441/1 = 531{,}441$

$C^z/q = A^x/p = B^y/(q – p) = 531{,}441$

Third case

$p > 1$ and $q > 2$;

$C^z(p/q) + C^z[(q-p)/q)] = C^z$

Example 1:

$34^5 + 51^4 = 85^4$

$45{,}435{,}424 + 6{,}765{,}201 = 52{,}200{,}625$

$p = 544; q = 625; (q – p) = 81$

$C^z/q = 52{,}200{,}625/625 = 83{,}521$

$A^x/p = 45{,}435{,}424 /544 = 83{,}521$

$B^y/(q – p) = 6{,}765{,}201/81 = 83{,}521$

$C^z/q = A^x/p = B^y/(q – p) = 83{,}521$

Example 2:

$19^4 + 38^3 = 57^3$

$130{,}321 + 54{,}872 = 185{,}193$

$p = 19; q = 27; q – p = 8$

$C^z/q = 185{,}193/27 = 6{,}859$

$A^x/p = 130{,}321/19 = 6{,}859$

$B^y/(q – p) = 54{,}872 /8 = 6{,}859$

$C^z/q = A^x/p = B^y/(q – p) = 6{,}859$

We see that three powers that satisfy Beal’s Conjecture obey the previously referred formation law, and have common factors. The base numbers of the powers also have common factors. Examples:

$2^3 + 2^3 = 2^4$

$8 + 8 = 16$

$CF_p[(p) + (q - p) = (q)] \quad \rightarrow \quad 8[(1) + (1) = (2)]$

$LCF_B[(a) + (b) = (c)] \quad \rightarrow \quad 2[(1) + (1) = (1)]$

$3^3 + 6^3 = 35$

$27 + (2x3)3 = 243$

$27 + 216 = 243$

$CF_P[(p) + (q - p) = (q)] \quad \rightarrow \quad 27[(1) + (8) = (9)]$

$LCF_B[(a) + (b) = (c)] \quad \rightarrow \quad 3[(1) + (2) = (1)]$

$3^9 + 54^3 = 3^{11}$

$(3^3)^3 + 54^3 = 3^{11}$

$19{,}683 + 157{,}464 = 177{,}147$

$CF_P[(p) + (q - p) = (q)] \quad \rightarrow \quad 19{,}683[(1) + (8) = (9)]$

$LCF_B[(a) + (b) = (c)] \quad \rightarrow \quad 3[(1) + (18) = (1)]$

$34^5 + 51^4 = 85^4$

$45{,}435{,}424 + 6{,}765{,}201 = 52{,}200{,}625$

$CF_P[(p) + (q - p) = (q)] \quad \rightarrow \quad 83{,}521[(544) + (81) = (625)]$

$LCF_B[(a) + (b) = (c)] \quad \rightarrow \quad 17[(2) + (3) = (5)]$

COMMON EXPONENT

We already said that the first condition required by Beal's equality implies that the powers "A^x", "B^y" and "C^z" must obey a formation law and share a common factor "CF_P". We will see that, in addition to that, two out of three of the powers must share a common exponent, as follows:

A^x and B^y:

$2^9 + 8^3 = 4^5 \quad (2^3)^3 + 8^3 = 4^5 \quad 8^3 + 8^3 = 4^5$

A^x and C^z:

$7^6 + 7^7 = 98^3 \quad (7^2)^3 + 7^7 = (14x7)^3 \quad 49^3 + 77 = 98^3$

B^y and C^z:

$34^5 + 51^4 = 85^4$

Powers of Beal's equality obey a formation law:

$A^x + B^y = C^z$

$(p/q)(C^z) + [(q – p)/q](C^z) = (C^z)$

If we want to analyze the exponents of the three powers of Beal's equality, "A^x", "B^y" and

"C^z", it is necessary to take into account that we deal with three powers (which have a common factor), formed with different base numbers (which also have a common factor), raised to different exponents.

The three powers, "A^x", "B^y" and "C^z", have common factors (CF_P), and a least common factor (LCF_P), what means their base numbers, "A", "B" and "C", also have common factors (CF_B) or a least common factor (LCF_B). Then, we can express the powers of Beal's equality as a function of a common factor (CF_B) or of the least common factor (LCF_B) of the base numbers.

Possible arrangements

All three powers have a same base number, equal to "2", and two of them share a common exponent. Beal's Conjecture follows the general formula "$2^n = 2^n = 2^{n+1}$":

$2^3 + 2^3 = 2^4$

$2^4 + 2^4 + 2^5$

Two out of three powers present a common base number, and two of them share a common exponent (explicitly or not):

$2^9 + 8^3 = 4^5$

$(2^3)^3 + 8^3 = 4^5$

$8^3 + 8^3 = 4^5$

It is possible to modify one or more than one base number, in a manner to reveal that two powers share a common exponent:

$7^6 + 7^7 = 98^3$

$(7^2)^3 + 7^7 = 98^3$

$49^3 + 7^7 = 98^3$

$162^3 + 27^4 = 9^7$

$162^3 + (3x27)^3 = 9^7$

$162^3 + 81^3 = 9^7$

As the principle behind Beal's equality, we have to keep in mind we perform an addition (as "$C^z = A^x + B^y$") or a subtraction (as "$B^y = C^z - A^x$" or "A^x" = $C^z - B^y$") operation with two powers, and need to obtain a third power as the result, and all that under the restricted conditions required by the Conjecture.

Third elementary arithmetic property

Since we need to deal with addition or subtraction of two powers, with different integer base numbers, raised to different integer exponents, to obtain a third power, with an integer base number, raised to an integer exponent, it is necessary to express the two powers in terms of their common factors, in order to proceed with the arithmetic operation. I refer to this concept as the "third elementary arithmetic property".

If we cannot consistently express the powers in function of common factors, it is not possible to perform the desired arithmetic operation. That is the reason why two out of three of the powers must share a common exponent, explicitly or not.

To clarify the line of reasoning, consider the following examples:

Consider "$A^x + B^y = C^z$", and a common factor or the least common factor of the base number "A", "B" and "C". Then, we can rewrite each one of the three powers, as "M^n", to express them in function of one of said factors and common exponents:

a) $M^n = (m.CF_B)^n = m^n.(CF_B)^n$

$6^3 = (2.3)^3 = (2^3)(3^3)$

b) $M^n = (M^{n/xo})^{xo}$

$3^9 = (3^3)^3$

c) $M^n = (M^{xo})(M^{n-xo})$

$3^5 = (3^3)(3^2)$

Example: Find "C^z" given "Ax" and "B^y", when "$CF_B = LCF_B$" $= 3$", and common exponent $= 3$.

$C^z = A^x + B^y = ?$

$C^z = 3^3 + 6^3 = ?$

$C^z = 3^3 + (2x3)^3 = (3^3) + (2^3)(3^3) = 3^3(1 + 2^3) = (3^3)(3^2) = 3^5$

$C^z = 3^5$

Other numerical examples:

A^x and B^y with a common exponent:

$A^x = C^z - B^y = ?$

$A^x = 4^5 – 8^3 = ?$

$A^x = 4^5 – 8^3 = 4^3.4^2 – (2x2x2)^3 = (2^3)(2^3)(2^2)(2^2) – (2^3)2^3)(2^3) = (2^3)(2^3)[(2^2)(2^2) – (2^3)] = 2^3.2^3(16 – 8) = (2^3)(2^3)(2^3) = (2^3)^3 = 2^9$

$A^x = 8^3 = 2^9$

A^x and C^z with a common exponent:

$C^z = Ax + By = ?$

$C^z = 76 + 77 = ?$

$C^z = 7^6 + 7^7 = 7^6 + 7(7^6) = 7^6(1 + 7) = (7^6)(2^3) = [(7^2)^3](2^3) = (49^3)(2^3) = 98^3$

$C^z = 98^3$

B^y and C^z with a common exponent:

$B^y = C^z - A^x = ?$

$B^y = 85^4 - 34^5 = ?$

$B^y = 85^4 – 34^5 = (5x17)^4 - (2x17)^5 = (5^4)(17^4) – (2^5)(17)(17^4) = (17^4)(5^4 – 17.2^5) = (17^4)(625 - 544) = 17^4(81)= (3^4)(17^4) = 51^4$

$By = 51^4$

It seems self-evident that, under the restrictions required by Beal's Conjecture, to perform addition or subtraction operations with two powers to obtain a third power, two out of three of the powers must share a common exponent.

SUMMARY

In respect of Beal's Conjecture, I offered a proof that:

(a) the Conjecture is a true statement. Under the conditions it requires, if "$A^x + B^y = C^z$", then "A", "B" and "C" have a prime number as a common factor;

(b) the three powers obey a formation law, as follows:

$(C^z/q)p + (C^z/q)(q – p) = C^z$

Where

$A^x = (C^z/q)p$

$B^y = (C^z/q)(q – p)$

"p/q" and "$(q - p)/q$" are fractional numbers, the ratio between two integers, since they cannot be zero, one or non-terminating decimals.

(c) further, given that "p/q" and "$(q – p)/q$" are numbers complementary to unity, "q", is a factor of "C^z";

(d) and the powers "Ax", "By" and "Cz" have a common factor (CFP) equal to "$C^z/q = A^x/p$" $= B^y/(q – p)$";

(e) since the powers, "A^x", "B^y" and "C^z", have a common factor (CF_P), one of their common factors or their least common factor (LCF_P) is a common factor (CF_B) of their respective base numbers , "A", "B" and "C". The "LCF_B" of "A", "B" and "C" is the least factor (LF_B) of one or more than one of those base numbers, and necessarily a prime number.

I also offered a line of reasoning to explain why two out of three of the powers of Beal's equality (explicitly or not) must share a common exponent.

COMMENTS

My suggested proof only required a logical reasoning about elementary concepts of arithmetic, geometry and trigonometry.

Beal's Conjecture implies addition or subtraction operations with two terms, expressed as powers of integer base numbers raised to integer exponents, to obtain a third term, also expressed as a power of an integer base number raised to an integer exponent. Then, the restricted conditions of Beal's Conjecture require that:

The three powers of Beal's Conjecture must obey a formation law, share a common factor, and explicitly or not, two out of three of the powers must share a common exponent.

REFERENCES

AMUI, Sandoval, you may not enjoy mathematics (but you do not have to hate it), AYA Editora, Brazil, 2022.

AMUI, Sandoval, Mathematics: A philosophical-speculative essay, AYA Editora, Brazil, 2021.

AMUI, Sandoval, A new math foundation, volume 8, issue 8, August 2020 edition, p6.html; http://www.globalscientificjournal.com/journal, volume 8.

AMUI, Sandoval, The circumference, Pythagoras and Fermat, Editora Catalivros, Brazil, 2019.

ABOUT THE AUTHOR

Sandoval Amui

Mr. AMUI was born on March 03, 1939, in Brazil. He graduated in civil engineering from the University of Brazil, in Rio de Janeiro in 1962, got a M.Sc. degree in petroleum engineering from Louisiana State University in 1970, and attended other graduate courses in offshore engineering offered by The University of Texas at Austin in 1975. He is also an attorney, and retired in 2020, after many years of work with international oil companies and law firms. During his long-lasting carrier, he published articles and books on technical and legal subjects, as well as essays, tales and books on several subjects of general literature. Recently he has devoted his time to other personal enjoyable activities, including writing papers and books on mathematics and geometry, under a philosophical and speculative approach of complete freedom of reasoning with regard to an area of the human knowledge he has never had as his professional field of endeavor.

Capítulo

10

Geometria Maceniana

Francisco Rafael Macena de Sousa

Licenciatura em Matemática na URCA. Juazeiro do Norte – CE

DOI: 10.47573/aya.5379.2.142.10

RESUMO

Este estudo é destinado a calcular quantidade de face, vértice, Aresta e volume de figuras geométricas mais complexas do Tipo 2,3,4,5... ou n = 2,3,4,5 ..., onde a fórmula de Euler não é capaz de calcular. Em todo o desenvolvimento vai ser trabalhado a evolução de uma simples ideia até a Fórmula geral que abrange toda complexidade de tal forma que alunos de nível médio ou superior possam compreender, e também a possibilidade de construir essas figuras assim como a tradicional na vida real. Objetivo Geral: calcular quantidade de face, vértice e aresta de figuras que a Formula F + V - A = 2, não é capaz, assim como volume das mesmas figuras. Objetivo Específico: identificar que cada sólido ou figura geométrica tem suas particularidades, sendo fácil adequar-se à nova geometria.

Palavras-chave: Geometria Maceniana. geometria M. Nova geometria. especificação e Fractais.

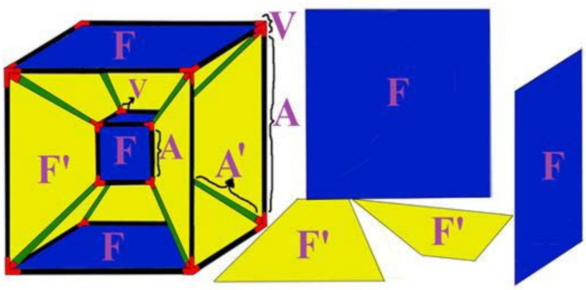
INTRODUÇÃO

É uma extensão da geometria espacial de poliedro convexo e não convexo se considera a desigualdade da equação $F_t + V_t - A_t = (n - 1)F + 2$; $F_t + V_t - A_t \neq (n - 1)F + 2$, porém com algumas diferenças, pois essa nova geometria é voltada para o centro da figura ou a parte interna com a externa, onde a Fórmula de Euler não se aplica de modo geral em relação a quantificação de faces, vértices e arestas, assim como toda geometria essa não será tão diferente pois com ela também teremos formas de calcular áreas e volumes, a desvantagem que essa geometria possui é que envolve cálculos geralmente grandes assim como peças para construí, porém com ajuda de programas matemáticos como Geogebra é possível montar e assim verificar o comportamento, no momento que for publicado esse estudo vai está disponível no youtube como construir usando os cálculos que verão nesse artigo.

DESENVOLVIMENTO DA FÓRMULA GERAL

Como base inicial irá partir do hipercubo, pois é um cubo dentro de outro cubo por questão de melhor visualização das partes como pode observar na Figura 2.

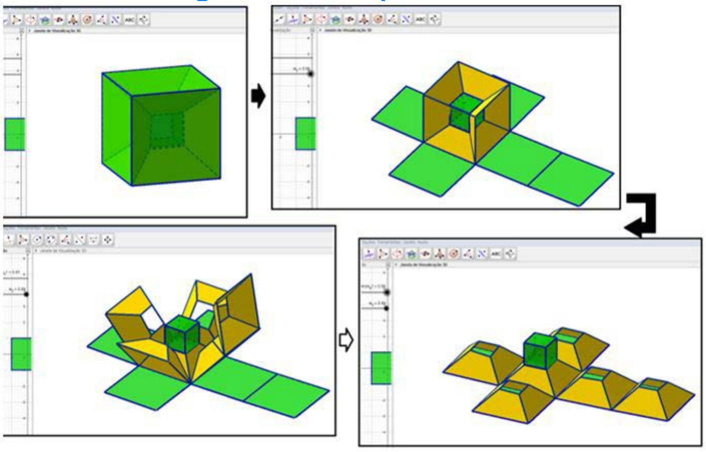
Figura 2 - Hipercubo.



Fonte: Autoria

"Esse hipercubo tem suas faces retiradas para melhor visualização, esse F' e A' é apenas para diferenciar de F e A do cubo." De forma Completa se tivesse em mão seria assim como mostra a Figura 2.1 construída usando o programa GeoGebra.

Figura 2.1 - Comportamento



Fonte: Autoria

A **Figura 2**, possui **24 faces, 16 vértices e 32 arestas**, vamos usar esses valores na **Fórmula de Euler** que é $\mathbf{F + V - A = 2 \Rightarrow 24 + 16 - 32 = 40 - 32 = 8 \neq 2}$, logo não satisfez a igualdade. Agora usando a nova formula $\mathbf{F_t + V_t - A_t = (n - 1)\ F + 2}$ como o Hipercubo possui **2 cubos, n é 2** e como o cubo possui 6 faces temos $\mathbf{24 + 16 - 32 = (2 - 1).6 + 2 \Rightarrow 40 - 32 = 6 + 2 \Rightarrow 8 = 8}$ igualdades satisfeita.

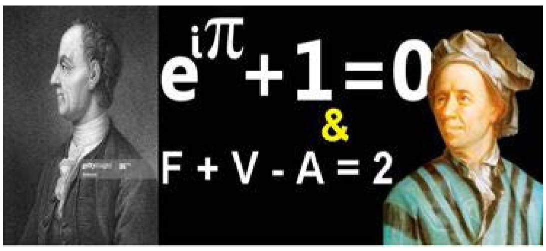
A **Figura 2.1**, é algo que será explicada nas páginas seguintes.

Breve explicação

Quem foi Euler?

Seu nome é *Leonhard Euler,* nasceu em 15 de abril de 1707, dado como morto em 18 de setembro de 1783 foi o matemático mais prolífico na história, Seu trabalho se resume em 866 livros e artigos isso representa 1/3 (um terço) do corpo inteiro de pesquisa em matemática, teorias físicas, e engenharia mecânica, uma de suas descobertas é que todo poliedro convexo tem como propriedade da seguinte forma que toda face mais os vértices menos suas arestas é sempre igual a dois, isso é reconhecido pela matemática como a relação de Euler **(F + V − A = 2)**.[1]

Imagem 1 - "Euler".



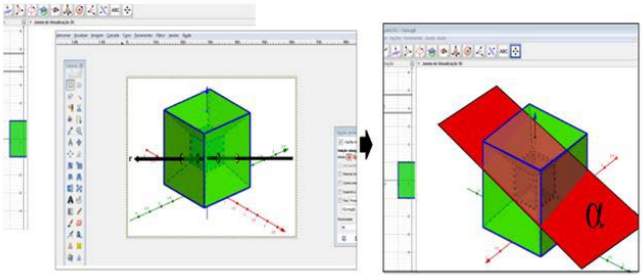
Fonte: Google Imagem.

Essa Fórmula $\mathbf{[F_t + V_t - A_t = (n - 1)F + 2\ \ ]}$, só se aplica assim como a de Euler se somente a figura for convexa além de ser convexa também é compacta, por conta disso podemos passar uma reta em qualquer sentido ou direção ela vai está totalmente contida na figura por isso é convexa, já na parte que diz compacta basta verificar que a figura possui finitos polígonos e poliedros convexos e como está completamente fechado em relação a todo conjunto logo po-

1 "Leonhard Euler" em Só Matemática. Virtuous Tecnologia da Informação, 1998-2020. Consultado em 26/12/2017 às 16:25. Disponível na Internet em < https://www.somatematica.com.br/biograf/euler.php >

demos dizer que também é compacta, como pode observar na **Figura 2.2**, usando o programa GeoGebra e o editor GIMP.

Figura 2.2 - Hipercubo



Fonte: autoria

Convexo

Pela definição de poliedro convexo é fácil notar que a Figura 2.2 é convexa, pois se ignoramos o que adentro isso é um cubo e o cubo já é convexo, mas ao analisar profundamente algo muda do axioma onde diz ao usar uma reta se o objeto for convexo tem 2 pontos, e se for um plano terá reta, porém nessa geometria dependendo do objeto possui finitos pontos se for uma reta assim como se for um plano que possuirá finitas retas isso será mais aprofundado no decorrer das páginas.

Compacto

Note que a **Figura 2.1** é composta de vários poliedros, ao comparar com **Figura 2.2,** todos estão contidos ao único objeto, assim que aplicar uma **reta r** ou um **plano α** é possível ter o máximo de interseções possíveis, e como é fechado e convexo então é compacto.

OBSERVAÇÃO

“É lógico imaginar que as **Faces Totais** é a soma de todas as faces assim como as **Arestas** e **Vértices Totais**, Observando essa **Figura 2**, podemos verificar que possui **dois cubos** um **externo** e um **interno** então a **quantidade de vértice é duas vezes a do cubo** logo $V_t = 2V$, o mesmo conceito se aplica **nas faces** porém **existe outra figura** que liga a externa com a interna que possui tanto faces como arestas elas são **F’** e **A’** então as $F_t = 2F + F'$ e as $A_t = 2A + A'$ ”.

Com isso temos os seguintes dados.

$$V_t = 2V,\ F_t = 2F + F' \text{ e } At = 2A + A'$$

Desenvolvendo a ideia inicial

Agora imaginamos o seguinte caso, se não conseguimos contar a quantidade de faces e áreas da figura que liga a interna com a externa, então teremos que encontrar outro meio de usarmos apenas os dados que está externamente como qualquer poliedro convexo, bem isso é possível, pois se verificamos a **Figura 2** no lugar que está **A’** é na mesma posição do **V**, assim com **F’** o mesmo que **A** logo **A’ = V e F’ = A**, portanto os dados são;

$$\mathbf{V_t = 2V,\ F_t = 2F + A \text{ e } A_t = 2A + V}$$

Então um cubo nessa geometria de **n = 2** é o Hipercubo, sabemos que o Hipercubo tem ***F_t* = *24* Faces, *V_t* = 16 vértices e *A_t* = 32 arestas**, verificando só usando os dados do cubo;

Como o **cubo** tem **F = 6 , V = 8 e A = 12**, então ***$F_t = 2F + A$*** = 2(6) + 12 = 12 + 12 = **24 OK !!** ***$Vt = 2V$*** = 2(8) = **16 OK!!** e ***$A_t = 2A + V$*** = 2(12) + 8 = 24 + 8 = **32 OK !!**

Agora resta mostrar uma equação para **Figuras do Tipo n = 2**, para isso terá que usar as **faces e vértices e arestas totais** de tal forma que não seja negativa por questão de se tratar de quantidade então só resta três possibilidades já que sempre ***$F + V > A$.***

(I) $Ft + Vt + A_t = X$, **(II)** $F_t + V_t - A_t = \mathbf{Y}$ e **(III)** $V_t + F_t - A_t = \mathbf{Z}$, percebam que **(II)** e **(III)** são equivalentes logo **Y = Z**, então isso nos reduz para duas possibilidades.

Para **(I)** Qual será o valor de **X**;

$\boldsymbol{X = F_t + V_t + A_t} = (2F + A\ ) + (\ 2V\ ) + (\ 2A + V\ ) = \boldsymbol{2(F + V + A) + A + V}$, como o objeto ou figura geométrica é formado por poliedro convexo então por **Euler** pode-se usar **F + V - A = 2** isolando **F + V = A + 2** ao substituir temos;

$\mathbf{X} = 2(F + \mathbf{V} + A) + A + V = 2(A \mathbf{+ 2} + A) + A + V = \mathbf{5A + V + 4,}$ portanto $\mathbf{X = 5A + V + 4}$.

Resulta como equação ***$F_t + V_t + A_t = 5A + V + 4$***, é uma equação, porém muito difícil de se lembrar sem falar que os valores serão altíssimos.

OBS.: por questão de eficiência testaremos **(II)**

Agora para **(II)** qual será o Valor de **Y** ;

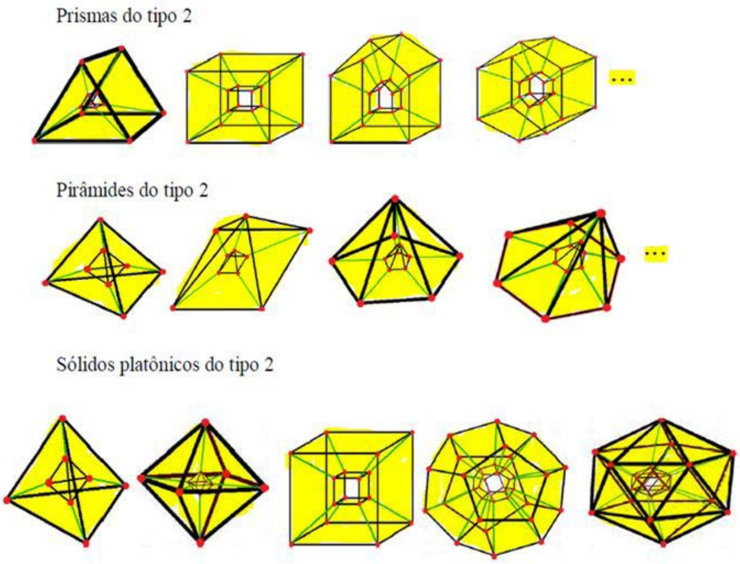
$\boldsymbol{Y = F_t + V_t - A_t} = (2F + A) + (2V) - (2A + V) = 2(F + V - A) + A - V = 2(2) + A - V = 4 + A - V$ = como **F + V = A + 2** e queremos **A - V**, basta subtrairmos em ambos os lados por **V** assim $\boldsymbol{F = A - V + 2 \ \Rightarrow\ A - V = F - 2}$, logo $\boldsymbol{Y} = 4 + F - 2 = \boldsymbol{F + 2}$.

Portanto a equação ideal é:

$$\boldsymbol{F_t + V_t - A_t = F + 2}$$

Além de ser no mesmo estilo ou formato da equação de **Euler** os valores serão mínimos no segundo lado da igualdade, logo é uma equação ideal para **Figuras do Tipo 2 ou n = 2.** Com essa fórmula podemos calcular as seguintes **Figuras do Tipo 2;**

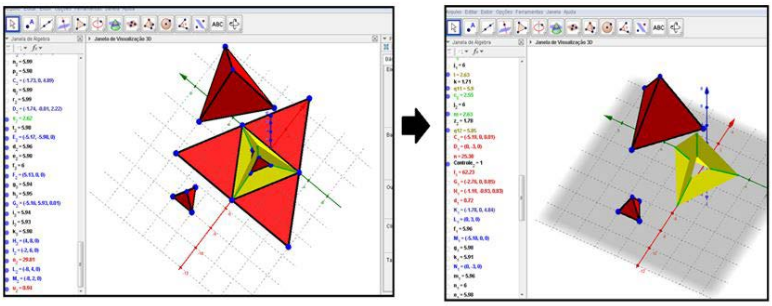
Figura 3 - Sólidos do tipo 2.



Fonte: autoria

Exemplo$_1$: Como calcular a quantidade de vértices, arestas e faces do poliedro do tipo 2 que é o Tetraedro como mostra o solido abaixo:

Figura 3.1 - Tetraedro Tipo 2



Fonte: autoria

Como é um **Tetraedro do Tipo 2**, possui 2 Tetraedro e cada Tetraedro tem **V = 4, F = 4 e A = 6**, então temos;

$F_t = 2F + A \Rightarrow F_t = 2(4) + 6 \Rightarrow F_t = 8 + 6 \Rightarrow F_t = 14 \Rightarrow$ Tetraedro tipo 2 possui 14 Faces

$Vt = 2V \Rightarrow Vt = 2(4) \Rightarrow Vt = 8 \Rightarrow$ Tetraedro tipo 2 possui 8 Vértices

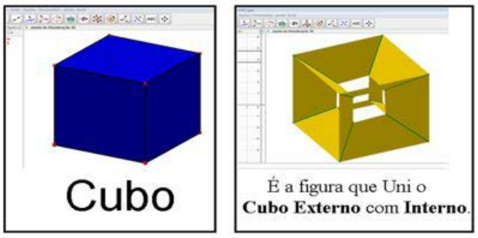
$A_t = 2A + V \Rightarrow A_t = 2(6) + 4 \Rightarrow A_t = 12 + 4 \Rightarrow At = 16 \Rightarrow$ Tetraedro tipo 2 possui 16 Arestas.

Verificando na equação

$$F_t + V_t - A_t = F + 2 \Rightarrow 14 + 8 - 16 = 4 + 2 \Rightarrow 22 - 16 = 6 \textit{ oks!!}$$

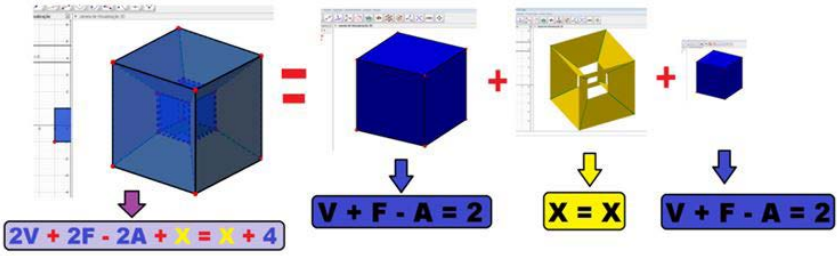
Outro método de chegarmos na mesma Fórmula do Tipo 2 é através de um simples sistema, esse método será a mesma ideia para chegar no caso geral. Primeiro passo é trabalhar com o cubo, pois é melhor em visualização, se servir para o cubo implicará que servirá para outras figuras do mesmo.

Figura 3.3 - Partes básicas.



Fonte: autoria

Figura 4 - decomposição do cubo tipo 2



Fonte: autoria

Note que **X** é a figura que uni o Cubo Externo com o Cubo Interno, porém o cubo já tem uma equação definida que é **V + F – A = 2**, a missão é encontrar o valor de **X**, usando os mesmos dados do cubo, pois usando as informações presentes na parte exterior no caso o cubo é possível determinar o conjunto por completo, ao olhar para a Figura 4, isso é um comportamento de sistema matemático simples de resolver.

A figura **X** só existe quando a uma união com os dois cubos, então pela Figura 2, essa figura possui **F' e A'**, é apenas para diferenciar das faces do poliedro externo e interno, note também que no local que á F' é o mesmo que A do poliedro externo ou interno então F' = A e o mesmo vale para A' mesma posição do Vértice logo A'= V. Dito isso podemos montar o sistema matemático.

$$\begin{array}{c} V+F-A=2 \\ X=X \\ V+F-A=2 \\ \hline 2V+2F-2A+X=X+4 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{2V+2F-2A+X=X+4}$$

Como F' > A' $\Rightarrow$ A > V em qualquer Poliedro, então F' – A' > 0 assim como A – V > 0, portanto o **X > 0** já que são medidas de dados positivos, suponhamos que **X** seja igual á **F' – A'** então temos que **X=X** $\Rightarrow$ F' – A' = A – V.

$$\begin{array}{c} V+F-A=2 \\ F'-A'=A-V \\ V+F-A=2 \\ \hline 2V+2F-2A+F'-A'=A-V+4 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{2V+2F-2A+F'-A'=A-V+4}$$

$$\boldsymbol{(2V)+(2F+F')-(2A+A')=A-V+4}$$

$$\mathbf{V_t+F_t-A_t=A-V+4}, \text{ Com } \mathbf{V_t=2V}, \mathbf{F_t}=\boldsymbol{2F+F'} \text{ e } \mathbf{A_t}=\boldsymbol{2A+A'}$$

Onde $\mathbf{V_t}$ é o **Vértice total,** $\mathbf{F_t}$ é a **Face total** e $\mathbf{A_t}$ é a **Aresta total**.

Note também que A – V pode ser escrito como F – 2, isso vem da equação básica que é V + F – A = 2

Multiplicando (V + F – A = 2) por (-1) $\Rightarrow$ – V – F + A = – 2 $\Rightarrow$ A – V = F – 2. Logo é uma variável a menos, dito isso podemos finalizar a equação do poliedro tipo 2 que é:

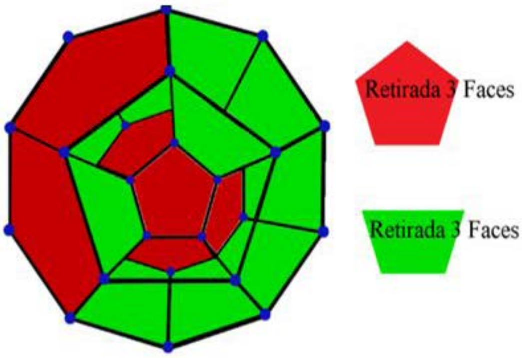
$$\mathbf{V_t + F_t - A_t = A - V + 4 \Rightarrow V_t + F_t - A_t = F - 2 + 4 \Rightarrow V_t + F_t - A_t = F + 2}$$

Como serão usados os dados do poliedro externo temos:

$$\mathbf{F_t = 2F + F' = 2F + A\ ;\ A_t = 2A + A' = 2A + V;\ F_t = 2F + A \text{ e } A_t = 2A + V}$$

Exemplo$_2$: Calcule a quantidade de faces, vértices e arestas do dodecaedro tipo 2.

Figura 4.1 - Dodecaedro tipo 2



Fonte: autoria

Dados:

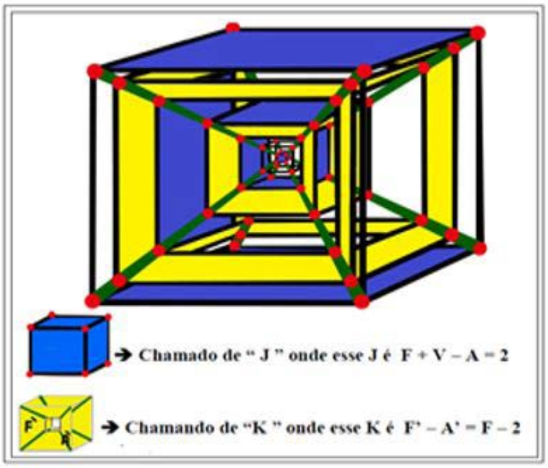
- Como é um dodecaedro do tipo 2 ele possui 2 dodecaedros.
- Cada decaedro possui F=12, V = 20 e A = 30
- $\mathbf{F_t = 2F + A = 2(12) + 30 = 24 + 30 = 54\ \mathit{faces}}$
- $\mathbf{V_t = 2V = 2(20) = 40\ \mathit{vértices}}$
- $\mathbf{A_t = 2A + V = 2(30) + 20 = 60 + 20 = 80\ \mathit{Arestas}}$

Confirmando a igualdade

$$\mathbf{V_t + F_t - A_t = F + 2 \Rightarrow 40 + 54 - 80 = 12 + 2 \Rightarrow 94 - 80 = 14 \text{ ok!}}$$

Agora consideramos a seguinte Figura 5 abaixo, essa figura possui **finitos** e **infinitos poliedros** do que conhecemos um bom exemplo é o cubo como está sendo listado, **finito** é se a **distância de um cubo para o outro for natural** (distância do vértice do cubo externo para o vértice do cubo seguinte ou interno), **infinito** se a **distância de um para o outro for racional ou irracional.**

Figura 5 - Cubo do Tipo n



Fonte: autoria

Sabemos que entre **"2J"** existe um **"1K"**, tipo **J + K + J**, temos:

(F + V – A) + (F' – A') +(F + V – A) = 2 + F ➔ 2(F + V – A) + (F' – A') = 2 + F é o que foi calculado no sistema anterior, agora imagine **"(n)J"**, isso implica dizer que existe **"(n – 1) K"**. Isso é um comportamento de (P.A), progressão Aritmética.

Repare a seguinte sequência.

$\boldsymbol{a_1 = \mathrm{J}\,,\, a_2 = 2\mathrm{J} + 1\mathrm{K}\ ,\, a_3 = 3\mathrm{J} + 2\mathrm{K}\ ,a_4 = 4\mathrm{J} + 3\mathrm{K}\,, \ldots ,a_n = \mathrm{nJ} + (\mathrm{n} - 1)\mathrm{K}}$

$\boldsymbol{S_n : a_1\,,\, a_2\,,\, a_3\ ,a_4\,, \ldots ,a_{n-1}\,,a_n}$ ➔ $\boldsymbol{S_n : \{\,\mathrm{J}\ \}, \{\,2\mathrm{J} + 1\mathrm{K}\,\}\,, \{\,3\mathrm{J} + 2\mathrm{K}\,\}\ ,\{4\mathrm{J} + 3\mathrm{K}\,\}, \{5\mathrm{J} + 4\mathrm{K}\,\}, \ldots}$

$\boldsymbol{,\{\,(\mathrm{n} + 1)\mathrm{J} + \mathrm{nK}\,\},\{\,\mathrm{nJ} + (\mathrm{n} - 1)\mathrm{K}\,\}}$

$\boldsymbol{a_1 = \mathrm{J}}$ ➔ Geometria Tradicional ➔ **F + V – A = 2**

$\boldsymbol{a_2 = 2\mathrm{J} + 1\mathrm{K}}$ ➔ Geometria do Tipo 2 ➔ $\boldsymbol{V_t + F_t - A_t = F + 2}$

$\boldsymbol{a_3 = 3\mathrm{J} + 2\mathrm{K}}$ ➔ Geometria do Tipo 3 ➔ $\boldsymbol{V_t + F_t - A_t = ?}$

$\boldsymbol{a_4 = 4\mathrm{J} + 3\mathrm{K}}$ ➔ Geometria do Tipo 4 ➔ $\boldsymbol{V_t + F_t - A_t = ?}$

$\boldsymbol{a_{(n-1)} = (\mathrm{n} - 1)\mathrm{J} + \mathrm{nK}}$ ➔ Geometria do Tipo (n – 1 ➔ $\boldsymbol{V_t + F_t - A_t = ?}$

$\boldsymbol{a_n = \mathrm{nJ} + (\mathrm{n} - 1)\mathrm{K}}$ ➔ Geometria do Tipo n ➔ $\boldsymbol{V_t + F_t - A_t = ?}$

Chegando na fórmula usando (P.A)

- Por (P.A) temos como fórmula $a_n = a_1 + (n-1).r$
- Razão da (P.A) $r = a_2 - a_1$ ou $r = a_3 - a_2$ ... ou $r = a_n - a_{(n-1)}$

Como $a_1 = \mathrm{J}$ e $a_2 = 2\mathrm{J} + 1\mathrm{K}$ e, temos como razão $r = a_2 - a_1 = 2\mathrm{J} + 1\mathrm{K} - \mathrm{J} \Rightarrow$

Logo:

$a_n = a_1 + (n-1).r \Rightarrow a_n = \mathrm{J} + (n-1).(\mathrm{J}+\mathrm{K}) \Rightarrow a_n = \mathrm{J} + (n-1).\mathrm{J} + (n-1).\mathrm{K}$

$\Rightarrow a_n = (n-1+1).\mathrm{J} + (n-1).\mathrm{K} \Rightarrow a_n = n.\mathrm{J} + (n-1).\mathrm{K}$

Resolvendo o Sistema

Como $\mathrm{J} \Rightarrow \mathrm{F} + \mathrm{V} - \mathrm{A} = 2$, multiplicando "J" por "n" temos;

$$\text{(I) } n.\mathrm{J} \Rightarrow n\mathrm{F} + n\mathrm{V} - n\mathrm{A} = 2n$$

Como $\mathrm{K} \Rightarrow \mathrm{F'} - \mathrm{A'} = \mathrm{F} - 2$, multiplicando **"K"** por "n – 1" temos;

$$\text{(I I) } (n-1)\,\mathrm{F'} - (n-1)\,\mathrm{A'} = (n-1)\,\mathrm{F} - (n-1)2$$

$$\therefore a_n = (\,I\,) + (\,II\,) \Rightarrow \mathrm{V_t} + \mathrm{F_t} - \mathrm{A_t} = ? = (\,I\,) + (\,II\,).$$

$$\begin{array}{rc} & (I) \\ + & (II) \\ \hline & ? \end{array} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{rr} & n\mathrm{F} + n\mathrm{V} - n\mathrm{A} = 2n \\ + & (n-1)\mathrm{F'} - (n-1)\mathrm{A'} = (n-1)\mathrm{F} - (n-1)2 \\ \hline & n\mathrm{F} + n\mathrm{V} - n\mathrm{A} + (n-1)\mathrm{F'} - (n-1)\mathrm{A'} = 2n + (n-1)\mathrm{F} - (n-1)2 \end{array}$$

$$\Rightarrow n\mathrm{F} + n\mathrm{V} - n\mathrm{A} + (n-1)\mathrm{F'} - (n-1)\mathrm{A'} = 2n + n\mathrm{F} - \mathrm{F} - 2n + 2$$

$$\Rightarrow \{n\mathrm{F} + (n-1)\mathrm{F'}\} + n\mathrm{V} - \{n\mathrm{A} + (n-1)\mathrm{A'}\} = (n-1)\mathrm{F} + 2$$

$$F_t = n\mathrm{F} + (n-1)\mathrm{F'},\ V_t = n\mathrm{V} \text{ e } A_t = n\mathrm{A} + (n-1)\mathrm{A'}$$

Como $\mathrm{F'} = \mathrm{A}$ e $\mathrm{A'} = \mathrm{V}$

$$F_t = n\mathrm{F} + (n-1)\mathrm{A},\ V_t = n\mathrm{V} \text{ e } A_t = n\mathrm{A} + (n-1)\mathrm{V}$$

$$\Rightarrow \therefore F_t + V_t - A_t = (n-1)\mathrm{F} + 2$$

Fórmula geral da geometria do tipo n.

$$\mathbf{F_t + V_t - A_t = (n-1)\,F + 2}$$

F + V - A = 2; é a Fórmula de Euler.
n; é o número de poliedro convexo como cubo, dodecaedro, pirâmide, prisma e assim por diante, com **n ≥ 1** $\in \mathbb{N}$.
$\mathbf{F_t}$; é a face total da figura, com $\mathbf{F_t = nF + (n-1)A}$, $\mathbf{V_t}$; é o Vértice total da figura, com $\mathbf{V_t = nV}$.
$\mathbf{A_t}$; é a Aresta total da figura, com $\mathbf{A_t = nA + (n-1)V}$

DEMONSTRANDO A CONDIÇÃO QUE N ≥ 1 NA FÓRMULA

Com $\mathbf{F_t + V_t - A_t = F\,(n - 1) + 2}$ ao isolarmos F temos: $F = \frac{V_t + F_t - A_t - 2}{n-1}$.

* Para o caso de ***n* > 1** não encontramos nenhum problema, pois n **- 1 ≠ 0**:

** Para o caso de **n = 1**, já temos uma **indeterminação**, essa indeterminação é gerada assim que **aplicamos nos dados da fórmula** como pode observar abaixo.

$$F_t = nF + (n-1)A = (1).F + (0).A = F, \; Vt = nV = V \text{ e } At = nA + (n-1)V = (1).A + (0).V = A$$

Logo $\mathbf{F_t = F,\ V_t = V \text{ e } A_t = A}$

Ao substituir temos a indeterminação

$$F = \frac{V_t + F_t - A_t - 2}{n-1} = \frac{V + F - A - 2}{1-1} = \frac{(V + F - A) - 2}{0} = \frac{2-2}{0} = \frac{0}{0}$$

Então isso pode ser resolvido da seguinte forma para a retirada da determinação, seja **F** em **função** de **"n"**

(Hipótese) ao aplicarmos **n = 1** devemos chegar em **F(n) = F (1) = F (Tese).**

$$\mathbf{F(n) = \frac{V_t + F_t - A_t - 2}{n-1} = \frac{(nV) + [nF + (n-1)A] - [nA + (n-1)V] - 2}{n-1} = \frac{nV + nF + (n-1)A - nA - (n-1)V - 2}{n-1}}$$

$$\mathbf{F(n) = \frac{n(V + F - A) + (n-1)(A - V) - 2}{n-1} = \frac{n.(2) + (n-1)(A-V) - 2}{n-1} = \frac{2(n-1) + (n-1)(A-V)}{n-1} = \frac{(n-1).(2 + A - V)}{(n-1)}}$$

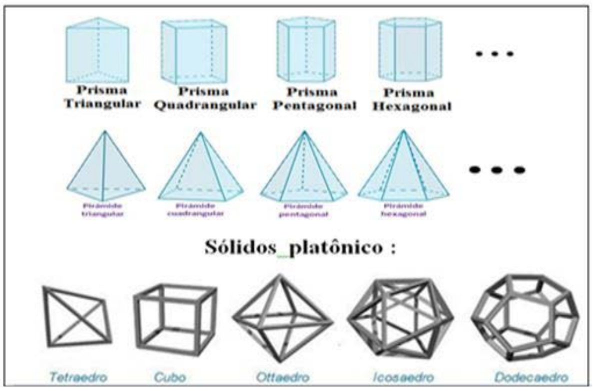
F (n) = 2 + A - V, Como **F + V - A = 2** $\Rightarrow$ **F = 2 + A – V ou F = 2 - V + A**, portanto **F(n) = F** em particular **F (1) = F** com isso está provado a condição de **n ≥ 1.**

ARGUMENTAÇÃO

Ser caso essa fórmula geral falhasse em **n = 1** era o mesmo que dizer que a fórmula de Euler não existisse, pois ao colocarmos **n = 1** a geral se reduz em **F + V − A = 2**.

Para n = 1 temos as figuras geométricas conhecidas as que a relação de Euler calcula, assim como qualquer poliedro convexo, são elas:

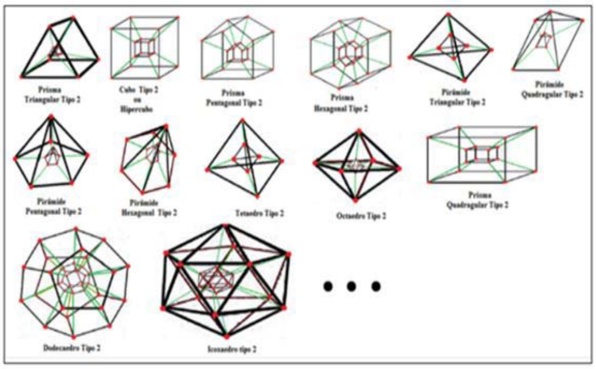
Figura 6 - Geometria do tipo 1



Fonte: autoria

Para n = 2 temos as primeiras figuras que a fórmula de Euler não calcula ao colocarmos esse valor obtemos $F_t + V_t - A_t = F + 2$

Figura 7 - Geometria do tipo 2



Fonte: autoria

OBS.: Nessa família cada face total é $\boldsymbol{F_t = 2F + A}$, cada vértice total $\boldsymbol{V_t = 2V}$ e cada aresta total é $\boldsymbol{A_t = 2A + V}$.

Exemplo o **prisma pentagonal** tem **F = 7, V = 10 e A = 15**, então quando esse **prisma** é do tipo 2 ele terá como face total $\boldsymbol{F_t} = 2(7) + 15 = 14 + 15 = \mathbf{29}$, Vértice total $\boldsymbol{V_t} = 2(10) = \mathbf{20}$ e sua Aresta total é $\boldsymbol{A_t} = 2(15) + 10 = 30 + 10 = 40.$

Perceba que satisfaz a equação;

$$\boldsymbol{F_t + V_t - A_t = F + 2 \quad \Rightarrow \quad 29 + 20 - 40 = 7 + 2 \quad \Rightarrow \quad 49 - 40 = 9 \quad \Rightarrow \quad 9 = 9.}$$

Questão:

Suponhamos que tenha o **prisma pentagonal tipo 2**, onde temos $\boldsymbol{F_t = 29,\ V_t = 20}$ e pergunte para calcular a quantidade de Aresta total?

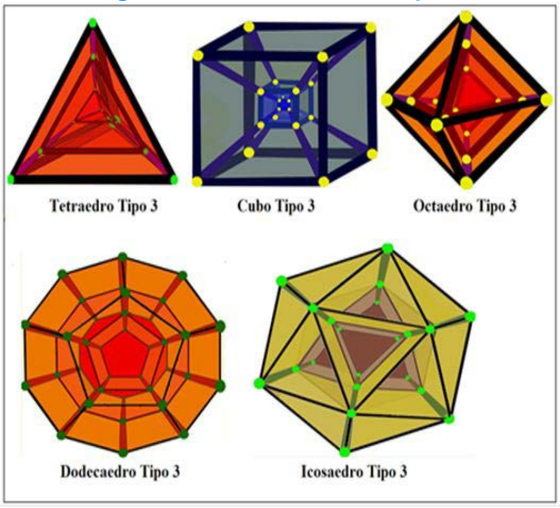
Resposta:

Primeiramente devemos saber que o **prisma pentagonal possui 7 faces** e com isso só basta jogarmos na fórmula.

$\boldsymbol{F_t + V_t - A_t = F + 2} \Rightarrow 29 \boldsymbol{+ 20 - A_t = 7 + 2} \Rightarrow 49 - \boldsymbol{A_t = 9} \Rightarrow - \boldsymbol{A_t = 9 - 49} \Rightarrow - \boldsymbol{A_t = -40}$, logo ***at = 40 OK!***

Para n = 3 temos como fórmula resultante $\boldsymbol{F_t + V_t - A_t = 2F + 2 = 2(F + 1)}$ e como exemplos de figuras desse tipo temos os sólidos mais famosos da matemática. Porém nesse caso é do tipo 3 como mostra a Figura 8.

Figura 8 - Geometria do tipo 3



Fonte: autoria

Seus dados totais são:

$\boldsymbol{F_t = 3F + 2A,\ V_t = 3V \text{ e } A_t = 3A + 2V}$

Sabemos que o Icosaedro possui **F = 20, V = 12 e A = 30**, qual será a quantidades de faces, vértices e arestas totais quando esse Icosaedro é do tipo 3?

$$F_t = 3F + 2A = 3(20) + 2(30) = 60 + 60 = \mathbf{120},\ V_t = 3V = 3(12) = \mathbf{36} \text{ e}$$

$$A_t = 3A + 2V = 3(30) + 2(12) = 90 + 24 = \mathbf{114}$$

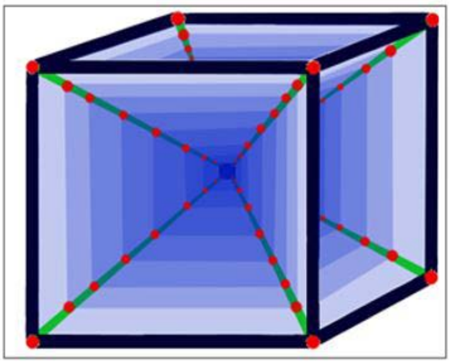
"São grandes valores para contar ao olho nú".

Por isso nada melhor que ter uma fórmula que só usando os dados externos é possível calcular o geral.

Então dando continuidade para n ≥ 4 temos $\boldsymbol{F_t = nF + (n-1)A,\ V_t = nV \text{ e } A_t = nA + (n-1)V}$, equação geral $\boldsymbol{F_t + V_t - A_t = (n-1)F + 2.}$

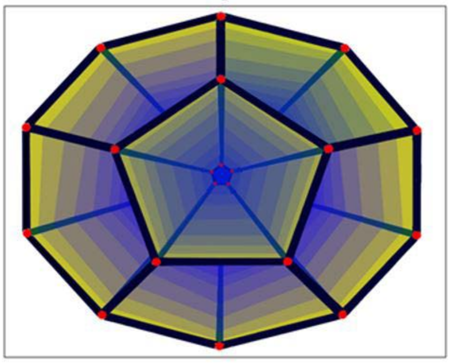
Um bom exemplo de figura é esse cubo e o dodecaedro, por questão de melhor visualização como mostra a Figura 9 e 10.

Figura 9 - Cubo do tipo n



Fonte: autoria

Figura 10 - Dodecaedro do tipo n



Fonte: autoria

PROVANDO A FÓRMULA PELO MÉTODO DE INDUÇÃO MATEMÁTICA

Se usarmos cada valor de **n** na Fórmula Geral $\boldsymbol{F_t + V_t - A_t = F(n-1) + 2}$, obteremos uma sequência crescente, e como toda sequência é possível provar por indução matemática, se provamos $\boldsymbol{F(n-1) + 2}$ está provando ao mesmo tempo $\boldsymbol{F_t + V_t - A_t}$, já que ela se reduz a $\boldsymbol{F(n-1) + 2}$, feito anteriormente.

Montando a sequência;

P/ $\boldsymbol{n = 1}$, $F_t + V_t - A_t = F(n-1) + 2 \Rightarrow F_t + V_t - A_t = 2 \Rightarrow \boldsymbol{a_1 = 2}$

P/ $\boldsymbol{n = 2}$, $F_t + V_t - A_t = F(n-1) + 2 \Rightarrow F_t + V_t - A_t = F + 2 \Rightarrow \boldsymbol{a_2 = F + 2}$

P/ $\boldsymbol{n = 3}$, $F_t + V_t - A_t = F(n-1) + 2 \Rightarrow F_t + V_t - A_t = 2F + 2 \Rightarrow \boldsymbol{a_3 = 2(F + 1)}$

P/ $\boldsymbol{n = 4}$, $F_t + V_t - A_t = F(n-1) + 2 \Rightarrow F_t + V_t - A_t = 3F + 2 \Rightarrow \boldsymbol{a_4 = 3F + 2}$

P/ $\boldsymbol{n = 5}$, $F_t + V_t - A_t = F(n-1) + 2 \Rightarrow F_t + V_t - A_t = 4F + 2 \Rightarrow \boldsymbol{a_5 = 2(2F + 1)}$

P/ $\boldsymbol{n = 6}$, $F_t + V_t - A_t = F(n-1) + 2 \Rightarrow F_t + V_t - A_t = 5F + 2 \Rightarrow \boldsymbol{a_6 = 5F + 2}$

*

*

*

P/ $\boldsymbol{n - 1}$, $F_t + V_t - A_t = F(n-1) + 2 \Rightarrow F_t + V_t - A_t = F(n-2) + 2 \Rightarrow \boldsymbol{a_n - 1 = nF - 2(F - 1)}$

P/ $\boldsymbol{n}$, $F_t + V_t - A_t = F(n-1) + 2 \Rightarrow F_t + V_t - A_t = F(n-1) + 2 \Rightarrow \boldsymbol{n_a = F(n - 1) + 2}$

Com isso já temos a sequência crescente:

$\boldsymbol{Sn:\ a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6 < \ldots < a_n - 1 < a_n}$

$\boldsymbol{Sn:\ 2 < F + 2 < 2(F + 1) < 3F + 2 < 2(2F + 1) < \ldots < F(n-1) + 2}$

Início da prova

Seja Sn a sequência crescente temos;

$a_1 = 2$

$a_k = F(K-1) + 2,\ K \geq 2$ com $K \in \mathbb{N}$

Prove que P(n): $a_n = F(n-1) + 2$, para n ≥ 1

Hipótese de indução $\rightarrow F_t + V_t - A_t = F(n-1) + 2$

Tese de indução $\rightarrow F_t + V_t - A_t = nF + 2$

Dado $P(n_0)$ o ponto de partida da hipótese, temos que

$P(n_0) = P(1)$: para $n_0 = 1$, $a_1 = F(1-1) + 2 \rightarrow a_1 = F(0) + 2 \rightarrow a_1 = 2$.

Logo, a fórmula é válida para n = 1.

Se a fórmula é verdadeira para n = k então deve ser verdadeira para $n = k + 1$.

Logo $P(k) \to P(k + 1)$. $P(k)$: $a_k = F(k - 1) + 2$. [hipótese indutiva]

Deve-se mostrar que $P(k + 1)$: $a_{k+1} = F[(k + 1) - 1] + 2$

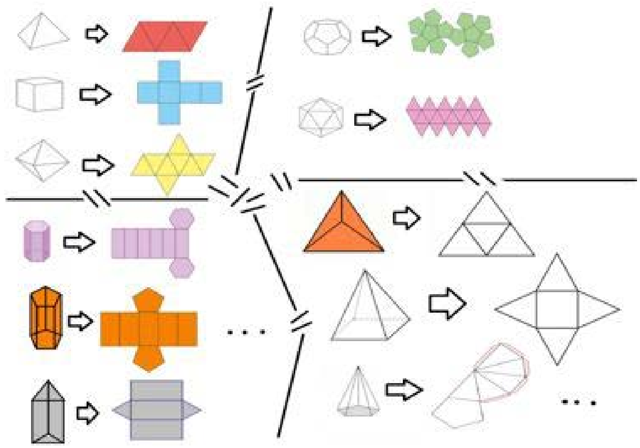
$a_{k+1} = F[(k + 1) - 1] + 2 \to a_{k+1} = F[k + 1 - 1] + 2 \to a_{k+1} = kF + 2$

Logo é valido $\forall n \in \mathbb{N}$, portanto está provada.

CARACTERÍSTICA DESSA GEOMETRIA

A figura que a fórmula de Euler calcula sabe que pode ser planificada como se pode observar na **figura 15**, agora imagine usando o mesmo método para essa nova geometria não podemos chamar de planificação, pois não é plano, possui figuras em 3D, o nome será mais a frente desse artigo.

Figura 11 - Essa é a planificação da geometria tradicional.

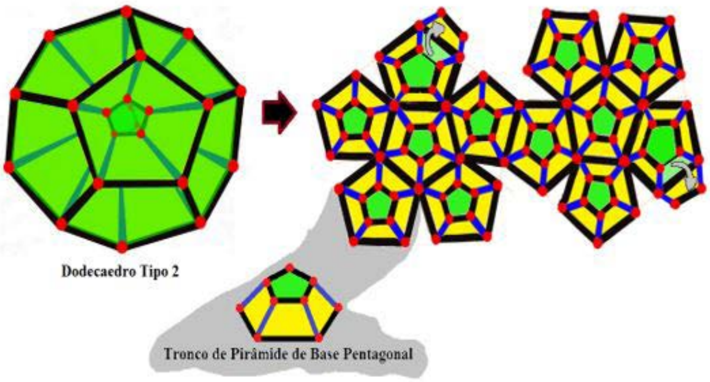


Fonte: autoria.

Especificação (novo nome)

Dando continuidade para **n ≥ 2**, não podemos chamar de planificação já citado anteriormente, pois não é plano com podem observar na **figura 11**, como verá na f**iguras 12,13, ... , 16** (exemplos), ao usar o mesmo método de planificação o resultado é a composição de tronco de pirâmides ou fractais de tronco de pirâmides, então em vez de planificação será **especificação em tronco de pirâmide (pois ao usar o mesmo método continua com espaços)**, onde varia entre as bases **"triangular, quadrada, pentagonal, hexagonal e etc"**.

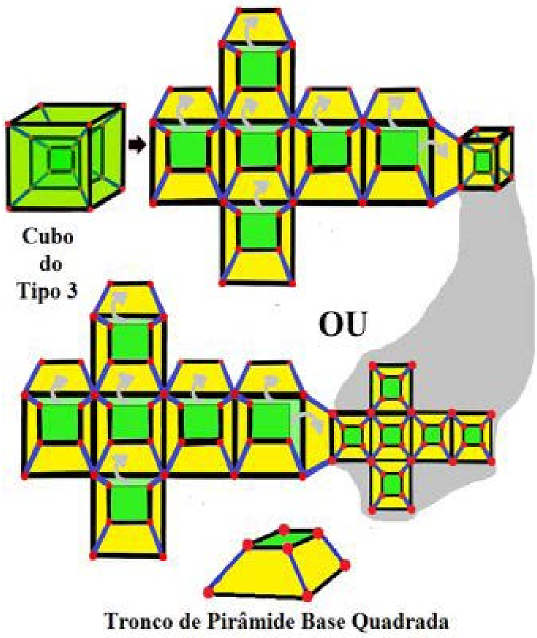
Figura 12 - Essa é a especificação em troca de pirâmide base quadrada do tipo 2.



Fonte: autoria.

Para n = 3, o método é o mesmo, porém pode ser decomposto de duas maneiras assim como mostra a **Figura 18**, como exemplo temos o **cubo do tipo 3**.

Figura 13 - Essa é a especificação em tronco de pirâmide base pentagonal do tipo 2.



Fonte: autoria.

Figura 14 - Essa é a especificação em tronco de pirâmide base quadrada do tipo 3. Fonte: Autoria

OBS.: Em geral sempre se reduz as decomposições em tronco de pirâmide.

“O Comportamento é igual aos fractais, há vários exemplos de fractais na natureza é fácil pesquisarem sobre o assunto relacionado. Exemplo **figura 14.1**”

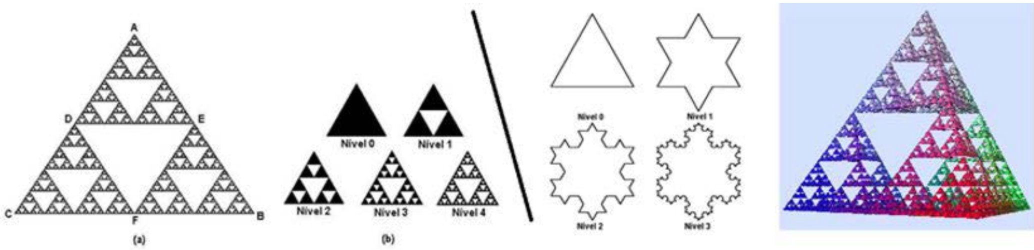


Figura 14.1- Fractais de Triângulos[2][3]

Dando continuidade para o ***n* ≥ *4***, temos como exemplo o **cubo** e o ***dodecaedro*** do tipo n.

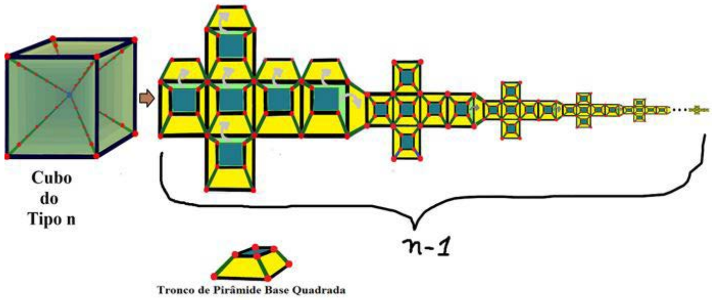


Figura 15 - Essa é a especificação em tronco de pirâmide base quadrada do tipo n. Fonte: autoria.

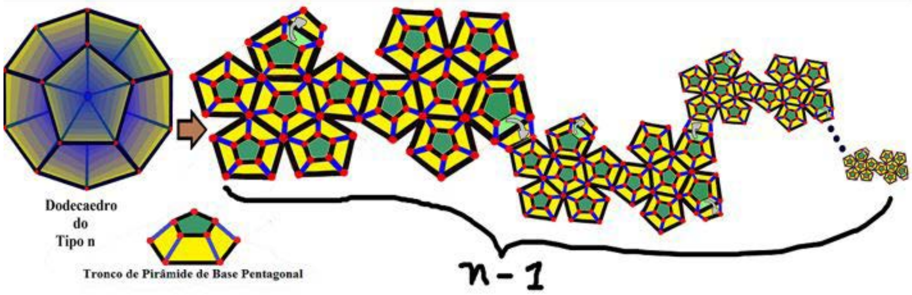


Figura 16 - Essa é a especificação em tronco de pirâmide base quadrada do tipo n, fonte: autoria.

“O próximo passo como qualquer geometria espacial é encontrar volume de tal”.

Desenvolvimento para chegar na fórmula do volume

Antes de tudo deve saber que cada solido tem sua fórmula de calcular o volume, assim como cada área tem a sua também, em resumo usaremos a fórmula do **volume de tronco da pirâmide** → $\mathbf{V_{Pn-i}}$ e também o **volume do sólido principal** → $\mathbf{V_{Sn}}$ e os outros volumes são $\mathbf{V_{Sn-i}}$, onde **i** é o índice que varia entre $\mathbf{1 \leq i \leq n-1}$.

Dados básicos:

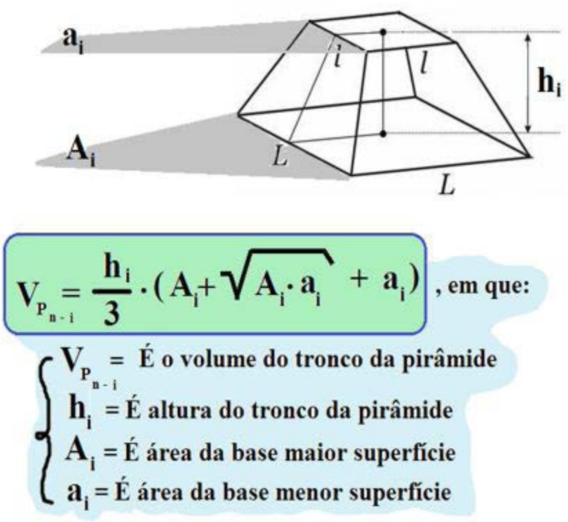
$\mathbf{V_{Sn}}$ **e** $\mathbf{V_{Sn-i}}$: Volume do solido, $\mathbf{V_{Pn-i}}$: Volume de tronco da pirâmide e $\mathbf{V_{U(n-i)}}$: Volume que uni a externa com interna de $\mathbf{V_{Sn}}$ **e** $\mathbf{V_{Sn-i}}$.

O Volume total é $\mathbf{V_{Sn}}$, e sempre que $\mathbf{V_{P0} = 0}$, porque recai na geometria tradicional de **n = 1.**

$\mathbf{V_{Pn-i}}$ **é**

2 SANTOS, Marina, Blog Marina e a Matemática, Fractais e a sala de aula (Parte). Disponível em: <http://marinaeamatematica.blogspot.com/2010/09/>, acesso em 25 de agosto de 2018.
3 ALBUQUERQUE, Thiago, Geometria fractal, Artigo; Propriedades e características de fractais ideais. Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/302304.pdf> , Acesso em 25 de agosto de 2018 .

Figura 17 - Volume do troco de qualquer pirâmide.



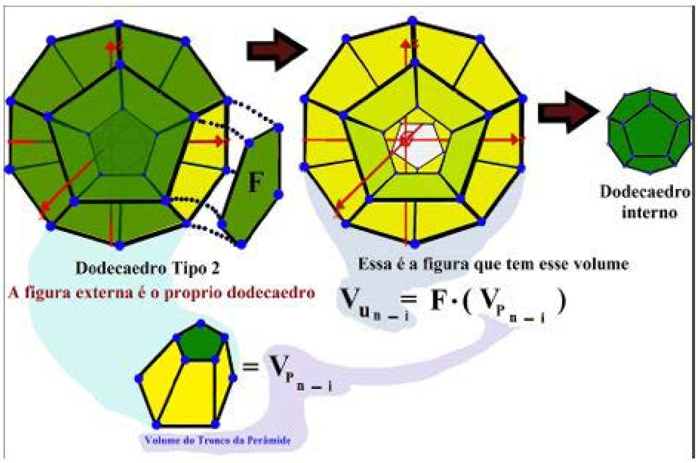
Fonte: autoria.

Será usado esse volume de tronco da pirâmide devido ao fazer a especificação é totalmente decomposto em fractais desses mesmos volumes em particular é algo chave para o verdadeiro **volume final** ou **total**. Da **figura 12 a 16**, é possível verificar que para cada **face externa (F)** temos um **tronco de pirâmide**, é lógico imaginar que ao relacionar temos o volume total de cada parte amarela (Soma dos troncos de pirâmides), isso nos dá;

$$V_{u_{n-i}} = \sum_{k=1}^{F} V_{P_{n-i}} = F.(V_{P_{n-i}}) \Rightarrow V_{u_{n-i}} = F.(V_{P_{n-i}}), \text{ com } K \in \mathbf{N}$$

"Imagine um **dodecaedro do tipo 2**, esse volume $V_{P_{ui}}$, é aquela figura que cola a externa com a interna".

Figura 18 - Essa é a forma de calcular o volume dessa figura.



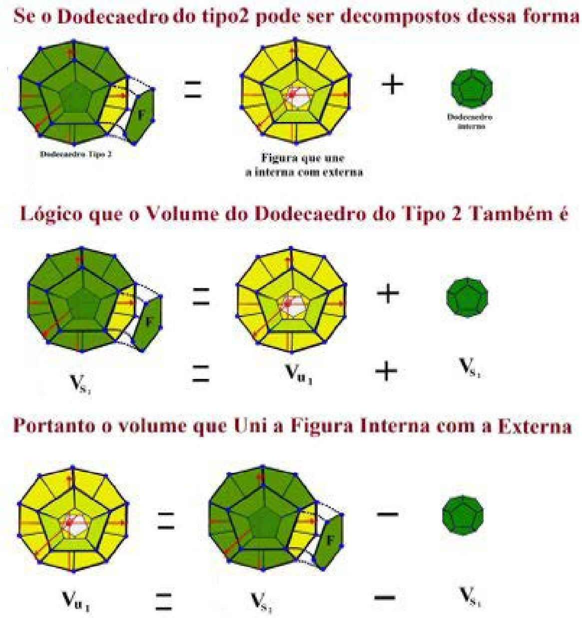
Fonte: autoria.

Esse **dodecaedro tipo 2** é apenas um exemplo, podia ser qualquer **figura do tipo 2,** só o que irá mudar é a área do topo e da base do tronco da pirâmide, onde isso resulta em diferentes Formas de calcular dependendo da figura em questão, a dificuldade é apenas para encontra a **altura desse tronco de pirâmide exata ou próxima da realidade** para que o volume seja o mais preciso, com os **passos seguintes será mais fácil determinar essa altura, a dica é subtrair a altura da pirâmide maior menos a altura da pirâmide menor** assim teremos a **altura do tronco de pirâmide**, porém tem **sólidos como esse dodecaedro** que as **áreas** e **volumes**, são dados por **aproximação**, pois em suas **fórmulas usa trigonometria** e nem sempre **são valores**

naturais ou decimais.

Exemplo como calcular o volume da figura que uni a externa com a interna de um dodecaedro tipo 2

Figura 19 - Decomposição de figuras.



Fonte: autoria.

O volume do Dodecaedro regular é dado V_D **= (L³) *(7, 663),** onde **(V_D:** É o volume do dodecaedro) e (L: É o comprimento da aresta do dodecaedro), porém **convertendo** para os ***dados dessa Geometria*** V_D ***é*** V_{S2} para o dodecaedro externo e V_{S1} para o dodecaedro interno.

Exemplo: seja o **dodecaedro do tipo 2** regular que tenha L = 8 cm e l = 4 cm, qual é o valor do **volume da figura que uni** esses dois dodecaedros?

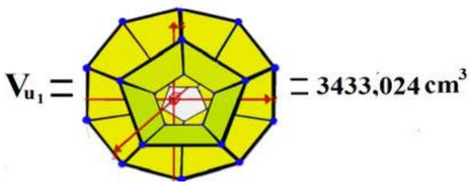
$$V_{S2} = L^3*(7,663) \rightarrow V_{S2} = 8^3*(7,663) \rightarrow V_{S2} = 512*(7,663) \rightarrow \mathbf{V_{S2} = 3923{,}456\ cm^3}$$

$$V_{S1} = l^3*(7,663) \rightarrow V_{S1} = 4^3*(7,663) \rightarrow V_{S1} = 64*(7,663) \rightarrow \mathbf{V_{S1} = 490{,}432\ cm^3}$$

Logo o Volume que une os dois dodecaedros é;

$$V_{u1} = V_{S2} - V_{S1} \quad \Rightarrow \quad V_{u1} = 3.923,456cm^3 - 490,432cm^3 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V_{u1} = 3.433{,}024\ cm^3.}$$

Figura 20 - Figura de união.

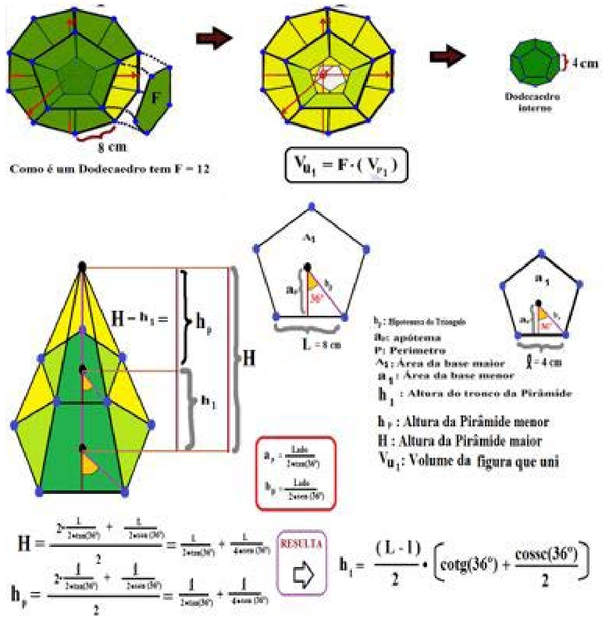


Fonte: autoria.

“Próximo passo é calcular o mesmo volume, porém com o uso de tronco de pirâmide.”

Dados para o dodecaedro do tipo 2 regular, na figura 21.

Figura 21- Figura com bases de cálculos.



Fonte: autoria.

A área do pentágono regular é ; $A = \frac{P.a_p}{2}$

Área da base maior; $A_1 = \frac{P.a_p}{2}$, fazendo as contas $a_p \simeq 5,506$ e ***P*** **=** 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 40 cm.

$$A_1 = \frac{P.a_p}{2} = \frac{40.(5{,}506)}{2}$$ → **A_1 = 110,12 cm²**

Área da base menor; $a_1 = \frac{P.a_p}{2}$, fazendo as contas $a_p \simeq 2,753$ e **P = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20 cm**.

$$a_1 = \frac{P.a_p}{2} = \frac{20.(2{,}753)}{2}$$ → **a_1 = 27,53 cm²**

Calculando a altura do tronco da pirâmide;

$$h_1 = \frac{(L-l)}{2}.\left(cotg(36°) + \frac{cossc(36°)}{2}\right)$$,fazendo as contas

$cotg(36^o) \simeq 1,376$ e $cossc(36^o) \simeq 1,701$

$$h_1 = \frac{(8-4)}{2}.\left(1{,}376 + \frac{1{,}701}{2}\right) = 2.(1{,}376 + 0{,}8505)$$ → **h_1 = 4,453 cm**

"Com esses dados já é possível calcular o volume do tronco de pirâmide do dodecaedro regular, e logo em seguida o volume da figura que une a externa com a interna."

Volume do Tronco de Pirâmide;

$$V_{p_{n-i}} = \frac{h_i}{3}.\left(A_i + \sqrt{A_i.a_i} + a_i\right)$$

OBS.: Como **n = 2**, pois o dodecaedro é do tipo e **i = 1**, pois só temos uma figura que une a interna com a externa isso é;

$$\mathbf{V_{p_1}} = \frac{\mathbf{h_1}}{\mathbf{3}}.\left(\mathbf{A_1} + \sqrt{\mathbf{A_1}.\mathbf{a_1}} + \mathbf{a_1}\right) \boldsymbol{V_{p_1}} = \frac{\boldsymbol{h_1}}{\mathbf{3}}.\left(\boldsymbol{A_1} + \sqrt{\boldsymbol{A_1}.\boldsymbol{a_1}} + \boldsymbol{a_1}\right) = \frac{\mathbf{4{,}453}}{\mathbf{3}}.\big(\mathbf{110,12} + \sqrt{(\mathbf{110,12}).(\mathbf{27,53})} + \mathbf{27,53}\big) \to, \text{ onde } \frac{\mathbf{4{,}453}}{\mathbf{3}} \simeq 1,48433 \text{ e } \sqrt{\mathbf{3031,6036}} = \mathbf{55,06,}$$

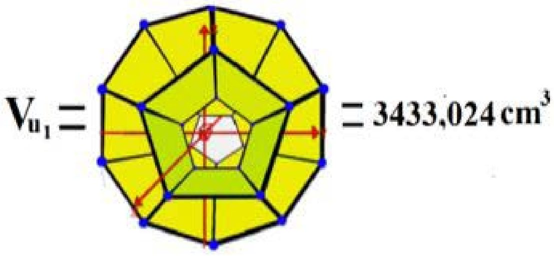
$$\to \boldsymbol{V_{p1}} = \mathbf{(1,48433).(137,65 + 55,06)} \to \ \boldsymbol{V_{p_1}} = \mathbf{286{,}0452343\ cm^3}$$

Portanto o Volume da figura que uni os dois Dodecaedros é;

F é a quantidade de faces do Dodecaedro, no caso **F = 12**

$$\boldsymbol{V_{u_1}} = \boldsymbol{F}.\boldsymbol{V_{p_1}} \Rightarrow \boldsymbol{V_{u_1}} = 12{*}(286,0452343) \Rightarrow \ \boldsymbol{V_{u_1}} = \mathbf{3432{,}5428116\ cm^3}$$

Percebe-se que é muito próximo do que calculado anteriormente na **figura 25**, sem o uso de todos esses dados;

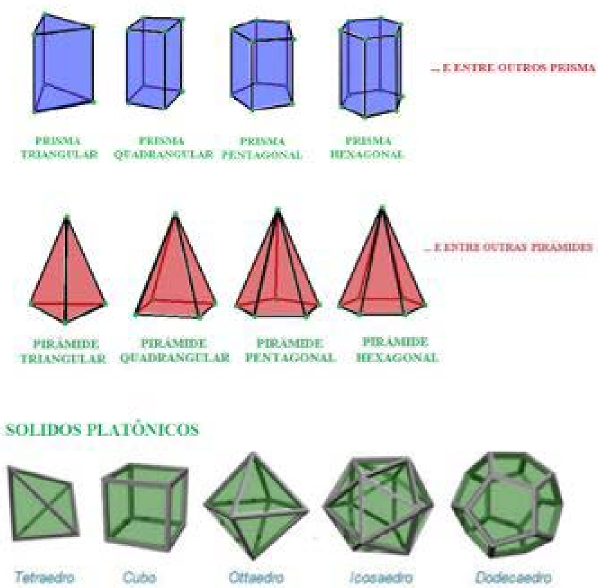


Essa diferença é devida as aproximações feitas nas contas, a diferença é **0,4811884 cm³.**

V_{Sn} e V_{Sn-i}

Esses **V_{Sn}** e **V_{Sn-i}** são sólidos geométricos convexos, claro somente considerado apenas o formato do poliedro tradicional, exemplos:

Figura 22 - Visão geral a parti do básico.

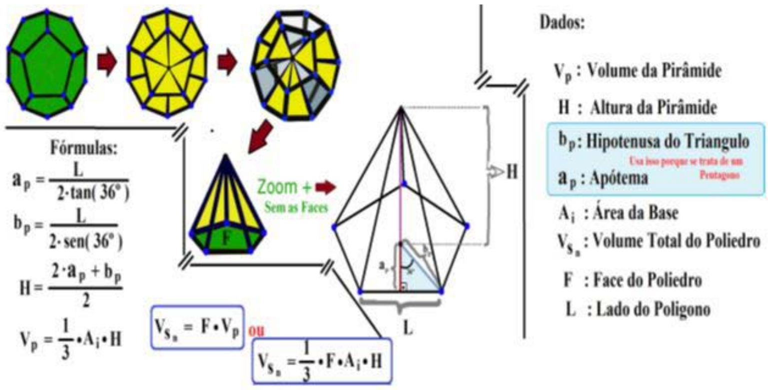


Fonte: autoria.

Calculando o volume dessa geometria usando volume da pirâmide

O limite dessa pirâmide é o centro da figura do tipo n, como se pode observar na **Figura 23**, e com os exemplos novamente do dodecaedro.

Figura 23 - Volume da pirâmide maior de base pentagonal.



Fonte: autoria.

Usaremos os mesmos valores do exercício anterior, pois os valores já foram obtidos usando as mesmas fórmulas, tipo para **encontrar a altura do tronco da pirâmide** foi necessário descobrir a **altura da pirâmide maior menos a altura da pirâmide menor**, aí foi obtido a **altura do tronco da pirâmide**.

Dito isso iremos calcular o **Volume do Dodecaedro do Tipo 2** usando dados anteriores, e usando

Dados:

$$a_p = 5{,}505 \text{ cm},\ L = 8 \text{ cm},\ n = 2,\ b_p = \frac{L}{2.sen(36°)},\ A_i = 110{,}12 \text{ cm}^2,\ F = 12,\ H = \frac{2.a_p + b_p}{2} \text{ e } V_{Sn} = ?$$

$$Sen(36°) \simeq 0,588 \rightarrow b_p = \frac{8}{2.(0{,}588)},\ \rightarrow\ b_p \simeq 6{,}803 \text{ cm}$$

$$H = \frac{2.a_p + b_p}{2} \rightarrow H = \frac{2.(5{,}506) + 6{,}803}{2} = \frac{17{,}815}{2} \rightarrow H = 8{,}9075 \text{ cm}$$

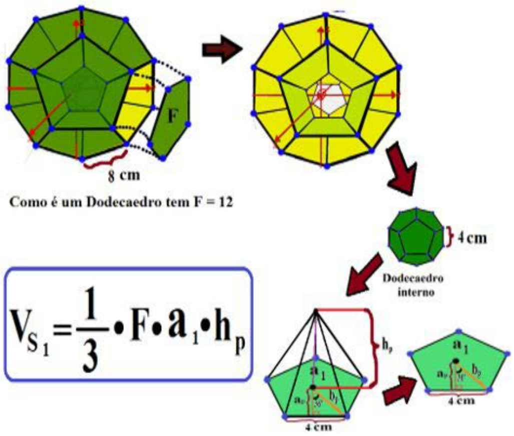
Portanto o volume é;

$$V_{S_2} = \frac{1}{3}.F.A_1.H = \frac{1}{3}.12.(110,12).(8,9075) = 4.(110,12).(8,9075) \Rightarrow V_{S_n} = 3.923{,}5756 \text{ cm}^3$$

Se voltarmos para o valor de V_{S_2} é $3923{,}456 \text{ cm}^3$ a diferença é de **0,1196 cm³**, isso como explicado anteriormente é devido as aproximações usando trigonometria.

Calculando o volume do dodecaedro interno (V_{S_1}) usando o mesmo princípio:

Figura 24 - Volume da pirâmide menor de base pentagonal.



Fonte: autoria.

Dados:

$\mathbf{F = 12,\ l = 4\ cm,\ a_p = 2{,}752\ cm,\ a_1 = 27{,}6\ cm^2,\ b_p = \frac{l}{2.sen(36°)},\ h_p = \frac{2.a_p + b_p}{2},\ V_{S1} = ?}$

$$\mathbf{b_p = \frac{l}{2.sen(36°)} = \frac{4}{2.sen(36°)} \rightarrow b_p \simeq 3{,}401\ cm}$$

$$\mathbf{h_p = \frac{2.a_p + b_p}{2} = \frac{2.(2{,}752) + 3{,}401}{2} = \frac{8{,}905}{2} \rightarrow h_p = 4{,}4525\ cm}$$

Logo o volume é:

$$\mathbf{V_{S_1} = \frac{1}{3}.F.a_1.h_1 = \frac{1}{3}.12.(27,53).(4,4525) = 4.(27,53).(4,4525) \Rightarrow V_{S_1} = 490{,}3093\ cm^3}$$

Anteriormente foi calculado $\mathbf{V_{S_1}}$ sendo **490,432 cm³** diferenciando em **0,1227cm³** devido as aproximações feitas.

Conclusão do Volume do Dodecaedro Tipo 2, **calculado pelo Método do uso de pirâmide e sem o uso de pirâmide**.

Sem o uso de pirâmide;

$$\mathbf{V_{S_2}} = \mathbf{V_{u_1}} + \mathbf{V_{S_1}} \Rightarrow 3923,456cm^3 = 3433,024cm^3 + 490,432cm^3 \Rightarrow 3923,456cm^3 = 3923,456cm^3 \text{ OK!!}$$

Com o uso de Pirâmide;

$$\mathbf{V_{S_2}} \geq \mathbf{V_{u_1}} + \mathbf{V_{S_1}} \Rightarrow 3923,5756\ cm^3 \geq$$
$$3432,5428116cm^3 + 490,3093cm^3 \Rightarrow 3923,5756cm^3 > 3922,8521116cm^3$$

“Observação qualquer volume de figura do tipo 2 pode ser calculado dessas duas formas feita como dodecaedro lembrando que para cada sólido ou figura existe diferentes métodos ou fórmulas assim como foi feito para o dodecaedro. O uso do dodecaedro foi somente para ter uma noção como algo pode ser difícil ou fácil dependendo do método que for usado.”

Equação do Volume para qualquer Figura do Tipo n ≥ 2

Construção da Equação:

Para n = 2 temos;
$\boldsymbol{V_{S2} = V_{u1} + V_{S1}}$, *esse é o volume que usamos nas contas anteriores.*
Para n = 3 temos;
$\boldsymbol{V_{S3} = V_{u2} + V_{S2}}$, *como* $\boldsymbol{V_{S2} = V_{u1} + V_{S1}}$ *ao substituir temos,*
$\boldsymbol{V_{S3} = V_{u2} + V_{u1} + V_{S1}}$.
Para n = 4 temos;
$\boldsymbol{V_{S4} = V_{u3} + V_{S3}}$, *como* $V_{S3} = V_{u2} + V_{u1} + V_{S1}$ *ao substituir temos,*
$\boldsymbol{V_{S4} = V_{u3} + V_{u2} + V_{u1} + V_{S1}}$.
Para n = 5 temos;
$\boldsymbol{V_{S5} = V_{u4} + V_{S4}}$, *como* $V_{S4} = V_{u3} + V_{u2} + V_{u1} + V_{S1}$ *ao substituir temos,*
$\boldsymbol{V_{S5} = V_{u4} + V_{u3} + V_{u2} + V_{u1} + V_{S1}}$.
Para n = 6 temos;
$\boldsymbol{V_{S6} = V_{u5} + V_{S5}}$, como $V_{S5} = V_{u4} + V_{u3} + V_{u2} + V_{u1} + V_{S1}$ ao substituir temos,
$\boldsymbol{V_{S6} = V_{u5} + V_{u4} + V_{u3} + V_{u2} + V_{u1} + V_{S1}}$.

*

*

Para **n ≥7** , seguindo a mesma lógica teremos;

$$\mathbf{V_{Sn} = V_{U\,(n-1)} + V_{S(\,n-1)}} \Rightarrow V_{Sn} = V_{U(n-1)} + V_{U(n-2)} + V_{U(n-3)} + V_{U(n-4)} + V_{U(n-5)} + \ldots + V_{U2} + V_{U1} + V_{S1},$$

isso nos dá **n - 1** (termos de V_U *e* V_S), por isso **i** varia entre $\boldsymbol{1 \leq i \leq n-1}$ citado lá no início.

Portanto a equação geral do volume é:

$$\mathbf{V_{S_n}} = \left(\sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{V_{U_{n-1}}}\right) + \mathbf{V_{S_1}} \text{ ou } \mathbf{V_{S_n}} = \mathbf{V_{S_1}} + \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{V_{U_{n-1}}}$$

Dados:

V_{S_n}: É o volume do poliedro tipo n ou volume da figura do tipo n ou volume do sólido do tipo n.

$V_{U_{n-1}}$: É o volume que une dois poliedros o externo com o interno, onde $\boldsymbol{1 \leq i \leq n-1}$.

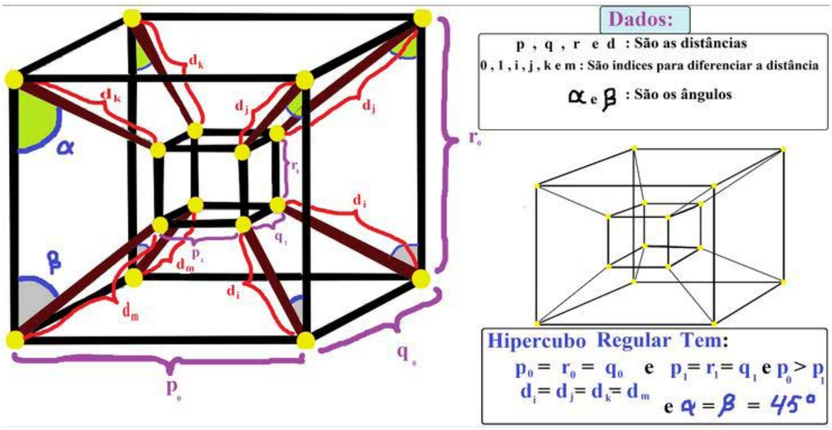
V_{S_1} : É o ultimo volume do poliedro, é o que se encontra no centro de V_{S_n}

(OBS.: não há necessidade de colocarmos n = 1, pois aí V_{S_n}= V_{S_1} e $V_{U_{n-1}}$ volume da geometria Tradicional.)

Variação do mesmo sólido geométrico

A variação depende de dois fatores **ângulos e distâncias**, como exemplo usaremos o prisma de base quadrangular do Tipo 2, por questão de melhor visualização.

Figura 25 - Variação de uma mesma figura.

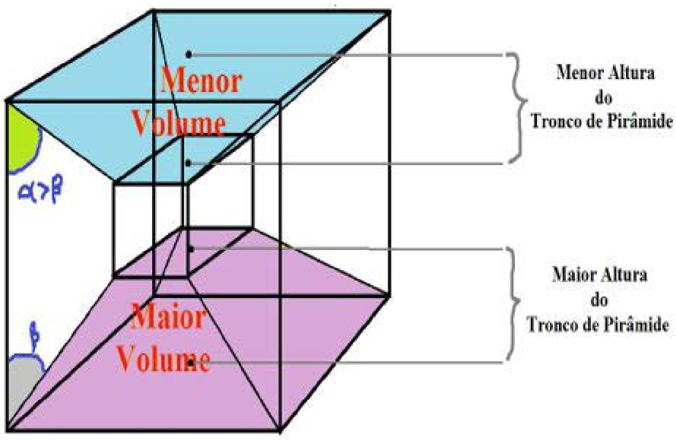


Fonte: autoria.

Então ao variar os ângulos **α** e **β** e as distâncias p_0, q_0, r_0, p_1, q_1, r_1, d_i, d_j, d_k e d_m, temos diferentes variações do prisma de base quadrangular do tipo 2, o mais especial é o **hipercubo regular** ou prisma de base quadrada regular do tipo 2, como podem observar na imagem, os outros casos verão nas **figuras 26, 27 e 28**.

I) Quando o ângulo $\alpha > \beta$ implica $d_m = d_i$ e $d_k = d_j$, com $d_m > d_k$, temos como imagem;

Figura 26 - α > β,

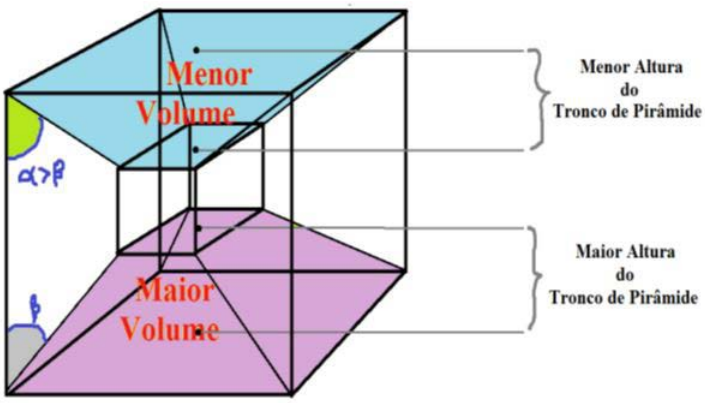


Fonte: autoria.

II) Quando o ângulo $\beta > \alpha$, é todo o oposto que ocorre na **figura 31.**

III) Quando o ângulo $\alpha > \beta$, Com $r_0 > q_0 \geq p_0$, sabendo que $r_0 > r_1$, $p_0 > p_1$ e $q_0 > q_1$;

Figura 27- α > β e $r_0 > q_0 \geq p_0$.

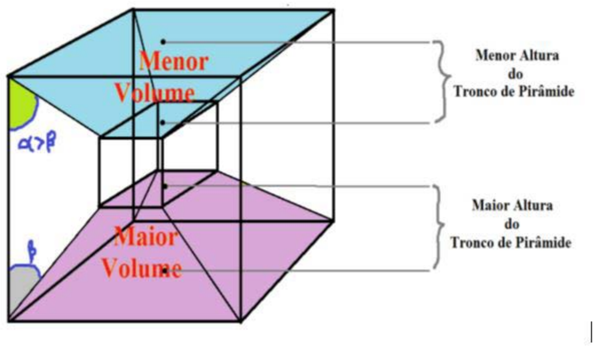


Fonte: autoria.

IV). Quando o ângulo $\beta > \alpha$, com $r_0 > q_0 \geq p_0$, sabendo que $r_0 > r_1$, $p_0 > p_1$ e $q_0 > q_1$ é o oposto da figura 27.

V). Quando o ângulo $\alpha > \beta$, com $r_0 > p_0 \geq q_0$, sabendo que $r_0 > r_1$, $p_0 > p_1$ e $q_0 > q_1$;

Figura 28 - $\alpha > \beta$ e $r_0 > p_0 \geq q_0$.



Fonte: autoria.

VI). Quando o ângulo $\beta > \alpha$, com $r_0 > q_0 \geq p_0$, sabendo que $r_0 > r_1$, $p_0 > p_1$ e $q_0 > q_1$ é o oposto da figura 28.

"Isso foi somente uma amostra o quanto podem gerar diferentes figuras com pequenas mudanças em ângulos e distâncias".

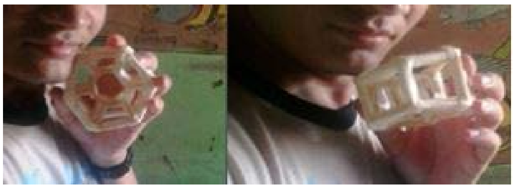
Modelo 3D na vida real

Exemplo de modelo feito no início do curso de matemática da URCA, é o prisma triangular do tipo 5, foi usado como material arame, Durepoxi como um tipo cola e fitas isolantes coloridas, pois papelaria algo do tipo não tinha para fazer tal figuras, o ideal seria canudos e isopores e cola quente e etc.

Figura 29 - Prisma triangular do tipo 5.

Fonte: autoria

Figura 30 - Prisma hexagonal do tipo 2.



Fonte: autoria[4]

Figura 31 - Hipercubo.

Fonte: Ricardo e Divina, blog diários das viagens.

Figura 32 - Especificação do dodecaedro do tipo 3, em 3D.

Fonte: autoria

Imagem 1- 3 cubos, cubo do tipo 3.

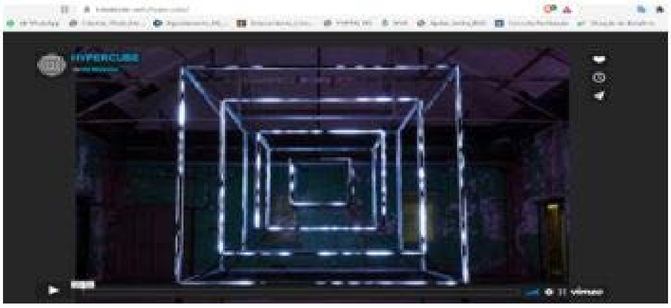
Fonte: revista ferramental[5]

4 RICARDO, Ricardo e Divina, Blog Diários das Viagens. Disponível em: < https://diariosdasviagens.blogspot.com/p/europa.html >, Acesso em 02 de novembro de 2018

5 Ferramental, Revista Ferramental. Disponível: < https://www.revistaferramental.com.br/?cod=artigo/voce-conhece-tecnica-metalurgico-cria-cubo-dentro-de-outro-cubo/ >, acesso em 04 de outubro de 2021

Vídeos caso desejem comparar com essa Geometria

Vídeo de um cubo do tipo 4:



Fonte: Link do vídeo (1); https://www.kitwebster.com/hypercube/ [6]

Vídeo de um Hipercubo em movimento:

Link do vídeo (2); https://www.youtube.com/watch?v=VNaxTuzbbN4[7]

Vídeo de um hipercubo justificando o movimento:

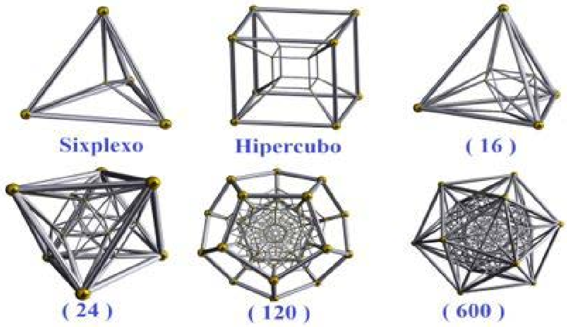
Link do vídeo (3); https://www.youtube.com/watch?v=YL-vIONT2QM[8]

6 KIT WEBSTER, Site Hupercube. Disponível em: < https://www.kitwebster.com/hypercube/ >, Acesso em: 02 de janeiro de 2019.
7 KASTELLORIZO, Site do Youtube, Hypercube puzzle Abyss(4D Hyper Cube Symmetry). Disponível < https://www.youtube.com/watch?v=YL-vIONT2QM >, acesso em 02 de janeiro de 2019.
8 KASTELLORIZO, Site do Youtube, Hypercube puzzle Abyss(4D Hyper Cube Symmetry). Disponível < https://www.youtube.com/watch?v=YL-vIONT2QM >, acesso em 02 de janeiro de 2019.

CONFUSÃO QUE PODEM TER EM RELAÇÃO A ESSA GEOMETRIA

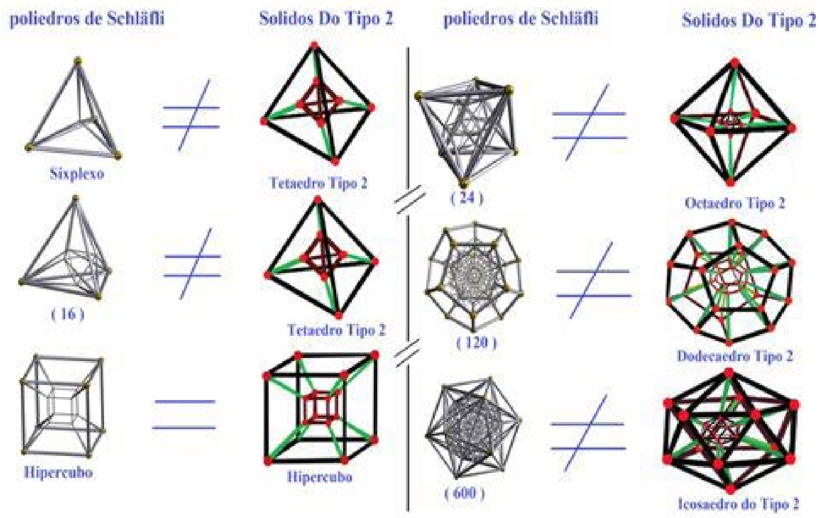
Alguns poderão achar que essas figuras têm haver com dimensões, porém não se trata disso, desde o início é descrito apenas para cálculos de faces, vértices, arestas e volumes, no entanto se algum dia esse artigo servir como modelo para expressar tais dimensões, seria algo gratificante, assim valeu cada tempo gasto nesse artigo. Também podem confundir com **os poliedros de Schläfli**, a semelhança é quase incrível, mas há grandes diferenças como podem observar na **figura 33** e **figura 34**.

Figura 33 - Os poliedros de Schläfli[9]



"Comparações de duas Geometrias"

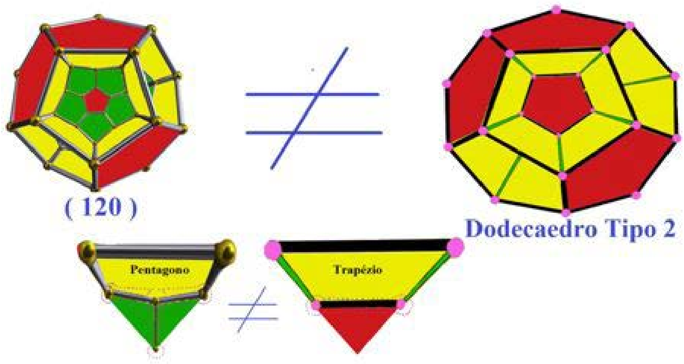
Figura 34 - A diferença dos sólidos, o único equivalente é o hipercubo.



Fonte: autoria.

9 Gratispng, Schlegel diagrama. Disponível: < https://www.gratispng.com/baixar/schlegel-diagrama-de.html >, acesso em 05 de janeiro de 2019.

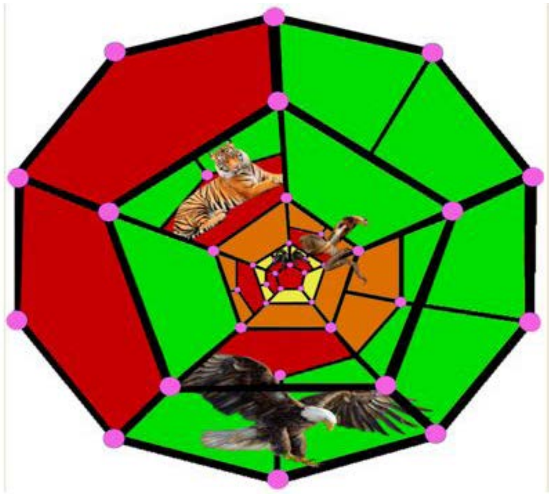
Figura 35 - Visualização amplificada.



Fonte: autoria.

A melhor figura feita atualmente

Figura 36 - Dodecaedro do Tipo 4, com edição GIMP.

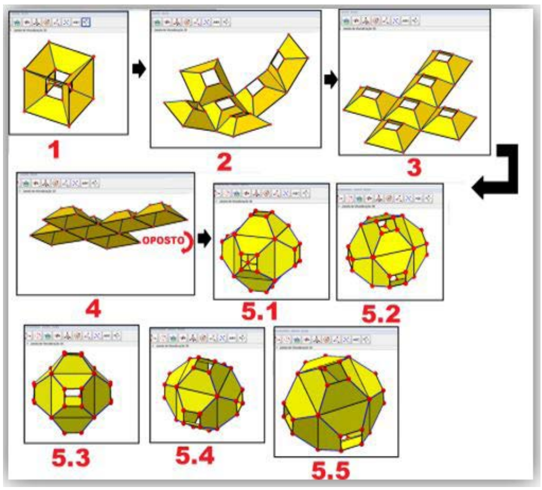


Fonte: autoria.

O inverso dessa Geometria

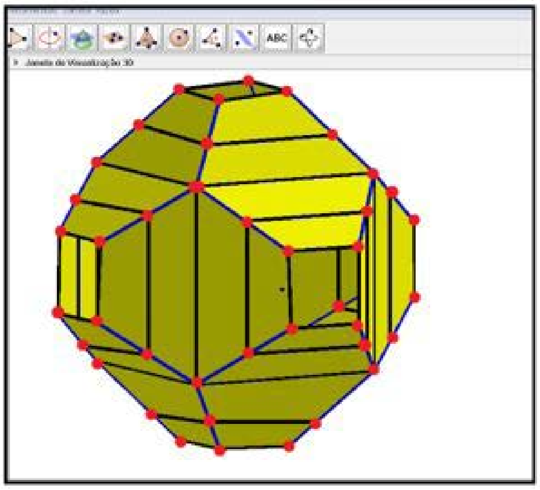
Imagine um hipercubo ao especificar em vez de unir da mesma forma que decompôs, unisse no lado oposto, aconteceria isso como podemos observar na **figura 37**, se acontecer isso com o hipercubo que é o mesmo que o cubo do tipo 2, deve ocorrer com os outros sólidos independente de qual tipo ou família esteja falando do tipo 2,3,5,7, ..., n ≥7.

Figura 37 - Inverso do hipercubo ou inverso do cubo tipo 2.



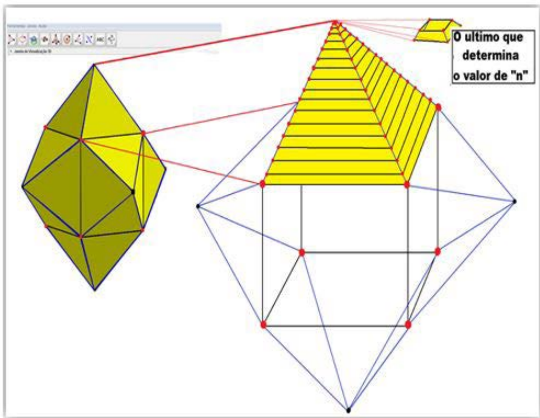
Fonte: autoria.

Figura 38 - Inverso do cubo tipo 3.



Fonte: autoria.

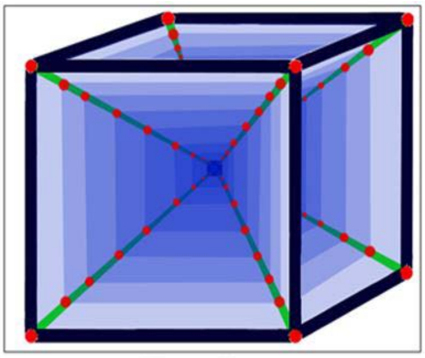
Figura 39 - Inverso do cubo tipo n ≥2.



Fonte: autoria.

Outro ponto a observar é que sendo o inverso somente irá possuir um solido do qual representa e o restante são troncos de pirâmides, nesse caso o **"Inverso do cubo tipo n ≥2"**, possui somente 1 cubo, e o restante são partes de tronco de pirâmides, mas ao fazer o inverso novamente teria o **cubo do tipo n ≥2**, assim como pode-se observar na **figura 9** do início desse artigo.

Figura 9



CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com este trabalho foi verificado e provado de inúmeras formas o comportamento dessa geometria que será uma extensão da geometria espacial, assim possibilitando a possibilidade de estar em um futuro livro de matemática tanto médio como universitário etc.

Esse artigo também abrange conhecimentos de software como GeoGebra para que possa trabalhar essa geometria e verificar seu comportamento.

REFERÊNCIAS

"Leonhard Euler" em só matemática. virtuous Tecnologia da Informação, 1998-2020. Consultado em 26/12/2017 às 16:25. Disponível na Internet em < https://www.somatematica.com.br/biograf/euler.php>

SANTOS, Marina, Blog Marina e a Matemática, Fractais e a sala de aula (Parte). Disponível em: < http://www.marinaeamatematica.blogspot.com/2010/09/ >, Acesso em 25 de agosto de 2018.

ALBUQUERQUE, Thiago, Geometria fractal, Artigo; Propriedades e características de fractais ideias. Disponível em: < http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/302304.pdf >, Acesso em 25 de agosto de 2018.

RICARDO, Ricardo e Divina, Blog Diários das Viagens. Disponível em: < https://www.diariosdasviagens.blogspot.com/p/europa.html >, Acesso em 02 de novembro de 2018.

KIT WEBSTER, Site Hupercube. Disponível em: < https://www.kitwebster.com/hypercube/ >, Acesso em: 02 de janeiro de 2019.

ATHEROS, Site do Youtube, Hipercubo de 4 dimensiones. Disponível < https://www.youtube.com/watch?v=VNaxTuzbbN4 >, acesso em 02 de janeiro de 2019.

KASTELLORIZO, Síte do Youtube, Hypercube puzzle Abyss (4D Hyper Cube Symmetry). Disponível < https://www.youtube.com/watch?v=YL-vIONT2QM >, acesso em 02 de janeiro de 2019.

Gratispng, Schlegel diagrama. Disponível: < https://www.gratispng.com/baixar/schlegel-diagrama-de.html >, acesso em 05 de janeiro de 2019.

Ferramental, Revista Ferramental. Disponível: < https://www.revistaferramental.com.br/?cod=artigo/

voce-conhece-tecnica-metalurgico-cria-cubo-dentro-de-outro-cubo/ >, acesso em 04 de outubro de 2021.

BEM EXPLICADO, Site bem Explicado, Ficha de trabalho - Planificação de sólidos Geométricos. Disponível em: < https://www.bemexplicado.pt/ficha-de-trabalho-planificacoes-de-solidos-geometricos-1/> Acesso em: 23 de maio de 2018.

Mundo Educação, Volume do Troco Da Pirâmide. Disponível < https://www.mundoeducacao.uol.com.br/matematica/volume-tronco-piramide.htm>, Acesso em 23 de maio de 2019.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. "Área de um Polígono Regular "; Brasil Escola. Disponível em:< https://www.brasilescola.uol.com.br/matematica/area-um-poligono-regular.htm >. Acesso em 23 de Maio de 2019.

Geometria com canudos. Disponível em: < http://www.objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/10314/open/file/canudos.htm?sequence=18 >, Acesso em 25 de julho de 2019.

Organizador

Paulo Marcos Ferreira Andrade

Mestre em Ensino de Ciências e Matemática Pela UNEMAT. Licenciado em pedagogia pela UNEMAT. Licenciado em Letras:Português/espanhol pela UFMT. Esp. em coordenação pedagógica pela UFMT. Esp. em gestão escolar pela UFMT. Esp. em educação do campo pela AFIRMATIVO. Atua como professor na educação Básica desde de 1999, e atualmente é coordenador pedagógico na Extensão Municipal SOS Criança.

Índice Remissivo

A

C

D

E

F

G

H

I

J

L

M

O

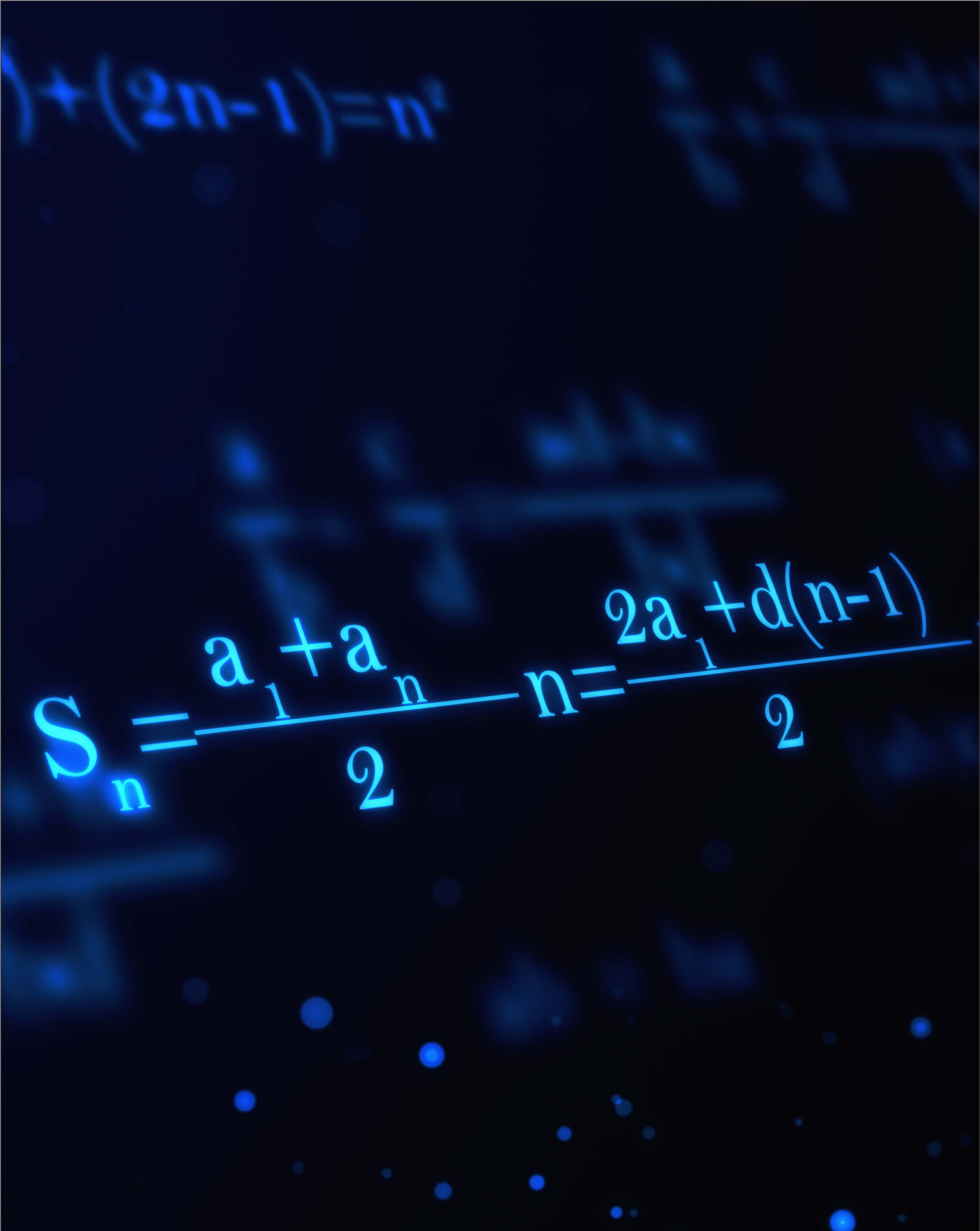
P

S

T

U

universitária 35, 37, 38, 39, 41, 42, 43, 44, 46, 47



AYA EDITORA
2022